

DISEÑO ESTRUCTURAL I

Carrera de **Arquitectura**

Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Cuyo



GUÍA DE ESTUDIO 2B CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES PLANAS

Objetivos

La presente guía, tiene por objetivo orientar al alumno en el estudio de los temas y contenidos presentados. Esta guía debe ser adecuadamente complementada con la bibliografía recomendada, las notas de clase y las consultas con los docentes de la asignatura.

INTRODUCCIÓN

Los elementos estructurales poseen una determinada **geometría**, la cual se encuentra definida a partir de sus dimensiones según tres direcciones espaciales perpendiculares entre sí.

En general el comportamiento o respuesta de dicho elemento estructural ante la acción de cargas externas que lo solicitan se encuentra relacionado a la configuración de dichas cargas, al material constituyente del mismo y a su **forma geométrica**.

A continuación, revisaremos las principales características geométricas de una sección transversal plana tal como la que se puede observar en la Figura 1.

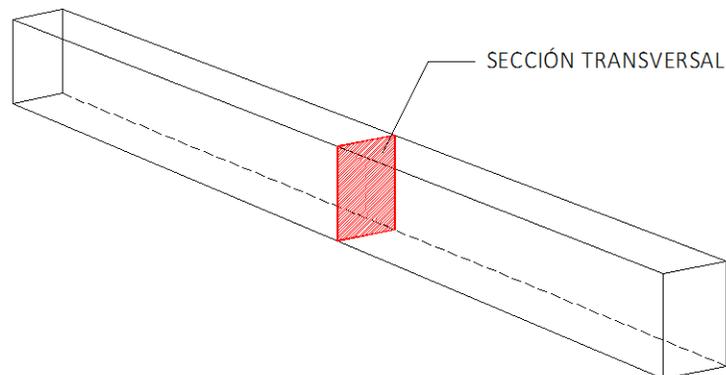


Figura 1. Sección transversal plana de un elemento estructural

ÁREA DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL

El área de una sección transversal depende simplemente de su forma geométrica y se calcula a partir de las expresiones conocidas de la geometría tradicional. En caso de ser necesario hallar el área de una sección compuesta o irregular, es posible descomponer la misma en secciones simples y sumar las áreas correspondientes. Para el caso de la evaluación de áreas de perfiles comerciales las mismas pueden ser consultadas en Tablas que proveen los fabricantes, en las cuales pueden encontrarse las diversas características de la sección transversal de cada perfil. El área de una sección transversal no depende los ejes del sistema de referencia utilizado.

MOMENTOS ESTÁTICOS

Por analogía con la expresión correspondiente al momento de una fuerza con respecto a un eje, encontramos una expresión para el momento de un área con respecto a un eje, que se denomina **momento estático**, momento de primer orden o primer momento de área. Esta es una magnitud geométrica que se define para un área plana.

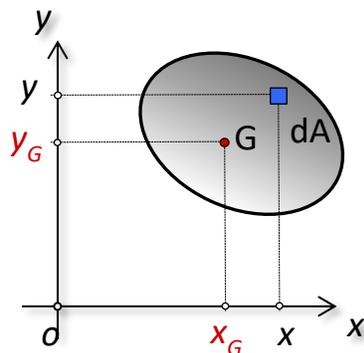


Figura 2. Sección transversal arbitraria y elemento de área diferencial.

Considerando el área de una sección transversal de forma arbitraria como la mostrada en Figura 2, con un pequeño sector de área denominado dA (diferencial área), podemos escribir los momentos estáticos de dicho diferencial de área respecto a los ejes x e y del sistema de referencia a partir de las siguientes expresiones:

$$dS_x = y \cdot dA \quad [1]$$

$$dS_y = x \cdot dA \quad [2]$$

Sumando los momentos estáticos de cada uno de los diferenciales de área que componen la sección transversal completa, obtenemos las expresiones que definen los momentos estáticos del área total:

$$S_x = \int y. dA \quad [3]$$

$$S_y = \int x. dA \quad [4]$$

Del análisis de las expresiones anteriores, se observa que la **dimensión** de un momento estático es una unidad de longitud al cubo, por ejemplo: cm^3 .

