UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

ESTÁTICA Y RESISTENCIA DE MATERIALES

ESFUERZOS INTERNOS EN VIGAS

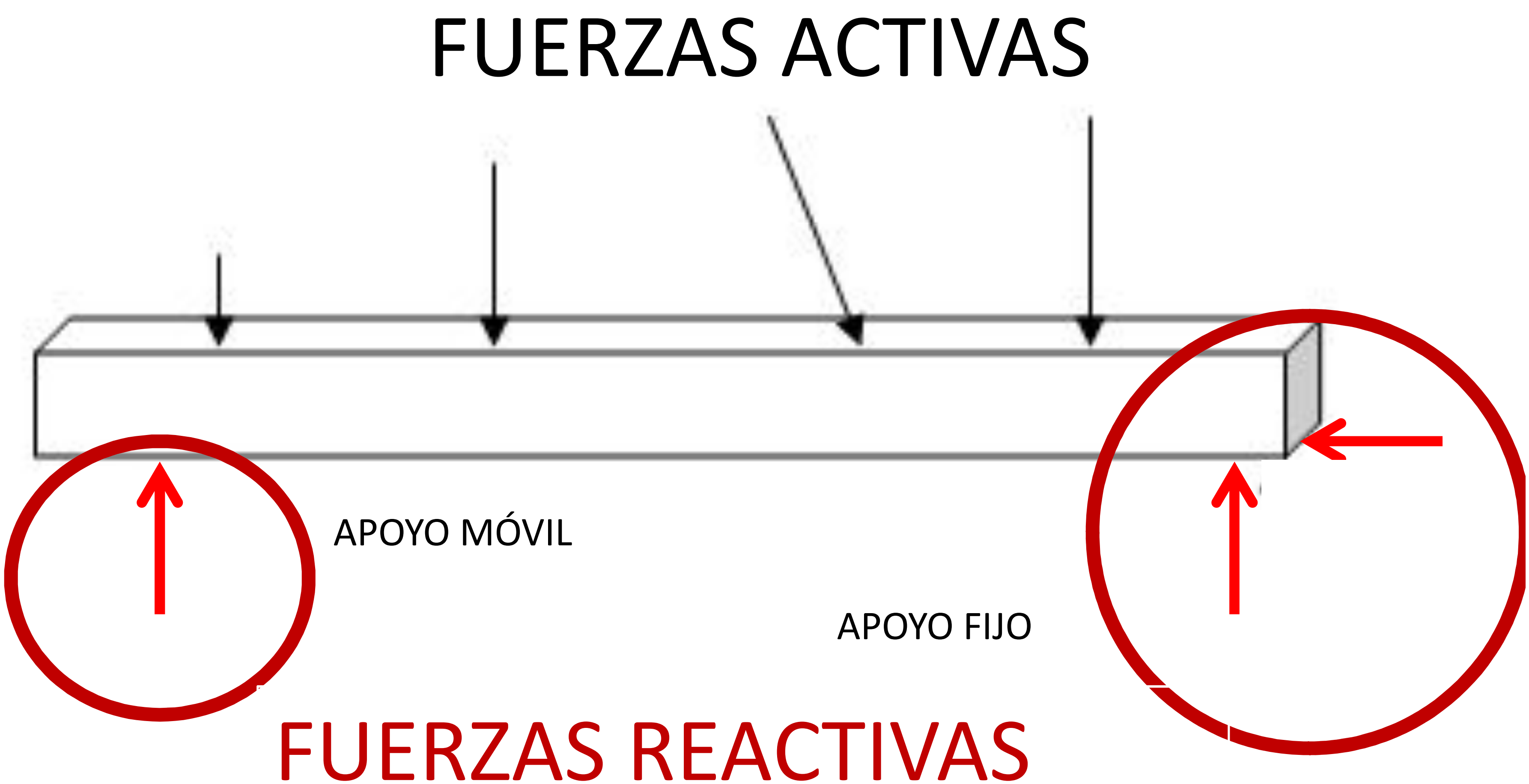
VINCULOS Ó APOYOS

VIGAS DE ALMA LLENA

- ***Las vigas de alma llena son piezas prismáticas de eje generalmente recto cuya longitud es varias veces mayor que sus dimensiones transversales, con capacidad para resistir, no sólo fuerzas de la dirección de su eje, sino especialmente transversales al mismo.***

- El análisis de una viga de alma llena se inicia representándola por su eje y trazando su diagrama de cuerpo libre para determinar las reacciones de vínculo externo y **establecer los esfuerzos internos que se desarrollan a lo largo del mismo.**

VINCULOS Ó APOYOS



VIGAS

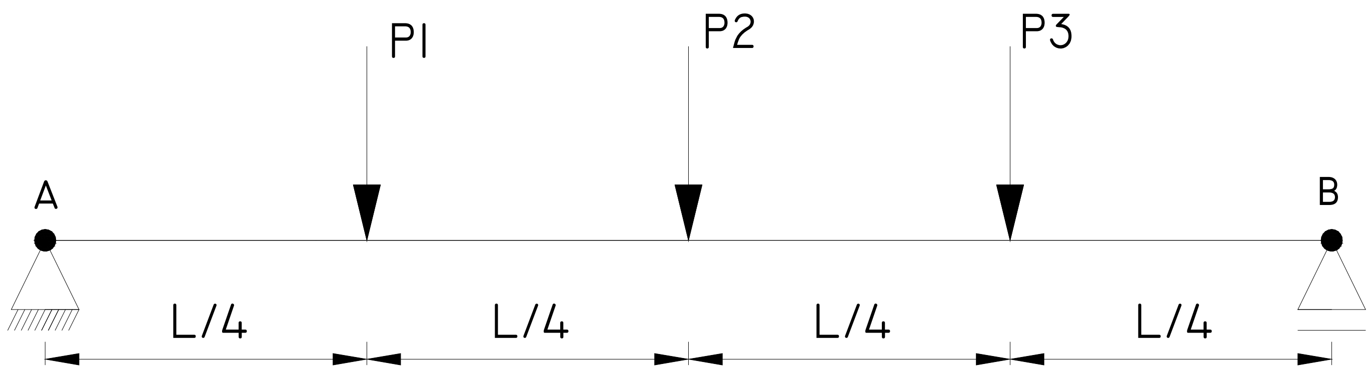
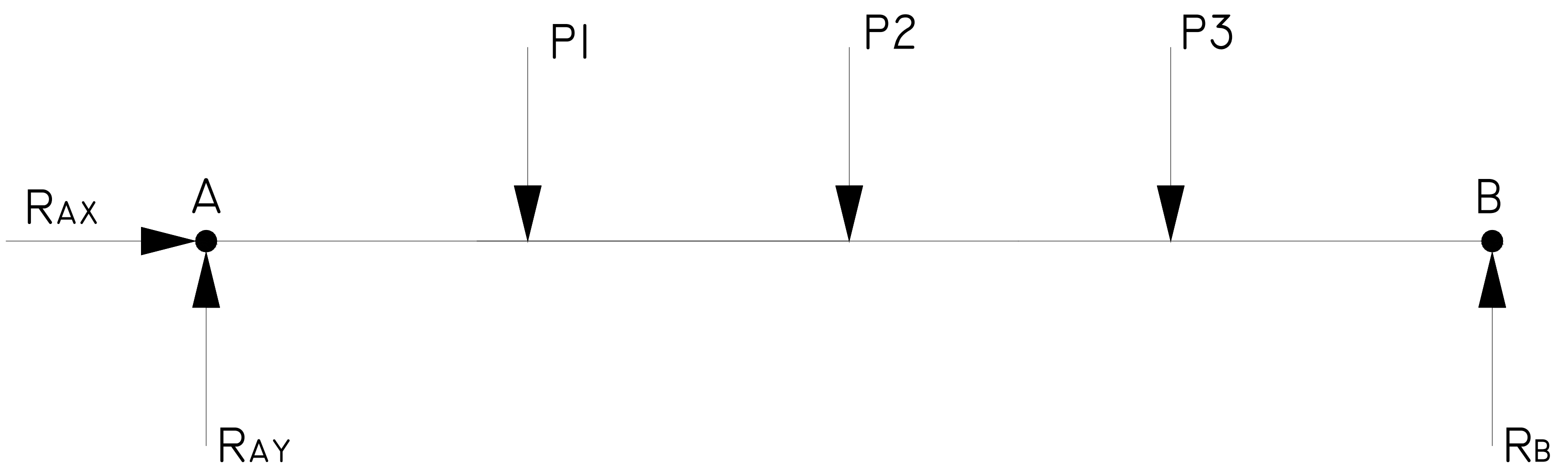


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



VIGAS

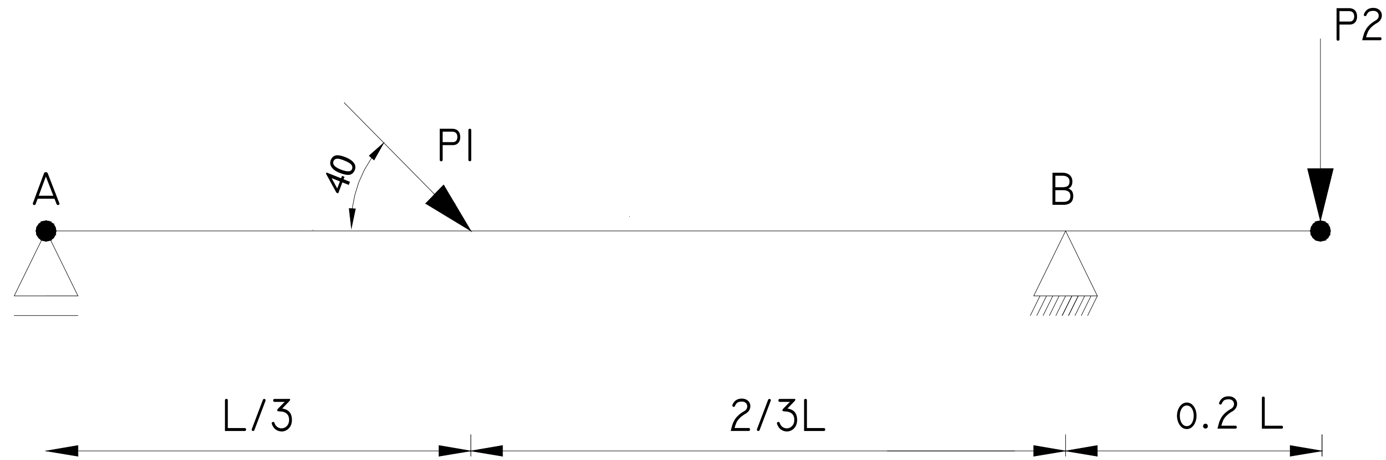
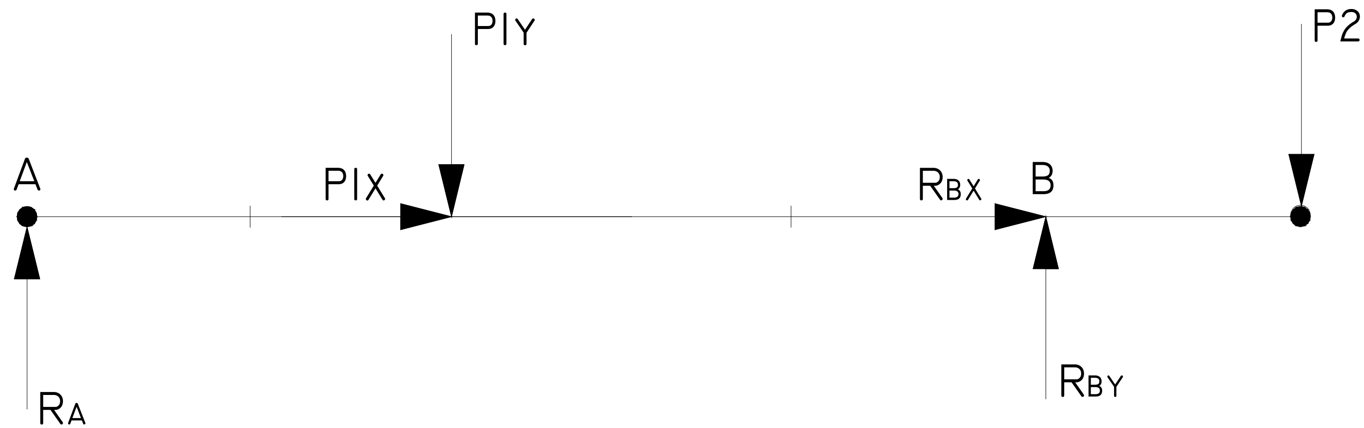


