UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ROBOTICA I

UNIDAD III: Cinematica

Cinemática Directa

Prof: Carolina Díaz

JTP: Eric Sanchez

Contenido UNIDAD 3

- Introducción repaso fundamentos matemáticos.
- Modelo cinemático directo Denavit Hartenberg .
- Modelo cinamático inverso.
- Cinemática del movimiento. Jacobiano. Singularidades.

Cinemática estudia la posición del robot sin tener en cuenta las fuerzas y pares que causan el movimiento.

Conocer la localización del extremo del robot basándose en la posición de las articulaciones

$p = F(q)$

CINEMATICA DIRECTA

ESPACIO ARTICULAR

Coordenada Articulares

$\boldsymbol{q = (q_1, q_2, \dots, q_n)}$

ESPACIO CARTESIANO

Coordenadas del extremo operativo

$\boldsymbol{p = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)}$

$q = F^{-1}(p)$

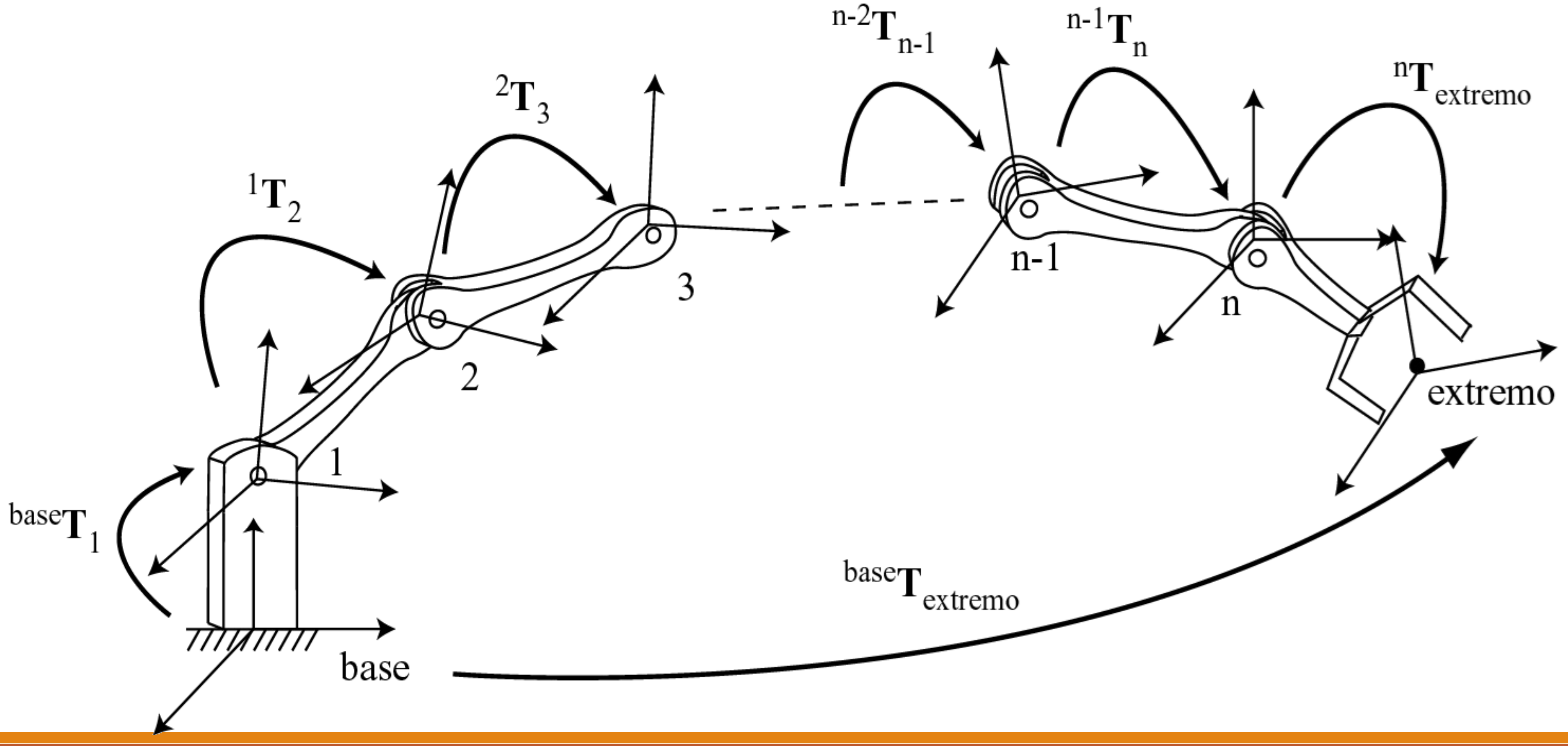
CINEMATICA INVERSA

Conocer la posición de las articulaciones del robot si lo que se conoce es la localización del extremo

Cinemática directa

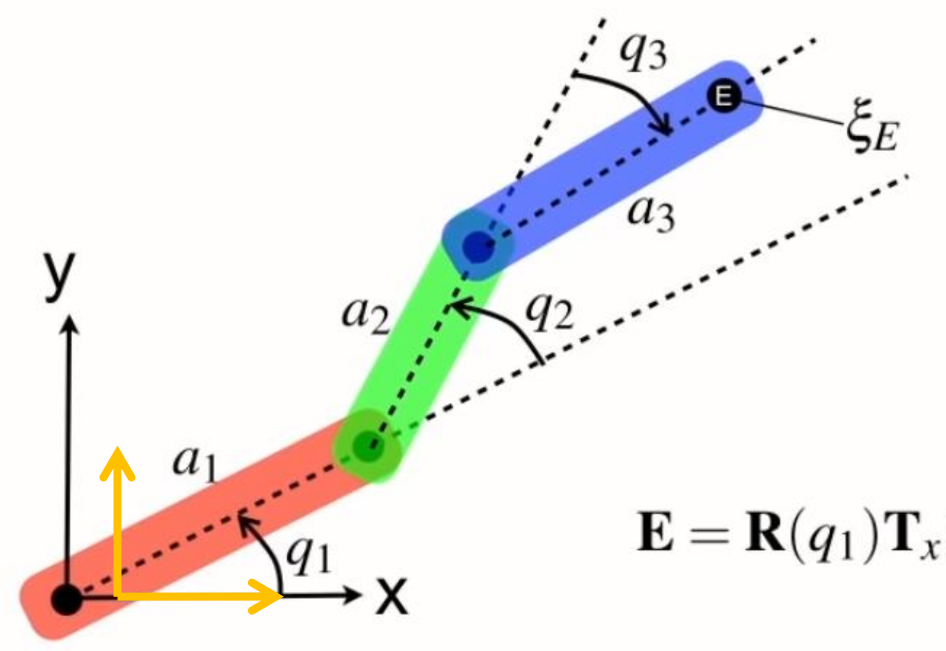
Mediante transformaciones homogéneas

- De esta manera se obtiene, iterando el proceso de búsqueda, las n+1 transformaciones homogéneas.