Designando como x_G e y_G a las coordenadas del baricentro de la sección transversal, podemos escribir las siguientes expresiones que constituyen las fórmulas de cálculo de los momentos estáticos del área total considerada:

$$S_x = A. y_G \quad [5]$$

$$S_y = A. x_G \quad [6]$$

Es decir, a partir de las expresiones anteriores, conociendo los momentos estáticos de una sección transversal es posible hallar las coordenadas de su baricentro.

$$x_G = \frac{S_y}{A} \quad [7]$$

$$y_G = \frac{S_x}{A} \quad [8]$$

Ejes baricéntricos de una sección transversal: Son los ejes del sistema de referencia que tienen por origen de coordenadas el **baricentro** de la sección transversal considerada.

Momento estático de una sección rectangular respecto a sus ejes baricéntricos: En el caso de una sección transversal rectangular maciza, de ancho b y altura h , (ver Figura 3), los momentos estáticos calculados con respecto a los ejes baricéntricos se pueden hallar a partir de las expresiones [3] y [4], teniendo en cuenta que las distancias involucradas son positivas o negativas según se encuentren de acuerdo a los semiejes baricéntricos positivos o negativos, se obtiene luego de la integración:

$$S_x = 0$$

$$S_y = 0$$

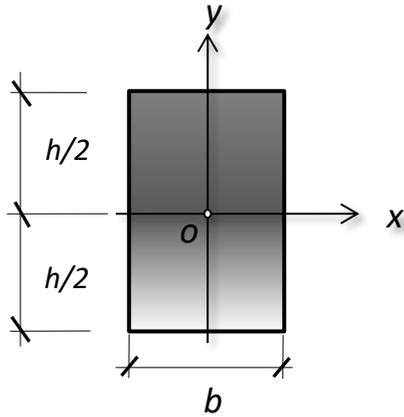


Figura 3.
Sección transversal Rectangular.

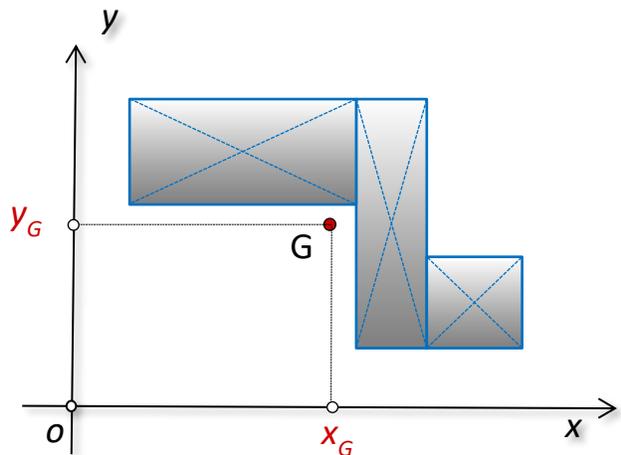
Es decir que el momento estático de una sección de área rectangular respecto a sus ejes baricéntricos es nulo. A partir de la utilización de las mismas expresiones [3] y [4], es posible demostrar que algo similar se cumple para una sección transversal plana genérica, cualquiera sea su forma.

Determinación del Baricentro de una sección transversal compuesta: A partir de las consideradas realizadas y teniendo en cuenta las expresiones vistas para hallar las coordenadas del baricentro, [7] y [8], podemos determinar las mismas para una sección transversal compleja o compuesta (tal como la que se puede observar en la Figura 4), de forma no regular, de la siguiente manera:

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_1^n A_i x_i}{\sum_1^n A_i} \quad [9]$$

$$y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum_1^n A_i y_i}{\sum_1^n A_i} \quad [10]$$

Figura 4. Sección transversal compuesta por tres secciones simples.



Las expresiones anteriores indican que a los efectos de calcular las coordenadas del baricentro es necesario subdividir la sección compuesta en secciones simples con baricentro conocido y realizar la sumatoria de cada una de dichas áreas multiplicadas por la distancia al eje correspondiente. Luego de ello se dividen los valores encontrados por el área total de la figura, obtenida como suma de las áreas parciales indicadas.

