UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

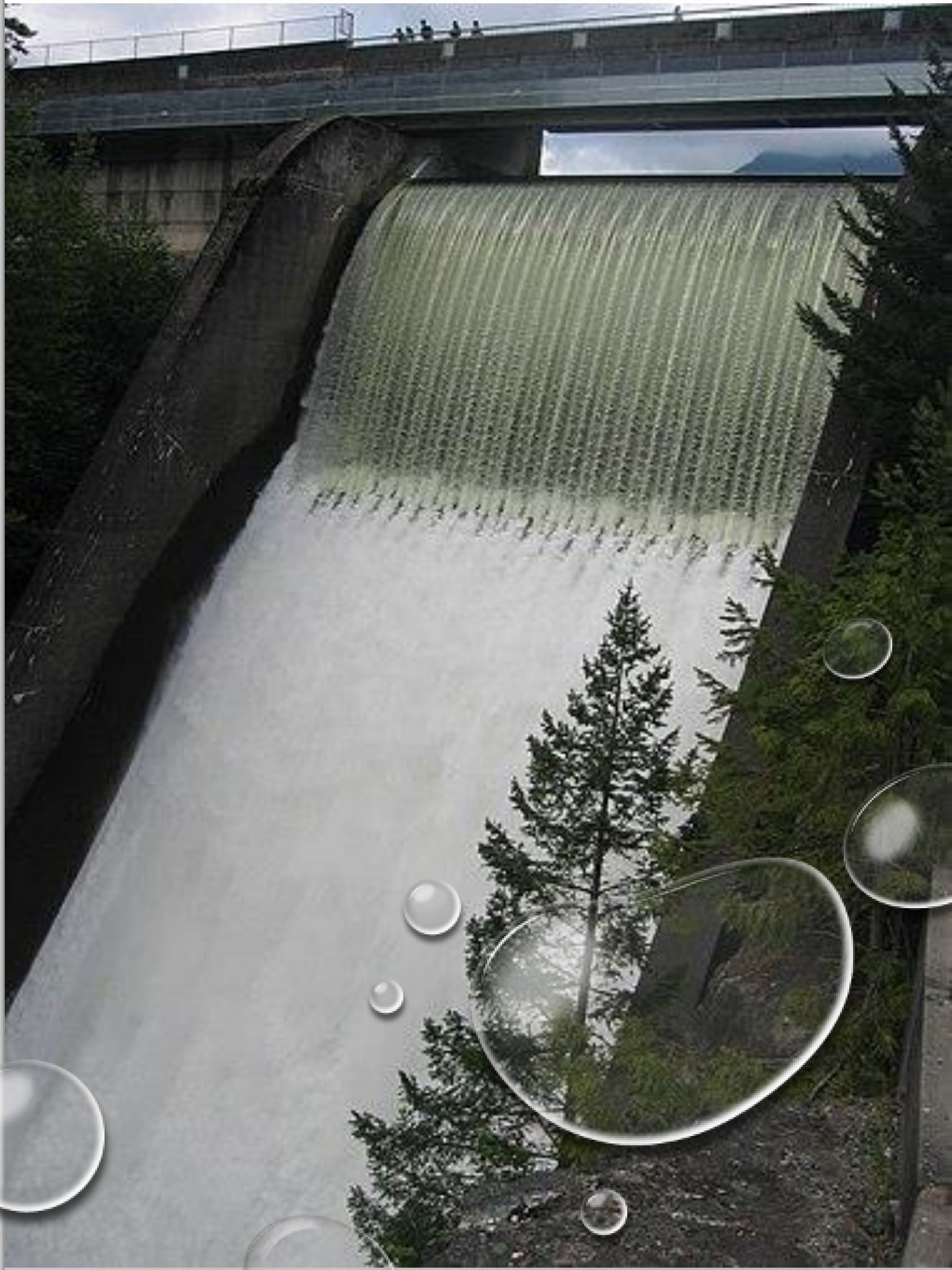
FACULTAD DE INGENIERÍA

HIDRÁULICA GENERAL

UNIDAD 7C

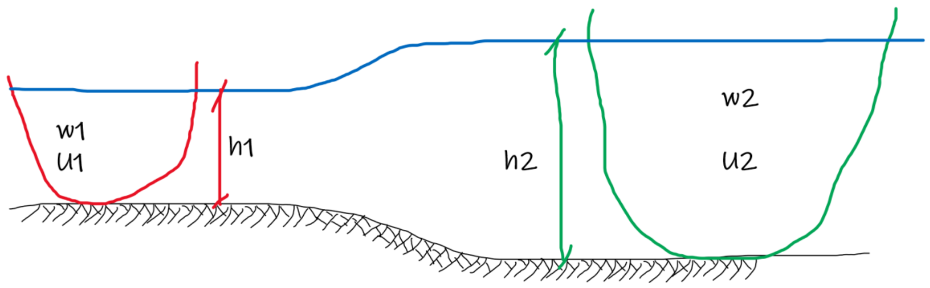
FUNCIÓN MOMENTA Y ECUACIÓN DE LA MOMENTA

JTP: Ing. Facundo Correas
2024



CONTENIDO

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

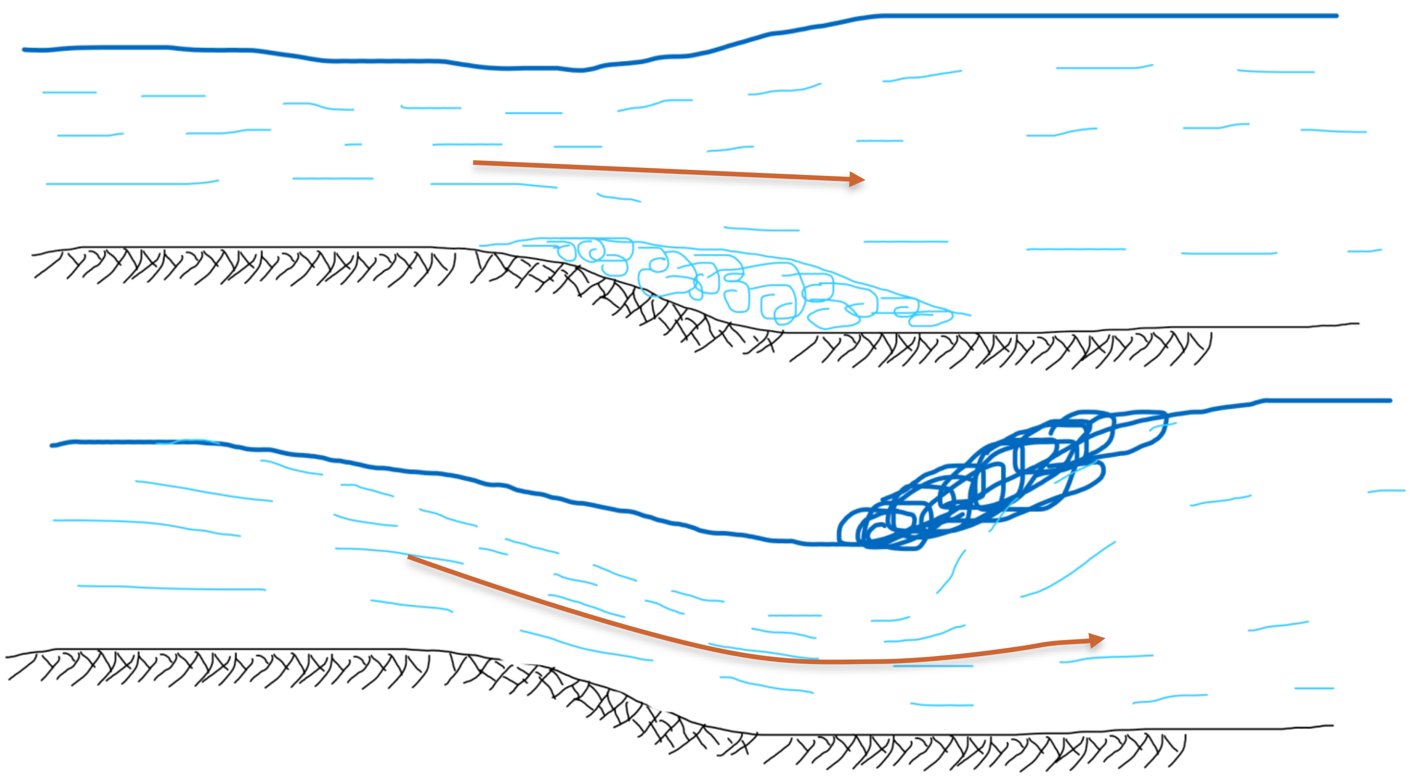


Variación de sección en canales

Además de vertederos tenemos muchas otras singularidades en canales abiertos

Conozco 1

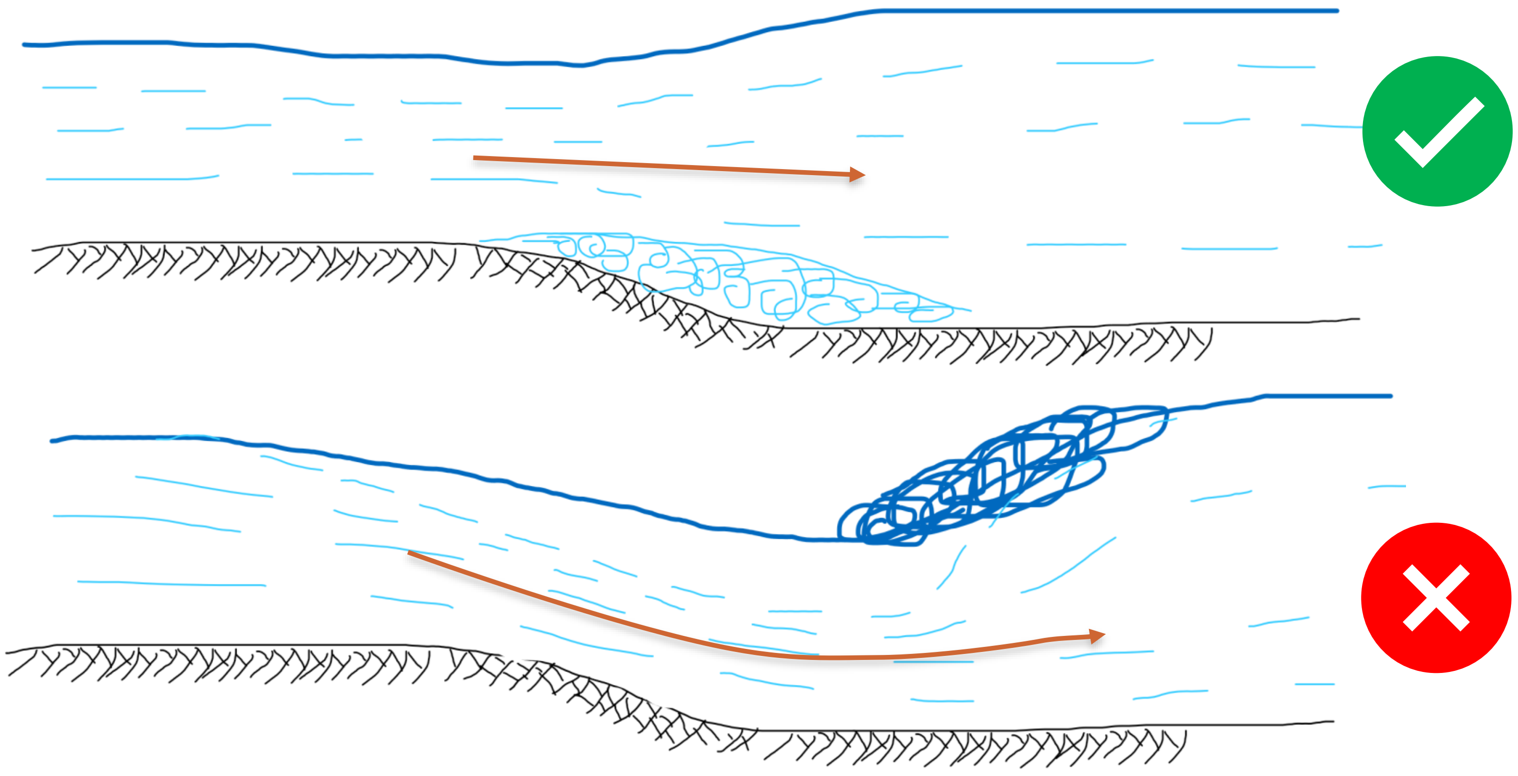
Quiero conocer 2



Simplificaciones:

- Cumplimos la ley hidrostática (cota piezométrica = eje hidráulico).

