



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



**FACULTAD
DE INGENIERÍA**

Conceptos de estabilidad estructural

Clasificación de secciones

Dr. Francisco J. Crisafulli

Profesor Titular

2024

Conceptos de estabilidad

- **Estabilidad global de la estructura:** es la capacidad de alcanzar el estado de equilibrio bajo la acción de distintos estados de carga.

En el caso particular de cargas horizontales se denomina estabilidad lateral

- **Estabilidad de miembros o elementos:** es la capacidad de los miembros o elementos **comprimidos** de permanecer en su posición y soportar cargas.
 - Pandeo global de barras
 - Pandeo local de chapas o abollamiento

Estabilidad global de la estructura

En el análisis de la estabilidad estructural es necesario considerar las condiciones de vínculos externos e internos. Según este aspecto, las estructuras pueden clasificarse en tres grupos:

- Inestables o hipostáticas
- Isostáticas o estáticamente determinadas
- Hiperestáticas o estáticamente indeterminadas

Estabilidad global de la estructura

El Reglamento CIRSOC 301 indica lo siguiente:

C.1. ESPECIFICACIONES GENERALES PARA LA ESTABILIDAD DE LA ESTRUCTURA

Se deberá asegurar la estabilidad global y la resistencia de la estructura, así como la de todos y cada uno de sus elementos componentes.

La estructura además debe tener suficiente rigidez lateral que limite los desplazamientos laterales.

Estabilidad global de la estructura

La estabilidad y rigidez pueden ser proporcionadas por:

(a) La rigidez lateral propia del plano, la que puede ser provista por alguna de las siguientes posibilidades y sus combinaciones :

- Triangulaciones, diagonalizaciones, arriostramientos en K, X, Y, u otros sistemas de
- arriostramiento para pórticos arriostrados en el plano.
- Rigidez flexional de las uniones entre los miembros.
- Columnas en voladizo empotradas en la base.

(b) La rigidez lateral de planos paralelos al considerado, vinculados al mismo por un sistema horizontal de arriostramiento. Dichos planos pueden ser:

- Pórticos arriostrados en su plano.
- Pórticos de nudos rígidos.
- Tabiques de hormigón armado o mampostería, núcleos, o similares.

Estabilidad de miembros y elementos

El acero es un material estructural que presentan una elevada resistencia y módulo de elasticidad. Por esta razón, los elementos estructurales de acero son, en general, esbeltos (en comparación con otros materiales como Ho Ao o madera). Además, las secciones típicas de acero están formadas por dos o más placas vinculadas entre sí, para optimizar el uso del material.



Estructura de una nave industrial, donde se observa claramente la esbeltez de las barras.

Detalle de un nudo donde se conectan vigas en dos direcciones perpendiculares con una columna. Los perfiles doble T están formados por 3 placas (dos alas y el alma).



Estabilidad de miembros y elementos

Los miembros y elementos comprimidos de acero pueden experimentar distintos problemas de inestabilidad, los que pueden agruparse en:

- **Pandeo global:** afecta el elemento estructural en toda o gran parte de su longitud y se produce por las tensiones de compresión originadas por tensiones axiales de compresión o de flexión.
- **Pandeo local o abollamiento:** afecta a una o más de las placas que conforman la sección de acero. Este efecto se produce en una zona reducida de la barra, donde las tensiones de compresión son elevadas. Estas tensiones pueden originarse por solicitaciones debidas a carga axial, flexión, esfuerzo de corte o una combinación de ellos.

Estabilidad de miembros y elementos

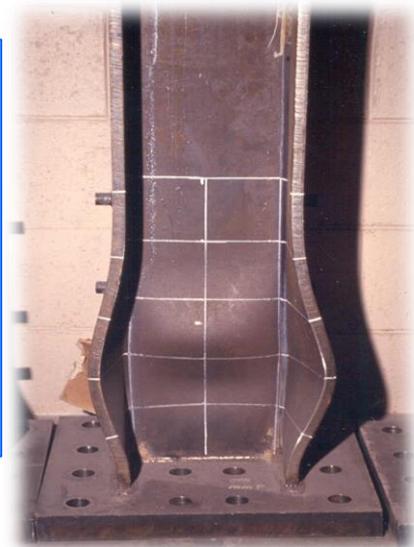
Elementos comprimidos (columnas)

- Pandeo global (afecta a todo el elemento estructural):
 - Pandeo flexional
 - Pandeo torsional o flexo-torsional
- Pandeo local o abolladura (pandeo de placas)



Elementos flexionados (vigas)

- Pandeo local o abolladura :
 - Pandeo local de ala y alma (por flexión)
 - Pandeo local de alma (por flexión o por corte)
- Pandeo lateral torsional.



Pandeo flexional de barras

Ecuación de Euler:

Se deduce a partir de las siguientes hipótesis:

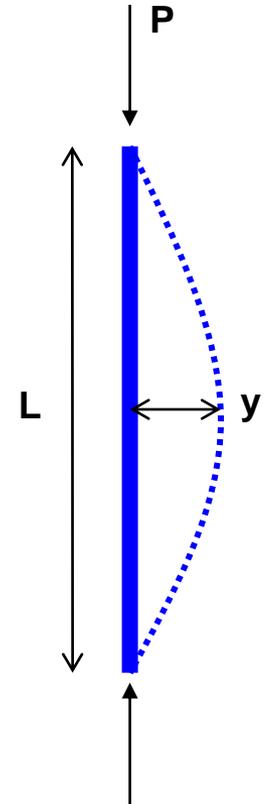
- Barra perfectamente rectilínea y de sección constante.
- Carga axial aplicada en los extremos, en forma centrada.
- Extremos articulados.
- Comportamiento lineal y elástico.

Ecuación diferencial:
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$$

Carga crítica de Euler:
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Tensión crítica de Euler:
$$F_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

donde $\lambda = \frac{L}{r}$ es la esbeltez de la barra



L: longitud de la barra
E: módulo de elasticidad
I: momento de inercia
r: radio de giro
y: desplazamiento lateral de un punto

Pandeo flexional de barras

Ecuación de Euler

La ecuación de Euler es válida para el caso de barras articuladas en ambos extremos. En este caso la deformada de pandeo es una semi-onda de una función seno.