Ejemplo en 2D robot planar 3 articulaciones (R-R-R).

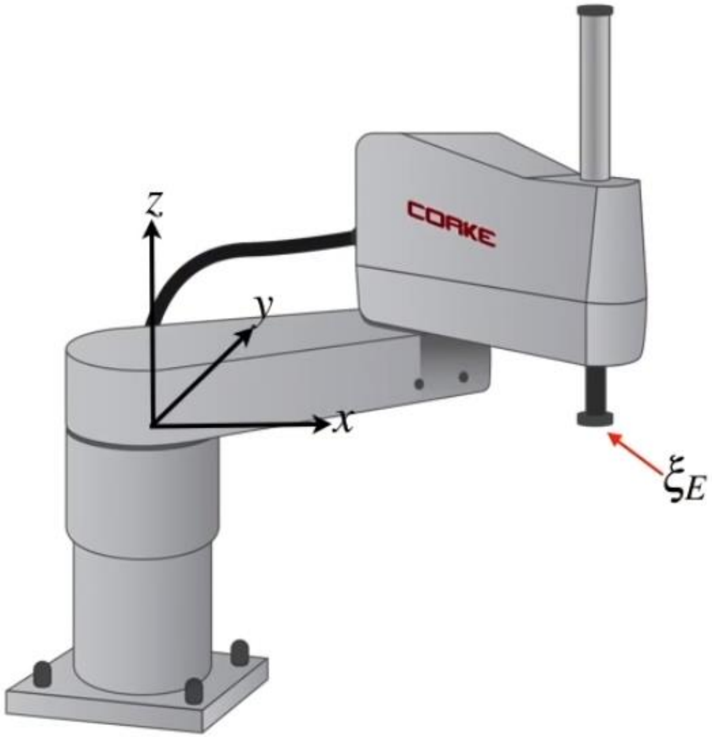
- Iterando el proceso de búsqueda, para encontrar el extremo del robot E mediante las rotaciones y traslaciones sucesivas

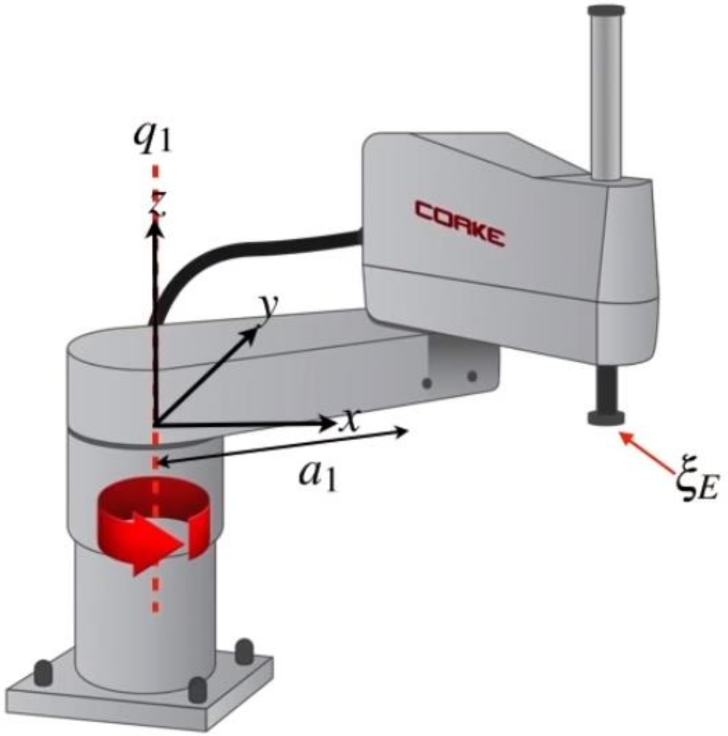


$$\mathbf{E} = \mathbf{R}(q_1)\mathbf{T}_x(a_1)\mathbf{R}(q_2)\mathbf{T}_x(a_2)\mathbf{R}(q_3)\mathbf{T}_x(a_3)$$

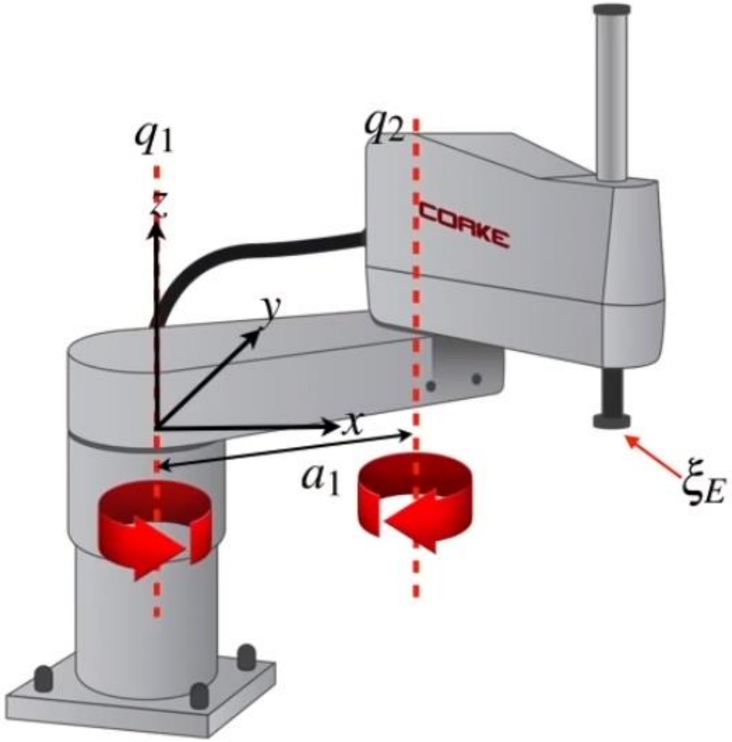
Ejemplo en 3D robot Scara 4 articulaciones (R-R-R-T).