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

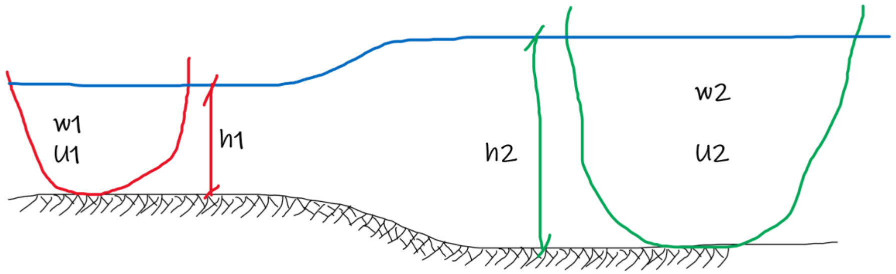


Simplificaciones:

- Cumplimos la ley hidrostática (cota piezométrica = eje hidráulico).

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

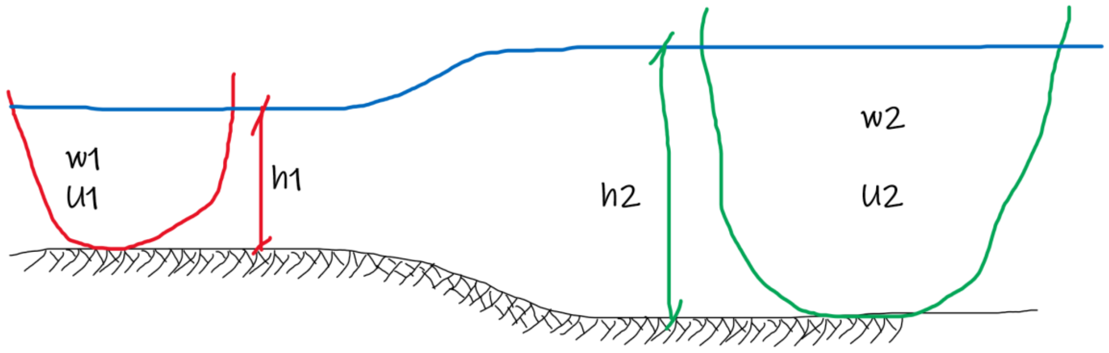


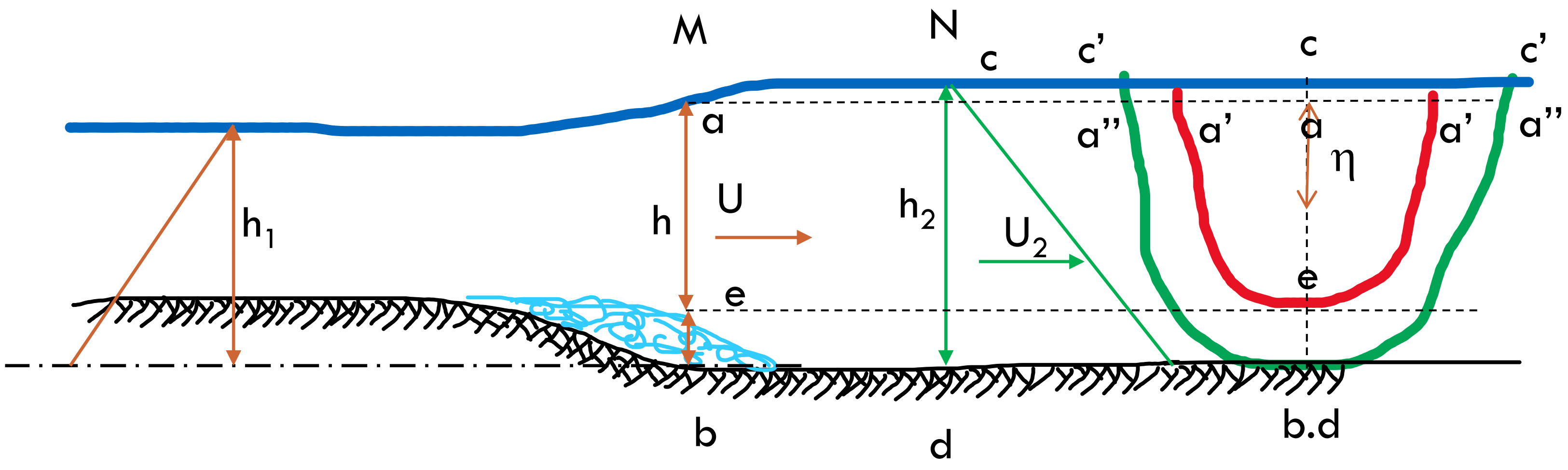
Variación de sección en canales

Además de vertederos tenemos muchas otras singularidades en canales abiertos

- Sección de aguas muertas: remolinos o torbellinos; no participan en la variación de cantidad de movimiento (genera empuje, pero no desplazamiento)
- ω sección de aguas vivas: variación de cantidad de movimiento.
- Ω sección total: suma de sección de aguas vivas más la sección de aguas muertas.

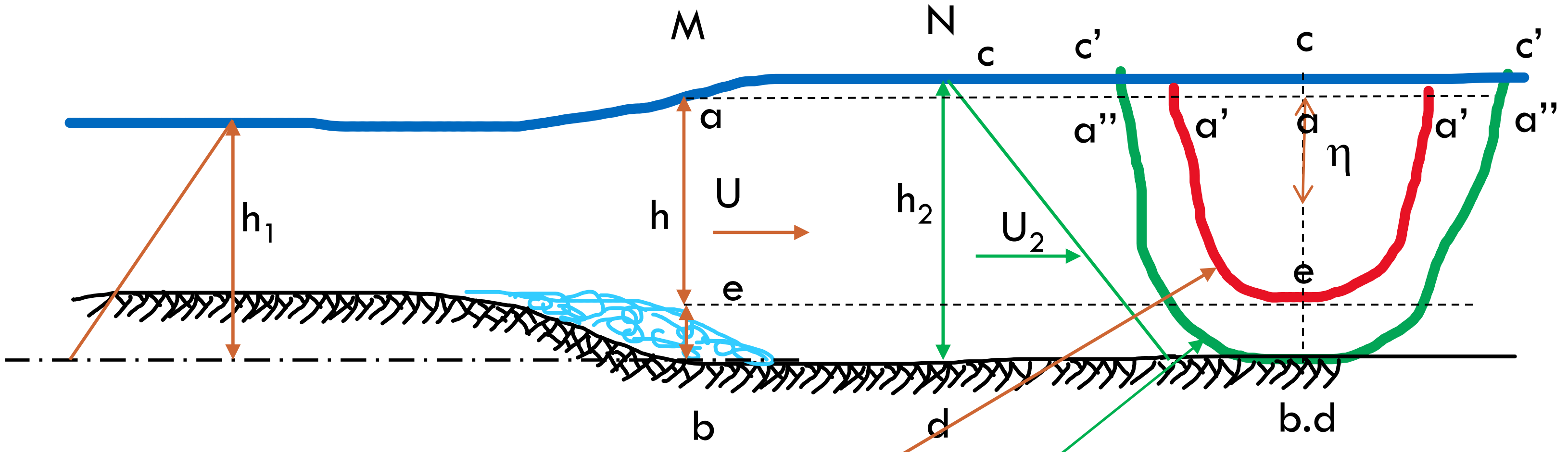
FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN





Aplicamos segundo principio de mecánica: variación de cantidad de movimiento entre dos secciones

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN



$$I = m \cdot V$$

$$Q = U \cdot \omega = U_2 \cdot \omega_2$$

$$U = \frac{Q}{\omega} \qquad U_2 = \frac{Q}{\omega_2}$$

$$\rho \cdot Q(U_2 - U)$$

Esta variación de cantidad de movimiento = Fuerzas que producen tal variación

Fuerza que lo producen

Presión

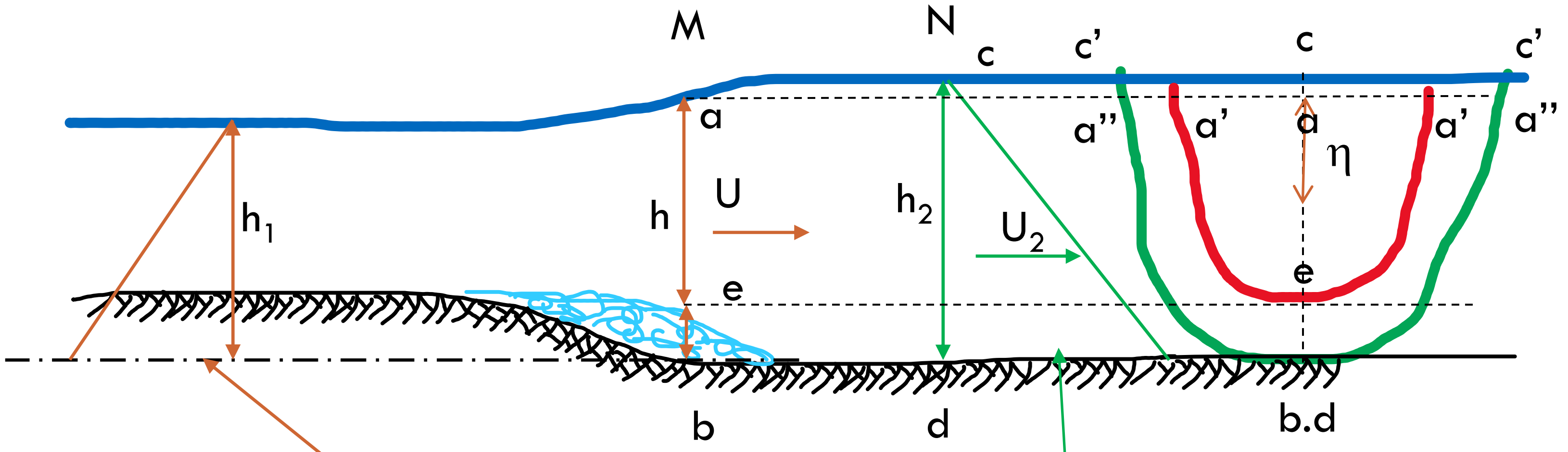
Pérdidas

Frotamiento

Fuerza que se oponen

Se desprecian: Cambios en frotamientos e influencia de pendiente entre secciones (peso del agua)