MOMENTOS DE INERCIA

Se denomina **momento de inercia** del área de una figura plana a la integral de los productos del dA por los cuadrados de su distancia al eje respecto al cual se está calculando el momento de inercia. Para el caso de una sección transversal arbitraria las expresiones de cálculo resultan de la suma de todos los momentos de inercia de los diferenciales de área, de acuerdo a la Figura 5:

$$I_x = \int y^2 \cdot dA$$

$$I_y = \int x^2 \cdot dA$$

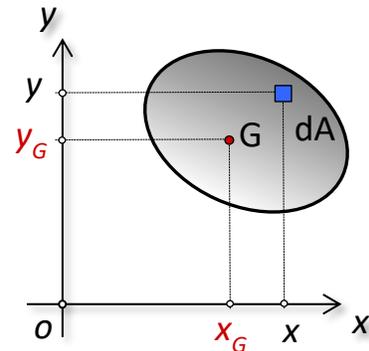


Figura 5. Sección transversal genérica y elemento diferencial de área.

Los momentos de inercia de una determinada sección transversal se encuentran relacionados a la forma geométrica de la misma y al eje de referencia con respecto al cual se determina el momento de inercia. La dimensión de los momentos de inercia es una unidad de longitud elevada a la cuarta potencia. Por ejemplo: cm^4

Momentos de inercia de una sección rectangular respecto a sus ejes baricéntricos: Para el caso de una sección rectangular de altura h y ancho b , con el origen del sistema de referencia ubicado en el baricentro de la misma, los momentos de inercia respecto a los ejes baricéntricos resultan, ver Figura 6:

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

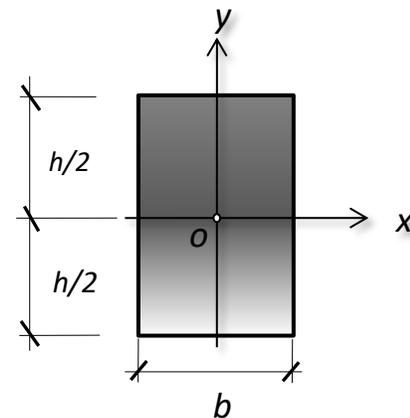


Figura 6. Sección transversal rectangular y sus respectivos ejes baricéntricos

A partir de las expresiones halladas es posible observar que para una sección rectangular como la de la figura, es mayor el momento de inercia respecto al eje x que el momento de inercia respecto al eje y . De esta manera, si suponemos una sección rectangular cuya altura es dos veces su ancho, entonces el momento de inercia será 4 veces mayor respecto al eje x que respecto al eje y . Este hecho resulta de fundamental importancia y será retomado al momento de estudiar el Eje Temático de flexión.

Momentos de Inercia respecto a ejes paralelos

Es posible determinar los momentos de inercia de una sección transversal, respecto a dos nuevos ejes de referencia que llamaremos x' e y' , los cuales resultan paralelos a los ejes baricéntricos de la sección transversal analizada, tal como muestra la Figura 7. Las coordenadas de cualquier punto en el nuevo sistema $x'-y'$, se pueden determinar a partir de las coordenadas del punto en el sistema original $x-y$, de la siguiente manera:

$$x' = x_G + x$$

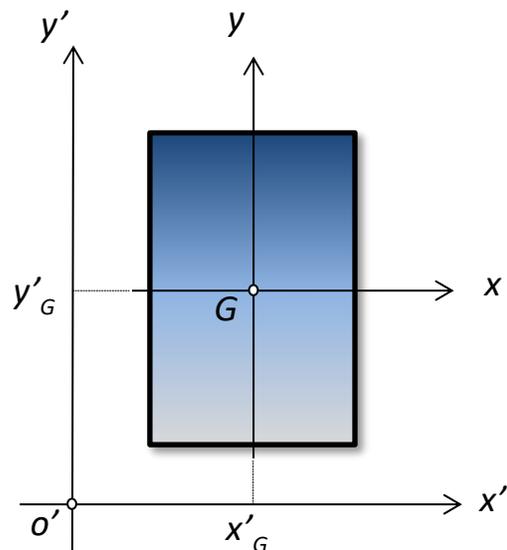
$$y' = y_G + y$$

Si partimos de la base de que los momentos de inercia de la sección con respecto a los ejes baricéntricos resultan conocidos, entonces los momentos de inercia de la misma sección respecto a los ejes x' e y' paralelos a los anteriores, resultan:

$$I_{x'} = I_x + y_G'^2 A$$

$$I_{y'} = I_y + x_G'^2 A$$

Figura 7. Sección transversal rectangular y sus respectivos ejes baricéntricos.