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



VIGAS

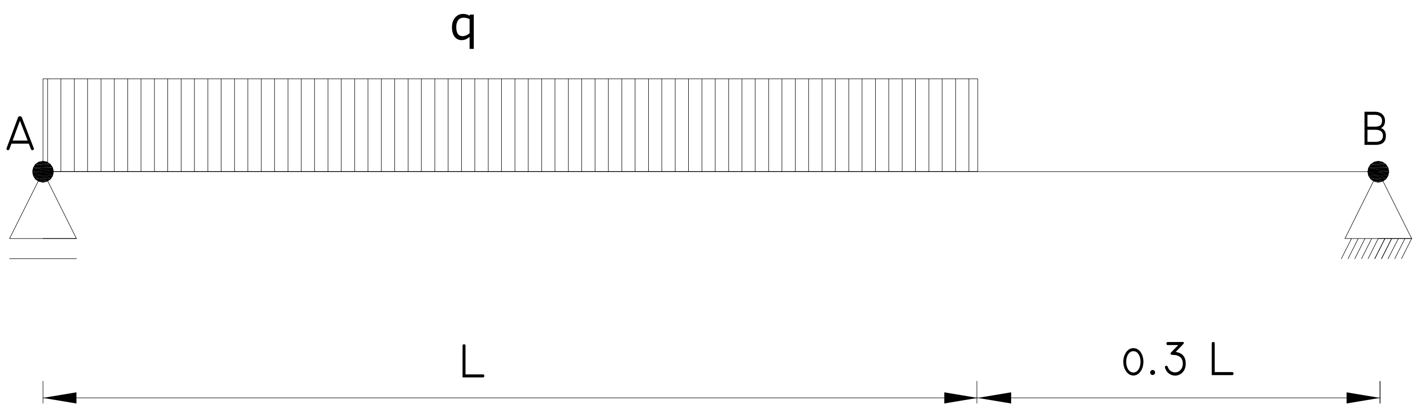
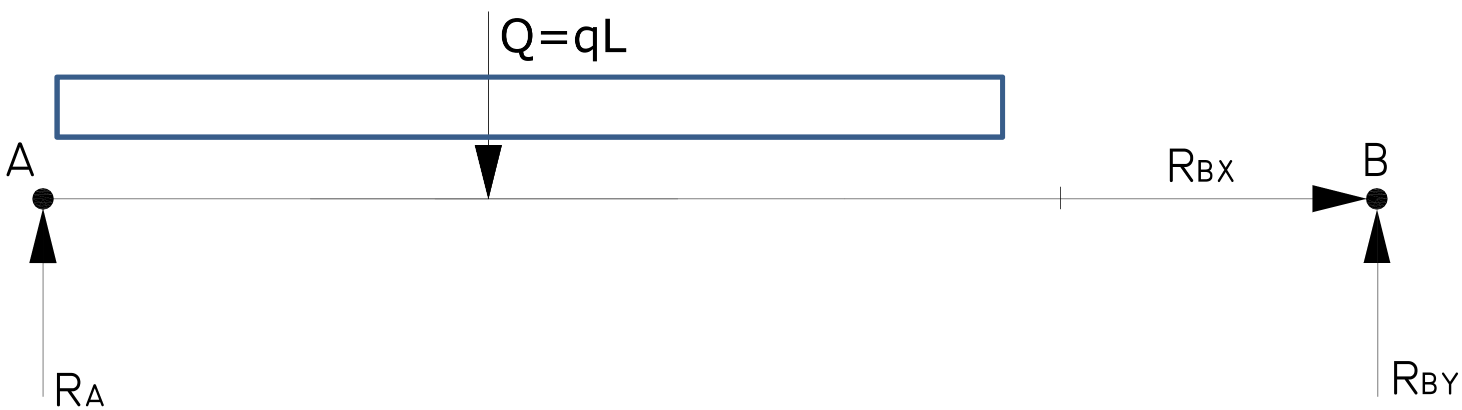


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



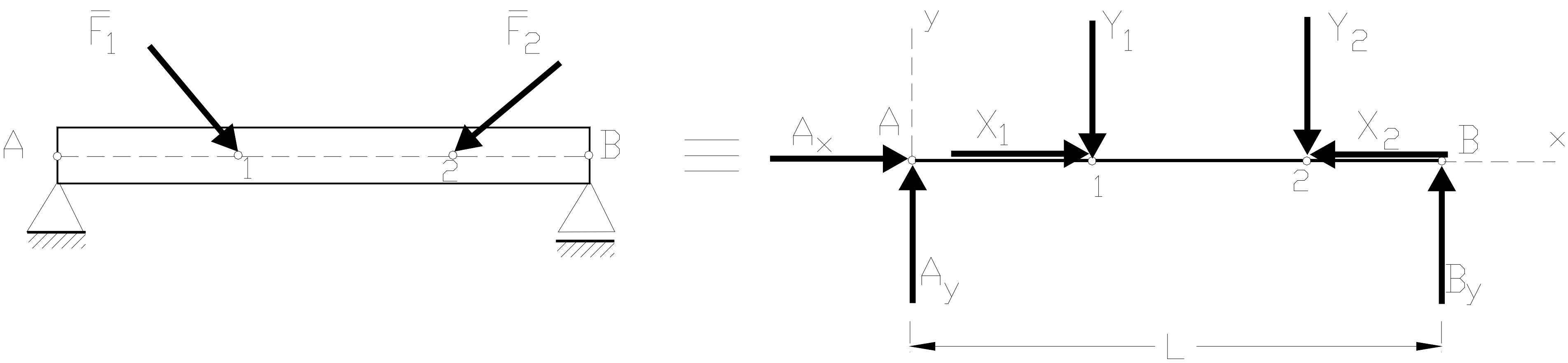
Ecuaciones de Equilibrio Externo (EEE) para determinar las reacciones

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{array} \right.$$

o sus alternativas

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum Fy = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{array} \right.$$

VIGAS



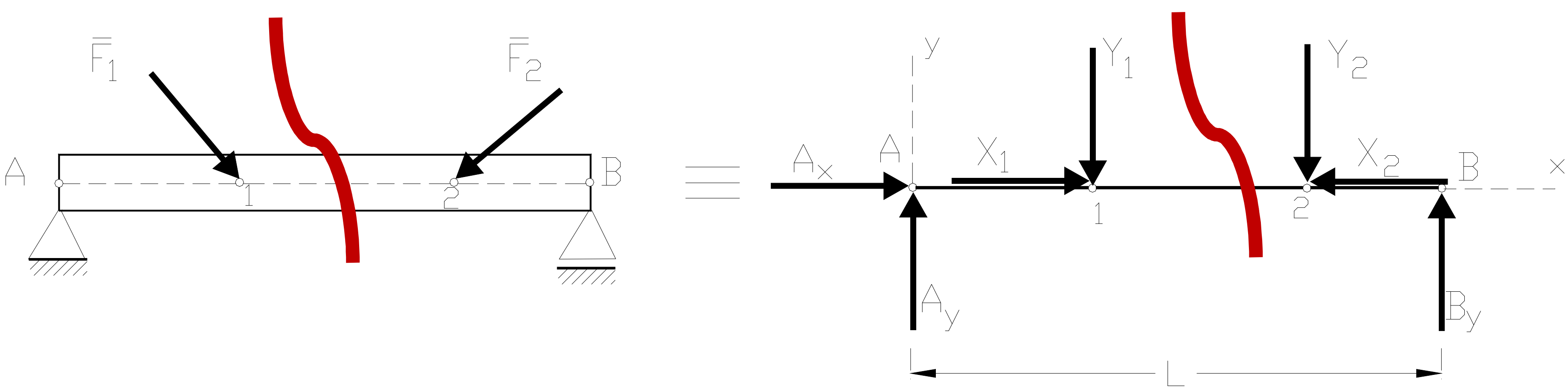
$$\sum M_A = x_1 Y_1 + x_2 Y_2 - L\,By = 0 \qquad \therefore \quad By$$

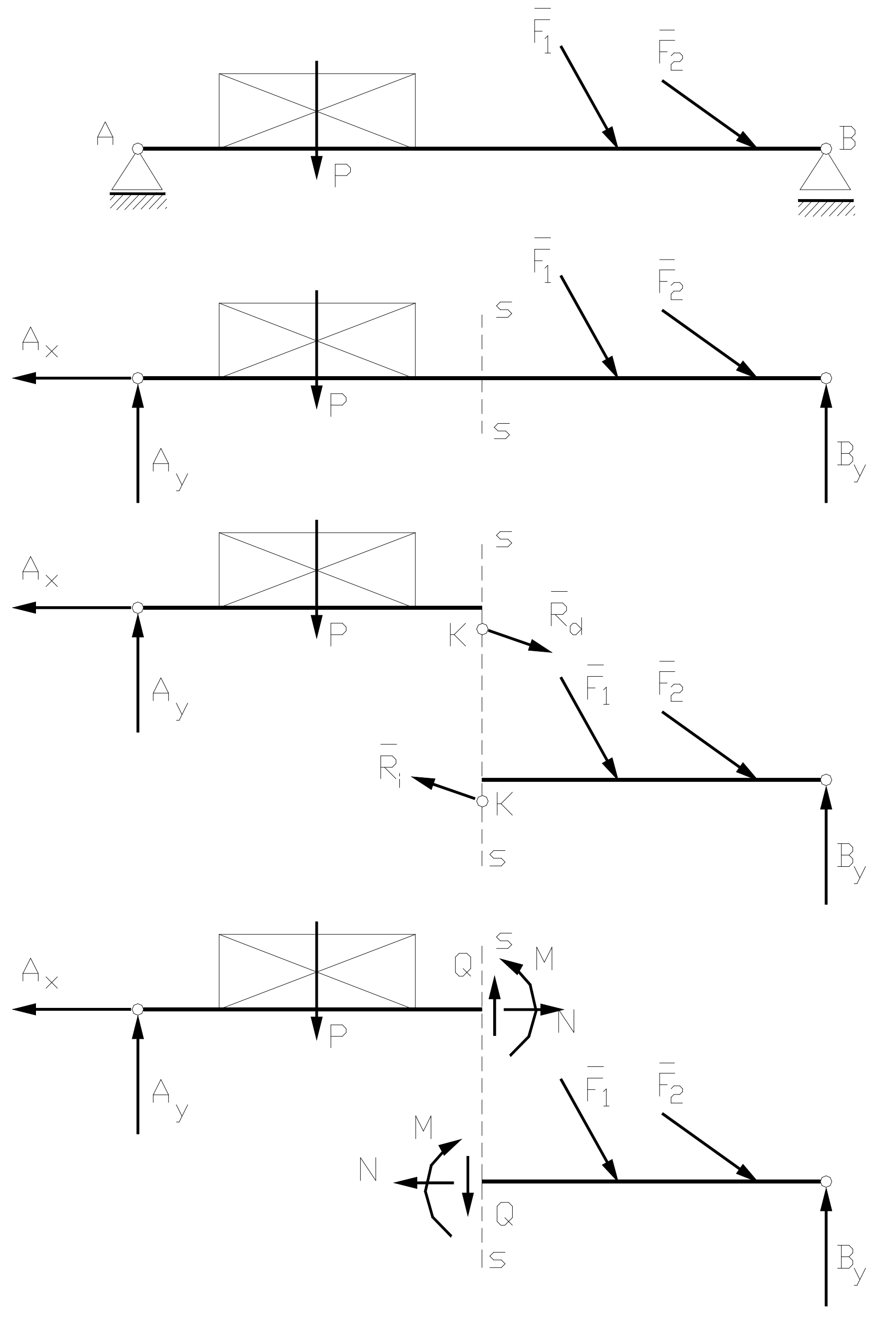
$$\sum M_B = L\,A_y - (L - x_1)\,Y_1 - (L - x_2)\,Y_2 = 0 \qquad \therefore \quad A_y$$

$$\sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \qquad \therefore \quad A_x$$