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN



$$I = m \cdot V$$

$$Q = U \cdot \omega = U_2 \cdot \omega_2$$

$$U = \frac{Q}{\omega} \qquad U_2 = \frac{Q}{\omega_2}$$

$$\rho \cdot Q(U_2 - U)$$

Evaluamos empujes

$$E = \gamma \cdot \eta \cdot \Omega$$

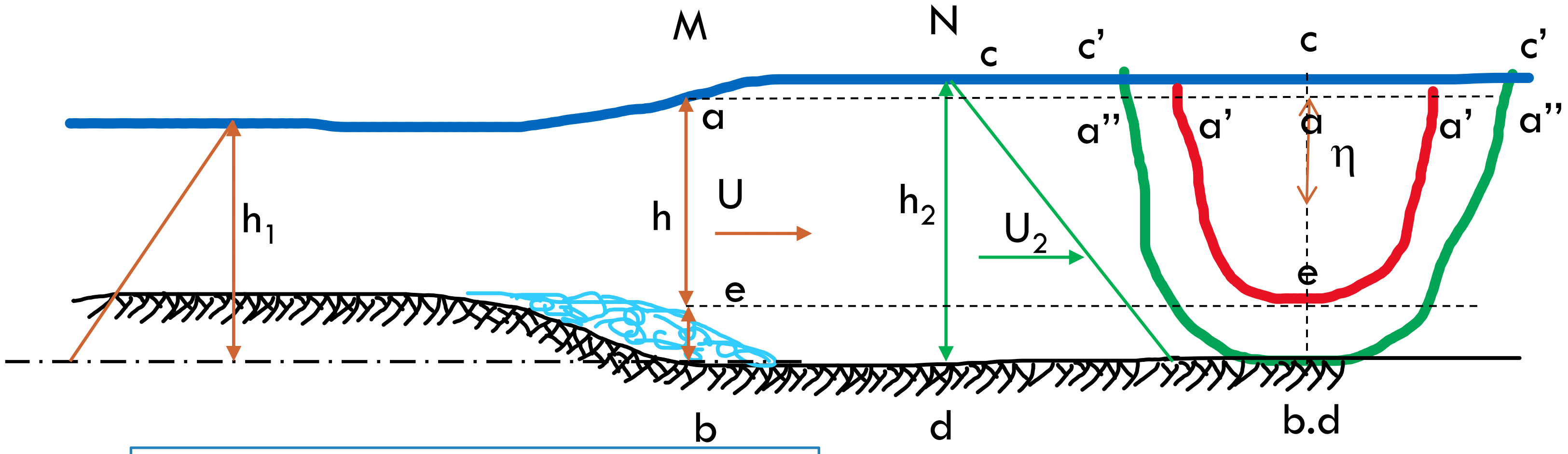
$$\rho \cdot Q(U_2 - U) = \gamma \cdot \eta \cdot \Omega - \gamma \cdot \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega} + \eta \cdot \Omega = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$M = \frac{Q^2}{g \cdot \omega} + \eta \cdot \Omega = \text{cte}$$

Función Momenta

FUNCIÓN MOMENTA (**PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO**) VARIACIONES DE SECCIÓN



$$M=\frac{Q^2}{g\cdot\omega}+\eta\cdot\Omega=\text{cte}$$

Función Momenta

$$M=\frac{Q^2}{g\cdot\omega}+\eta\cdot\Omega=\frac{\left[\frac{L^6}{T^2}\right]}{\left[\frac{L}{T^2}\cdot L^2\right]}+[L\cdot L^2]=[L^3]$$

$$h\rightarrow 0\therefore\omega\rightarrow 0\therefore M\rightarrow\infty$$
$$h\rightarrow\infty\therefore\omega\rightarrow\infty\therefore M\rightarrow\infty$$

Como la función Bernoulli!!

$$\frac{dM}{dh}=0=-\frac{Q^2}{g\omega^2}\frac{d\omega}{dh}+\Omega\rightarrow U=\sqrt{g\cdot\frac{\Omega}{B}}=U_c$$

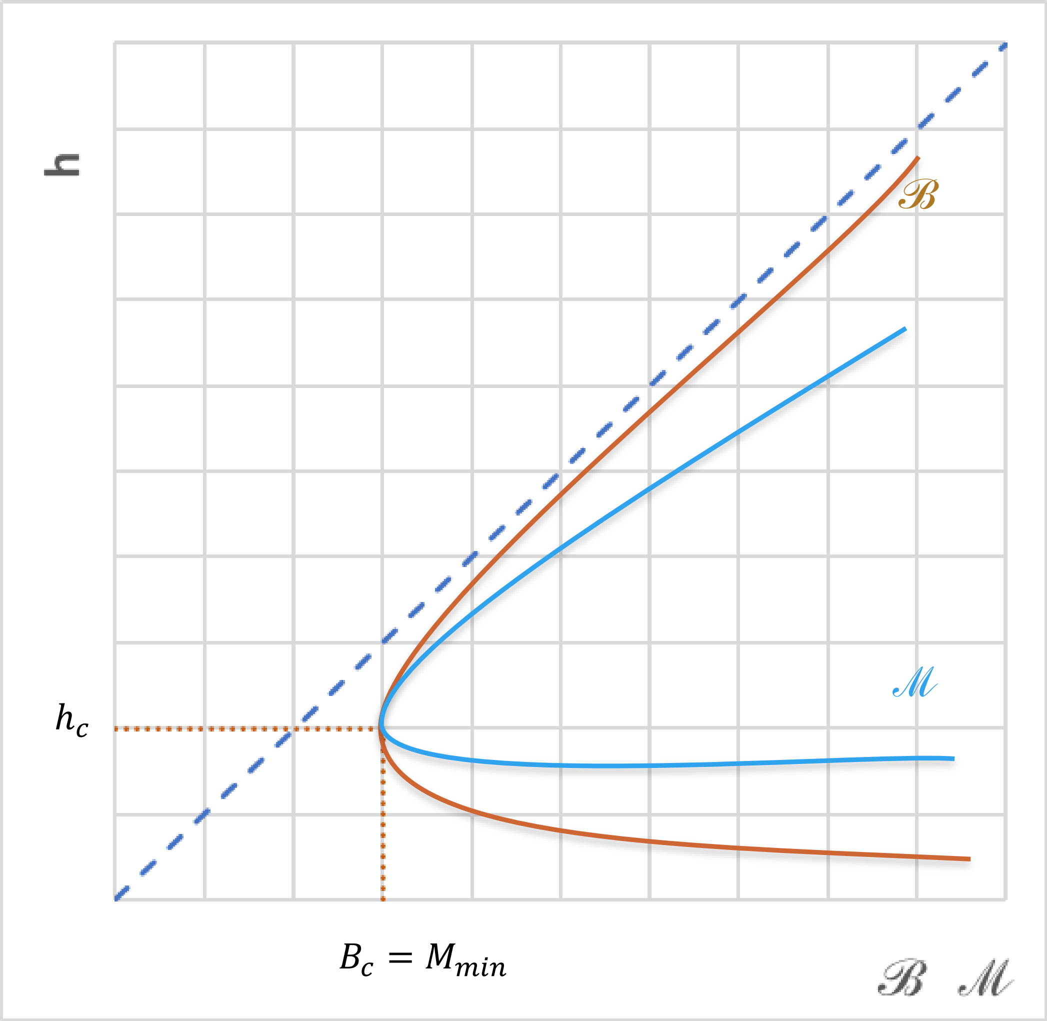
Como la función Bernoulli!!

Función Momenta

$$M = \frac{Q^2}{g \cdot \omega} + \eta \cdot \Omega = \text{cte}$$

Función Bernoulli

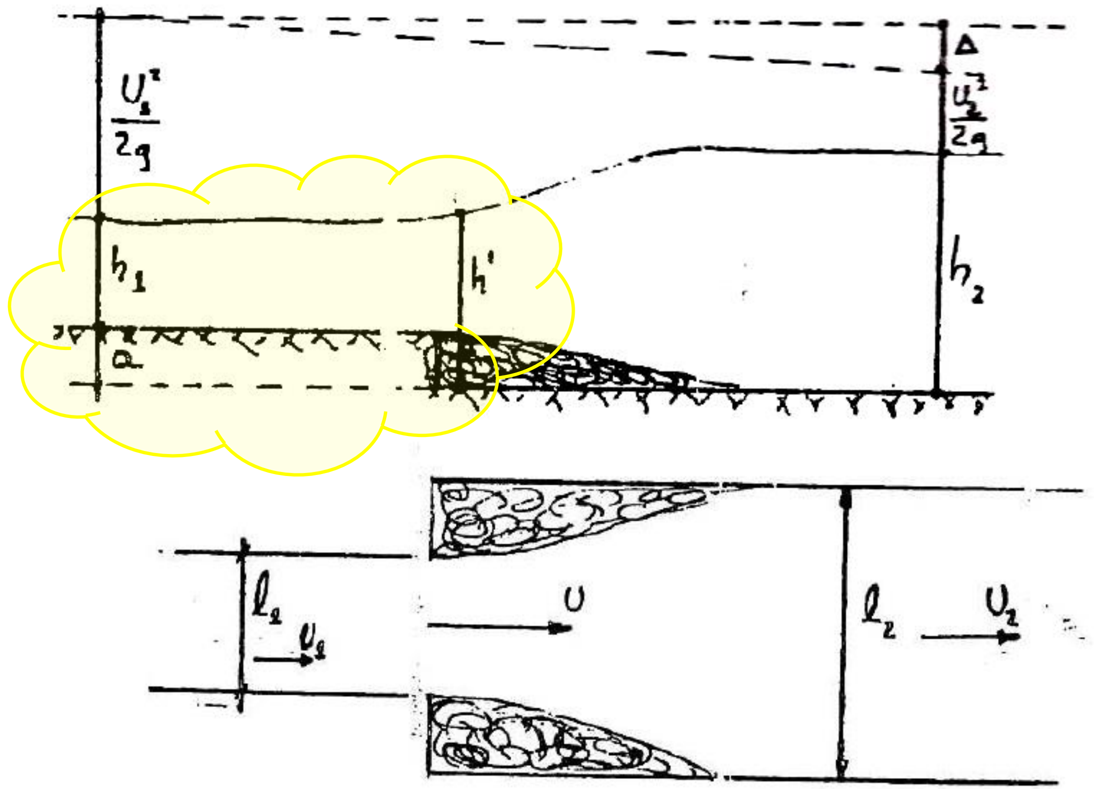
$$B = h + \frac{U^2}{2g}$$



FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

Función Momenta en secciones rectangulares



Se aplica la función Momenta en dos secciones:

Una inmediatamente abajo del escalón de fondo

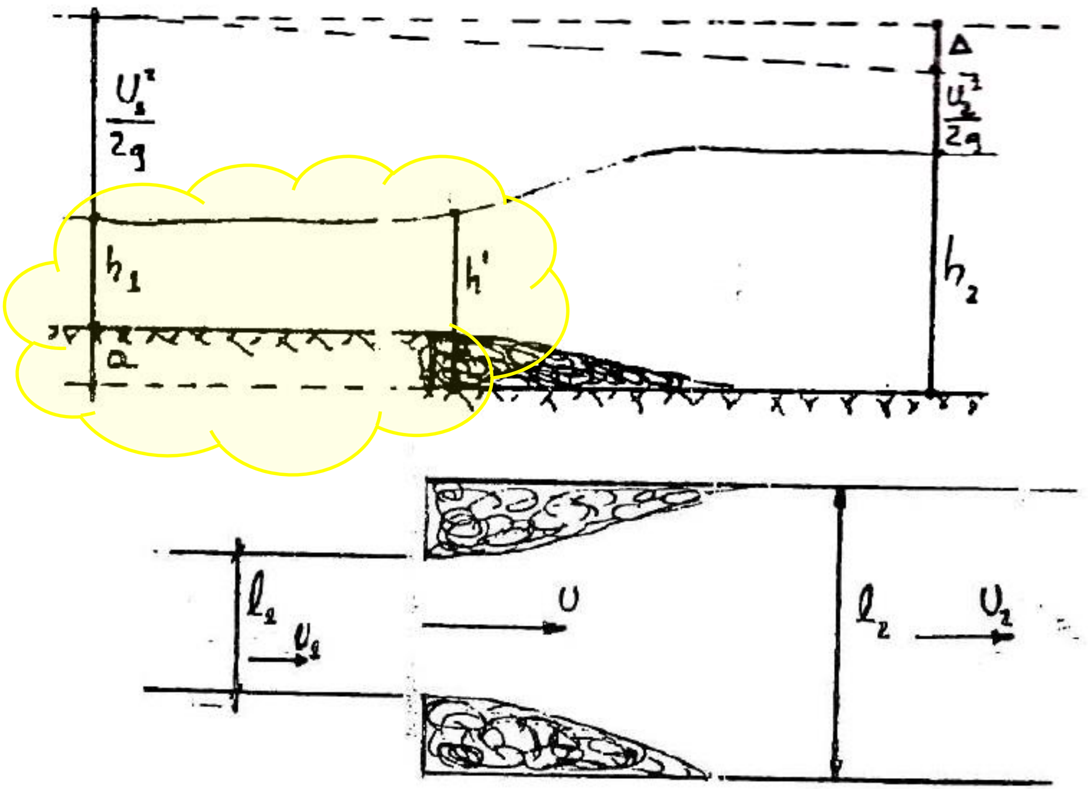
Otra aguas abajo de la singularidad

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$\Omega_1 = h' \cdot l_2 = (a + h_1) l_2$$
$$\omega_1 = h_1 l_1$$
$$\eta_1 = \frac{h'}{2}$$

$$\Omega_2 = h_2 \cdot l_2$$
$$\omega_2 = h_2 l_2$$
$$\eta_2 = \frac{h_2}{2}$$

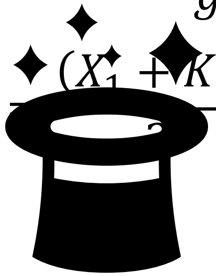
Función Momenta en secciones rectangulares



Se aplica la función Momenta en dos secciones:
Una inmediatamente abajo del escalón de fondo
Otra aguas abajo de la singularidad

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} - \frac{(X_1+K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

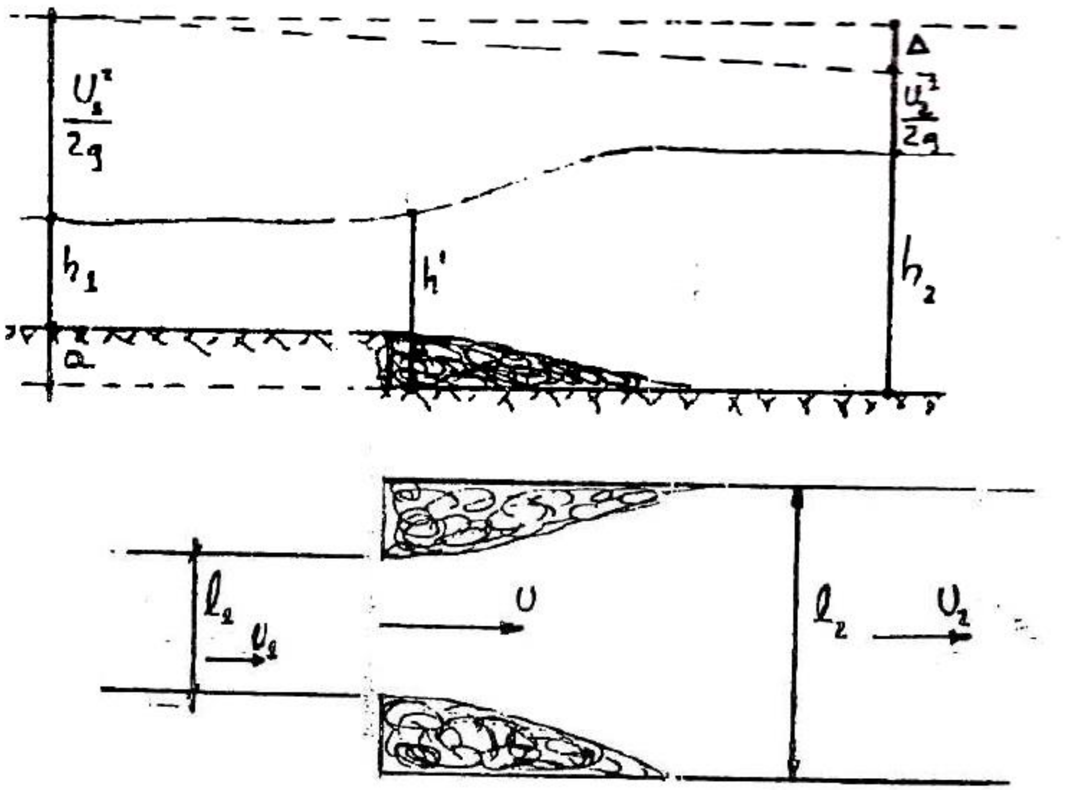


$$\Omega_1 = h' \cdot l_2 = (a + h_1) l_2$$
$$\omega_1 = h_1 l_1$$
$$\eta_1 = \frac{h'}{2}$$

$$\Omega_2 = h_2 \cdot l_2$$
$$\omega_2 = h_2 l_2$$
$$\eta_2 = \frac{h_2}{2}$$

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

Función Momenta en secciones rectangulares



$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} n = \dfrac{l_2}{l_1} \\ X_1 = \dfrac{h_1}{h_{c2}} \\ X_2 = \dfrac{h_2}{h_{c2}} \\ K = \dfrac{a}{h_{c2}} \end{cases}$$

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

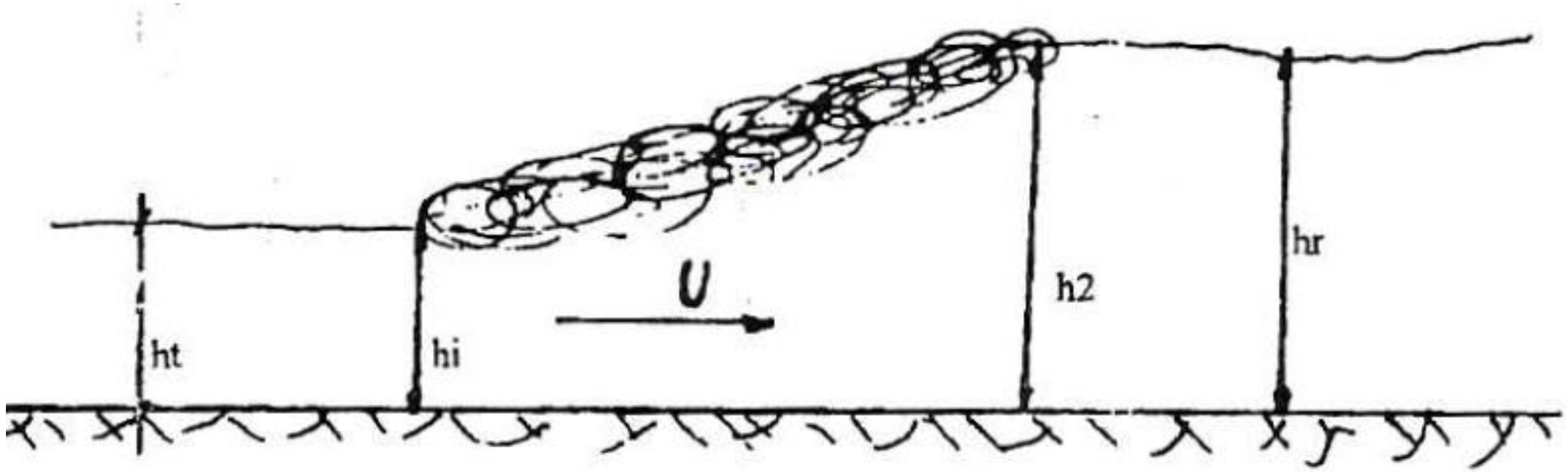
Función Momenta en secciones rectangulares: Casos

Ensanche por variación brusca de la sección mojada, sin variación de la forma del canal

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} n = \dfrac{l_2}{l_1} = 1 \\ X_1 = \dfrac{h_1}{h_{c2}} \\ X_2 = \dfrac{h_2}{h_{c2}} \\ K = \dfrac{a}{h_{c2}} = 0 \end{cases}$$



FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

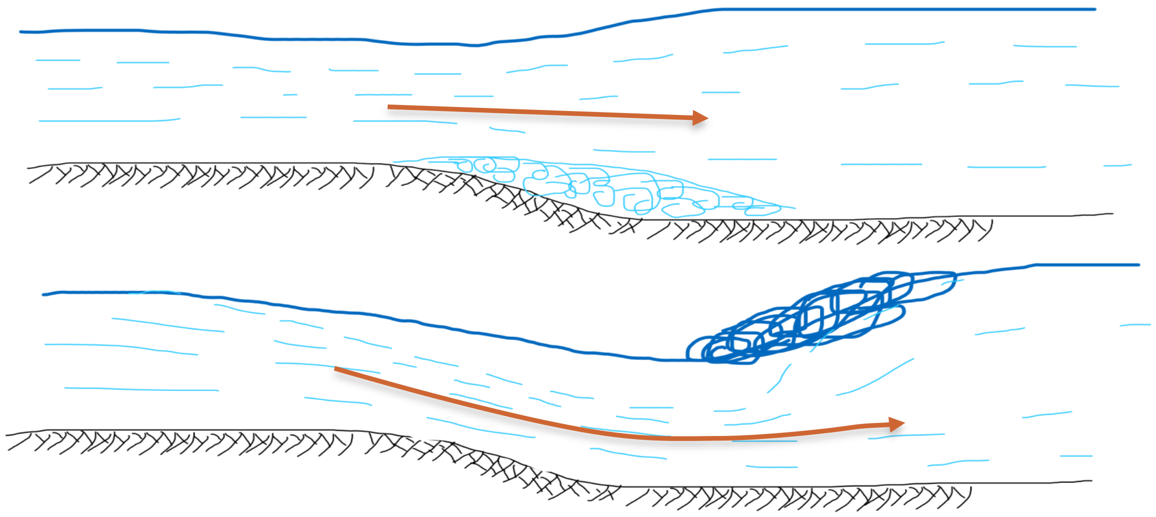
Función Momenta en secciones rectangulares: Casos

Escalón de fondo sin variación lateral

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} n = \dfrac{l_2}{l_1} = 1 \\ X_1 = \dfrac{h_1}{h_{c2}} \\ X_2 = \dfrac{h_2}{h_{c2}} \\ K = \dfrac{a}{h_{c2}} \end{cases}$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$



FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

Función Momenta en secciones rectangulares: Casos

Ensanche por variación del ancho del canal

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} n = \dfrac{l_2}{l_1} \\ X_1 = \dfrac{h_1}{h_{c2}} \\ X_2 = \dfrac{h_2}{h_{c2}} \\ K = \dfrac{a}{h_{c2}} \end{cases}$$