- Iterando el proceso de búsqueda, para encontrar el extremo del robot E mediante las rotaciones y traslaciones sucesivas

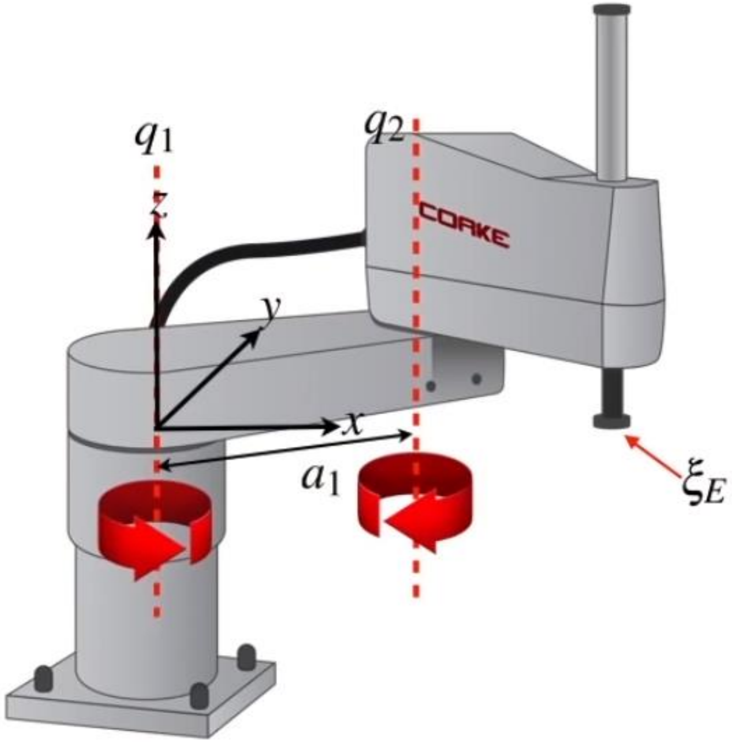




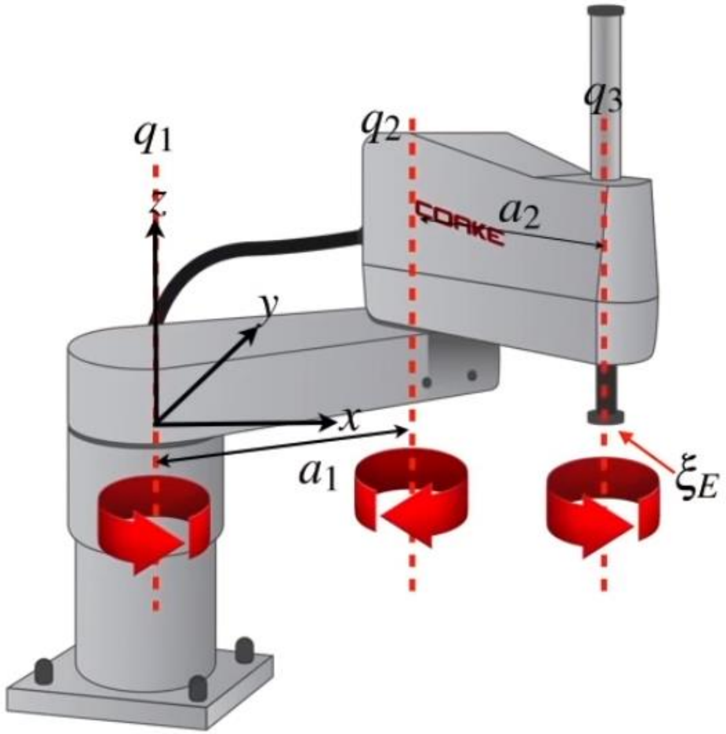
$$\mathbf{R}_z(q_1)\,\mathbf{T}_x(a_1)$$