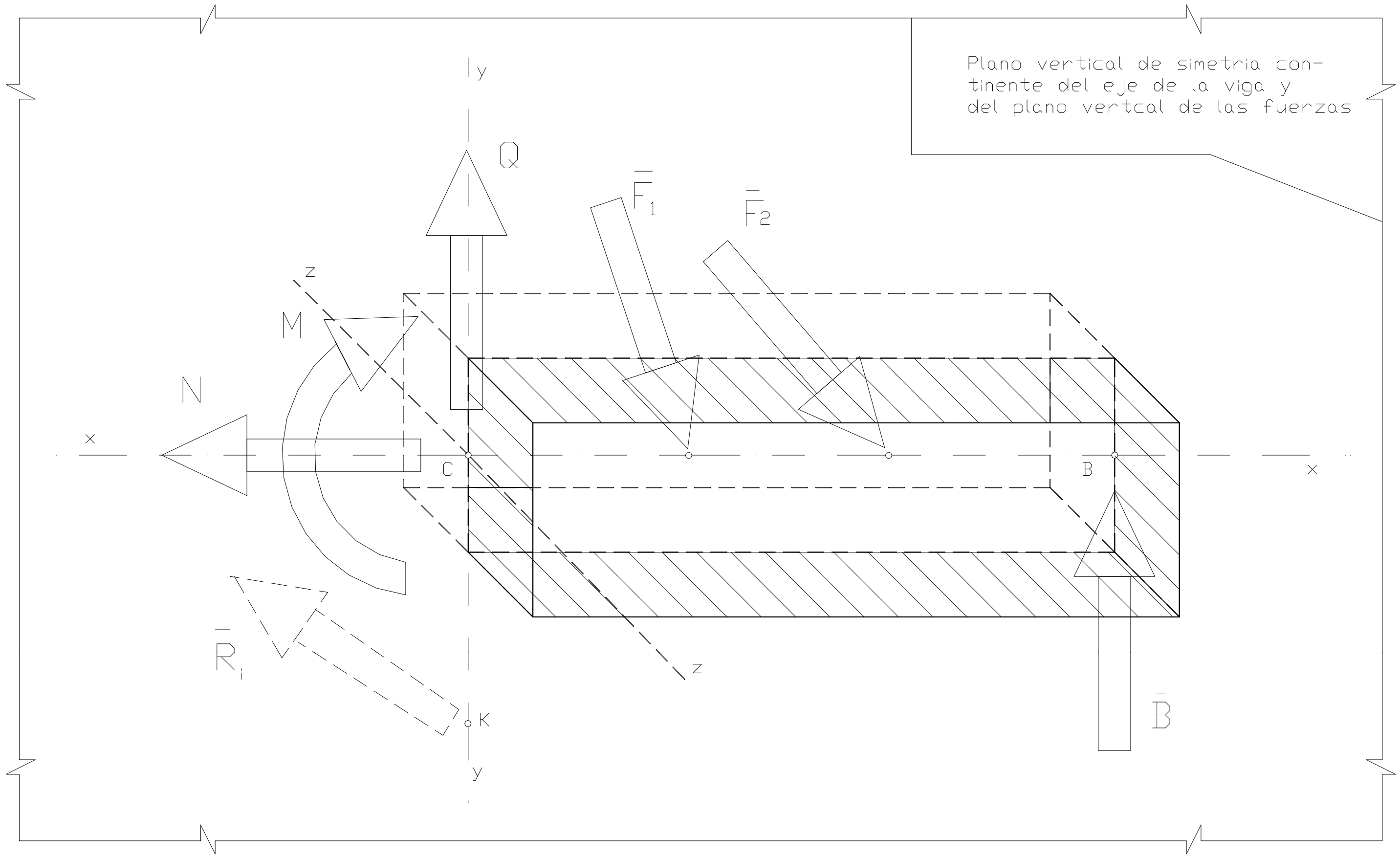
ESFUERZOS INTERNOS EN VIGAS

Practiquemos un corte s-s normal al eje ; para restablecer el equilibrio en los dos tramos en que ha quedado dividida la viga se deben aplicar las interacciones que existían entre las partículas adyacentes al corte antes que se practicase el mismo.

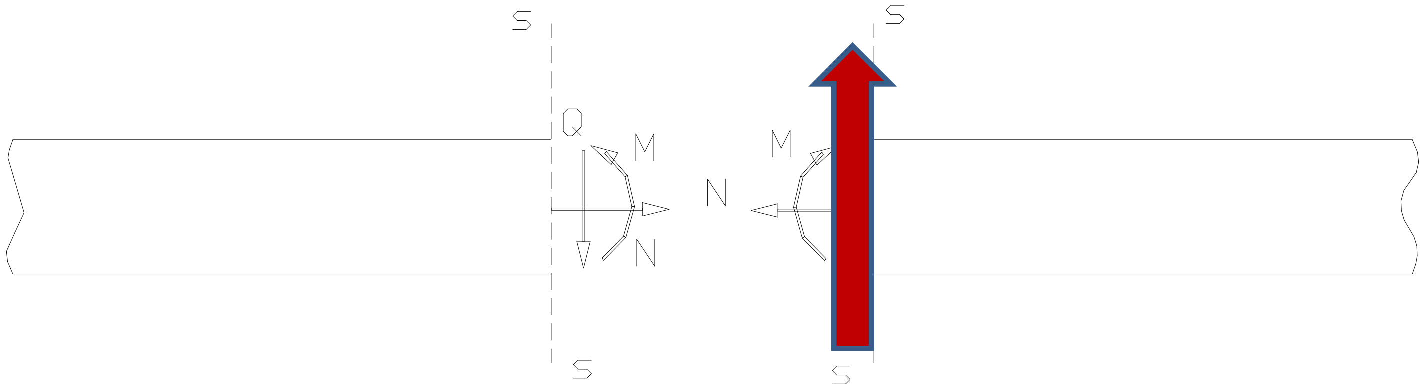


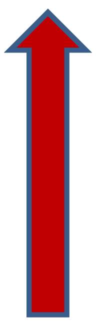


A
B
P
$\bar{F}_1$
$\bar{F}_2$
A_x
A_y
B_y
s
K
$\bar{R}_d$
$\bar{R}_i$
Q
M
N

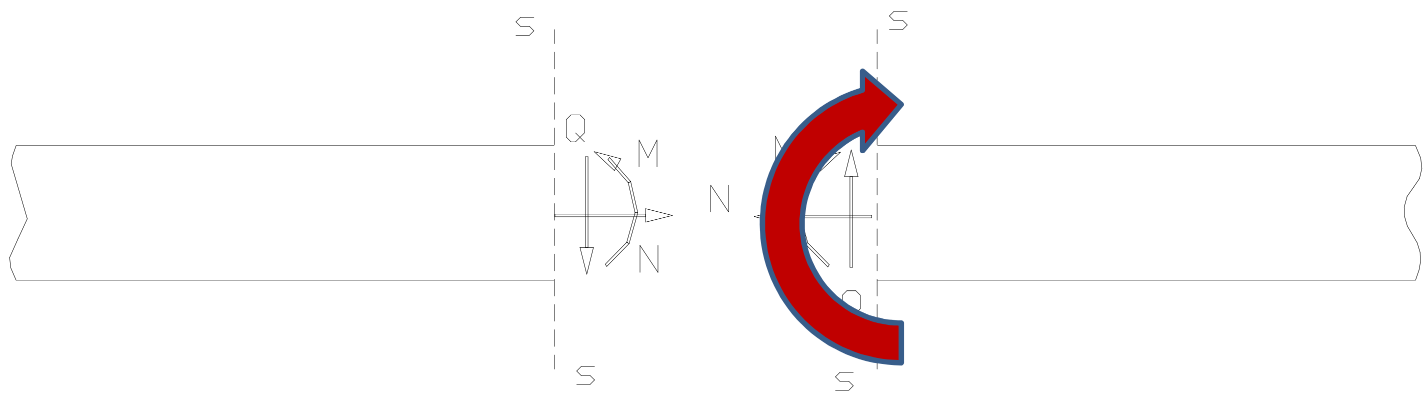


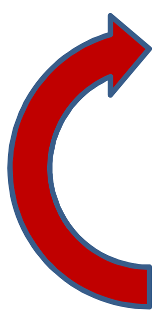
Las tres componentes de la reacción interna M , Q , N , expresadas cada una de ellas por dos elementos iguales y opuestos según se considere la cara izquierda o derecha del corte, se denominan esfuerzos internos o característicos en la sección transversal considerada.



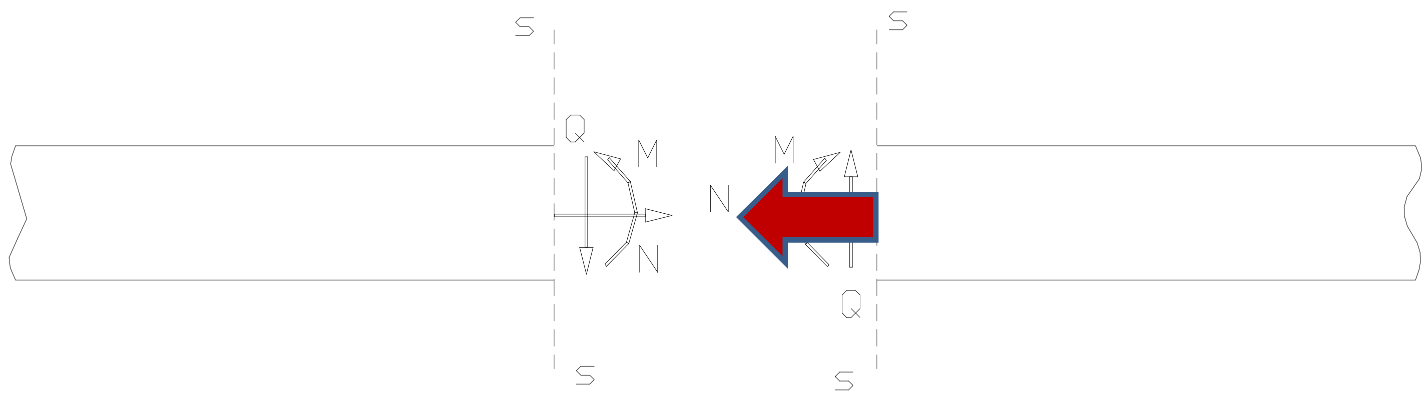


El esfuerzo de corte Q es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente las proyecciones sobre el plano de la sección, de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.



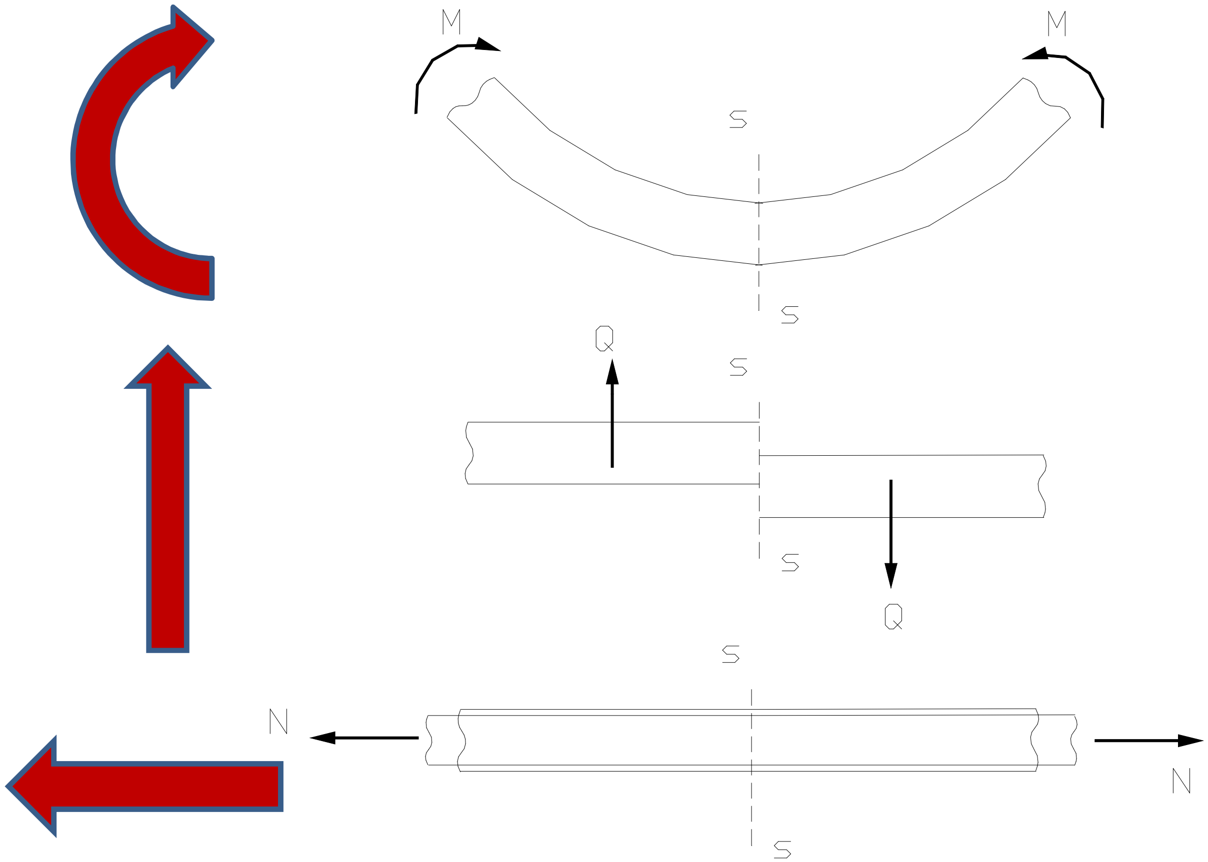


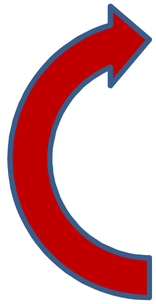
El momento flector *M es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se* desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente los momentos, respecto al baricentro de la sección, de todas las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de le sección considerada.