FUNCIÓN MOMENTA **(PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO)** VARIACIONES DE SECCIÓN

Momenta en el resalto hidráulico

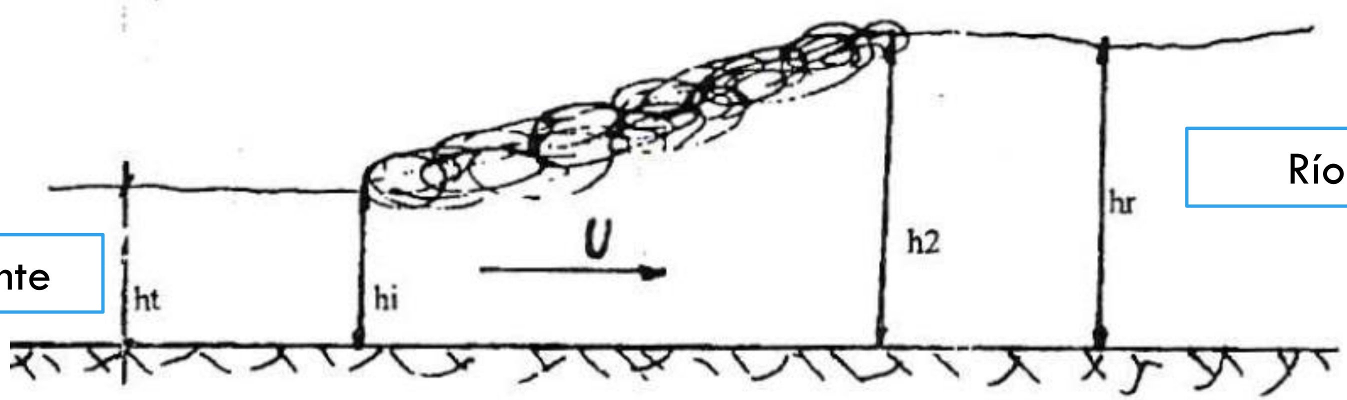
- Ensanche brusco de la corriente sin cambio de sección del canal
- Mayormente provocado por cambios de pendiente
- Puede ser provocado: vertederos, cambios de sección, singularidades (compuestas)
- Onda estacionaria de gran disipación de energía
- Sucede cuando se produce un cambio de torrente a río

Aplicaciones

- Disipación de energía.
- Recuperar altura o aumentar el nivel de agua.
- Separar condiciones de flujo, establecer secciones de control y estaciones de aforo.
- Mezcla de químicos.
- Airear el agua, remoción de bolsas de aire, prevenir taponamientos por aire.

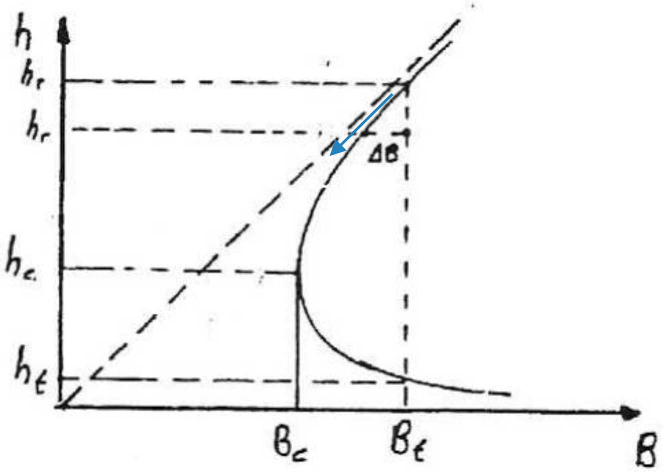
FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Momenta en el resalto hidráulico



Torrente

Río



Celeridad de la onda (Unidad 6)

$$c = \sqrt{gh}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon}{h}\right)$$

$$\varepsilon = h_f - h_i \rightarrow \text{amplitud de onda}$$

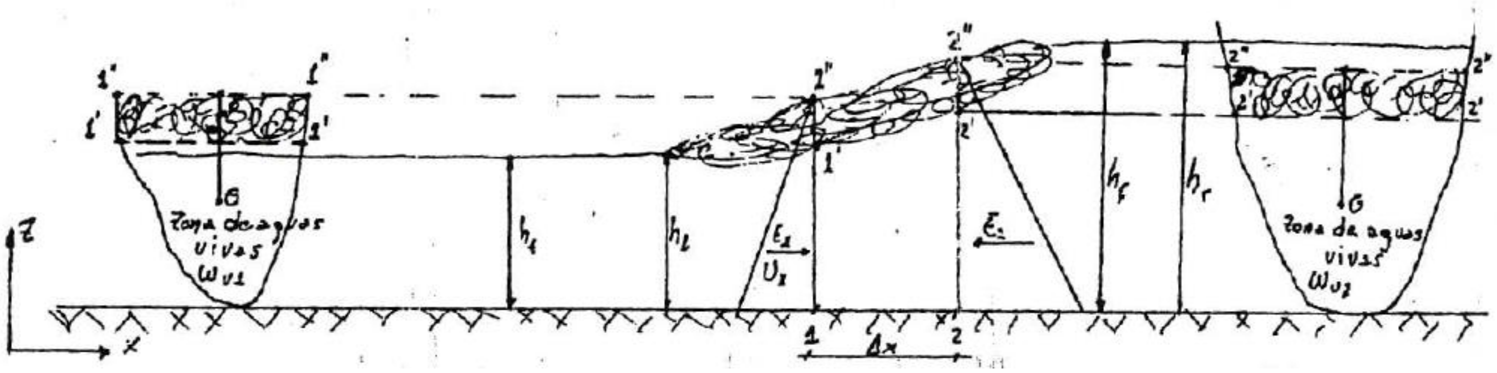
Resaltos completos y estables la amplitud de onda es aproximadamente 2

$c = 1{,}75 \cdot U_c$ → $Fr = 1{,}75$ →

Resaltos estables: $Fr \geq 1{,}75$

FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Momenta en el resalto hidráulico



Planteamos el Principio de Variación de la Cantidad de Movimiento

$$M = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_f} + \eta_f \cdot \Omega_\mathrm{f} = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_i} + \eta_i \cdot \Omega_\mathrm{i}$$

Función Momenta terminal válida para secciones de cualquier forma

$$X_i^2 \cdot X_f + X_f^2 \cdot X_i - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} X_i = -\frac{X_f}{2} \pm \sqrt{\frac{X_f^2}{4} + \frac{2}{X_f}} \\ X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \end{cases}$$

$$X_i = \frac{h_i}{h_c}$$

$$X_f = \frac{h_f}{h_c}$$

FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Momenta en el resalto hidráulico

Longitud de resalto

Existen muchas fórmulas experimentales para canales rectangulares

$$L = \frac{l}{h_c} \qquad X_i = \frac{h_i}{h_c} \qquad X_f = \frac{h_f}{h_c}$$

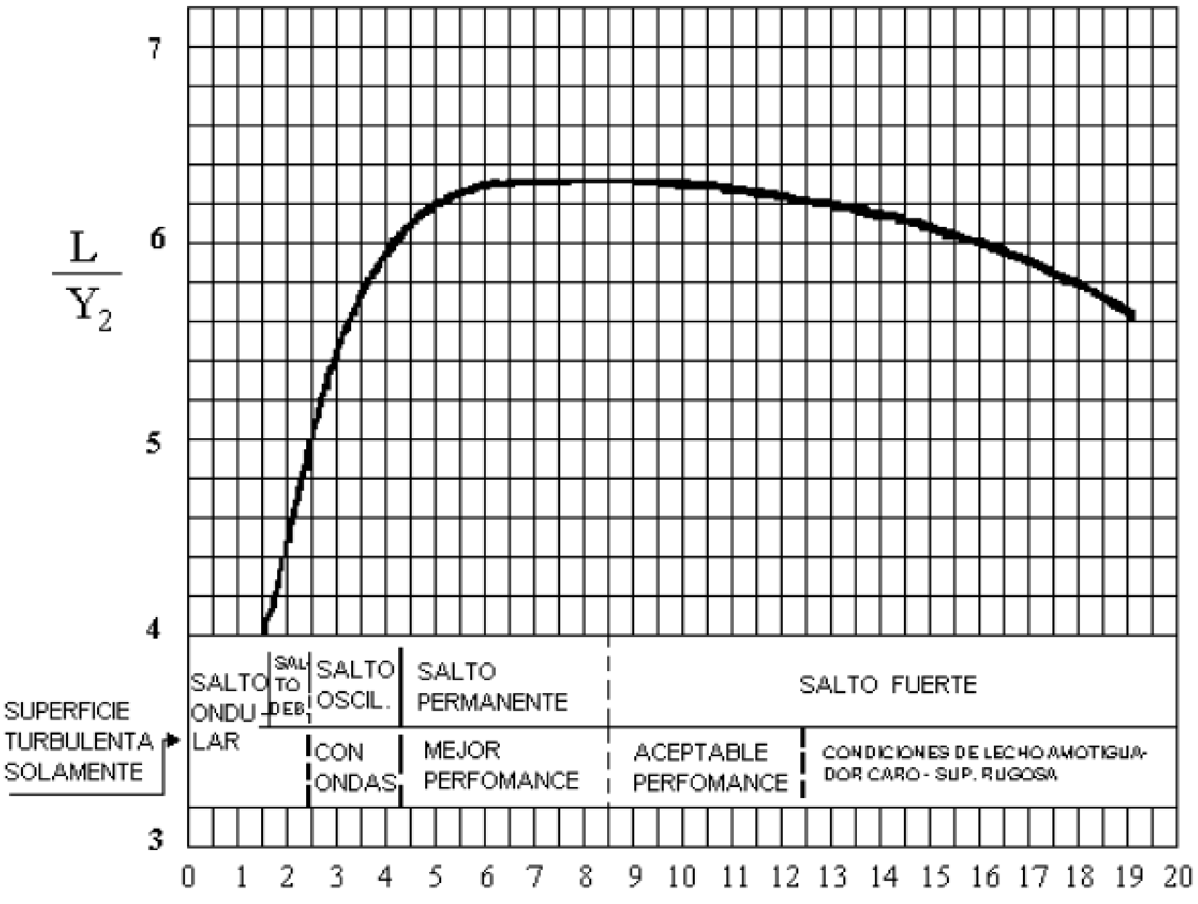
Autor	Fórmula
1. Alamos y Gallardo (canales sin pendiente)	1. $L = 18 - 20 \cdot X_i$
2. Safranez	2. $L = 4{,}5 \cdot X_f$
3. Miami Conservancy District	3. $L = 5(X_f - X_i)$
4. Ovalle y Domínguez $\left(para\ 2 < \frac{X_f}{X_i} < 16\right)$	4. $\mathrm{L} = 1{,}5\left(\frac{X_f}{X_i} - 0{,}8\right)$
5. Woycicki para resaltos completos	5. $\mathrm{L} = (X_f - X_i)\left(8 - 0{,}05\frac{X_f}{X_i}\right)$
6. Woycicki para resaltos incompletos	6. $\mathrm{L} = (X_f - X_i)\left(6 - 0{,}05\frac{X_f}{X_i}\right)$

FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

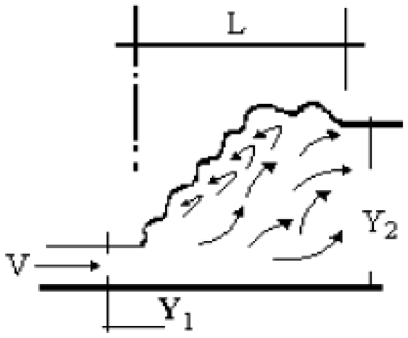
Momenta en el resalto hidráulico

Longitud de resalto

Hidráulica de Canales Abiertos (Ven Te Chow) producto de estudios del US Bureau of Reclamation



$$f_1 = V_1 / \sqrt{gY_1}$$



FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Momenta en el resalto hidráulico

Longitud de resalto

Hidráulica de Canales Abiertos (Ven Te Chow) producto de estudios del US Bureau of Reclamation