$$\mathbf{R}_z(q_1)\;\mathbf{T}_x(a_1)\;\mathbf{R}_z(q_2)$$



$$\mathbf{R}_z(q_1)\,\mathbf{T}_x(a_1)\,\mathbf{R}_z(q_2)$$

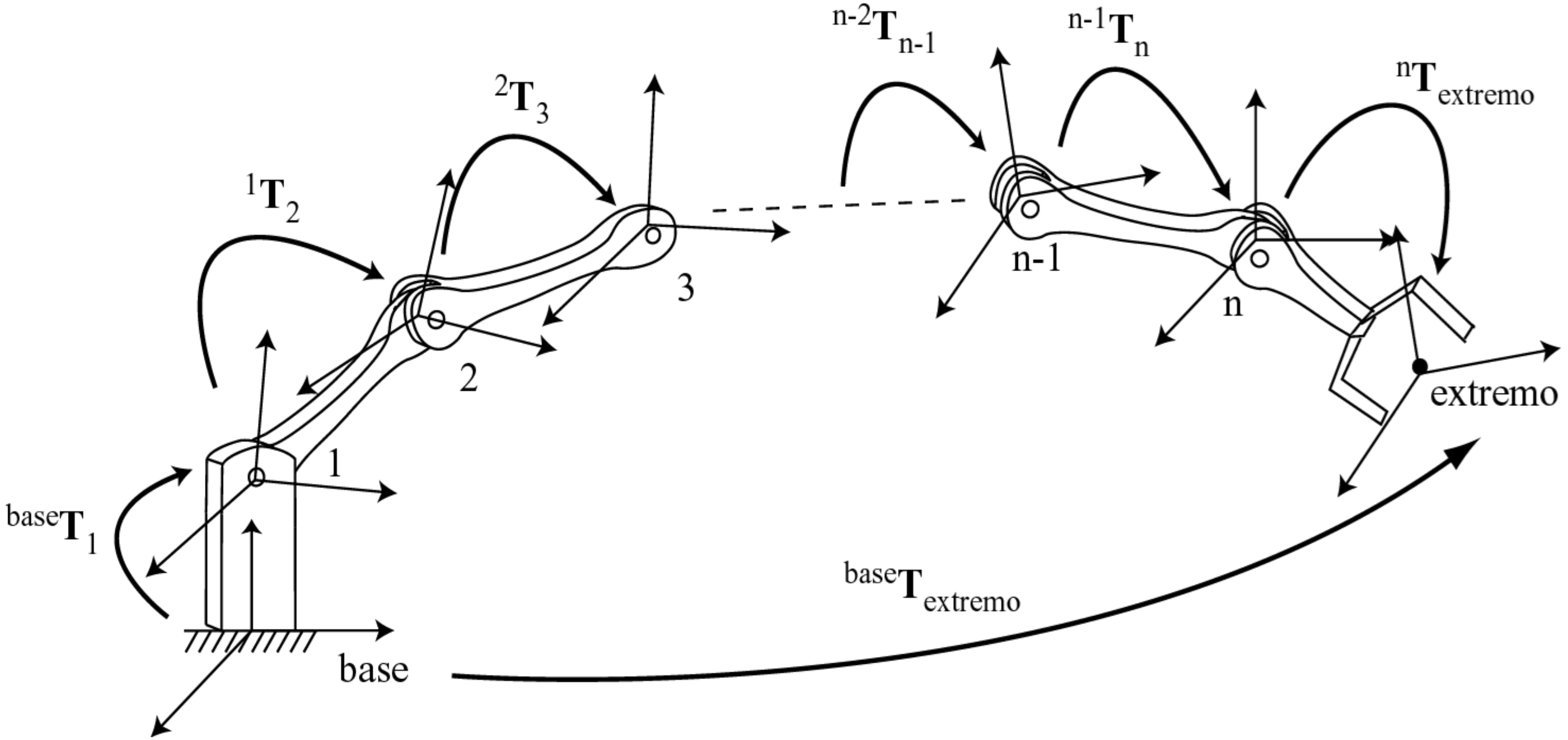


$$\mathbf{R}_z(q_1)\ \mathbf{T}_x(a_1)\ \mathbf{R}_z(q_2)\ \mathbf{T}_x(a_2)\ \mathbf{R}_z(q_3)$$

Cinemática directa, método Denavit Hartenberg

¿Qué es, para qué sirve?

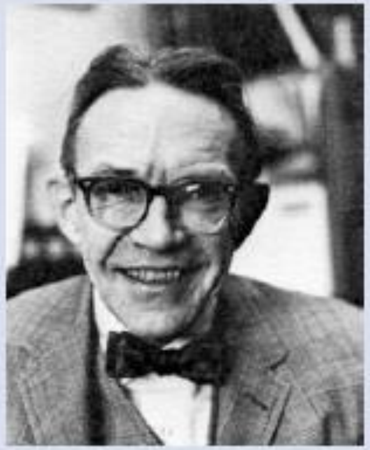
Es un método sistemático que permite resolver el problema de cinemateca directa a través de matrices de transformaciones homogéneas.



$$^{base}\mathbf{T}_{extremo} = {}^{base}\mathbf{T}_1 \cdot {}^{1}\mathbf{T}_2 \cdot {}^{2}\mathbf{T}_3 \ldots\ldots {}^{n-1}\mathbf{T}_n \, {}^{n}\mathbf{T}_{extremo} = \mathbf{F}(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$

Jacques Denavit and **Richard Hartenberg** introduced many of the key concepts of kinematics for serial-link manipulators in a 1955 paper (Denavit and Hartenberg 1955) and their later classic text *Kinematic Synthesis of Linkages* (Hartenberg and Denavit 1964).

Jacques Denavit (1930–2012) was born in Paris where he studied for his Bachelor degree before pursuing his masters and doctoral degrees in mechanical engineering at Northwestern University, Illinois. In 1958 he joined the Department of Mechanical Engineering and Astronautical Science at Northwestern where the collaboration with Hartenberg was formed. In addition to his interest in dynamics and kinematics Denavit was also interested in plasma physics and kinetics. After the publication of the book he moved to Lawrence Livermore National Lab, Livermore, California, where he undertook research on computer analysis of plasma physics problems. He retired in 1982.



Richard Hartenberg (1907–1997) was born in Chicago and studied for his degrees at the University of Wisconsin, Madison. He served in the merchant marine and studied aeronautics for two years at the University of Göttingen with space-flight pioneer Theodore von Kármán. He was Professor of mechanical engineering at Northwestern University where he taught for 56 years. His research in kinematics led to a revival of interest in this field in the 1960s, and his efforts helped put kinematics on a scientific basis for use in computer applications in the analysis and design of complex mechanisms. He also wrote extensively on the history of mechanical engineering.

Método Denavit Hartenberg

Asignación Sistemas de Referencia

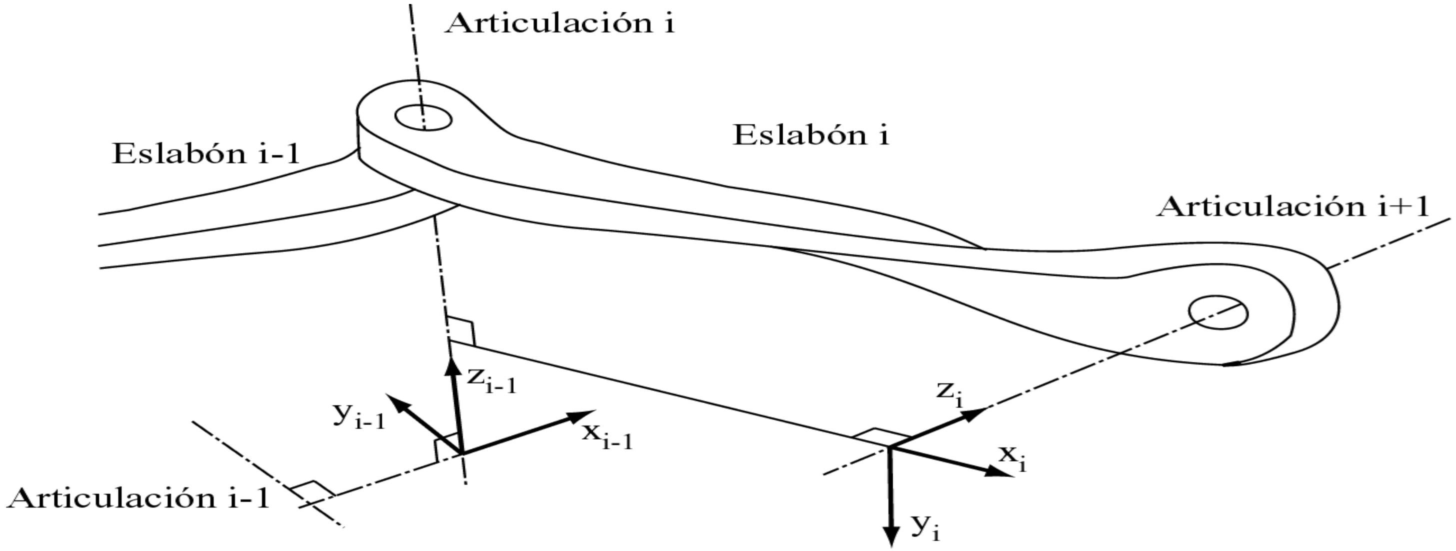
Determinar los parámetros de DH

$$ {}^{i-i}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}(z_{i-i}, \theta_i) \cdot \mathbf{Tras}(z_{i-1}, d_i) \cdot \mathbf{Tras}(x_i, a_i) \cdot \mathbf{Rot}(x_i, \alpha_i) $$