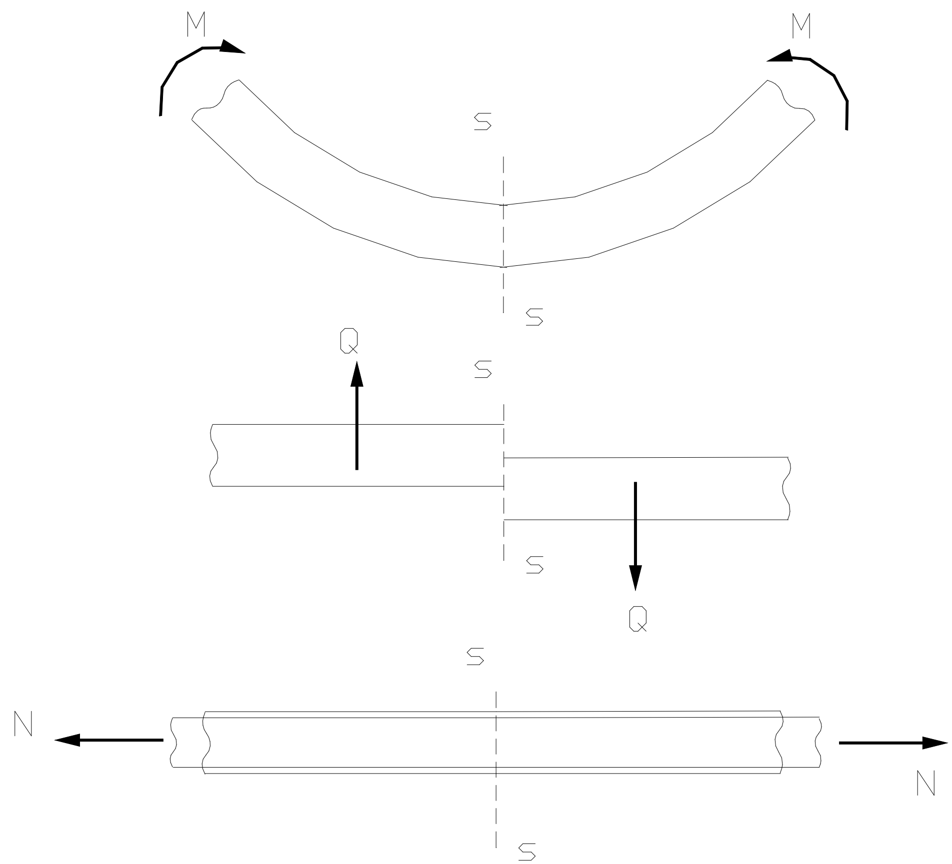
El esfuerzo normal N **es una componente de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en la sección, y se calcula sumando algebraicamente las proyecciones *sobre la normal al plano de la sección,* de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.**

SIGNOS

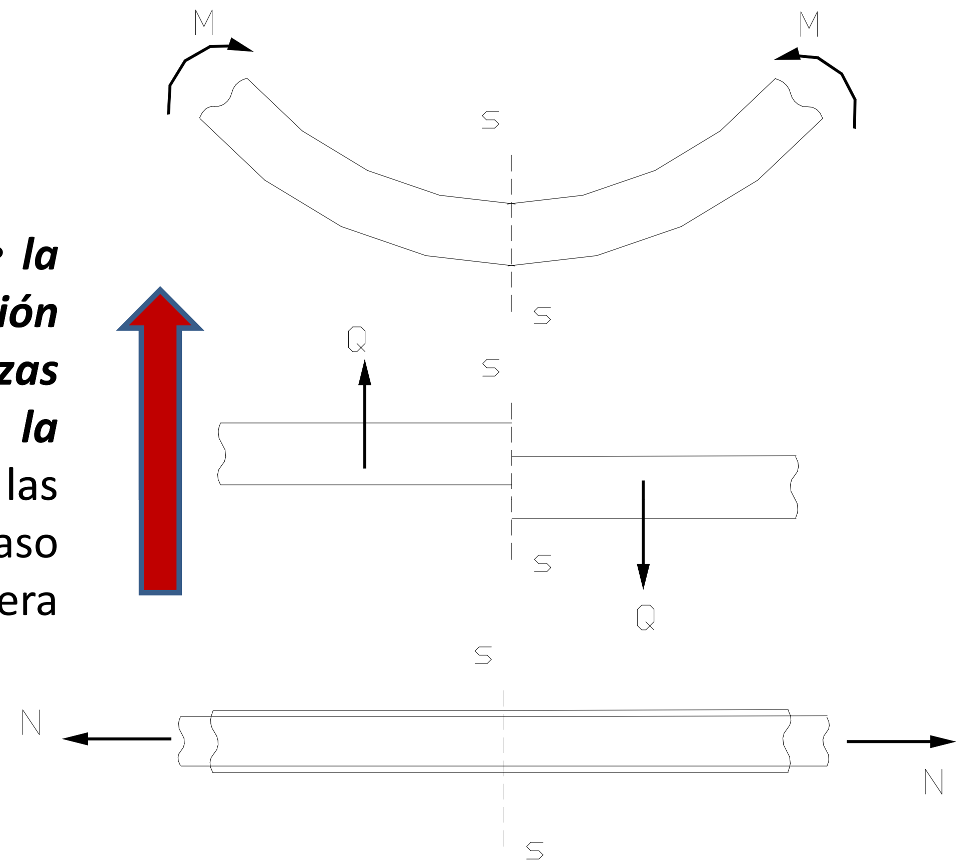




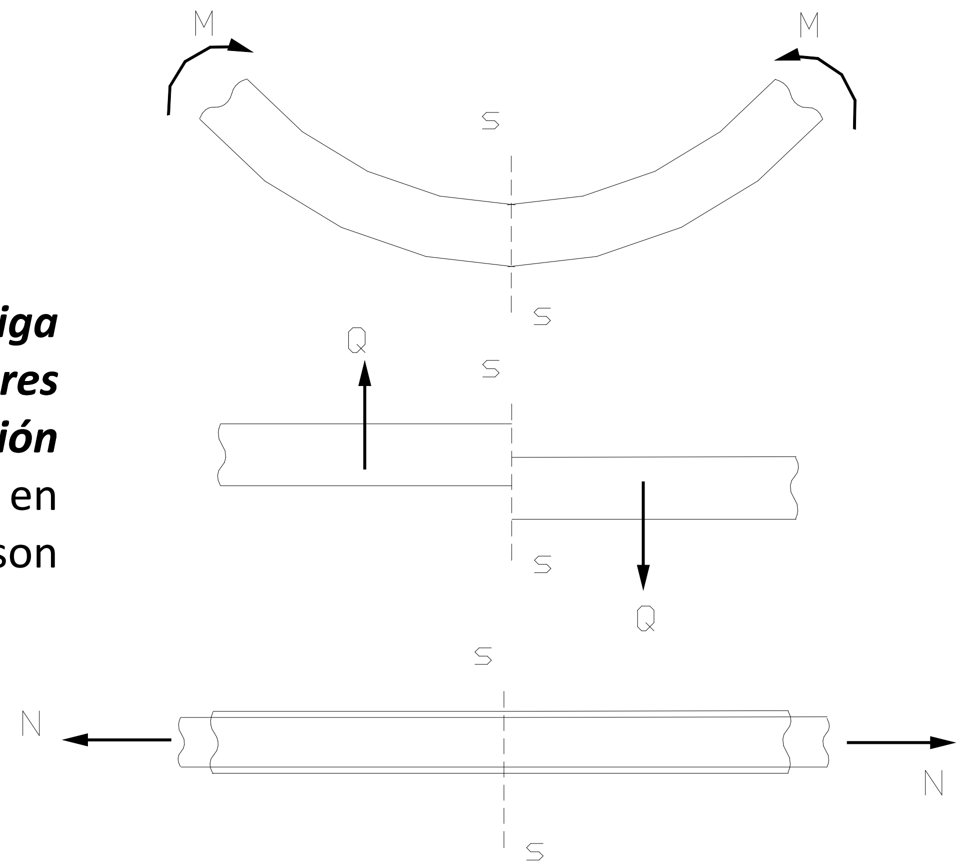
El momento flector en la sección s-s de la viga se considera positivo si el momento resultante de las fuerzas exteriores a la izquierda de la sección es horario (y el de las fuerzas de la derecha antihorario).



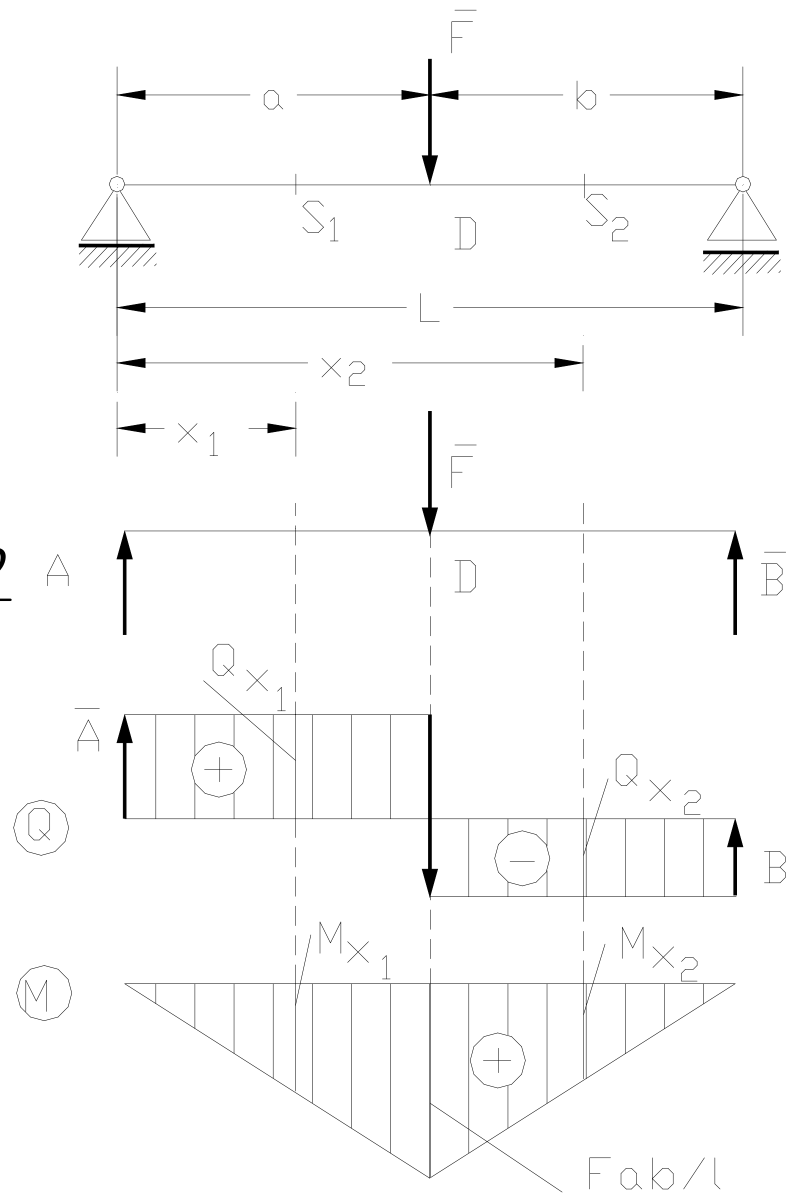
El esfuerzo cortante en una sección s-s de la viga se considera positivo si la proyección sobre su plano de la resultante de las fuerzas exteriores actuantes a la izquierda de la sección, está dirigida hacia arriba (y la de las fuerzas de la derecha hacia abajo).- En caso contrario el esfuerzo de corte se considera negativo.



El esfuerzo axial en una sección s-s de la viga se considera positivo si las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección tienden a alargar la viga traccionándola, en cambio es negativo si las fibras son comprimidas.