Sin embargo, en la práctica es usual que las condiciones de vínculos sean diferentes a las consideradas por Euler para deducir la ecuación.

Para resolver este inconveniente y considerar cualquier tipo de condiciones de vínculo, se introduce un factor de longitud efectiva k (que puede ser menor o mayor que 1), de modo que la esbeltez de la barra se define como:

$$\lambda = \frac{kL}{r}$$

Pandeo flexional de barras

Ecuación de Euler

La longitud efectiva, kL , permite asimilar el comportamiento frente a pandeo flexional de una barra comprimida con cualquier condición de vínculo en sus extremos al de una barra biarticulada equivalente. También permite considerar diferentes condiciones de carga o variaciones de la sección.

Luego veremos cómo se determina el factor k para distintos casos. Un procedimiento simple es usar los valores indicados en la tabla.

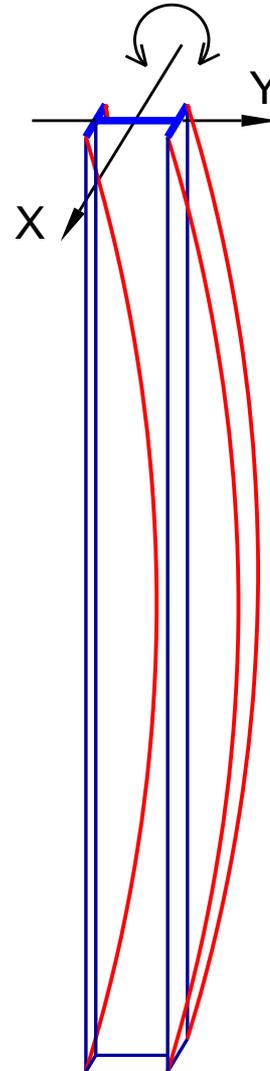
La forma de pandeo se indica en línea de puntos	(a) 	(b) 	(c) 	(d) 	(e) 	(f) 
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	 <ul style="list-style-type: none"> Rotación y Traslación impedida Rotación libre y Traslación impedida Rotación impedida y Traslación libre Rotación libre y Traslación libre 					

Pandeo flexional de barras

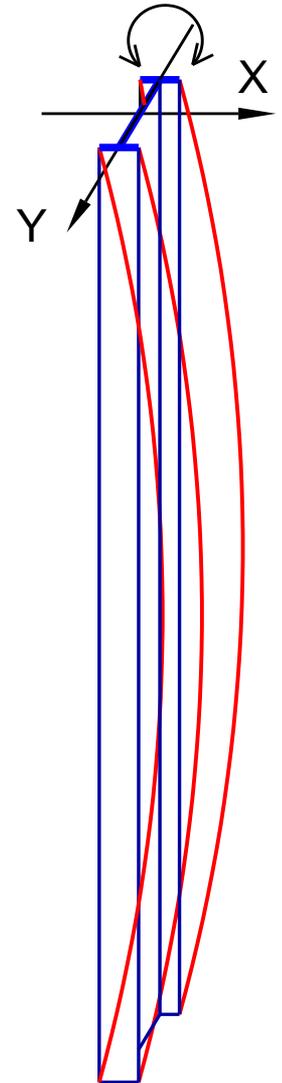
El estado límite de pandeo flexional debe verificarse con respecto a los **dos ejes principales de la sección:**

La tensión crítica $F_{cr} = f(\lambda)$ se calcula considerando la esbeltez mayor, que implica una tensión crítica y resistencia menor:

$$\lambda_x = \frac{kL_x}{r_x} \quad \text{y} \quad \lambda_y = \frac{kL_y}{r_y}$$



Pandeo según eje X (eje de mayor inercia)



Pandeo según eje Y (eje de menor inercia)

Pandeo local o abollamiento

Teoría de pandeo elástico de placas:

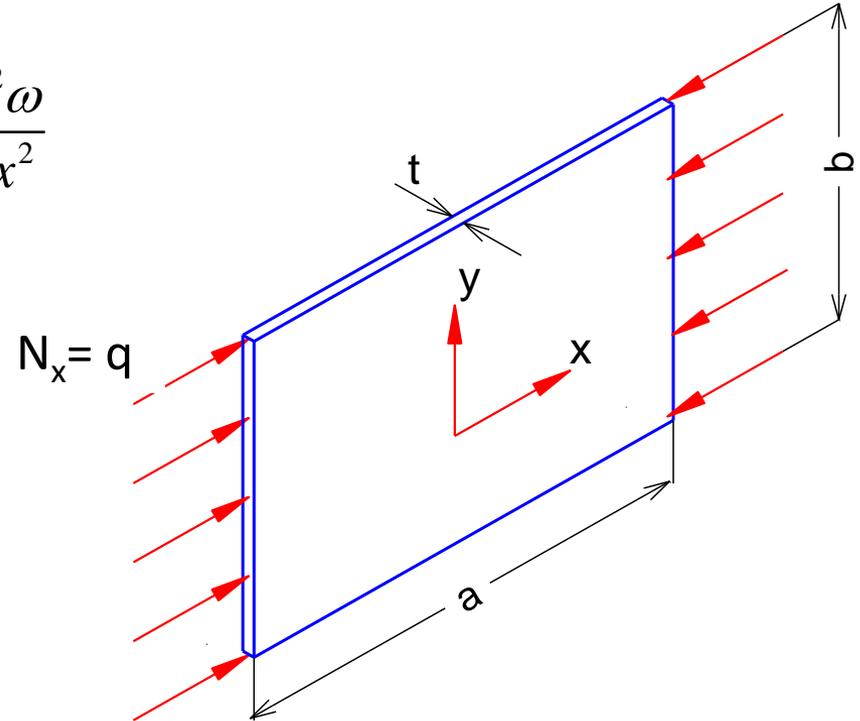
Se puede demostrar que la ecuación diferencial para una placa elástica simplemente apoyada en los cuatro bordes, con carga uniforme de compresión, $q=N_x$, en dos bordes opuestos, de dimensiones a y b y espesor t , es:

$$\frac{\delta^4 \omega}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \omega}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \omega}{\delta y^4} = \frac{q}{D} = -\frac{N_x}{D} \frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2}$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$$

