Doctorado en Ingeniería

Métodos Numéricos

Trabajo Práctico 5: Interpolación y Aproximación

Problema 1:
Obtenga el polinomio de interpolación de la función f=ln(x) mediante el método de polinomios de Lagrange y cuyas abscisas están dadas por el vector x={1;2;3;4}. Además, acote el error teórico en el intervalo dado.

Problema 2:
Dada una versión discreta de la función sen(x) para el vector de abscisas x (rad)={0;1;2;3;4} escribir un programa que permita:

- Calcular en un vector f el valor que toma en las ordenadas dadas la función discreta del sen(x)
- Obtener los polinomios de Lagrange y el polinomio interpolante.
- Grafique en una misma figura la función sen(x) y el polinomio interpolante.
- Grafique en otra figura el polinomio de Lagrange.
- Evaluar el polinomio interpolante en x=0,6 y evaluar el error absoluto en ese punto entre el valor obtenido con la función analítica y el polinomio de interpolación.

Problema 3:
Escribir un programa en que dadas las abscisas que están en las componentes del vector x={0; π/4; π/2 3π/4} y las ordenadas en el vector f={sin(0); sin(π /4); sin(π /2); sin(3 π /4)} permita:

- Calcular y graficar los polinomios de Newton asociados a dichas abscisas.
- Calcular y graficar el polinomio interpolante en el rango de abscisas datos.
- Calcular el error absoluto para valores de x=0,5 y 4.

Problema 4:
Empleando polinomios de Chebyshev obtenga con suficiente precisión el polinomio de interpolación de la función $f(x)=e^x$. Graficar la función y el polinomio de interpolación.

Problema 5:
Dada la siguiente función discreta:

x=	{8;	11;	15;	18;	22}
y=	{5;	9;	10;	8;	7}

obtener las splines cúbicas naturales que se ajustan a los datos. Determine el valor interpolado de *y* para x = 12.7. Graficar la función discreta y los polinomios de interpolación

Problema 6:
Aproximar por el método de mínimos cuadrados la recta que aproxima la función cuyos puntos (x_i ; $y_i = f(x_i)$) están dados por las abscisas x={0;1;2;3;4;5;6} y las ordenas y={4;7;9;10;9;12;15}.

Problema 7:
Dada la función discreta h cuyos datos están dados como:

x={	0;	π/4;	π/2;	3π/4;	π;	5π/4;	3π/2;	7π/4;	2π}
h(x)={	3;	2.5355;	2;	1.7071;	-1;	-4.5355;	-4;	0.2929;	3}

aplique el método de mínimos cuadrados para hallar la función de aproximación tomando como funciones bases ϕ_0 = sen(x), ϕ_1 = sen(2x), ϕ_2 = cos(x), ϕ_3 = cos(2x).

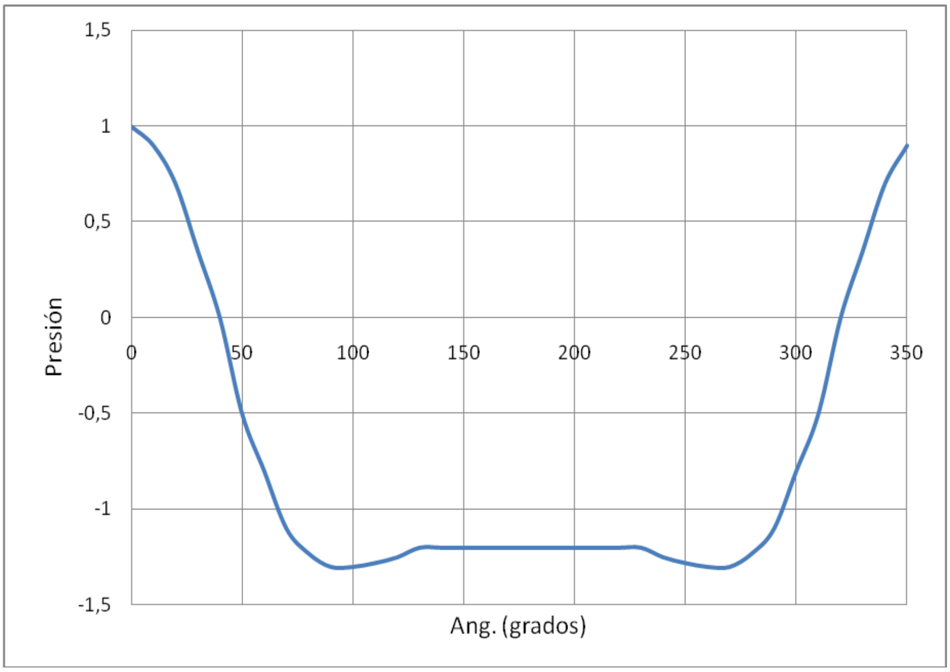
Problema 8:
La expresión $P = a\,V^{b}$ relaciona la presión y el volumen de una máquina de vapor. Para los valores datos:

V={ 53,90; 26,40; 14,00; 7,00; 4,27; 2,74; 1,85}
P={ 6,87; 14,70; 28,80; 60,40; 101,90; 163,30; 250,30}

encontrar las constantes a y b, usando el método de mínimos cuadrados.

Problema 9:
La presión del viento sobre una superficie cilíndrica está dada en forma de una función discreta por el Reglamento CIRSOC 102 como:

Ang (grados)	Presión
0	1
10	0,9
20	0,7
30	0,35
40	0
50	-0,5
60	-0,8
70	-1,1
80	-1,23
90	-1,3
100	-1,3
110	-1,28
120	-1,25
130	-1,2
140	-1,2
150	-1,2
160	-1,2
170	-1,2
180	-1,2
190	-1,2
200	-1,2
210	-1,2
220	-1,2
230	-1,2
240	-1,25
250	-1,28
260	-1,3
270	-1,3
280	-1,23
290	-1,1
300	-0,8
310	-0,5
320	0
330	0,35
340	0,7
350	0,9



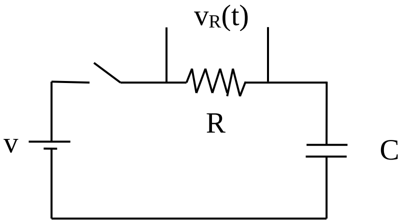
Para los datos anteriores:

- Encontrar la aproximación por mínimos cuadrados, empleando como bases cos(k x) con k=0,1,2,3.
- Repita los cálculos, pero con bases cos(k x) con k=0,1,2.
- Grafique en una misma figura los tres casos, es decir, los datos y las dos aproximaciones.

Problema 10:
Dado un circuito RC la relación $v_R(t) = v\, e^{(-t/(R\,C))}$ permite obtener los voltajes v_R a través de la resistencia en función del tiempo t, la resistencia eléctrica R y la capacitancia C del condensador. Si se cierra el interruptor y se miden los voltajes v_R se obtienen los valores siguientes:

t[s]=	{2;	4;	6;	8;	10;	12;	14;	16;	18;	20;	22;	24;	26;	28;	30}
v_R[V]=	{9.7;	8.1;	6.6;	5.1;	4.4;	3.7;	2.8;	2.4;	2.0;	1.6;	1.4;	1.1;	0.85;	0.69;	0.6}

Determine usando el método de mínimos cuadrados la capacitancia del capacitor considerando que R=5MΩ.



Problema 11:
Un ensayo de tracción es realizado para determinar la curva tensión-deformación de un elastómero. Los valores ε (deformación) y σ (tensión) obtenidos del ensayo son los siguientes:

ε =	{0;	0.4;	0.8;	1.2;	1.6;	2;	2.4;	2.8;	3.2;	3.6;	4;	4.4}
σ[MPa]=	{0;	3;	4.5;	5.8;	5.9;	5.8;	6.2;	7.4;	9.6;	15.6;	20.7;	26.7}

ε =	{4.8;	5.2;	5.6;	6}
σ [MPa]=	{31.1;	35.6;	39.3;	41.5}

Mediante mínimos cuadrados obtener la función de aproximación $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$. Graficar los datos del ensayo junto con la función de aproximación obtenida.