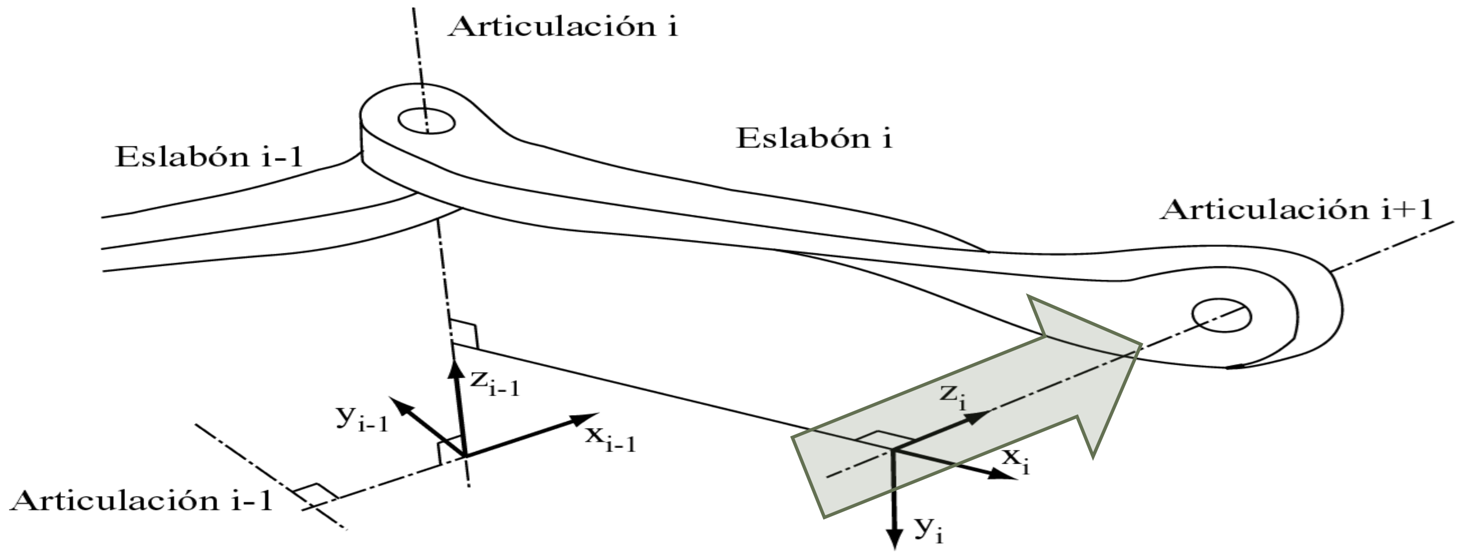
$$ {}^{base}\mathbf{T}_{extremo} = {}^{base}\mathbf{T}_1 \cdot {}^{1}\mathbf{T}_2 \cdot {}^{2}\mathbf{T}_3 \cdots\cdots {}^{n\text{-}1}\mathbf{T}_n \, {}^{n}\mathbf{T}_{extremo} $$

Cinemática directa, parámetros de DH

Asignación Sistemas de Referencia

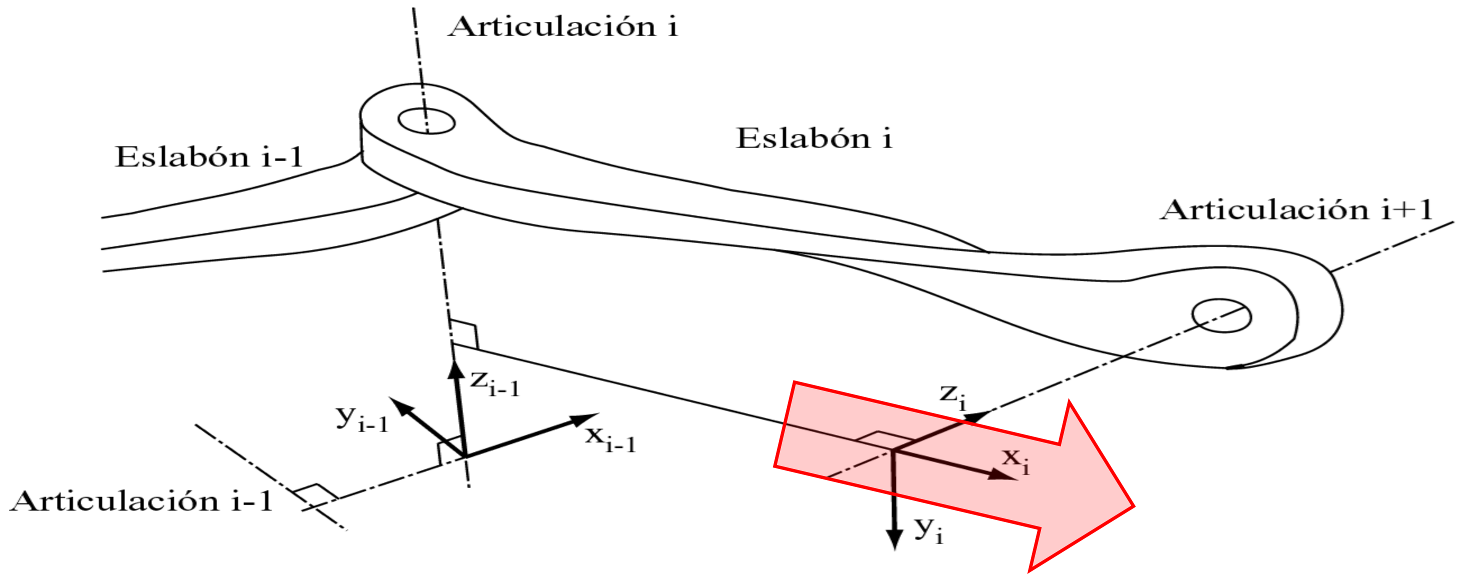


- El eje Z_i del sistema de referencia del eslabón i se alinea con el eje de la articulación $i+1$
- El eje X_i de dicho sistema de referencia se alinea con la normal común entre las articulaciones i e $i+1$ apuntando en esa dirección.
- El eje Y_i se establece para formar un sistema dextrógiro.
- En el caso de X_O para el sistema de referencia de la base se decide arbitrariamente que quede de dextrógiro.
- En el caso de que sean articulaciones paralelas y no exista normal común o sean infinitas se toma el origen de la articulación $i+1$. Si los ejes se cortan el origen del sistema i se sitúa perpendicular al plano que forma Z_i con Z_{i-1}