E : módulo de elasticidad

ω : desplazamiento lateral (\perp al plano xy)



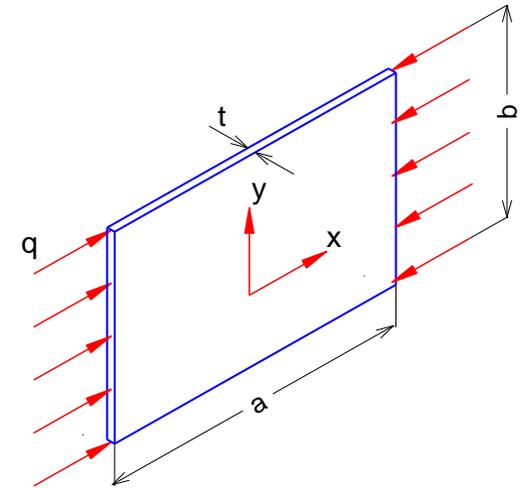
Pandeo local o abollamiento

Teoría de pandeo elástico de placas:

Solución de la ecuación diferencial → Tensión crítica:

$$F_{cr} = \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right) \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2) \left(\frac{b}{t} \right)^2}$$

$$F_{cr} = \frac{k}{\left(\frac{b}{t} \right)^2} \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)}; \quad k = \left(\frac{1}{m} \frac{a}{b} + m \frac{b}{a} \right)$$



Se puede definir el factor de esbeltez adimensional (en forma similar que para el caso de columnas):

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = \frac{b}{t} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E k} 12(1-\mu^2)}$$

Pandeo local o abollamiento

Es interesante comparar las ecuaciones diferenciales y de tensiones críticas para el caso de la barra comprimida y de la placa:

Barra (ecuación de Euler): $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$; $F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; $\lambda = \frac{kL}{r}$

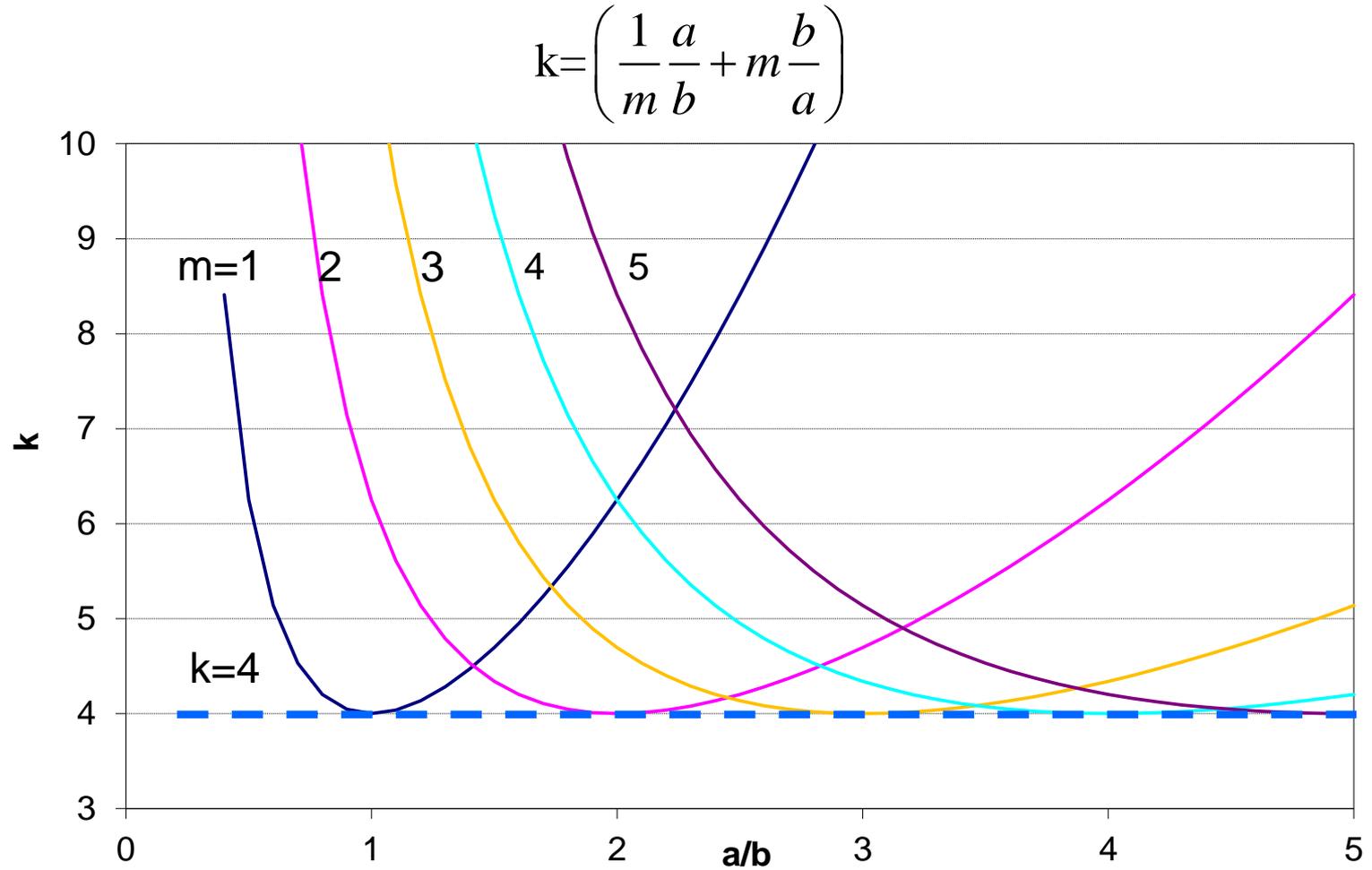
Placa: $\frac{\delta \omega}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \omega}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \omega}{\delta y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\delta^2 \omega}{\delta x^2} = 0$; $F_{cr} = \frac{k}{\left(\frac{b}{t}\right)^2} \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)}$

La comparación muestra que ambas ecuaciones dependen directamente de E y de la inversa del cuadrado de un parámetro geométrico (en un caso es la esbeltez de la barra y en el otro es la relación ancho/espesor de la placa).