Clasificación de resaltos

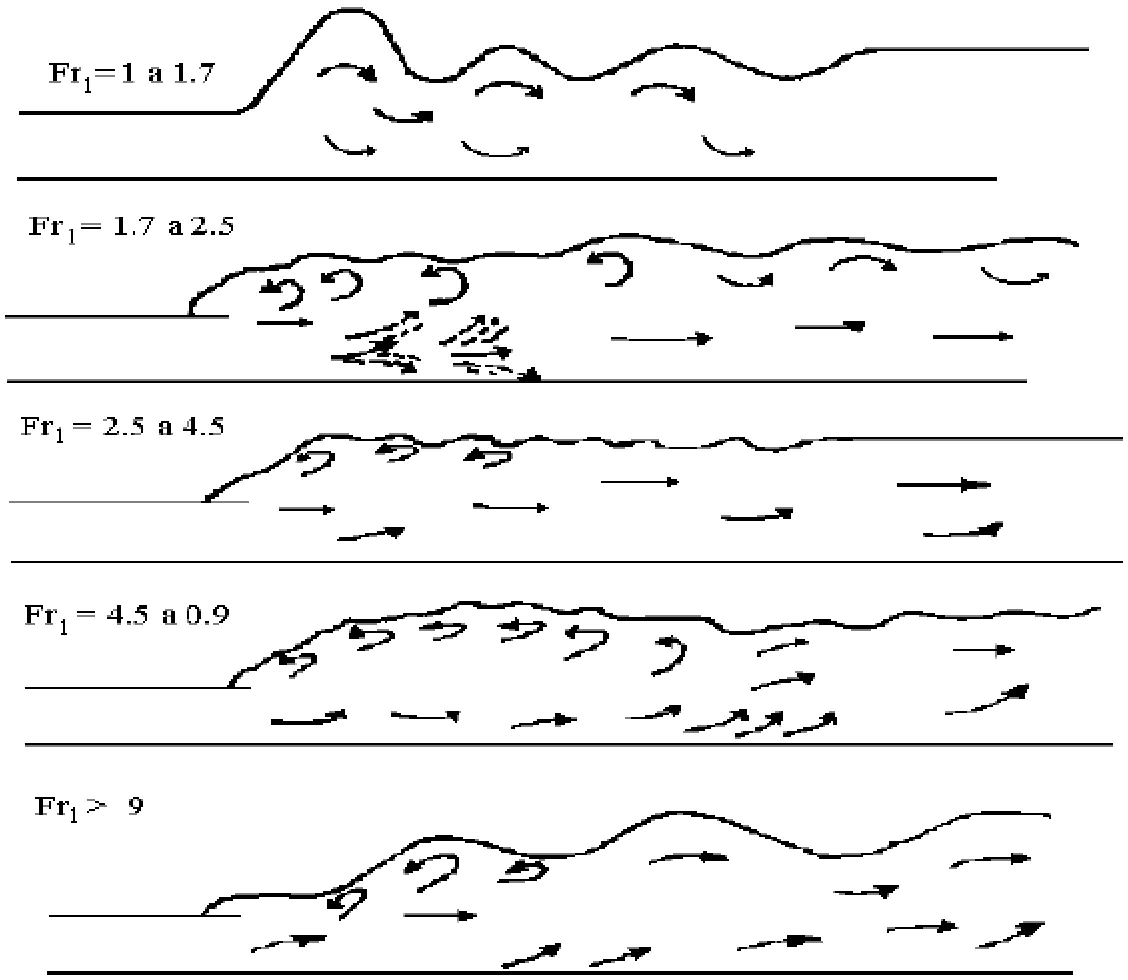
- Resalto ondulatorio: $1 < Fr \leq 1{,}75$.
- Resalto débil: $1{,}75 < Fr \leq 2{,}5$. Pérdida de energía es baja.
- Resalto oscilante: $2{,}5 < Fr \leq 4{,}5$. Produce ondas grandes y de período irregular.
- Resalto estable: $4{,}5 < Fr \leq 9{,}0$. Pérdida de energía entre 45% y 70%.
- Resalto fuerte: $Fr \geq 9{,}0$. Genera ondas, disipación de energía del 85%.

FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Momenta en el resalto hidráulico

Longitud de resalto

Hidráulica de Canales Abiertos (Ven Te Chow) producto de estudios del US Bureau of Reclamation



Ondulatorio

Débil

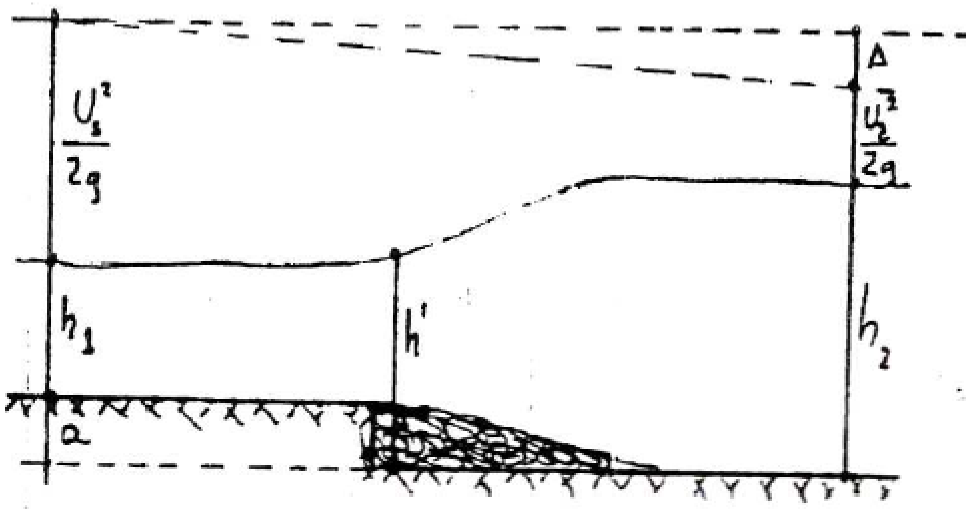
Oscilante

Estable

Fuerte

FUNCIÓN MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO

Pérdidas de carga



$$B = h' + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta$$

$$\Delta = h' - h_2 + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}$$

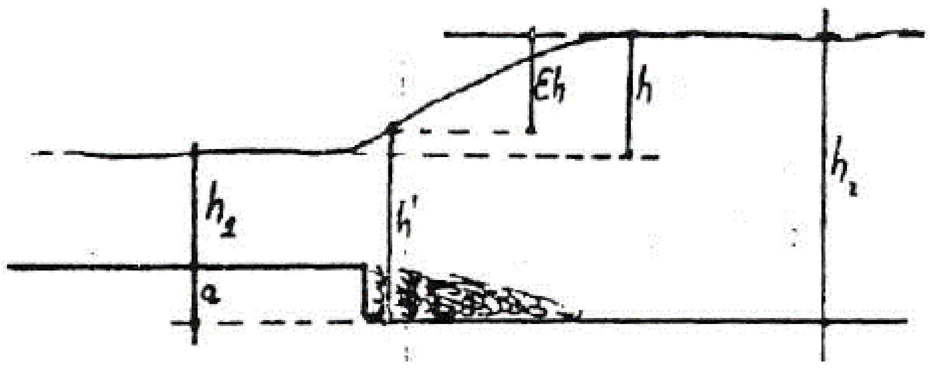
Aplicando PCCM y operando

$$\Delta = \frac{(h_2 - h')^2}{2h_2} + \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g}$$

¿h'?

PÉRDIDAS DE CARGA EN SINGULARIDADES EN CANALIZACIONES ABIERTAS

Pérdidas de carga



$$h = h_2 - (h_1 + a)$$

$$h' = h_2 - \xi h$$

Napa Sumergida

$$\xi = 1, \therefore h' = h_2 - h = h_1 + a$$

Napa Superficial u ondulada

$$\left\{ \begin{array}{c} Condición\ inicial: Río \\ \xi = 1, \therefore h' = h_2 - h = h_1 + a \\ Condición\ inicial: Torrente \\ \xi = 0{,}25, \therefore h' = \frac{3}{4} h_2 + \frac{1}{4}(h_1 + a) \end{array} \right.$$

PÉRDIDAS DE CARGA EN SINGULARIDADES EN CANALIZACIONES ABIERTAS

Pérdidas de carga

Pérdidas de carga en resalto

$$\Delta = B_1 - B_2 = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right)$$

$$\Delta = B_1 - B_2 = \frac{(h_1 - h_2)^3}{4h_1 \cdot h_2}$$

$$\frac{\Delta}{B_1} = \frac{B_1 - B_2}{B_1}$$

Pérdida de carga relativa

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{h_2 + \frac{U_2^2}{2g}}{h_1 + \frac{U_1^2}{2g}}$$

Eficiencia del resalto

PÉRDIDAS DE CARGA EN SINGULARIDADES EN CANALIZACIONES ABIERTAS

EJEMPLOS DE PRÁCTICA

EJERCICIO N°1

EJERCICIO N°2-3

EJERCICIO N°5

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

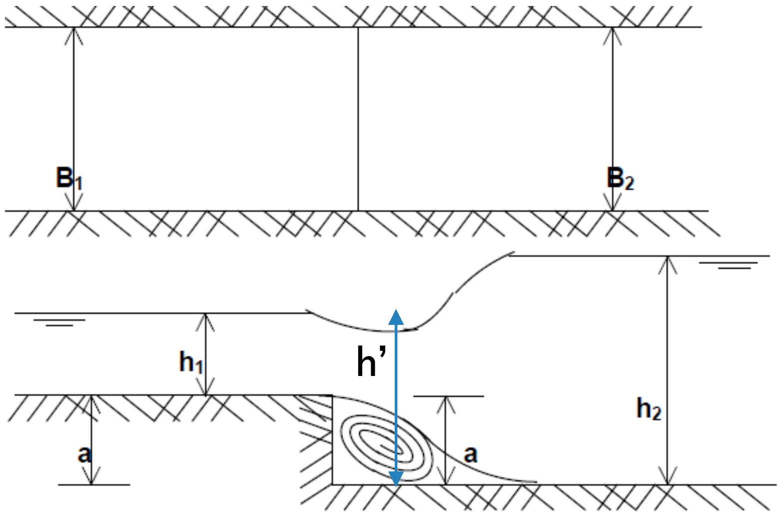
Ejercicio 1

En un canal de sección rectangular pasa un caudal Q conocido. Existe un escalón de bajada y se conoce el tirante de aguas abajo. Calcular la altura del escurrimiento sobre la grada, los Bernoulli B_1 y B_2 y el valor de la pérdida de carga Δ (también λ), y definir el tipo de napa.

