

Álgebra Lineal - UNCuyo - 2024

Trabajo Práctico 2- Parte 1

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Determine si cada ecuación dada es lineal en las variables x e y .

a) $2x - 3y = 4$

d) $x_1 + 5x_2 - \sqrt{2}x_3 = 1$

b) $(\text{sen}2)x - y = 14$

e) $x_1^{\frac{3}{5}} - 2x_2 + x_3 = 4$

c) $2\text{sen}x - y = 14$

f) $3x - \frac{1}{2}y = 9$

2. Encuentre la representación paramétrica del conjunto solución de la ecuación lineal.

a) $x + y + z = 1$

b) $2x - \frac{1}{3}y = 0$

3. Utilice la sustitución hacia atrás para resolver los siguientes sistemas.

a)
$$\begin{cases} x - y & = 4 \\ 2y + z & = 6 \\ 3z & = 6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z & = 0 \\ y & = 0 \end{cases}$$

4. Para los siguientes sistemas, utilice las gráficas para determinar si el sistema es consistente o inconsistente, luego resuelva algebraicamente y verifique la solución con el gráfico realizado.

a)
$$\begin{cases} -3x - y & = 3 \\ 6x + 2y & = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 8y & = 3 \\ \frac{1}{2}x + y & = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - 8y & = 9 \\ 0,8x - 1,6y & = 1,8 \end{cases}$$

5. Determine los valores de k tal que el sistema tenga el número de soluciones que se indica.

a) Un número infinito de soluciones
$$\begin{cases} 4x + ky & = 6 \\ kx + y & = -3 \end{cases}$$

b) Exactamente una solución
$$\begin{cases} x + ky & = 0 \\ kx + y & = 0 \end{cases}$$

c) Sin solución
$$\begin{cases} x + ky & = 2 \\ kx + y & = 4 \end{cases}$$

6. Determine si la matriz está en forma escalonada o en la forma escalonada reducida.

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

f)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Encuentre el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz aumentada.

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Resuelva cada sistema utilizando eliminación gaussiana o eliminación de Gauss-Jordan.

$$a) \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 6y = 16 \\ -2x - 6y = -16 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -x + 2y = 1,5 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = -0,1 \\ 3x + 2y = 1,6 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -3x + 5y = -22 \\ 3x + 4y = 4 \\ 4x - 8y = 32 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + y = 6 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x - 3z = 1 - 2 \\ 3x + y - 2z = 5 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y - 5z = 3 \\ x - 2z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 4x + 12y - 7z - 20w = 22 \\ 3x + 9y - 5z - 28w = 30 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x + 3y + 12z = 6 \\ x + y + 4z = 2 \\ 2x + 5y + 20z = 10 \\ -x + 2y + 8z = 4 \end{cases}$$

9. Resuelva el sistema lineal homogéneo que corresponda a la matriz de coeficientes dada.

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

- Si A es la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales, determine el número de ecuaciones y el número de variables. Encuentre el valor o valores de k tal que el sistema sea consistente.
- Si A es la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo, determine el número de ecuaciones y el número de variables. Encuentre el valor o valores de k tal que el sistema sea consistente.

11. Responda

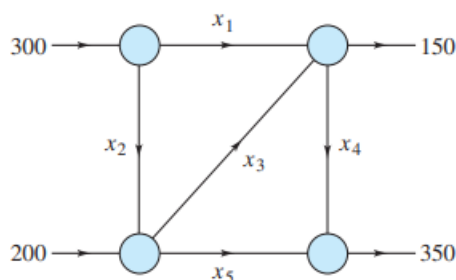
- ¿Es posible que un sistema de ecuaciones lineales con menos ecuaciones que variables no tenga solución? Si es así, proporcione un ejemplo.

- b) ¿Puede tener una matriz una forma escalonada por renglones única? Muestre su respuesta con ejemplos. ¿Es única la forma escalonada reducida?.
12. La gráfica de una función pasa por los puntos $(0, 1)$, $(2, \frac{1}{3})$ y $(4, \frac{1}{5})$. Determine una función cuadrática cuya gráfica pasa por esos puntos.
13. (* requiere de Análisis Matemático 1) La gráfica de una parábola pasa por los puntos $(0, 1)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ y tiene tangente horizontal en $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Encuentre la ecuación de la parábola y bosqueje su gráfica.
14. (* requiere de Análisis Matemático 1) La gráfica de un polinomio cúbico tiene tangentes horizontales en $(1, -2)$ y $(-1, 2)$. Encuentre la ecuación del polinomio cúbico y bosqueje su gráfica.
15. Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(1, 3)$, $(-2, 6)$ y $(4, 2)$.
16. Supongamos una red de computadoras interconectadas donde cada computadora (nodo) está conectada a otras a través de enlaces de comunicación (aristas). Cuando un dispositivo en la red desea enviar datos a otro dispositivo, éstos datos se dividen en paquetes y se envían a través de la red siguiendo una ruta específica desde el origen hasta el destino.

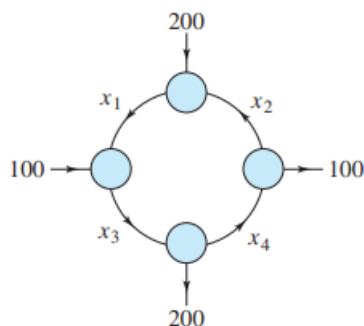
En estos modelos asumimos que el flujo total hacia un nodo es igual al flujo que sale de él.

Dado que cada nodo en una red genera una ecuación lineal, el flujo puede ser analizado a través de una red compuesta por varios nodos al resolver un sistema de ecuaciones lineales.

- A. El flujo a través de una red se muestra en la siguiente figura.



- 1) Plantee y resuelva el sistema.
 - 2) Encuentre el flujo cuando $x_2 = 200$ y $x_3 = 50$.
 - 3) Encuentre el flujo cuando $x_2 = 150$ y $x_3 = 0$.
- B. El flujo a través de una red se muestra en la siguiente figura.



- 1) Plantee y resuelva el sistema.
- 2) Encuentre el flujo cuando $x_4 = 0$.
- 3) Encuentre el flujo cuando $x_4 = 100$.