Las condiciones de vínculo se consideran a partir del coeficiente k. En la primer ecuación k es el factor de longitud efectiva de la barra, mientras que en la segunda es el factor de pandeo de la placa.

Pandeo local o abollamiento

Variación del coeficiente k para el caso de palca con cuatro bordes articulados



Pandeo local o abollamiento

Coeficiente k para distintas condiciones de vínculo:

Empotrado/Empotrado $k=6.97$

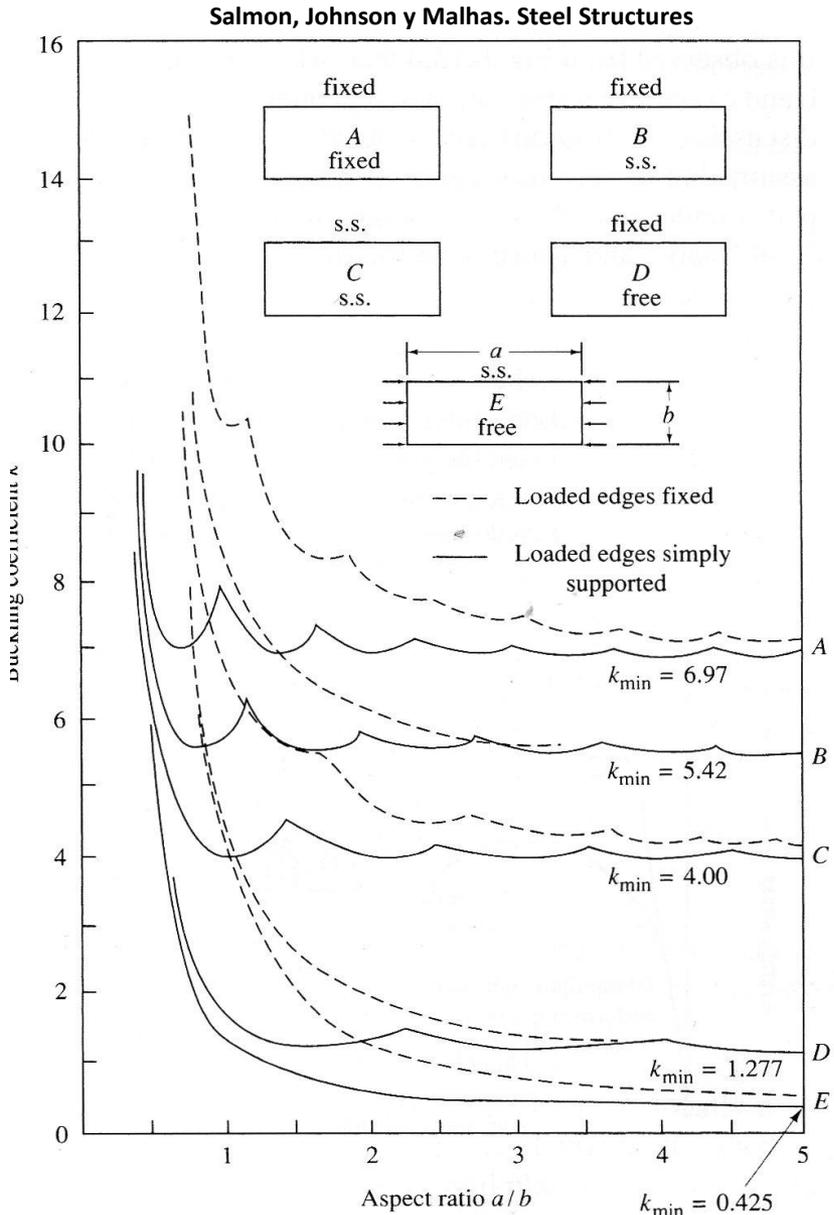
Empotrado/Articulado $k=5.42$

Articulado/Articulado $k=4.00$

Empotrado/Libre $k=1.28$

Articulado/Libre $k=0.43$

Se observa que para todos ellos es posible adoptar un valor mínimo de k que es constante (independiente de a/b y de m). El hecho de asumir factores k constantes es una aproximación que facilita la verificación práctica del estado límite de pandeo local.



Pandeo local o abollamiento

Conclusión:

La teoría de placas permite determinar la tensión crítica de pandeo, la cual depende de los siguientes factores (como variables más importantes):

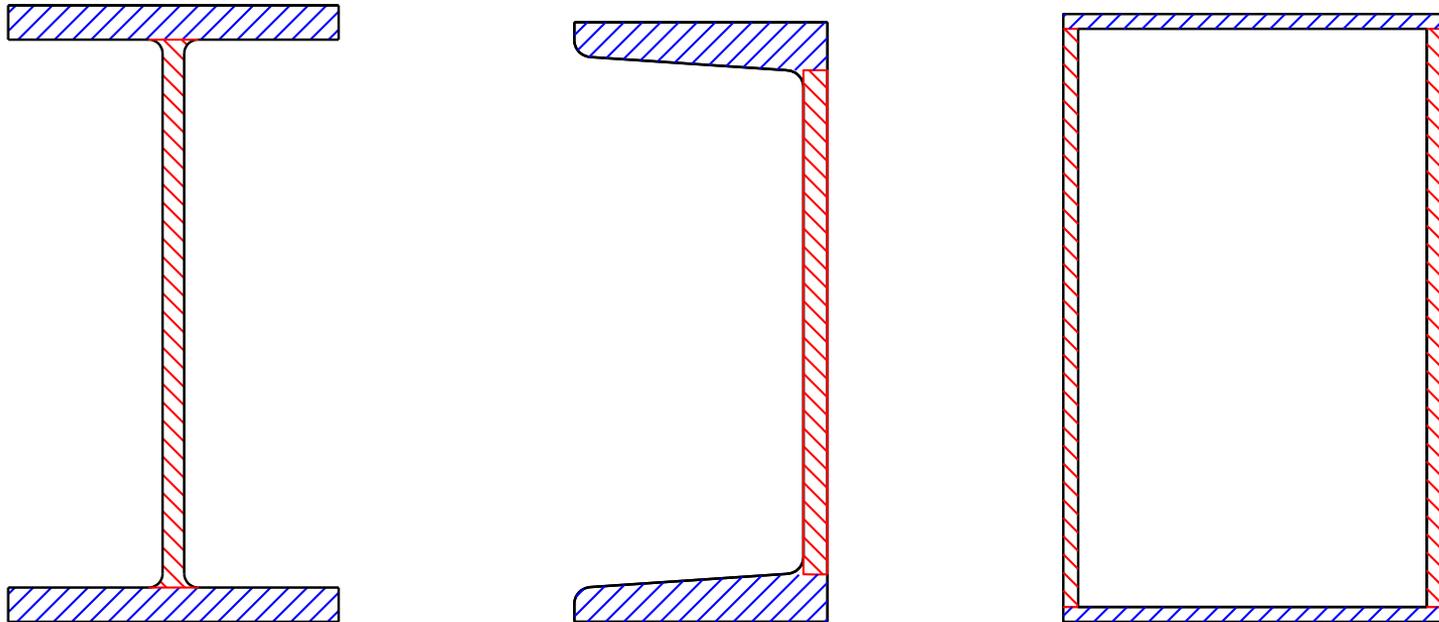
- Relación entre el ancho de la placa y su espesor (esbeltez local)
 $\lambda = b/t.$