<u>DATOS:</u>

$$Q = 3{,}65\,\frac{m^3}{s}$$
$$a = 0{,}30\ m$$
$$B_1 = B_2 = 1m\ (ancho)$$
$$h_2 = 3{,}4\ m$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$



PLANTA

$$n = \frac{B_2}{B_1};\ X_2 = \frac{h_2}{h_{c_2}};\ X_1 = \frac{h_1}{h_{c_1}};\ K = \frac{a}{h_{c_2}};\ X' = \frac{h'}{h_{c_2}}$$

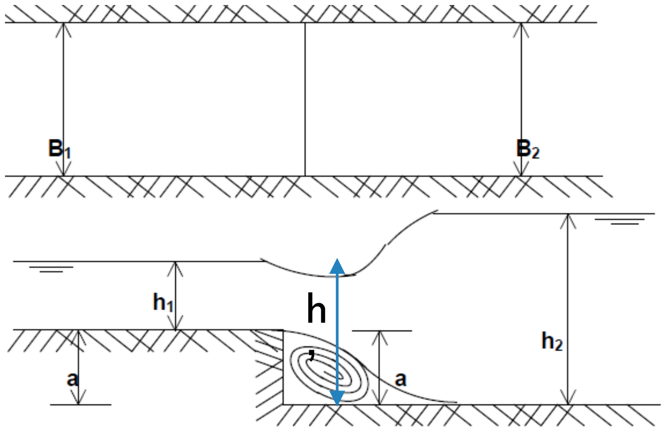
CORTE

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 1



PLANTA

CORTE

$$h_{c_2} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(Q/B_2)^2}{g}}$$

$$h_{c_2} = \sqrt[3]{\frac{(3.65m^2/s)^2}{9.81m/s^2}} = 1{,}11m$$

$h_2 = 3{,}40\ m > h_{c_2} = 1{,}11m$ → Régimen Río

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1+K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} \rightarrow \frac{2X_1 - 2X_2}{X_2 \cdot X_1} = X_1^2 + 2X_1K + K^2 - X_2^2$$

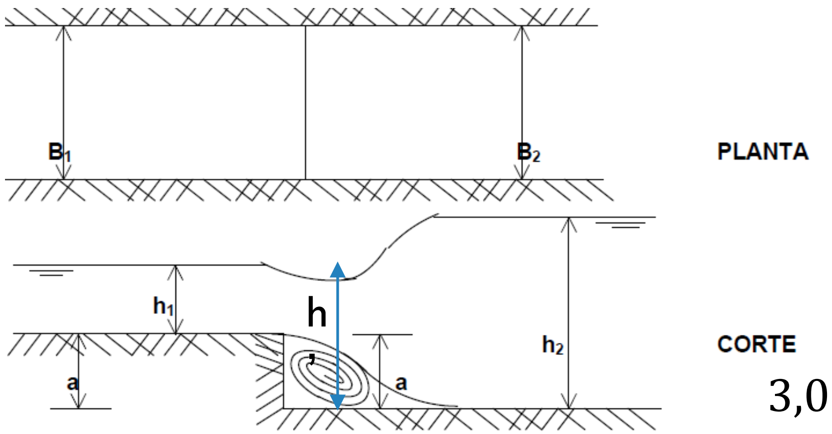
$$X_2X_1^3 + (2KX_2)X_1^2 + (K^2X_2 - X_2^3 - 2)X_1 + 2X_2 = 0 \rightarrow \alpha X_1^3 + \beta X_1^2 + \gamma X_1 + \delta = 0$$

$$X_2 = \frac{h_2}{h_{c_2}} = 3{,}07; K = \frac{a}{h_{c_2}} = 0{,}27; \alpha = 3.07; \beta = 1{,}67; \gamma = -30.72; \delta = 6{,}14$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 1



$$3{,}07X_1^3 + 1{,}67X_1^2 - 30{,}72X_1 + 6{,}14 = 0$$

$$X_{11} = 2{,}79;\;\; X_{12} = 0{,}20;\;\; X_{13} = \cancel{-3{,}53}$$

$$h_{11} = X_{11} \cdot h_{c_2} = 2{,}79 \cdot 1{,}11\,m = 3{,}10m$$
$$h_{12} = X_{12} \cdot h_{c_2} = 0{,}20 \cdot 1{,}11\,m = 0{,}23m$$

Verificación Energética

Sentido de escurrimiento:

$$Be_1 > Be_2$$

$$Be_{11} = 3{,}10m + \frac{U_{11}^2}{2g} + a \rightarrow U_{11} = \frac{Q}{h_{11}B_1} = \frac{3{,}65m^3/s}{3{,}1m^2} = 1{,}18\frac{m}{s} \Rightarrow Be_{11} = 3{,}47m$$

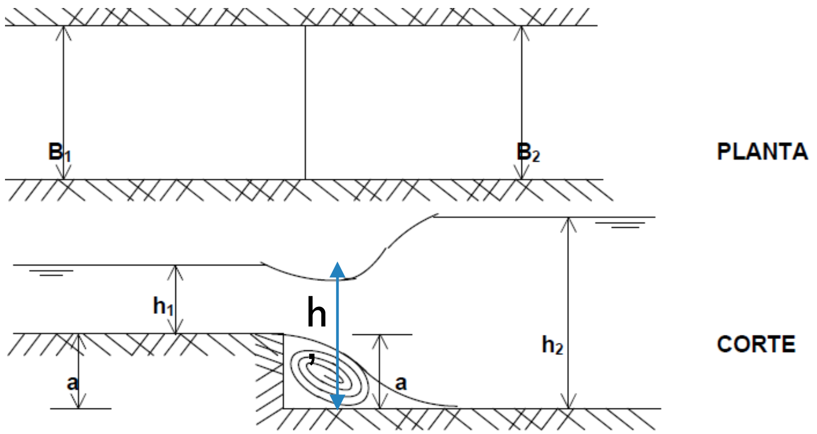
$$Be_{12} = 0{,}23m + \frac{U_{12}^2}{2g} + a \rightarrow U_{12} = \frac{Q}{h_{12}B_1} = \frac{3{,}65m^3/s}{0{,}23m^2} = 15{,}9\frac{m}{s} \Rightarrow Be_{12} = 13{,}37m$$

$$Be_2 = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \rightarrow U_2 = \frac{Q}{h_2B_2} = \frac{3{,}65m^3/s}{3{,}4m^2} = 1{,}08\frac{m}{s} \Rightarrow Be_2 = 3{,}46m$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 1



Verificación Energética

$$Be_{11} = 3{,}47m$$
$$Be_{12} = 13{,}37m$$
$$Be_2 = 3{,}46m$$

Sentido de escurrimiento:

$$Be_1 > Be_2$$

Analizar condiciones aguas arriba y aguas abajo

- Aguas abajo la altura de agua es 3,4 m
- Aguas arriba pueden producirse dos alturas: 3,1 m ó 0,23 m. Analizando

  CP_{11} = 3,10 m + 0,3 m = 3,40 m

  CP_{12} = 0,23 m + 0,3 m = 0,53 m → Debería subir casi 3 m

$$\Delta = Be_1 - Be_2 = 3{,}47m - 3{,}46m = 0{,}01m$$

$$\lambda_2 = \frac{\Delta}{\frac{U_2^2}{2g}} = \frac{2 \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 0{,}01m}{(1{,}08\ m/s)^2} = 0{,}17; \lambda_1 = \frac{\Delta}{\frac{U_1^2}{2g}} = \frac{2 \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 0{,}01m}{(1{,}18\ m/s)^2} = 0{,}14$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 2

En un canal de sección rectangular de 4,3 m de ancho, escurre un caudal de 6,6 m³/s. Se produce un cambio de pendiente que origina un resalto. ¿Qué altura conjugada tiene éste último, si el torrente del mismo adopta una h_1 = 0.56 m?

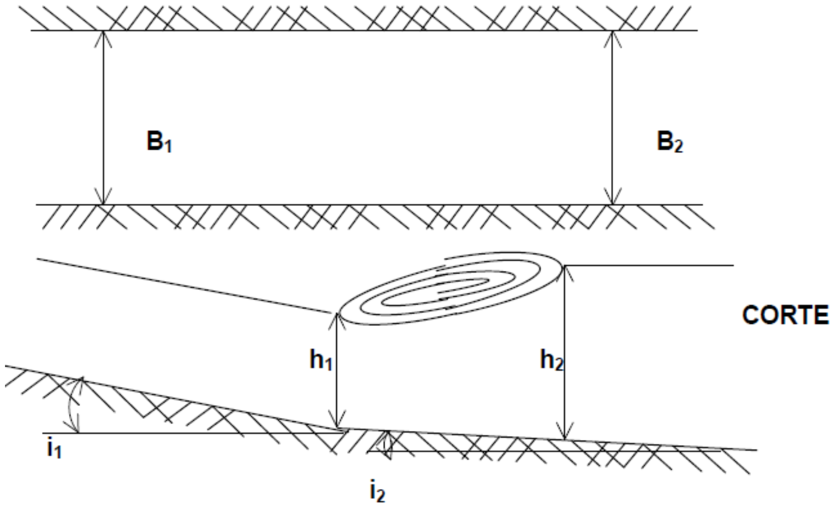
<u>DATOS:</u>

$$Q = 6{,}6\,\frac{m^3}{s}$$
$$h_1 = 0{,}56\,m$$
$$B_1 = B_2 = 4{,}3m\ (ancho)$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

$$n = \frac{B_2}{B_1};\ X_2 = \frac{h_2}{h_{c_2}};\ X_1 = \frac{h_1}{h_{c_1}};\ K = \frac{a}{h_{c_2}};\ X' = \frac{h'}{h_{c_2}}$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$



$$h_{21} = X_{21} \cdot h_{c_2} = 0{,}9 \cdot 0{,}62\,m = 0{,}56m$$
$$h_{22} = X_{22} \cdot h_{c_2} = 1{,}11 \cdot 0{,}62\,m = 0{,}69m$$

$$L = 5(h_2 - h_1) = 5(0{,}69 - 0{,}56)m$$
$$L = 0{,}65\,m$$

EJERCICIOS

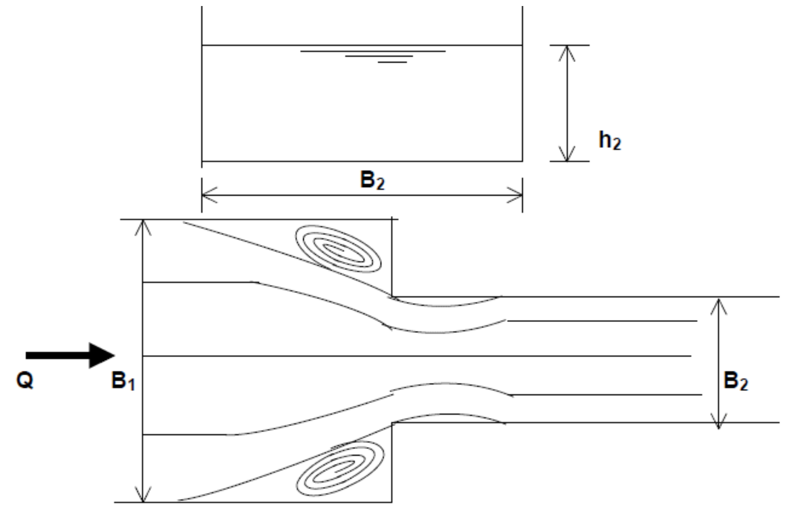
Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 3

En un canal de 6 m de ancho y rectangular se produce un estrechamiento a 3,74 m sin escalón de fondo. Aguas abajo hay una h_2 = 1.06 m y el caudal es 3 m^3/s. Calcular h_1 y la pérdida de carga Δ y λ.