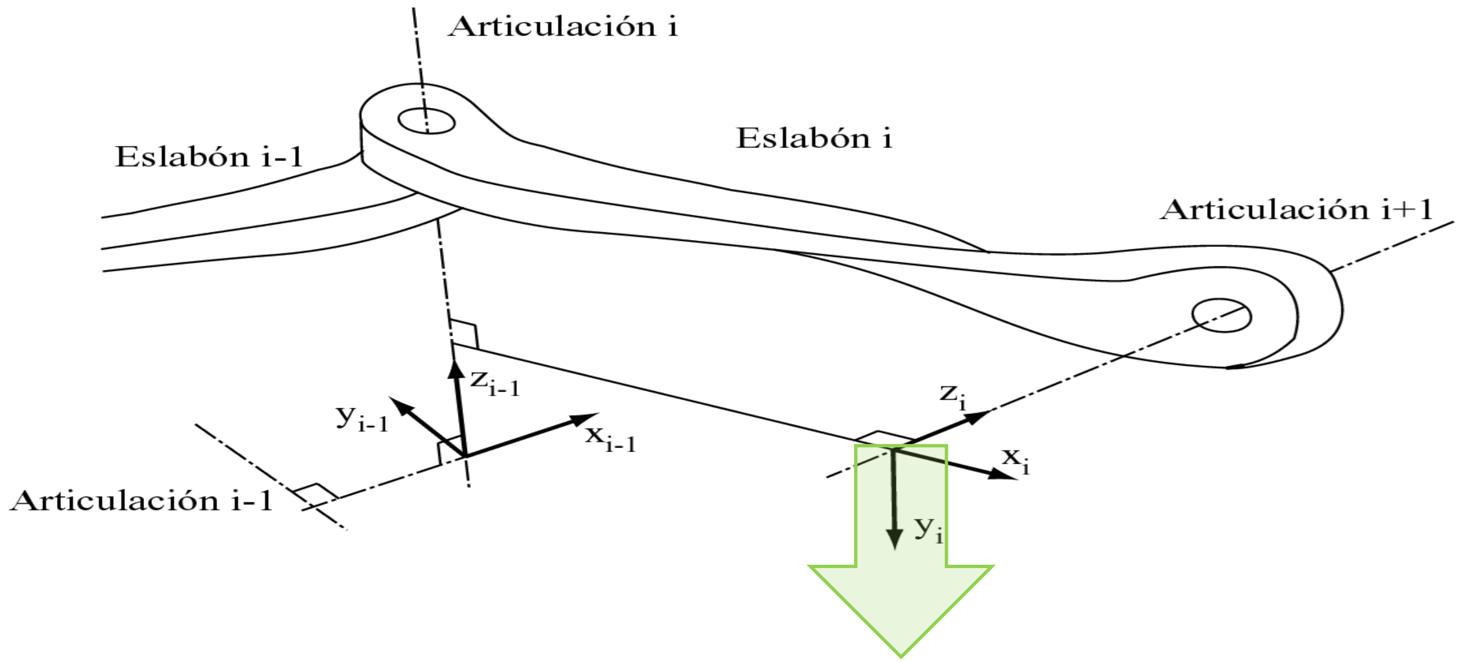
- El eje Z_i del sistema de referencia del eslabón i se alinea con el eje de la articulación $i + 1$.

Asignación Sistemas de Referencia



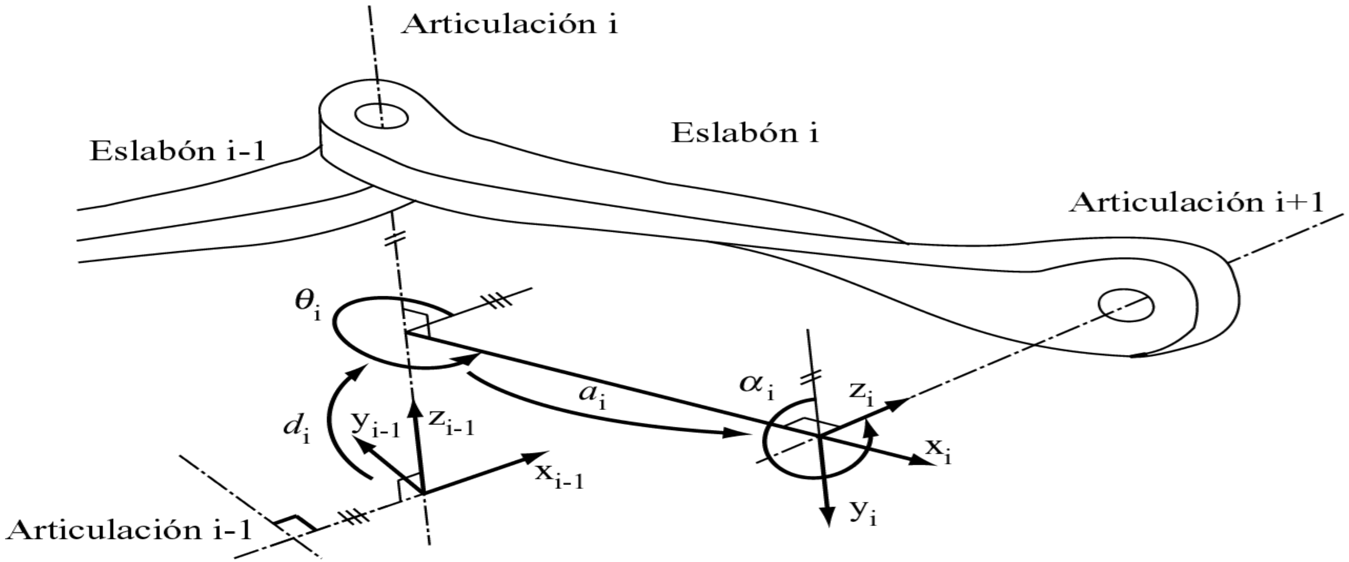
- El eje X_i de dicho sistema de referencia se alinea con la normal común entre las articulaciones i e $i+1$ apuntando en esa dirección.

Asignación Sistemas de Referencia



- El eje Y_i se establece para formar un sistema dextrógiro.