El momento de inercia de una sección respecto a cualquier eje paralelo al eje baricéntrico, es igual al momento de inercia respecto a dicho eje más el producto

del área de la figura por el cuadrado de la distancia respectiva entre los ejes. Esto se conoce como teorema de **Steiner** o Teorema de los **Ejes Paralelos**.

RADIO DE GIRO

El momento de inercia de una sección transversal, respecto a alguno de los ejes de referencia, puede representarse en forma de producto del área de la figura por el cuadrado de cierta magnitud, denominada **radio de giro**. De esta manera, podemos escribir las siguientes expresiones:

$$I_x = A \cdot i_x^2$$

$$I_y = A \cdot i_y^2$$

En dichas expresiones, i_x e i_y son los **radios de giro** de la sección transversal. Por lo mencionado, las expresiones de cálculo del radio de giro, conocida el área y el momento de inercia de la sección, pueden escribirse de la siguiente manera:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

De acuerdo a la expresión, es posible observar que la dimensión del radio de giro de una sección es longitud. Por ejemplo: cm.

Es posible interpretar al radio de giro de una sección transversal como la **distancia ideal** a la cual se encuentra ubicada toda el área de la sección de manera que con dicha configuración se obtenga el mismo momento de inercia de la sección real.

Eficiencia de una Sección Transversal

Es indicador de la manera en la cual se comporta la sección transversal cuando forma parte de un elemento estructural sometido a principalmente a flexión. Existen diversas formas de medir la eficiencia. Un indicador comúnmente utilizado es el cociente entre el momento de inercia de la sección y el área de la misma. De esta manera:

$$ef = \frac{I}{A}$$

A partir de dicha expresión es posible evaluar la eficiencia de la sección respecto a dos ejes baricéntricos o paralelos a los mismos y comparar diversas secciones a los efectos de tomar decisiones de diseño.

Propiedades de las secciones transversales de perfiles comerciales

Para el caso de perfiles comerciales en sus diversas formas y materiales, las características vistas tales como área, momentos estáticos respecto a cada eje, posición del baricentro de la sección, momentos de inercia y radios de giro, pueden ser extraídas de Tablas proporcionadas por los fabricantes, por Reglamentaciones o por la bibliografía especializada. La Figura 8 muestra la portada y una de las páginas de la Tabla de Perfiles Laminados y Tubos Estructurales, publicada por CIRSOC, (Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles) del Sistema INTI.



**IPN según
IRAM-IAS
U 500-511**

Ag - Área bruta de la sección transversal.
 I - Momento de inercia de la sección respecto de los ejes principales.
 $r = \sqrt{I/A}$ Radio de giro.
 S - Módulo resistente elástico de la sección.
 Q - Momento estático de media sección.
 Z - Módulo plástico de la sección.

J - Módulo de torsión.
 C_w - Módulo de alabeo.
 X₁, X₂ - Factores de pandeo.
 L_y - Longitud lateralmente no arriostrada límite para desarrollar la capacidad de flexión.
 L_x - Longitud lateralmente no arriostrada límite para pandeo lateral torsional inelástico.