EJEMPLO VIGAS CON CARGAS PUNTUALES



$$RA = \frac{F.b}{L}$$

$$RB = \frac{F.a}{L}$$

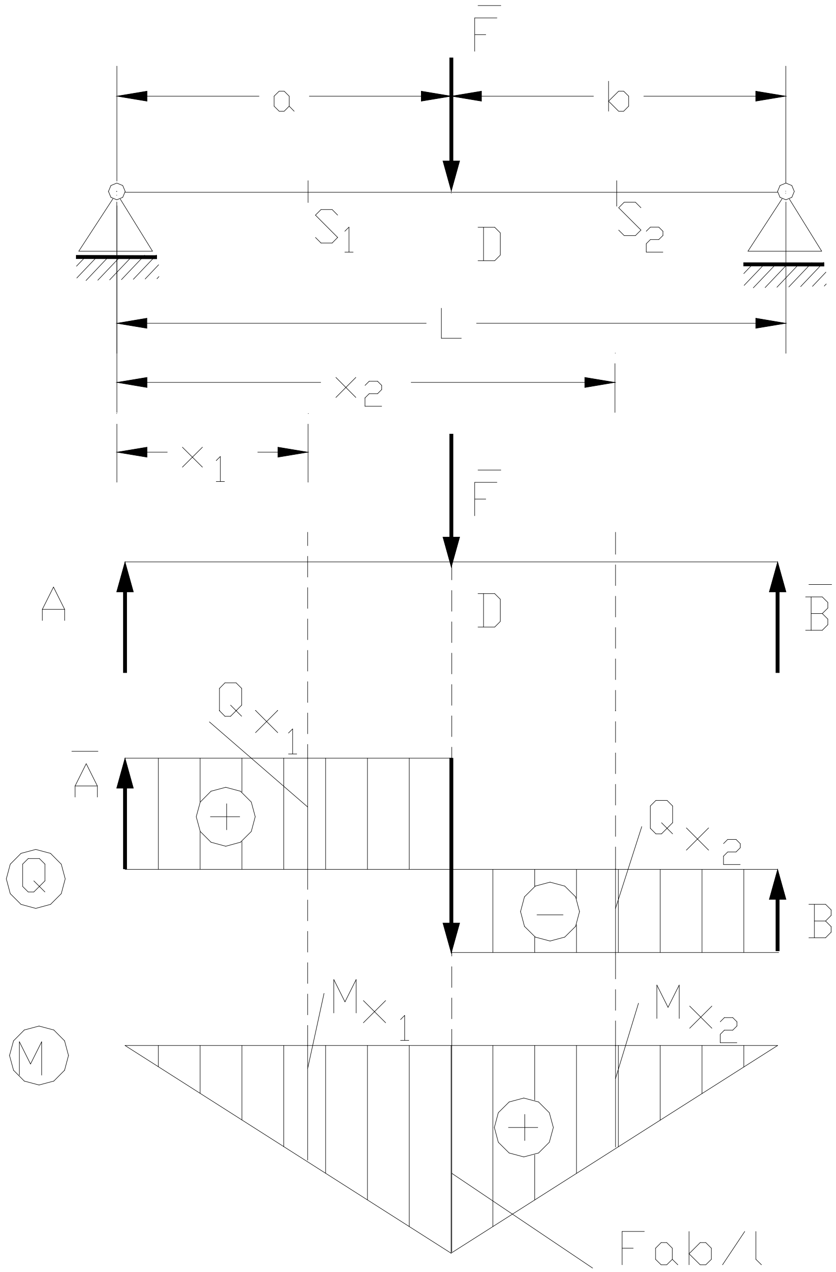


Fig. 6.5

$$QAd = RA = \frac{F.b}{L}$$

$$QDi = RA = \frac{F.b}{L}$$

$$QDd = RA - F = \frac{F.b}{L} - F$$

$$QBi = -\frac{F.a}{L}$$

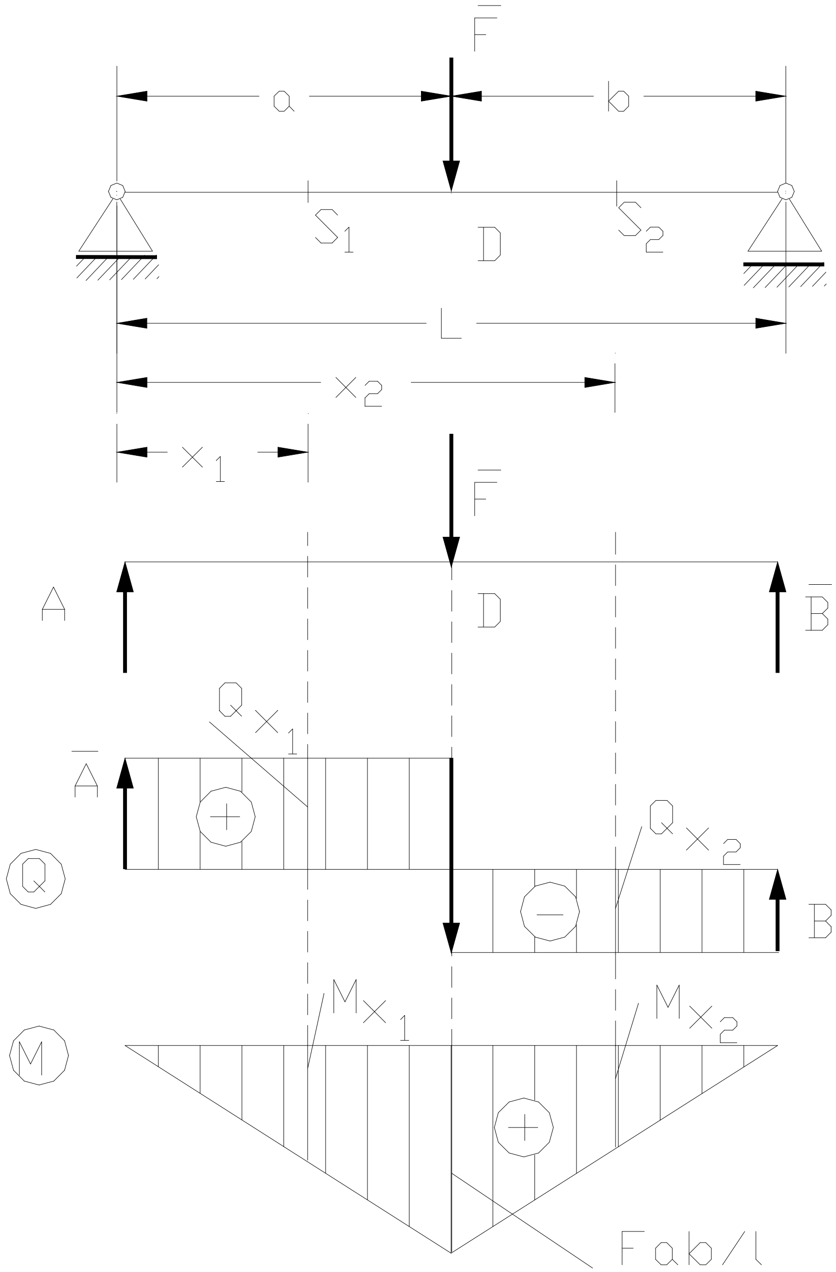


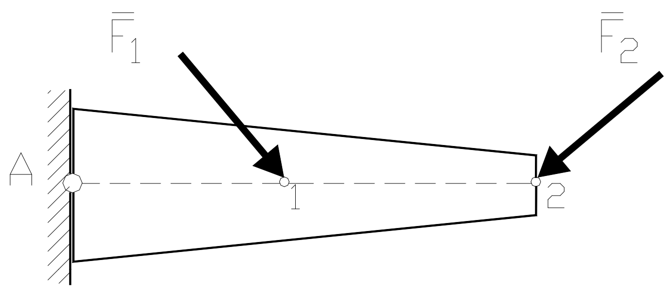
Fig. 6.5

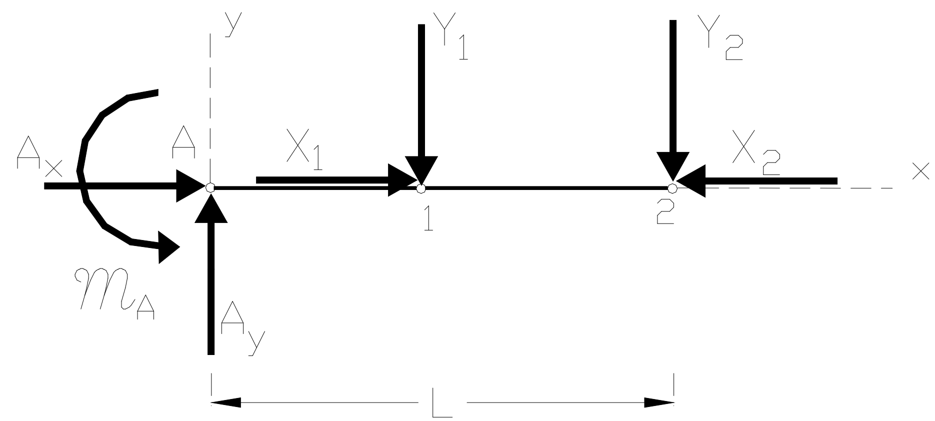
$$MA = 0$$

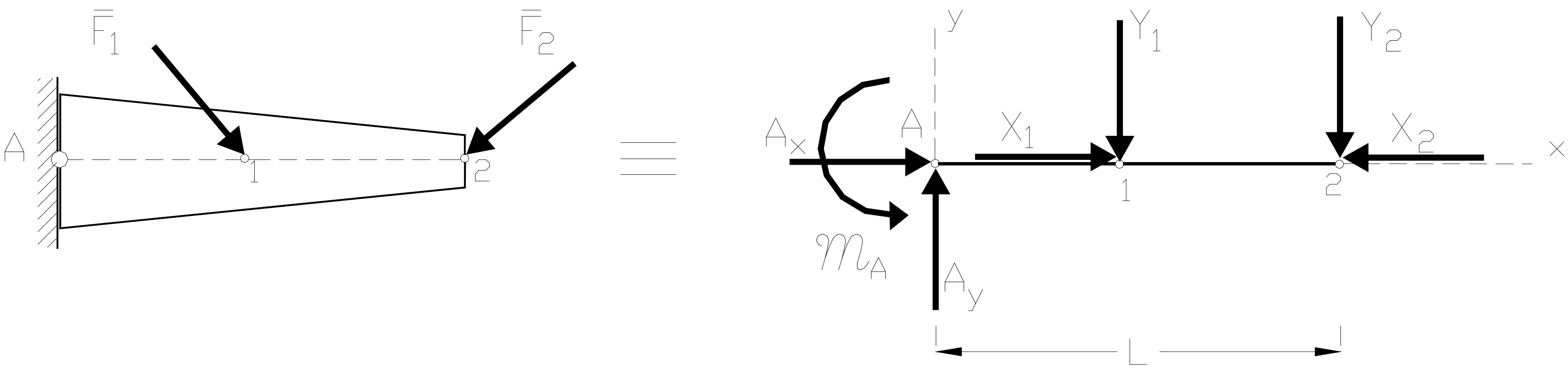
$$MD = RA.a = \frac{F.b}{L}.a$$

$$MB = 0$$

EJEMPLO VIGAS EMPOTRADA



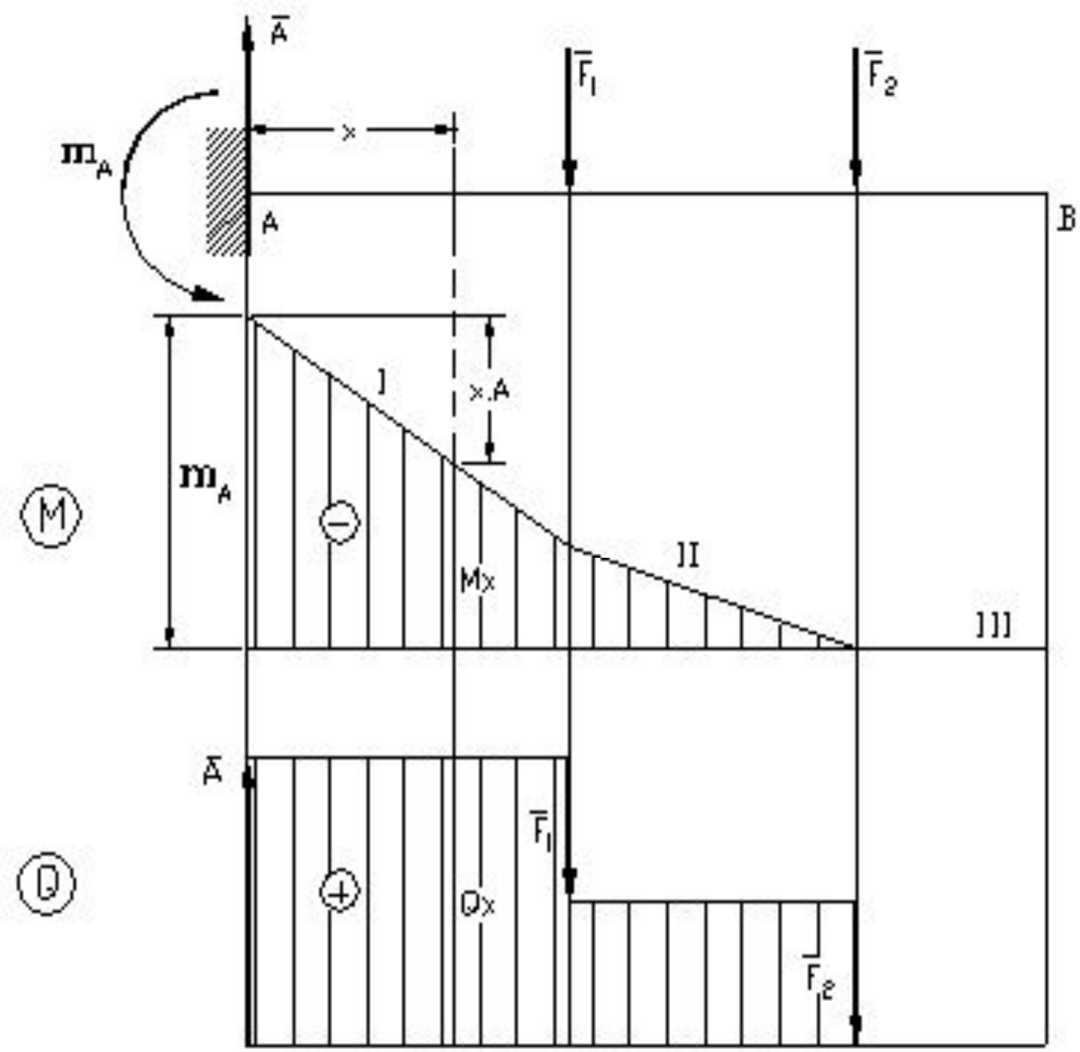




$$+ \quad \sum M_A = -\,m_A + x_1 Y_1 + x_2 Y_2 = 0 \quad \therefore \quad m_A = x_1 Y_1 + x_2 Y_2$$