Determinación de los parámetros de DH y obtención matriz T



1° θ_i; 2° d_i; 3° a_i, 4° α_i

Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{n}$:

1. $\boldsymbol{\theta_i}$: Ángulo alrededor del eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$, desde el eje $\boldsymbol{X_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_i}$.
2. $\boldsymbol{d_i}$: Distancia a lo largo del eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$, desde el origen del sistema $\boldsymbol{i-1}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_i}$.
3. $\boldsymbol{a_i}$: Distancia a lo largo del eje $\boldsymbol{X_i}$, desde el eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{Z_i}$.
4. $\boldsymbol{\alpha_i}$: Ángulo alrededor del eje $\boldsymbol{X_i}$, desde el eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{Z_i}$.

$$^{i-i}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}(z_{i-i}, \theta_i) \cdot \mathbf{Tras}(z_{i-1}, d_i) \cdot \mathbf{Tras}(x_i, a_i) \cdot \mathbf{Rot}(x_i, \alpha_i)$$

DH: Convención Standard

1. Enumerar los $\boldsymbol{n+1}$ eslabones de $\mathbf{0}$ a $\boldsymbol{n}$, comenzando desde la base (eslabón fijo) y terminando en el efector final.

2. Identificar los ejes de cada articulación. Si es rotacional será el eje de giro, y si es prismática será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

3. Enumerar los ejes de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{n}$ comenzando desde el que une eslabón base con el eslabón 1.

4. Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{0}$ a $\boldsymbol{n-1}$: situar el eje $\boldsymbol{Z_i}$ en el eje de articulación $\boldsymbol{i+1}$.

5. El eje $\boldsymbol{Z_n}$ se colocará en el extremo del último eslabón, en la misma dirección que el $\boldsymbol{Z_{n-1}}$.

6. Situar el origen del sistema de la base $\{\boldsymbol{S_0}\}$ en cualquier punto del eje $\boldsymbol{Z_0}$.

7. Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{n}$: situar el sistema $\{\boldsymbol{S_i}\}$ en la intersección entre el eje $\boldsymbol{Z_i}$ y la recta que es perpendicular simultáneamente al eje $\boldsymbol{Z_i}$ y al eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$. Si los ejes $\boldsymbol{Z_i}$ y $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ se cortan el sistema $\{\boldsymbol{S_i}\}$ se coloca en el punto de intersección.

8. Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{n}$: situar el eje $\boldsymbol{X_i}$ a partir del punto donde se definió el $\{\boldsymbol{S_i}\}$ sobre la recta que es perpendicular simultáneamente al eje $\boldsymbol{Z_i}$ y al eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$. Si los ejes $\boldsymbol{Z_i}$ y $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ se cortan el eje $\boldsymbol{X_i}$ debe ser perpendicular a ambos. El sentido es indiferente.

9. El $\boldsymbol{X_0}$ se puede colocar libremente. Puede resultar útil que esté alineado con el $\boldsymbol{X_1}$.

10. Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{0}$ a $\boldsymbol{n}$: colocar el eje $\boldsymbol{Y_i}$ de modo que forme un sistema dextrógiro con los ejes $\boldsymbol{X_i}$ y $\boldsymbol{Z_i}$.

DH: Convención Estándar

Determinación parámetros

Para $\boldsymbol{i}$ de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{n}$:

1. $\boldsymbol{\theta_i}$: Ángulo alrededor del eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$, desde el eje $\boldsymbol{X_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_i}$.
2. $\boldsymbol{d_i}$: Distancia a lo largo del eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$, desde el origen del sistema $\boldsymbol{i-1}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_i}$.
3. $\boldsymbol{a_i}$: Distancia a lo largo del eje $\boldsymbol{X_i}$, desde el eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{Z_i}$.
4. $\boldsymbol{\alpha_i}$: Ángulo alrededor del eje $\boldsymbol{X_i}$, desde el eje $\boldsymbol{Z_{i-1}}$ hasta el eje $\boldsymbol{Z_i}$.

$$ {}^{\mathrm{i-i}}\mathbf{T}_{\mathrm{i}} = \mathbf{Rot}(\mathrm{z}_{\mathrm{i-i}}, \theta_{\mathrm{i}}) \cdot \mathbf{Tras}(\mathrm{z}_{\mathrm{i-1}}, d_{\mathrm{i}}) \cdot \mathbf{Tras}(\mathrm{x}_{\mathrm{i}}, a_{\mathrm{i}}) \cdot \mathbf{Rot}(\mathrm{x}_{\mathrm{i}}, \alpha_{\mathrm{i}}) $$

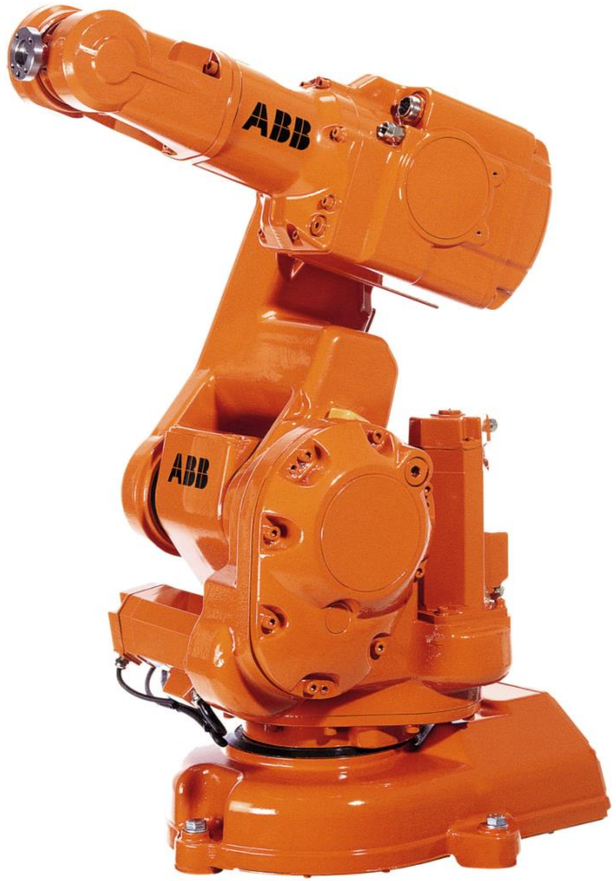
$\boldsymbol{a}_{\mathrm{i}}$ =>Longitud del eslabón.

α_{i} => Ángulo de torsión del eslabón.

$\mathbf{d}_{\mathrm{i}}$ => Longitud articular.

θ_{i} => Ángulo articular.