Designación	Dimensiones										Relaciones			Ag	Peso	X - X					Y - Y					Agujero en el Ala		Distancia al agujero		Esp.	J	C _w	X ₁	X ₂ (10 ³)	Acero F-24			
	d	B	h	h _w	h _{w1}	t ₁	t ₂	I _x	I _y	r _x	r _y	I _x /I _y	I _x /I _y			S _x	S _y	Z _x	Z _y	W _x	W _y	d ₁	d ₂	W ₁	W ₂	l ₁	l ₂	M _{Pa}	M _{Pa}						cm	cm	cm	cm
80	42	5,9	59	3,9	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93	22	6,4	10	4,43	0,71	67,5	32815	0,70	47	260	42	230						
100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,94	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04	28	6,4	11	5,05	1,31	268	30082	1,00	55	283	49	248						
120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24	32	8,4	13	5,67	2,23	685	28882	1,29	63	309	57	269						
140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70	34	11	16	6,29	3,56	1540	27117	1,56	72	339	65	293						
160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,25	40	11	17	6,91	5,40	3138	26190	1,80	80	365	72	313						
180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00	44	13	19	7,53	7,89	5924	25442	2,04	88	393	79	335						
200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16	48	13	21	8,15	11,2	10200	24894	2,22	96	422	86	359						
220	98	12,2	176	8,1	4,9	4,02	21,7	39,5	31,1	3060	278	8,80	162	304	162	33,1	2,02	27,61	48,65	55,21	52	13	23	8,77	15,3	17760	24432	2,42	104	450	93	381						
240	106	13,1	192	8,7	5,2	4,05	22,1	46,1	36,2	4250	354	9,59	206	412	221	41,7	2,20	34,68	62,55	69,37	56	17	25	9,39	20,6	28730	24017	2,58	113	484	102	407						
260	113	14,1	208	9,4	5,6	4,01	22,1	53,3	41,9	5740	442	10,4	257	514	288	51,0	2,32	42,56	76,50	85,11	60	17	26,5	10,15	27,5	44070	23925	2,65	119	509	107	428						
280	119	15,2	225	10,1	6,1	3,91	22,3	61,0	47,9	7590	542	11,1	316	632	364	61,2	2,45	51,07	91,80	102,1	62	17	28,5	11,04	36,4	64580	24009	2,64	126	539	113	454						
300	125	16,2	241	10,8	6,5	3,86	22,3	69,0	54,2	9800	653	11,9	381	762	451	72,2	2,56	60,29	108,3	120,6	64	21	30,5	11,93	46,7	91800	23987	2,68	132	563	118	473						
320	131	17,3	258	11,5	6,9	3,79	22,4	77,7	61,0	12510	782	12,7	457	914	555	84,7	2,67	70,96	127,1	141,9	70	21	30,5	12,72	59,7	128800	24036	2,67	137	589	123	495						
340	137	18,3	274	12,2	7,3	3,74	22,5	86,7	68,0	15700	923	13,5	540	1080	674	98,4	2,80	82,35	147,6	164,7	74	21	31,5	13,51	74,3	178300	24009	2,71	144	617	130	518						
360	143	19,5	290	13,0	7,8	3,67	22,3	97,0	76,1	19810	1090	14,2	638	1278	818	114	2,90	95,96	171,6	191,9	78	23	33,5	14,50	94,2	240100	24207	2,64	149	643	134	541						
380	149	20,5	306	13,7	8,2	3,63	22,3	107	84,0	24010	1280	15,0	741	1482	975	131	3,02	109,8	196,4	219,6	82	23	33,5	15,29	115	318700	24582	2,65	155	672	140	565						
400	155	21,6	323	14,4	8,6	3,59	22,4	118	92,4	29210	1480	15,7	857	1714	1160	149	3,13	125,5	223,5	251,0	86	23	34,5	16,18	140	419900	24270	2,65	161	699	145	589						
425	163	23,0	343	15,3	9,2	3,54	22,4	132	104	36070	1740	16,7	1020	2040	1440	178	3,30	148,1	264,0	296,2	88	25	37,5	17,30	177	587500	24280	2,63	170	734	153	618						
450	170	24,3	363	16,2	9,7	3,50	22,4	147	115	43850	2040	17,7	1200	2400	1730	203	3,43	170,7	304,5	341,4	94	25	38,0	18,35	220	791100	24306	2,65	178	784	159	643						
475	178	25,6	384	17,1	10,3	3,48	22,5	163	128	52480	2380	18,6	1400	2800	2090	235	3,60	197,5	352,5	394,9	96	28	41,0	19,37	270	1087000	24318	2,67	185	833	167	675						
500	185	27,0	404	18,0	10,8	3,43	22,4	179	141	62740	2750	19,6	1620	3240	2480	268	3,72	225,7	402,2	451,4	100	28	42,5	20,53	329	1403000	24375	2,65	191	881	172	699						
550	200	30,0	445	19,0	11,9	3,33	23,4	212	166	99180	3610	21,6	2120	4240	3490	349	4,02	292,3	523,5	584,6	110	28	45,0	23,00	472	2389000	24186	2,69	207	892	186	750						
600	215	32,4	485	21,6	13,0	3,32	22,5	254	199	139000	4830	23,4	2730	5460	4670	434	4,30	368,4	651,6	736,7	120	28	47,5	24,88	667	3821000	24544	2,64	221	967	199	814						

Figura 8. Tabla de Perfiles IPN