<u>DATOS:</u>

$$Q = 3\frac{m^3}{s}$$
$$h_2 = 1{,}06\ m$$
$$B_1 = 6m;\ B_2 = 3{,}74m$$



$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

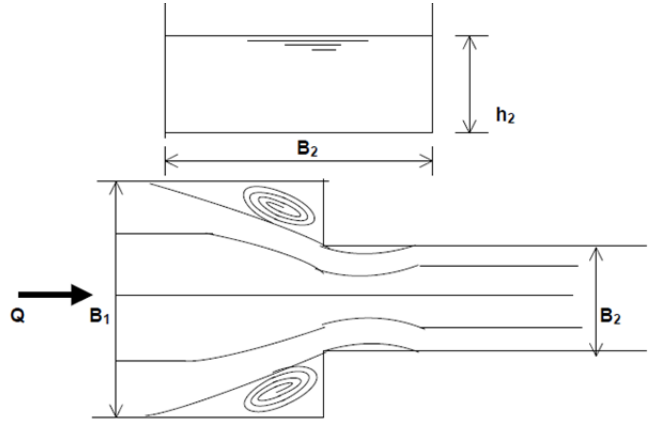
$$n = \frac{B_2}{B_1};\ X_2 = \frac{h_2}{h_{c_2}};\ X_1 = \frac{h_1}{h_{c_1}};\ K = \frac{a}{h_{c_2}};\ X' = \frac{h'}{h_{c_2}}$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{0{,}62}{X_1} = \frac{(X_1)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 3



$$h_{c_2} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(Q/B_2)^2}{g}}$$

$$h_{c_2} = \sqrt[3]{\frac{(0{,}80m^2/s)^2}{9.81m/s^2}} = 0{,}40m$$

$$h_2 = 1{,}06\ m > \ h_{c_2} = 0{,}40m$$ → Régimen Río

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} \quad \longrightarrow \quad \frac{2X_1 - 2nX_2}{X_2 \cdot X_1} = X_1^2 - X_2^2$$

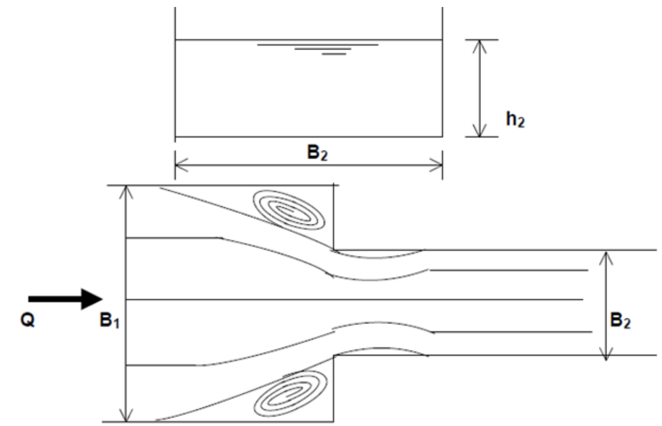
$$X_2X_1^3 - (X_2^3 + 2)X_1 + 2nX_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \alpha X_1^3 + \beta X_1^2 + \gamma X_1 + \delta = 0$$

$$X_2 = \frac{h_2}{h_{c_2}} = 2{,}65; n = \frac{B_2}{B_1} = 0{,}62; \alpha = X_2 = 2{,}65; \beta = 0; \gamma = -20{,}61; \delta = 3{,}29$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 3



$$X_{11} = 0{,}16;\ \ X_{12} = 2{,}678;\ \ \cancel{X_{13} = -2{,}87}$$

$$h_{11} = X_{11} \cdot h_{c_2} = 0{,}16 \cdot 0{,}40\ m = 0{,}064m$$
$$h_{12} = X_{12} \cdot h_{c_2} = 2{,}68 \cdot 0{,}40\ m = 1{,}07m$$

Verificación Energética

Sentido de escurrimiento:

$$Be_1 > Be_2$$

$$Be_{11} = 0{,}06m + \frac{U_{11}^2}{2g} \rightarrow U_{11} = \frac{Q}{h_{11}B_1} = \frac{3m^3/s}{(0{,}06 \cdot 6)m^2} = 7{,}81\frac{m}{s} \Rightarrow Be_{11} = 3{,}17m$$

$$Be_{12} = 1{,}07m + \frac{U_{12}^2}{2g} \rightarrow U_{12} = \frac{Q}{h_{12}B_1} = \frac{3m^3/s}{(1{,}07 \cdot 6)m^2} = 0{,}47\frac{m}{s} \Rightarrow Be_{12} = 1{,}08m$$

$$Be_2 = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \rightarrow U_2 = \frac{Q}{h_2B_2} = \frac{3m^3/s}{(1{,}06 \cdot 3{,}74)m^2} = 0{,}76\frac{m}{s} \Rightarrow Be_2 = 1{,}09m$$

$$\Delta = Be_1 - Be_2 = 3{,}17m - 1{,}09m = 2{,}08m$$

$$\lambda_2 = \frac{\Delta}{\frac{U_2^2}{2g}} = \frac{2 \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 2{,}08m}{(0{,}76\ m/s)^2} = 72{,}6;\ \lambda_1 = \frac{\Delta}{\frac{U_1^2}{2g}} = \frac{2 \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 2{,}08m}{(7{,}81\ m/s)^2} = 0{,}67$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 4

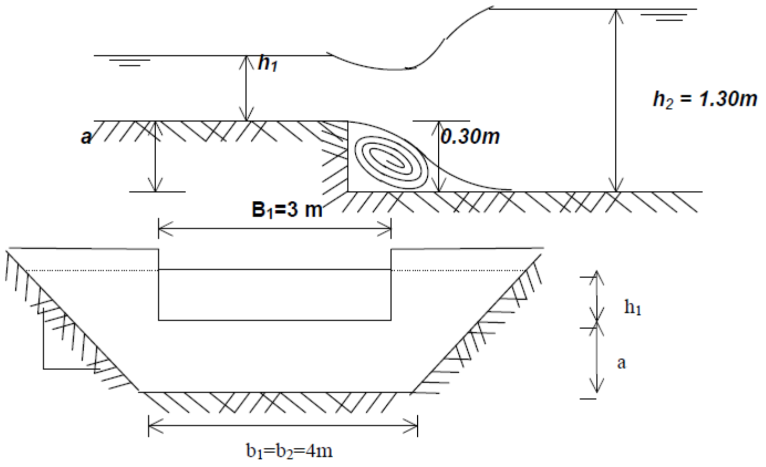
Un canal rectangular de 3 m de base cae 0,30 m formando un escalón de bajada, y desde el escalón hacia aguas abajo la sección pasa a ser trapecial de 4m de base y taludes de 1:1. El caudal es de 4 m^3/s. Determinar la altura de agua en la sección rectangular (h_1), si la altura de agua que sigue al ensanche en el canal trapecial (h_2) es de 1,30 m. Aplicar la función momenta.

DATOS:

$$Q = 4\frac{m^3}{s}$$
$$a = 0{,}30\ m$$
$$h_2 = 1{,}30\ m$$
$$B_1 = 3m;\ b_2 = 4m; z_2 = 1:1$$

$$\xcancel{\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}}$$

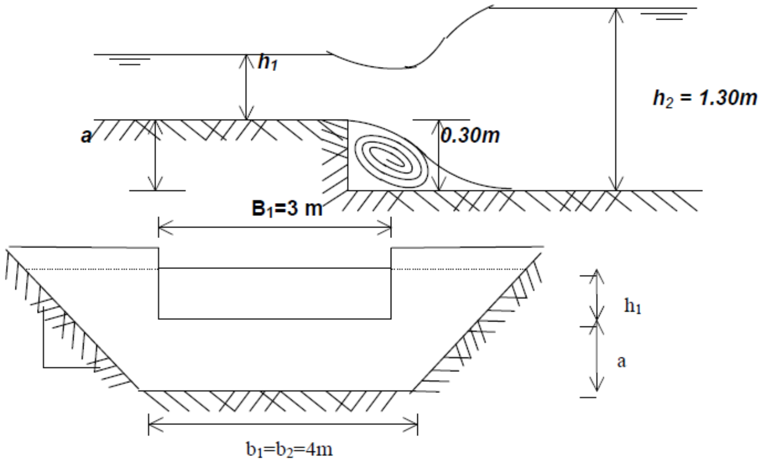
$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$



EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 4



$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

Secciones aguas vivas

$$\omega_1 = B_1 \cdot h_1 = 3m \cdot h_1$$

$$\omega_2 = \Omega_2 = \frac{B_2 + b_2}{2} \cdot h_2 = \frac{b_2 + 2h_2 + b_2}{2} \cdot h_2$$

$$\omega_2 = \Omega_2 = (b_2 + h_2)h_2 = 6{,}89\ m^2$$

Secciones totales

$$\Omega_1 = (\mathrm{b_1 + h_1 + a}) \cdot (\mathrm{h_1 + a})$$

$$\Omega_1 = (4{,}3m + h_1)(h_1 + 0{,}3m)$$

$$\Omega_2 = 6{,}89\ m^2$$

Distancias baricéntricas

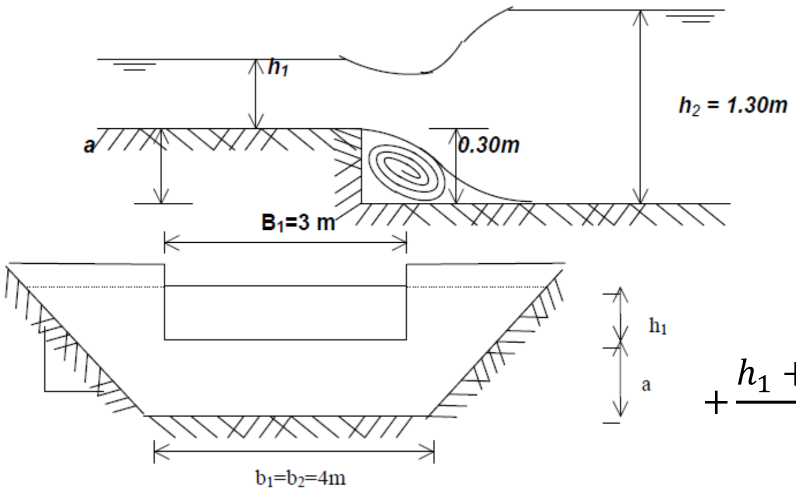
$$\eta_1 = \frac{h_1 + a}{6} \cdot \frac{3b_1 + 2(h_1 + a)}{b_1 + h_1 + a} = \frac{h_1 + 0{,}3m}{6} \cdot \frac{12{,}6m + 2h_1}{4{,}3m + h_1}$$

$$\eta_2 = \frac{h_2}{3} \cdot \left(\frac{B_2 + 2b_2}{B_2 + b_2}\right) = \frac{h_2}{3} \cdot \left(\frac{b_2 + 2h_2 + 2b_2}{b_2 + 2h_2 + b_2}\right) = 0{,}60\ m$$

EJERCICIOS

Singularidades en canalizaciones abiertas

Ejercicio 4



$$\frac{Q^2}{g\cdot\omega_1}+\eta_1\cdot\Omega_1=\frac{Q^2}{g\cdot\omega_2}+\eta_2\cdot\Omega_2$$

$$\frac{Q^2}{g\cdot\omega_1}+\eta_1\cdot\Omega_1=\frac{\left(4\frac{m^3}{s}\right)^2}{9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 3\,m\cdot h_1}+$$

$$+\frac{h_1+0{,}3m}{6}\cdot\frac{12{,}6m+2h_1}{4{,}3m+h_1}\cdot(4{,}3m+h_1)\cdot(h_1+0{,}3m)$$

$$\frac{Q^2}{g\cdot\omega_2}+\eta_2\cdot\Omega_2=\frac{\left(4\frac{m^3}{s}\right)^2}{9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 6{,}89\,m^2}+0{,}6m\cdot 6{,}89m^2=4{,}35m^3$$

$$\frac{0{,}54}{h_1}m^4+(h_1+0{,}3m)^2\cdot\frac{12{,}6m+2h_1}{6}=4{,}35m^3$$

h_1 (m)	1ºTérmino	2ºTérmino	Suma
0.2	2.72	0.54	3.26
0.4	1.36	1.09	2.45
0.6	0.91	1.86	2.77
0.8	0.68	2.86	3.54
0.9	0.60	3.46	4.06
0.95	0.57	3.78	4.35
0.949	0.57	3.77	4.34
0.9495	0.57	3.77	**4.35**

$$\boxed{h_1=0{,}95m}$$

EJERCICIOS