- Condiciones de vínculo de la placa

- Tipo y distribución de las tensiones de compresión en la placa.

Clasificación de secciones

El reglamento CIRSOC 301-2018 incluye un **procedimiento simplificado** para determinar en qué casos es necesario considerar el estado límite de **pandeo local** (ver Sección B.4.1 del reglamento). Para ello, las secciones de las barras de acero se analizan considerando las placas que conforman.



Clasificación de secciones

Miembros comprimidos

Las secciones de acero se clasifican en dos grupos:

- **No esbeltas:** cuando la relación ancho/espesor de todos sus elementos comprimidos es menor o igual al valor λ_r dado en la Tabla B.4.1a.
- **Con elementos esbeltos.** cuando la relación ancho/espesor de alguno de sus elementos es mayor al valor λ_r dado en la Tabla B.4.1a.

Clasificación de secciones

Miembros flexionados

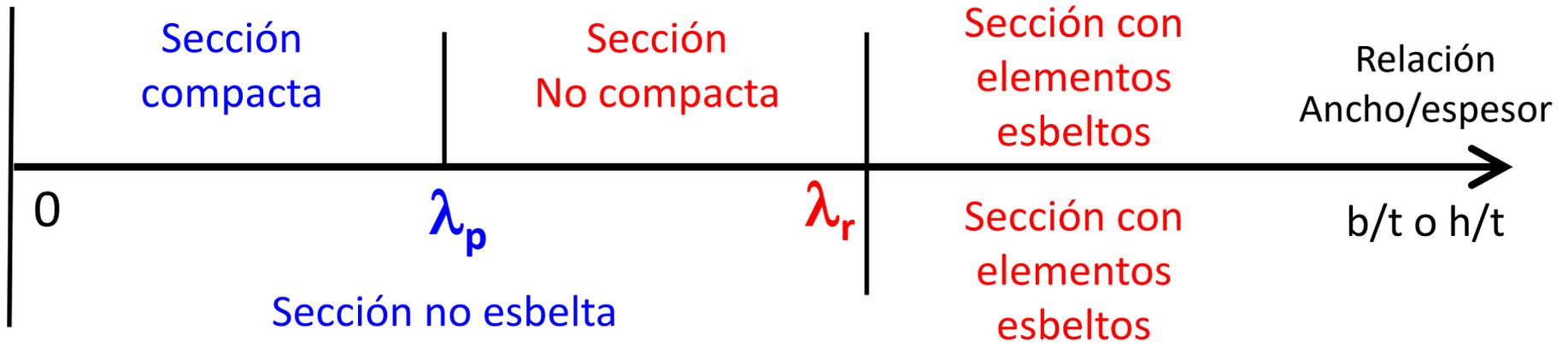
Las secciones de acero se clasifican en tres grupos:

- **Compacta:** cuando sus alas están unidas en forma continua a un alma o almas, y la relación ancho/espesor de sus elementos comprimidos es menor o igual que la relación límite λ_p indicada en la Tabla B.4.1.b.
- **No compacta:** cuando la relación ancho/espesor de uno o más de sus elementos comprimidos es mayor que λ_p pero menor o igual que el valor λ_r de la Tabla B.4.1.b.
- **Con elementos esbeltos:** cuando la relación ancho/espesor de uno o más de sus elementos comprimidos es mayor que el valor λ_r de la Tabla B.4.1.b.

Clasificación de secciones

Tipos de secciones para consideración del pandeo local

Miembros flexionados



Miembros comprimidos

Clasificación de secciones

Procedimiento

Los valores de los límites λ_p y λ_r se determinan a partir de la Tabla B.4.1.

El primer paso en el proceso de clasificación es identificar la **distribución de tensiones de compresión** en el elemento que analiza. Para ello se utilizan:

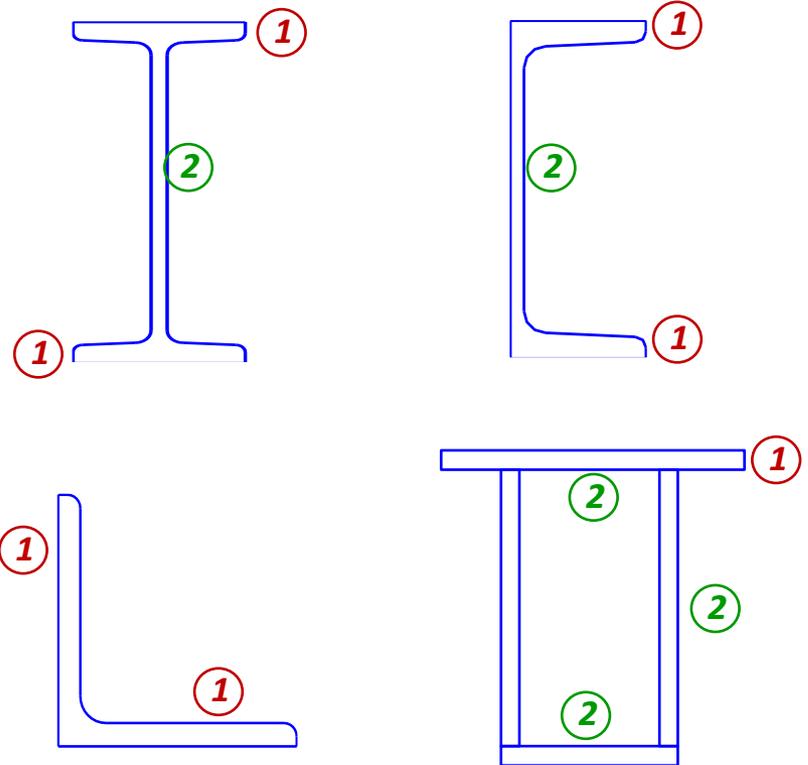
- **Tabla B.4.1a:** para elementos comprimidos de miembros sometidos a compresión axial (10 casos diferentes).
- **Tabla B.4.1b:** para elementos comprimidos de miembros sometidos a flexión (13 casos diferentes).

Clasificación de secciones

Procedimiento

El segundo paso requiere definir las **condiciones de borde de la placa**, distinguiendo dos casos distintos:

- **Elementos no rigidizados:** son aquellos vinculados solamente a lo largo de un borde paralelo a la dirección de la fuerza de compresión.
- **Elementos rigidizados:** son aquellos que están vinculados a lo largo de los dos bordes paralelos a la dirección de la fuerza de compresión.

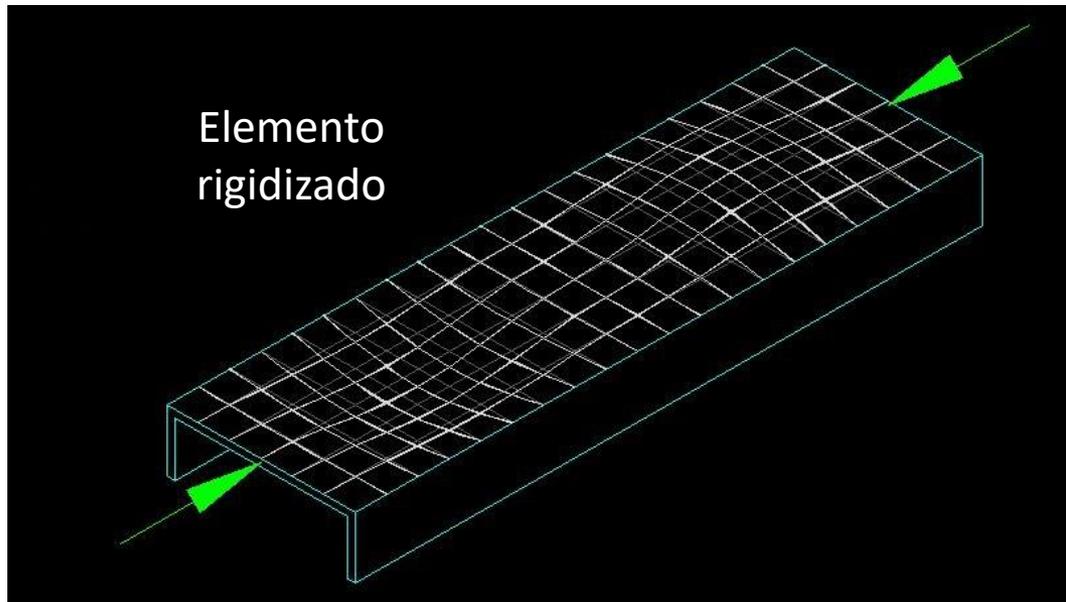


Los elementos no rigidizados se indican con **1** y los rigidizados con **2**.

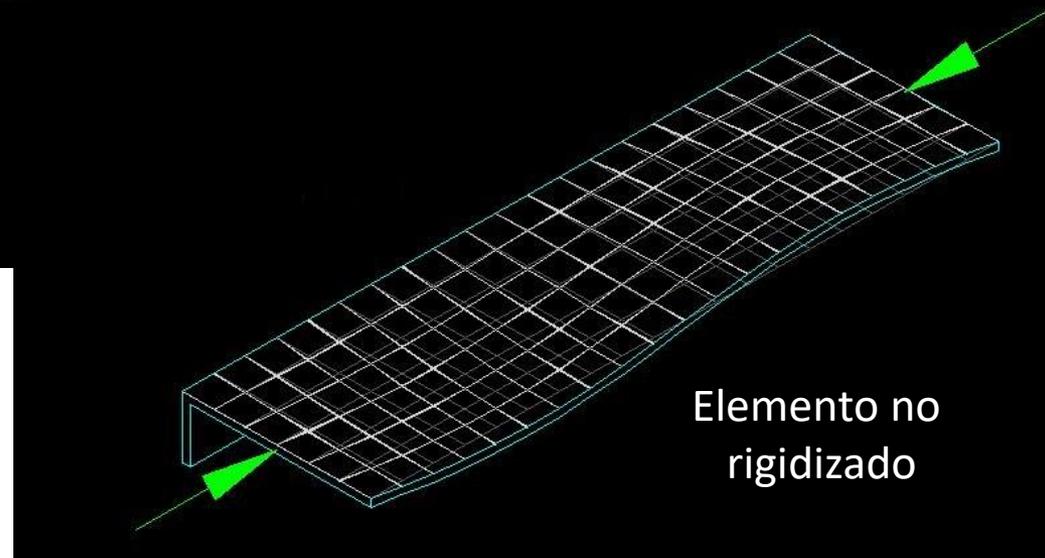
Clasificación de secciones

Procedimiento

La consideración de elementos rigidizados y no rigidizados permite tener en cuenta en el proceso de clasificación las condiciones de vínculo de cada elemento. En las figuras se muestra cómo se produce el pandeo local en cada uno de estos casos:



<https://www.bgstructuralengineering.com>



Clasificación de secciones

Procedimiento

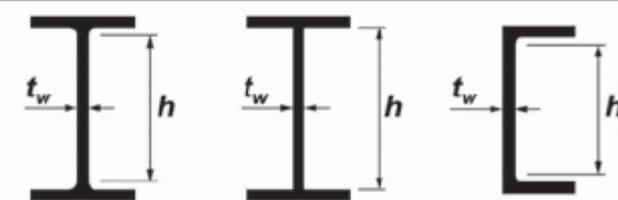
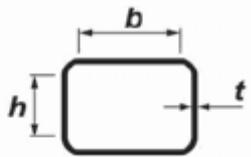
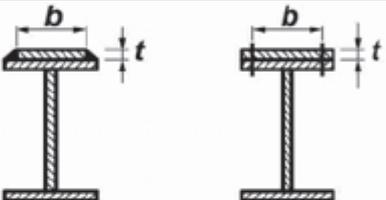
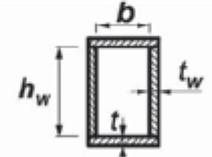
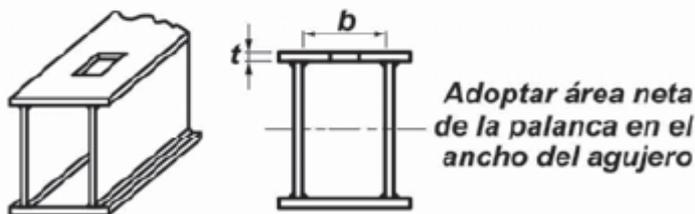
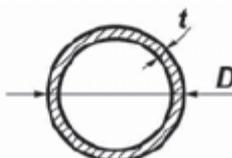
Finalmente, en tercer paso se selecciona el **tipo de perfil** y se determinan los valores de λ_p y λ_r con las expresiones indicadas en la tabla, considerando las dimensiones de cada una de las placas comprimidas.

El reglamento indica en cada caso (en total hay 23 casos diferentes) como determinar la relación ancho/espesor de la placa que se está considerando.

Clasificación de secciones: Tabla B.4.1a: miembros comprimidos

	Caso	Descripción del elemento	Ancho/ espesor	Relación λ_r	Ejemplos
NO RIGIDIZADOS	1	Alas de vigas de perfiles laminados "doble Te" y canales; alas de perfiles "Te"; alas de perfiles ángulo unidos en forma continua; placas y ángulos salientes de vigas de perfiles laminados	b/t	$0,56\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	2	Alas de secciones "doble Te" soldadas y ángulos o placas salientes de secciones soldadas	b/t	(a) $0,64\sqrt{\frac{k_c E}{F_y}}$	
	3	Alas de perfiles ángulo; alas de pares de ángulo unidos con presillas; todo elemento no rigidizado	b/t	$0,45\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	4	Almas de secciones "Te" y canales	b/t	$0,75\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

Clasificación de secciones: Tabla B.4.1a: miembros comprimidos

RIGIDIAZADOS	5	Almas de perfiles laminados y armados "doble Te" de doble simetría y canales	h/t_w	$1,49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	6	Paredes de tubos rectangulares y cuadrados sin costura	b/t o h/t	$1,40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	7	Platabandas y placas diafragma entre líneas de pasadores o cordones de soldadura	b/t	$1,40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	8	Paredes de cajones o rectangulares o cuadrados; todo elemento rigidizado	b/t o h_w/t_w	$1,49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	9	Ancho no apoyado de platabandas o alas perforadas con una sucesión de agujeros de acceso	b/t	$1,86 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	10	Tubos circulares	D/t	$0,11 (E / F_y)$	

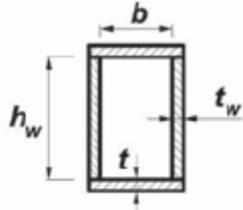
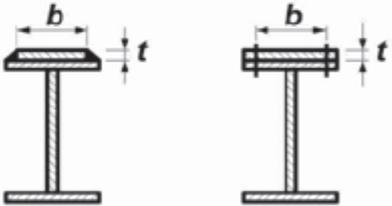
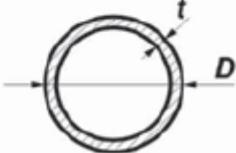
Clasificación de secciones: Tabla B.4.1b: miembros flexionados

Caso	Descripción del elemento	Ancho / espesor	Ancho / espesor Límite		Ejemplos	
			$\lambda_p (d)$	λ_r		
NO RIGIDIAZADOS	11	Alas de perfiles laminados "doble Te", "Te", canales y pares de perfiles ángulo en contacto continuo	b/t	$0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0,83 \sqrt{\frac{E}{F_L}}$	
	12	Alas de secciones "doble Te" soldadas de doble y simple simetría; Alas salientes de vigas soldadas	b/t	$0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	(a) $0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$ (b)	
	13	Alas de ángulos simples	d/t	$0,54 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0,91 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	14	Alas de toda "doble Te" y canal flexado alrededor del eje débil	b/t	$0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1,00 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	15	Alma de "Te"	d/t	$0,84 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1,03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

Clasificación de secciones: Tabla B.4.1b: miembros flexionados

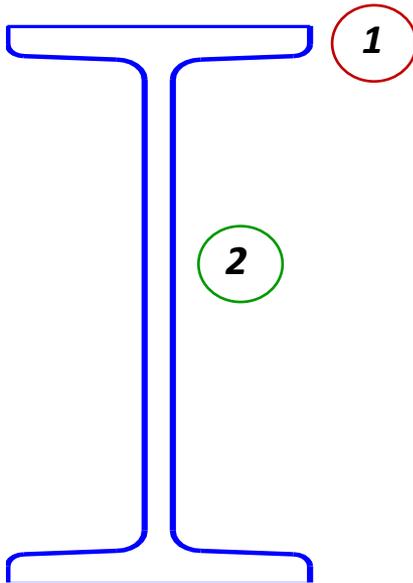
RIGIDIAZADOS	16	Almas de "doble Te" de doble simetría y canales laminados y soldados	h/t_w	$3,76\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5,70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	17	Alma de secciones "doble Te" de simple simetría	b/t	$(c)(e)$ $\frac{(h_c/h_p)(\sqrt{E/F_y})}{[0,54(M_p/M_y)-0,09]} \leq \lambda_r$	$5,70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	18	Alas de tubos rectangulares y cuadrados sin costura	b/t o h_w/t_w	$1,12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1,40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	19	Alas de secciones cajón soldadas	b/t	$1,12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1,49\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	20	Almas de tubos rectangulares y cuadrados sin costura	h/t	$2,42\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5,70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
Continúa Tabla B.4.1b.						