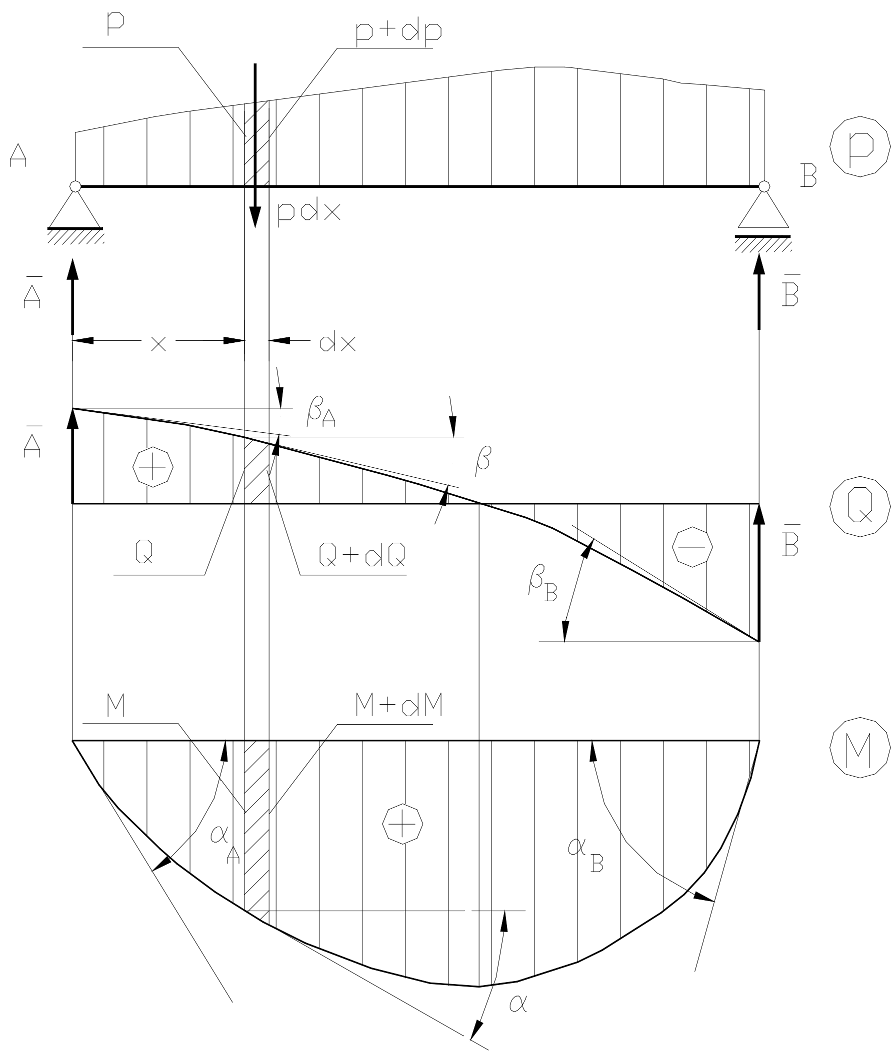
$$+\uparrow \quad \sum Y_i = A_y - Y_1 - Y_2 = 0 \quad \therefore \quad A_y = Y_1 + Y_2$$

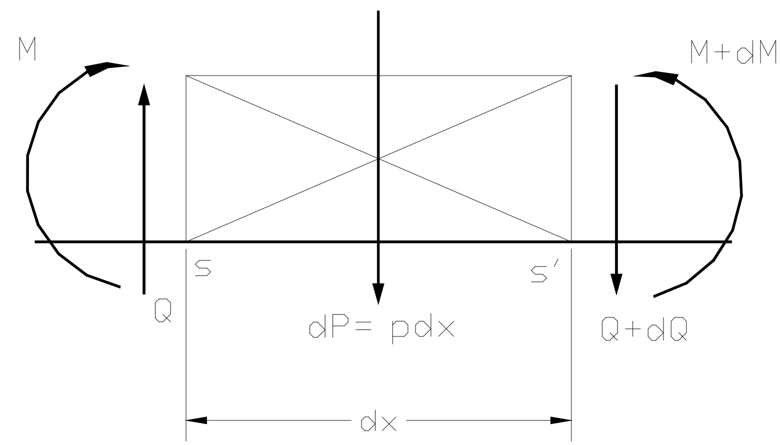
$$+\rightarrow \quad \sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore \quad A_x = -X_1 + X_2$$

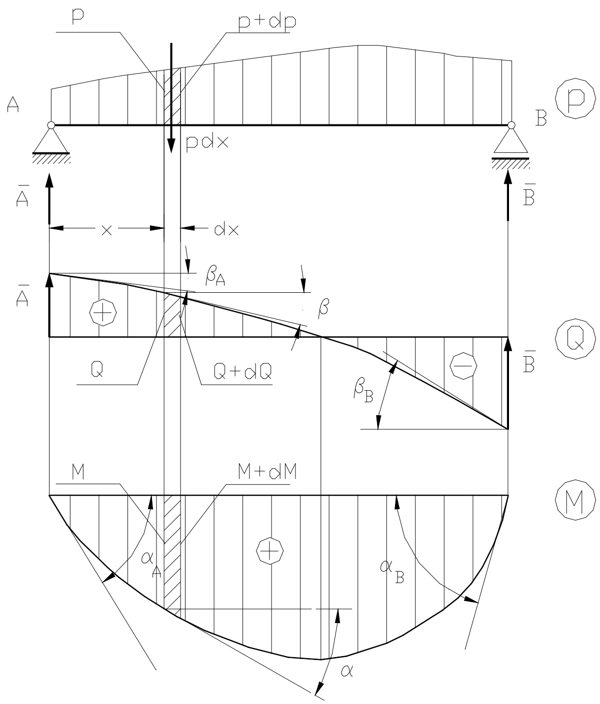


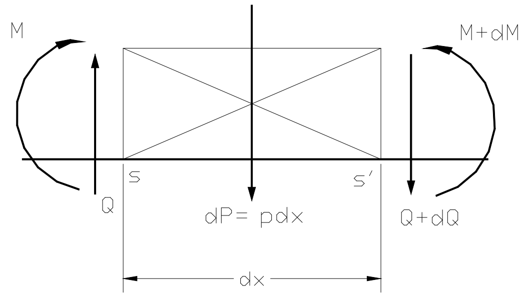
A
F1
F2
mA
x
A
B
I
x.A
mA
M
II
Mx
III
A
F1
Q
Qx
F2

RELACIÓN ENTRE CARGA, ESFUERZO de CORTE Y MOMENTO (P, Q y M)







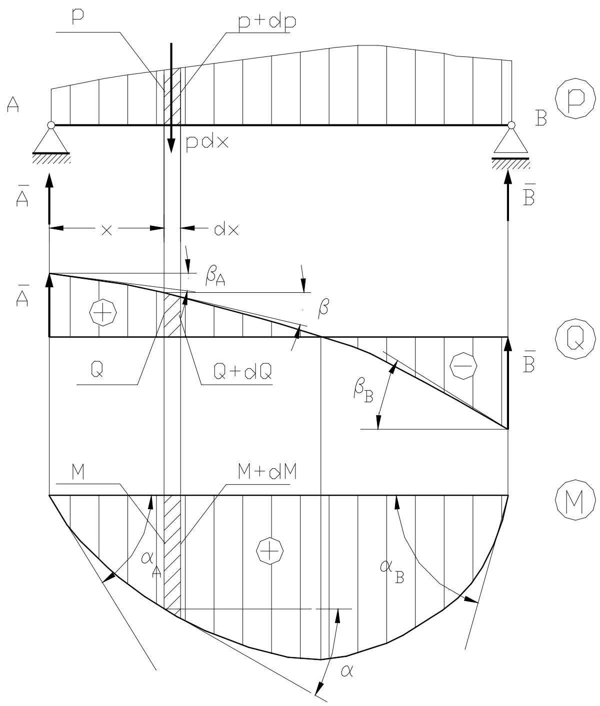


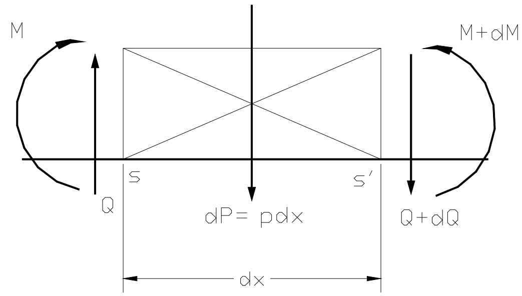
$$\Sigma \mathrm{Ms} = 0 = \mathrm{M} + \mathrm{Q}.\,\mathrm{dx} - \mathrm{p}.\mathrm{dx}.\frac{dx}{2} - \mathrm{M} - \mathrm{dM} = 0$$

$$\Sigma \mathrm{Ms} = 0 = \cancel{\mathrm{M}} + \mathrm{Q}.\,\mathrm{dx} - \cancel{\mathrm{p}.\mathrm{dx}.\frac{dx}{2}} - \cancel{\mathrm{M}} - \mathrm{dM} = 0$$

$$\mathrm{Q}.\,\mathrm{dx} = \mathrm{dM}$$

$$\boxed{\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{dM}}{\mathrm{dx}}}$$





$$\Sigma\, FYs = 0 = Q - p.dx - Q - dQ = 0$$

$$\Sigma\, FYs = 0 = \cancel{Q} - p.dx - \cancel{Q} - dQ = 0$$

$$-p.\,dx = dQ$$

$$\boxed{-p = \frac{dQ}{dx}}$$

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

$$-p = \frac{dQ}{dx}$$

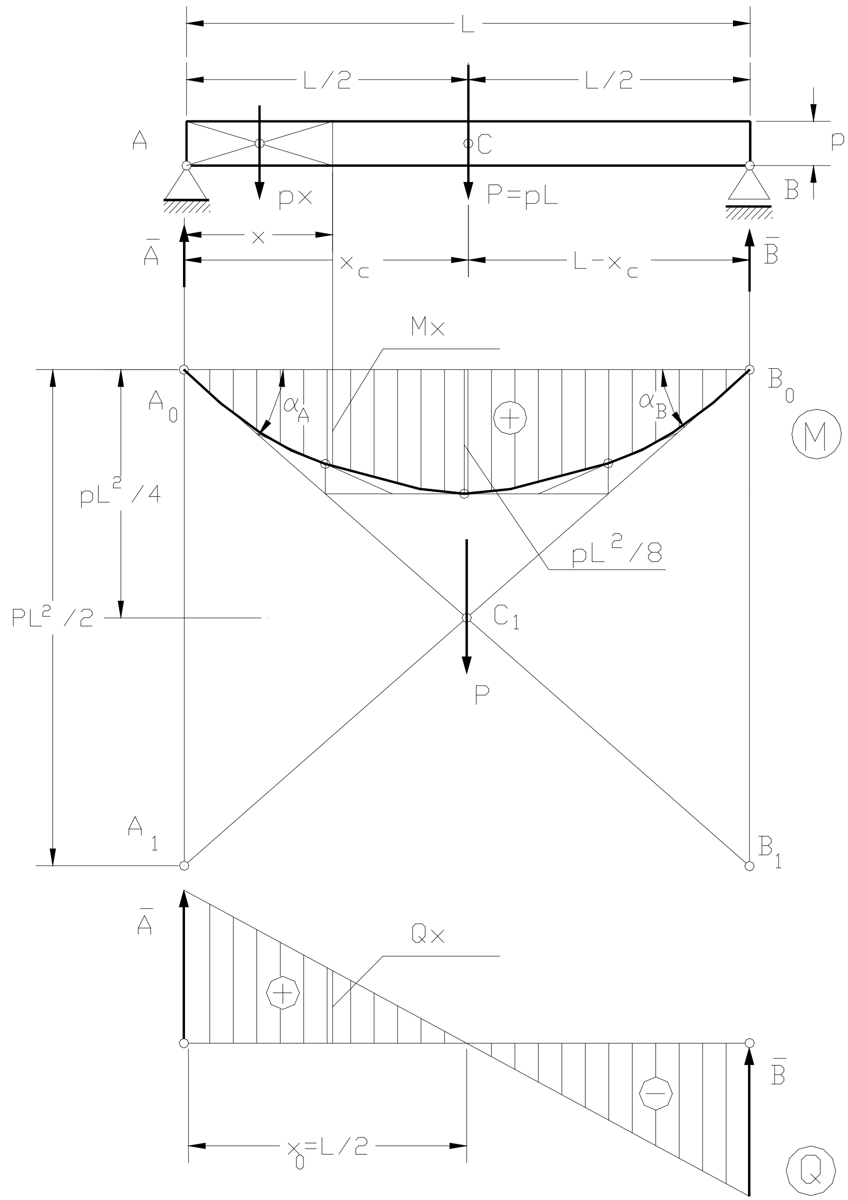
$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = -p$$

LEY DE VARIACIÓN - CONCLUSIÓN

Si p es constante, el corte varía linealmente y el momento es cuadrático

Si p es lineal, el corte es cuadrático y el momento es cúbico

EJEMPLO VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA DISTRIBUIDA



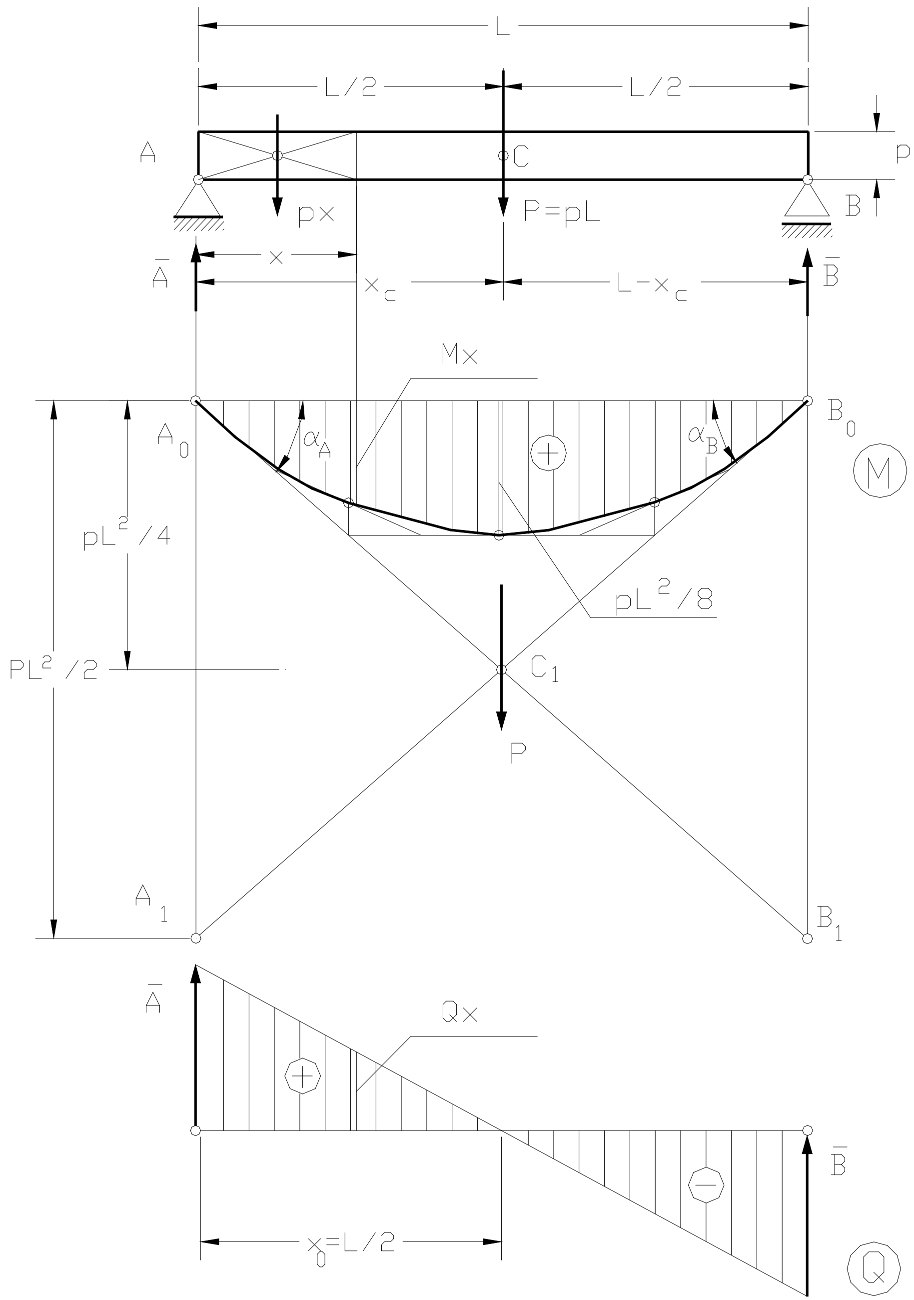


Fig. 6.15

$$A = B = ½\,pL = ½\,P$$

$$M_X = A.x - p.x.\,½\,x =$$

$$= ½\,p.L.x - ½\,px^2$$

$$Q_X = A - p.x =$$

$$= ½\,pL - p.x$$

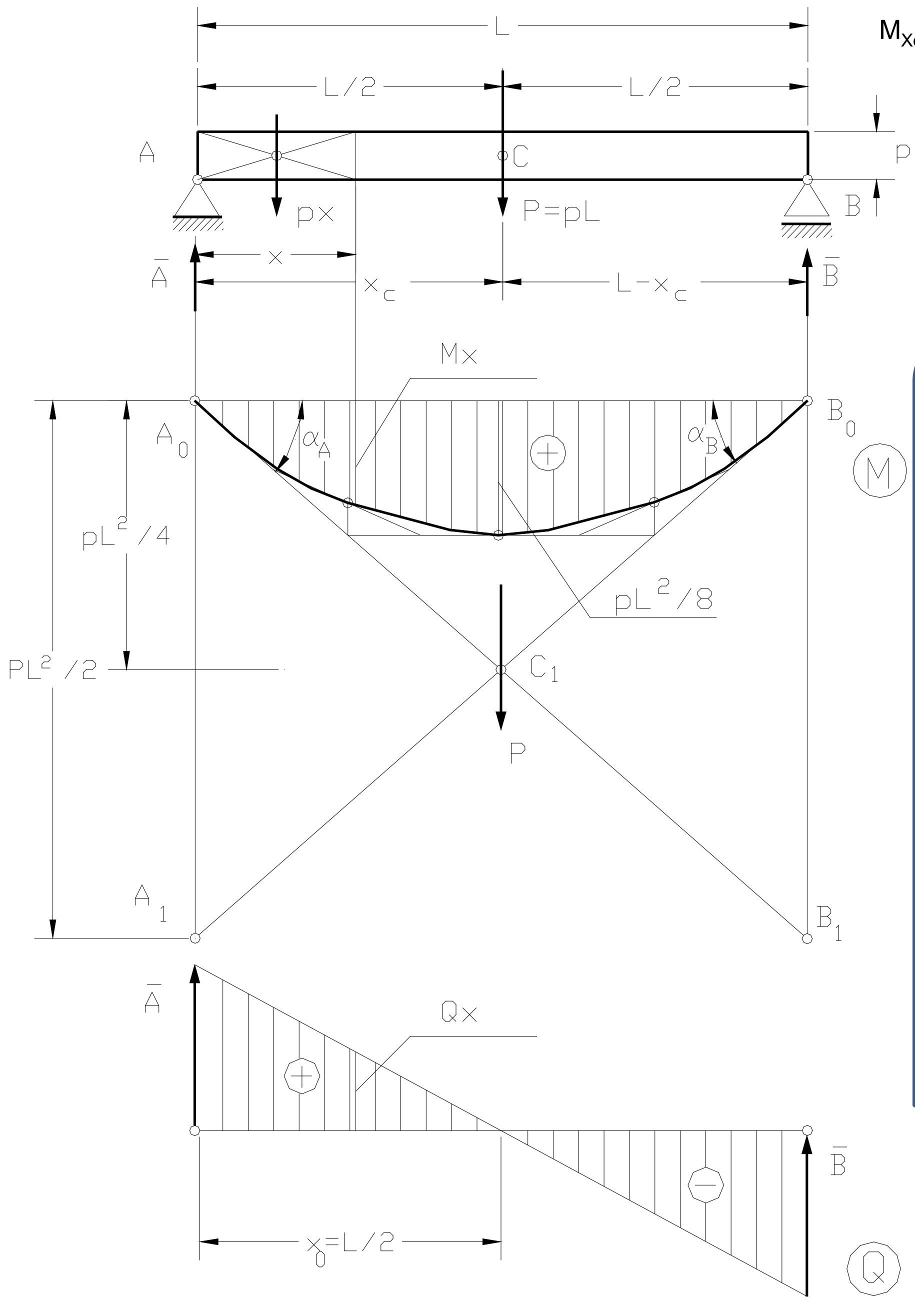


Fig. 6.15

M_{Xo} = $\mathbf{M_{máx}}$ =