Clasificación de secciones: Tabla B.4.1b: miembros flexionados

RIGIDIAZADOS	21	<i>Almas de secciones cajón</i>	h_w/t_w	$3,76\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5,70\sqrt{\frac{E}{F_L}}$	
	22	<i>Platabandas y placas diafragma entre líneas de pasadores o cordones de soldadura</i>	b/t	$1,12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1,40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	23	<i>Tubos circulares</i>	D/t	$(0,07)E/F_y$	$0,31(E/F_y)$	

Clasificación de secciones. Ejemplo

Clasificar la sección correspondiente a una viga (flexión) formada por un perfil IPN 300 de acero F-24 ($F_y = 240$ MPa, $E = 200000$ MPa).



Datos geométricos IPN 300 (ver tabla de perfiles):

Altura total, $d = 300$ mm

Altura de alma, $h_w = 241$ mm

Espesor de alma, $t_w = 10.8$ mm

Ancho total de ala, $b_f = 125$ mm

Espesor de ala, $t_f = 16.2$ mm

La viga, cuya sección vamos a clasificar tiene un elemento no rigidizado (1: ala comprimida) y un elemento rigidizado (2: alma parcialmente comprimida por efecto de la compresión).

Clasificación de secciones. Ejemplo

ALA: Elemento no rigidizado de miembro en flexión

Revisamos la tabla B.4.1b y observamos que el renglón 11 corresponde al caso del ejemplo: *alas de perfiles laminados de perfiles doble T.*

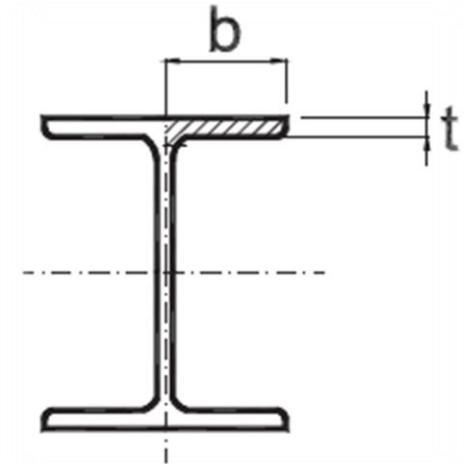
La relación ancho/espesor = b/t la calculamos como:

$$b = b_f / 2 = 62.5 \text{ mm}$$

$$t = t_f = 16.2 \text{ mm}$$

$$b/t = 3.86$$

Nota: en este ejercicio hemos calculado la relación ancho/espesor, si bien la tabla de perfiles incluye esas relaciones, ver la columna $b_f / 2 t_f$.



De la tabla B.5.1, Renglón 11, calculamos los valores límites para la clasificación:

$$\lambda_p = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = \frac{170}{\sqrt{F_y}} = 10.97$$

POR LO TANTO SE VERIFICA QUE $b/t < \lambda_p$ (en este caso no es necesario calcular λ_r)

Clasificación de secciones. Ejemplo

ALMA: Elemento rigidizado de miembro en flexión

Revisamos la tabla B.4.1b y observamos que el renglón 16 corresponde al caso del ejemplo: *Almas de perfiles doble T*.

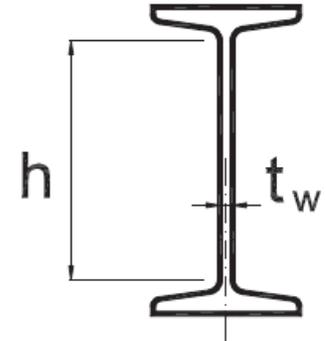
La relación ancho/espesor = b/t la calculamos como:

$$h = h_w = 241 \text{ mm}$$

$$t_w = 10.8 \text{ mm}$$

$$h/t_w = 22.31$$

Nota: en este ejercicio hemos calculado la relación ancho/espesor, si bien la tabla de perfiles incluye esas relaciones, ver la columna h_w/t_w .



De la tabla B.4.1b, Renglón 16, calculamos los valores límites para la clasificación:

$$\lambda_p = 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = \frac{1680}{\sqrt{F_y}} = 108.44$$

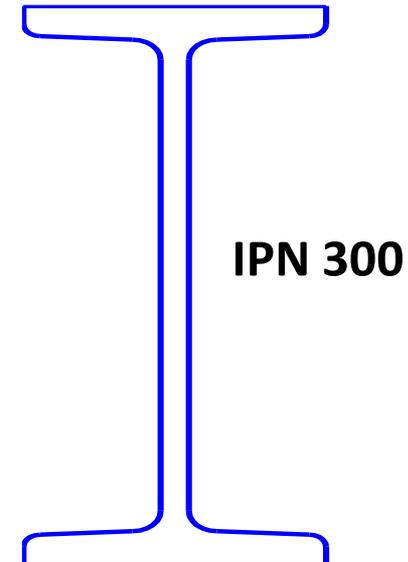
POR LO TANTO SE VERIFICA QUE $h/t_w < \lambda_p$ (en este caso no es necesario calcular λ_r)

Clasificación de secciones. Ejemplo

Clasificación:

Según los requerimientos del artículo B.4.1 del reglamento, la sección cumple con las condiciones correspondientes a **SECCION COMPACTA**:

- Las alas están unidas en forma continua al ala.
- La relación ancho/espesor de los elementos comprimidos no supera el límite λ_p .



Verificación de estados límites últimos de pandeo

En esta guía se han presentado conceptos generales sobre estabilidad estructural y estabilidad de miembros o elementos comprimidos. Además, se ha descrito el procedimiento de clasificación de secciones según la Sección B.4.1 del reglamento.

Los criterios de verificación reglamentaria correspondientes a los distintos estados límites últimos vinculados con problemas de inestabilidad se presentan en las guías de estudio de Elementos Comprimidos y de Elementos Flexionados.