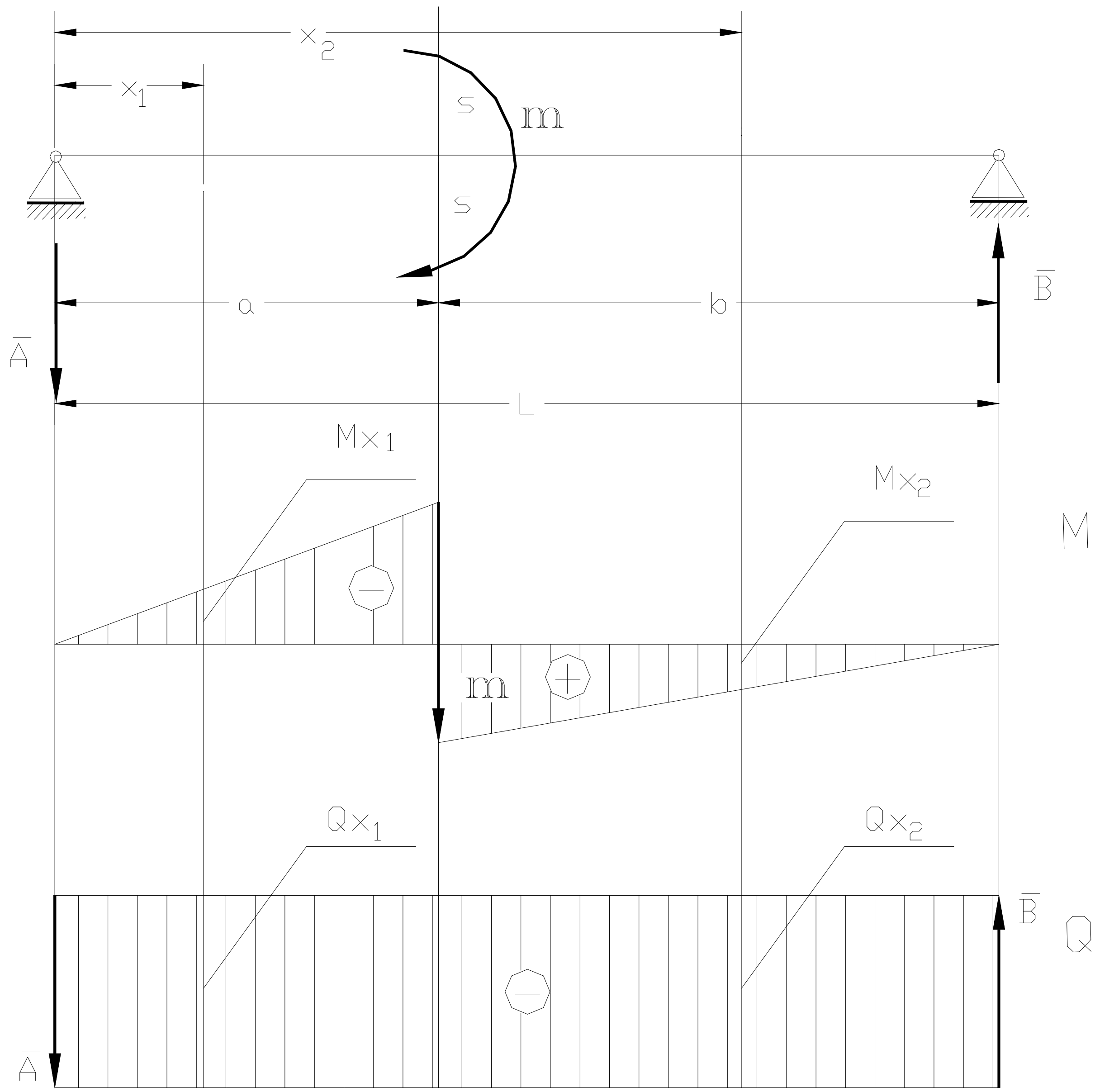
$$M_X = A.x - \ p.x.\ ½\ x =$$

$$= ½\ p.L.x \ - ½ \ px^2$$

$$Q_{Xo} = ½ \ p.L - p.x_0 = \ 0 \quad \therefore$$

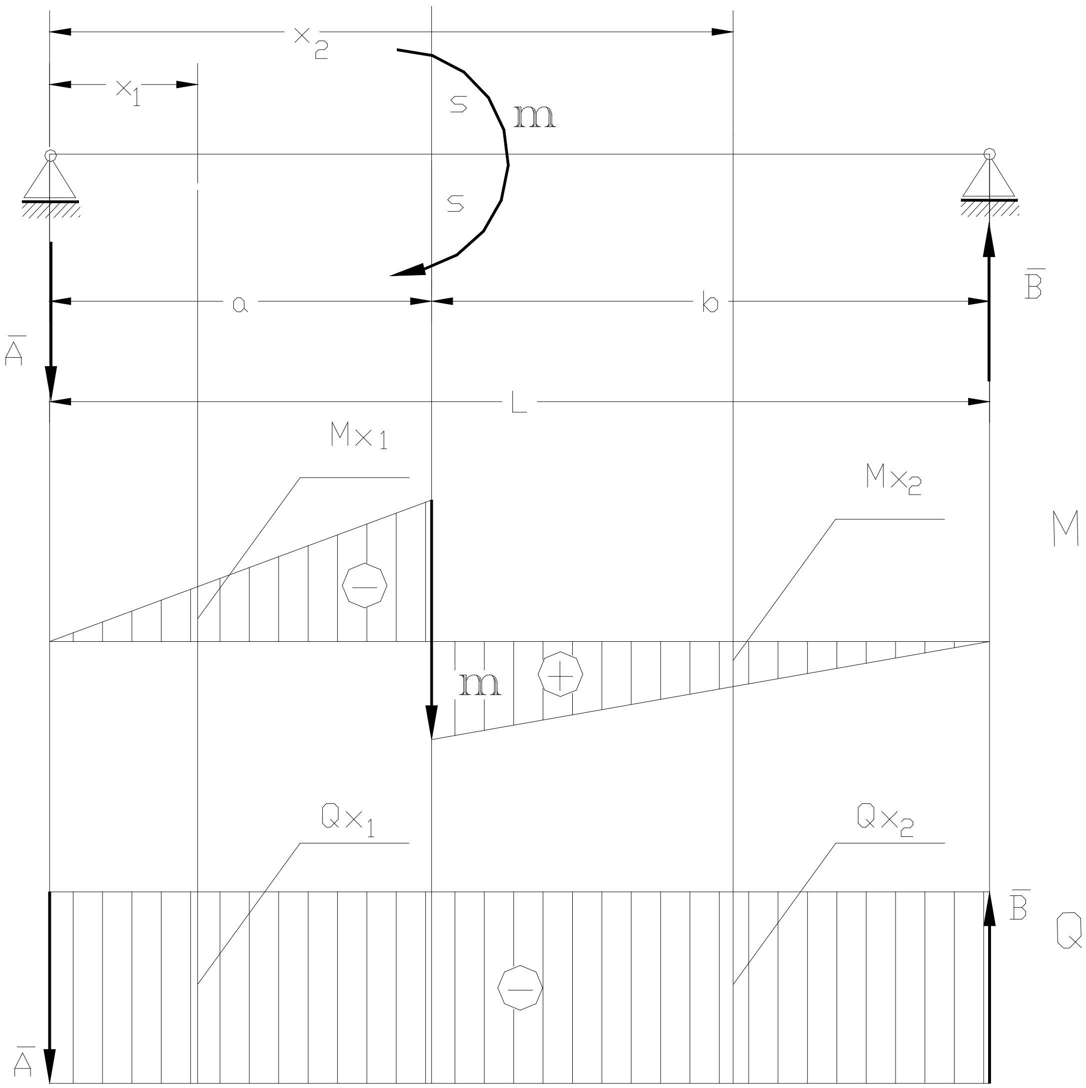
$$x_0 = ½\ L$$

EJEMPLO VIGAS CARGADAS CON PARES



A = m / L

B = m / L



$$M_{S\ izq} = - A.a$$

$$M_{S\ der} = - A.a + m = B.b$$

$$Q_X = Q_{X1} = Q_{X2} = - A = cte.$$

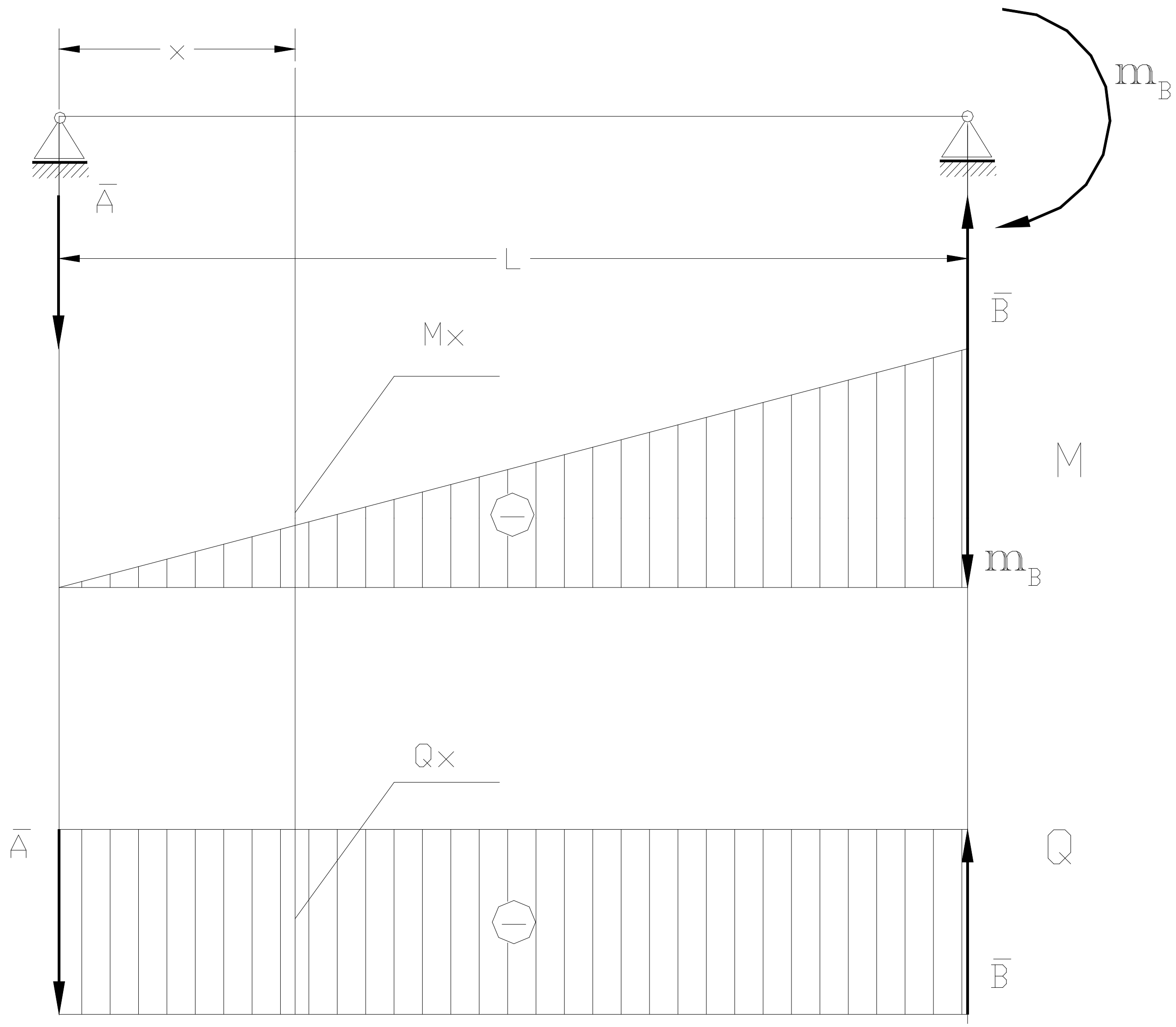


Fig. 6.28

A = mB / L

B = mB / L

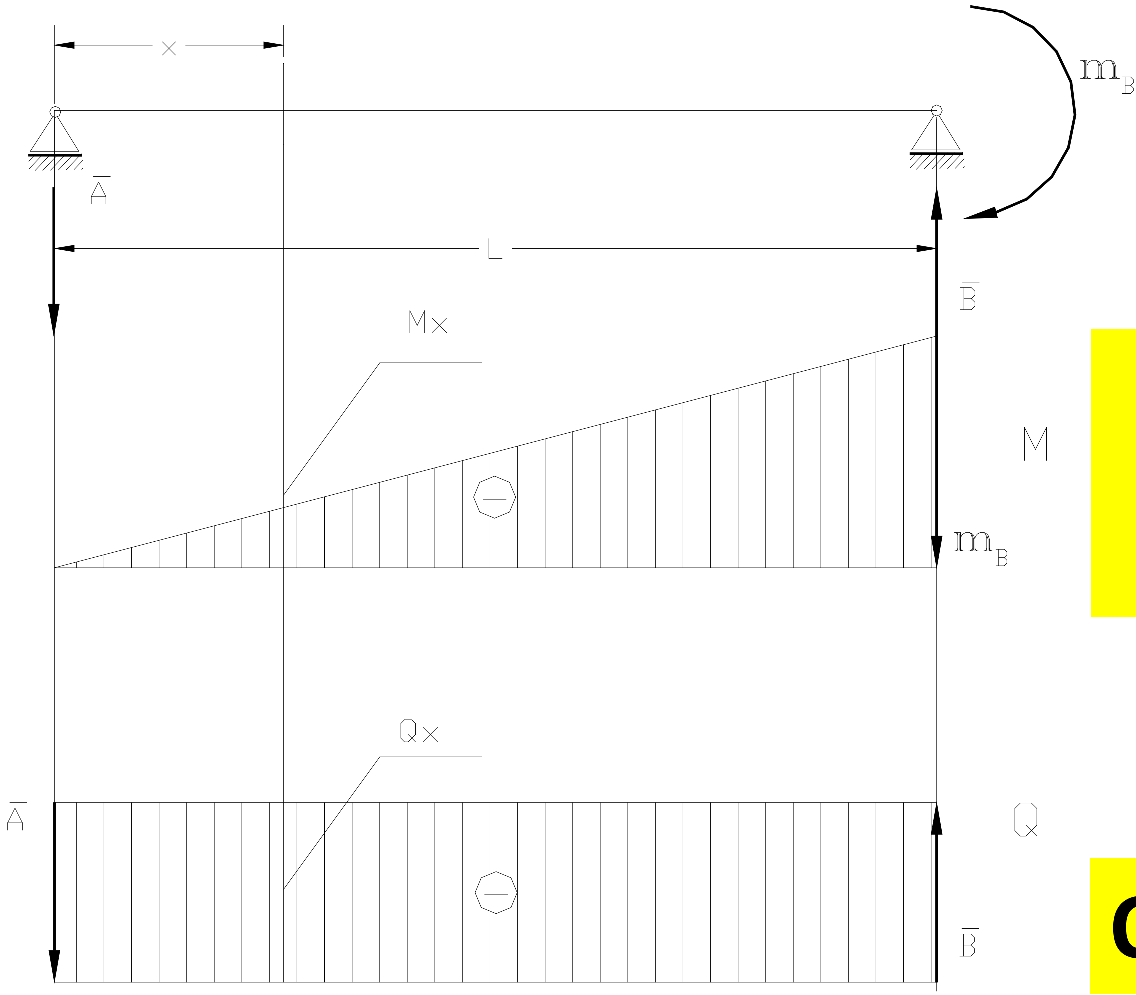


Fig. 6.28

$$Q_X = - A = cte.$$