DH: Ejemplo: ABB IRB140



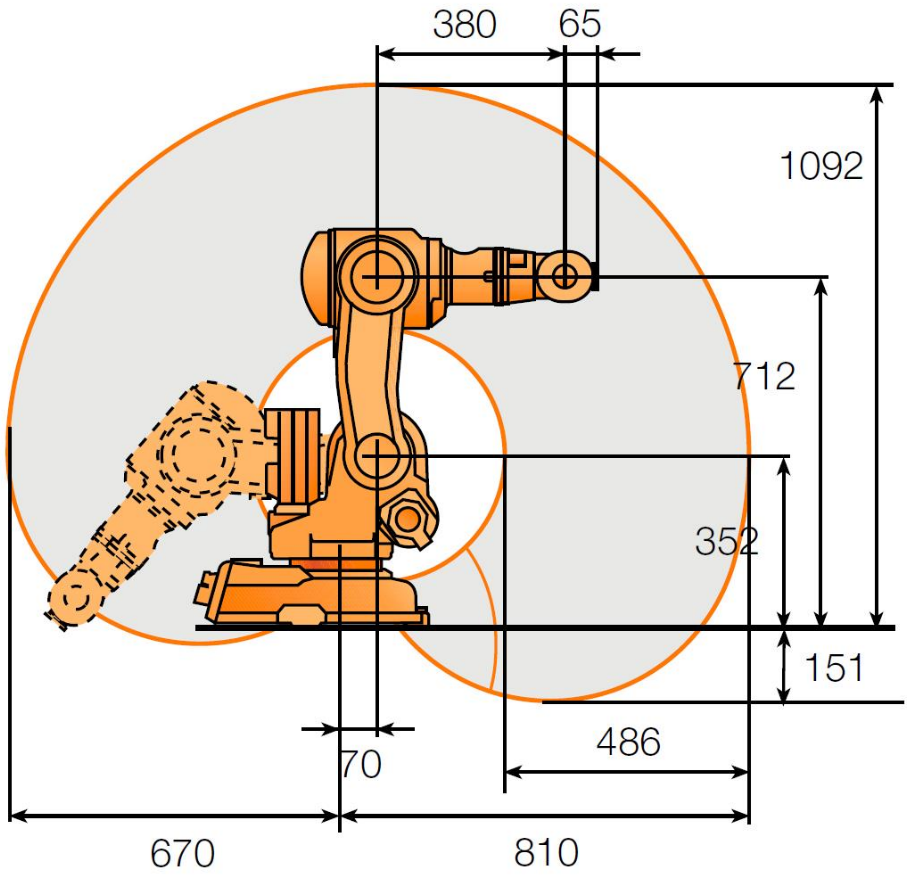
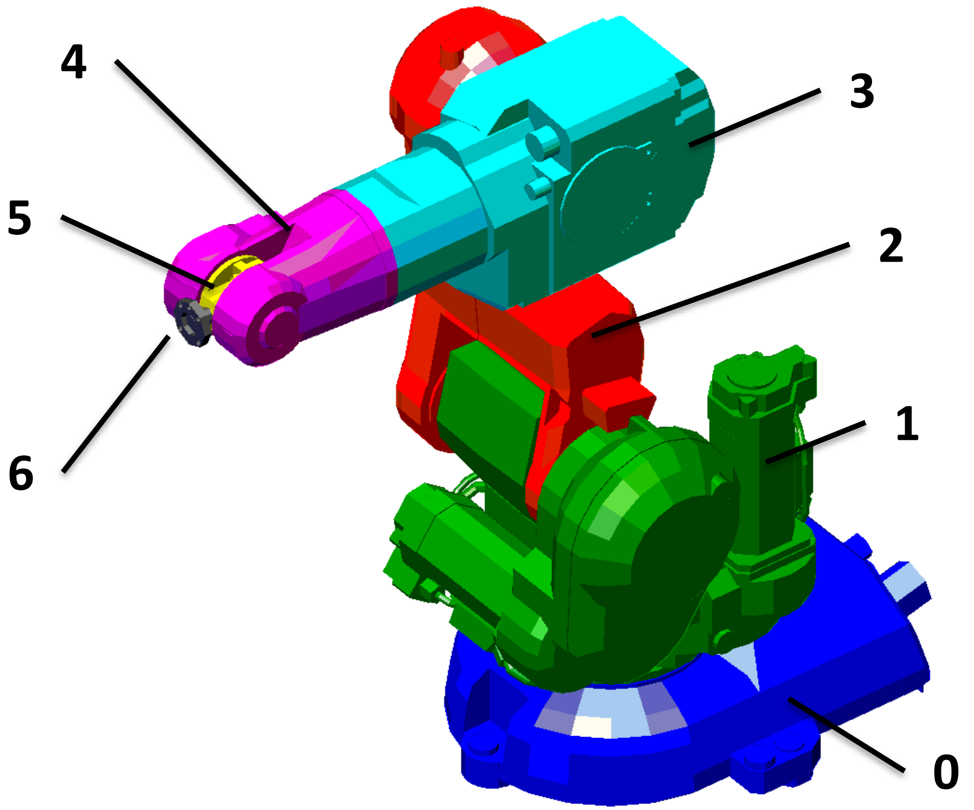
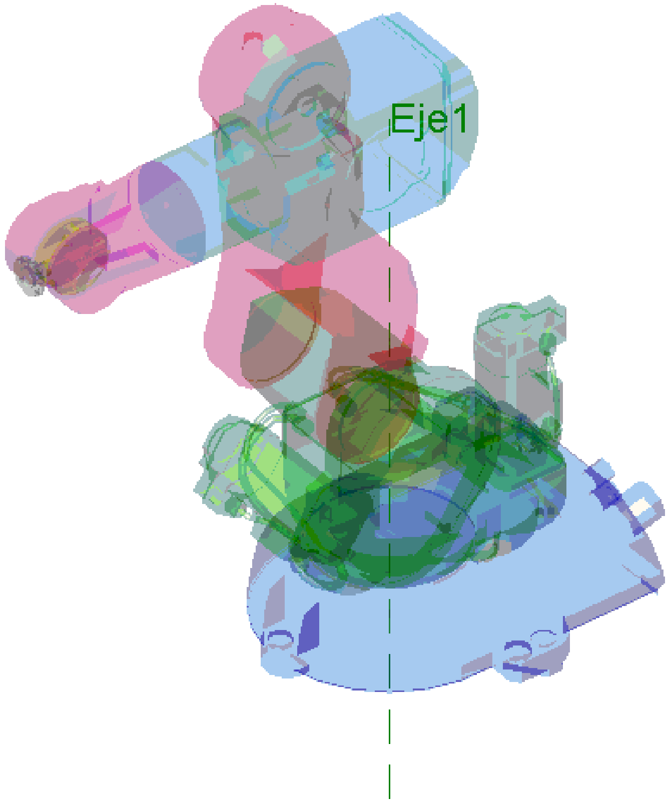


ABB: Asignación de sistemas

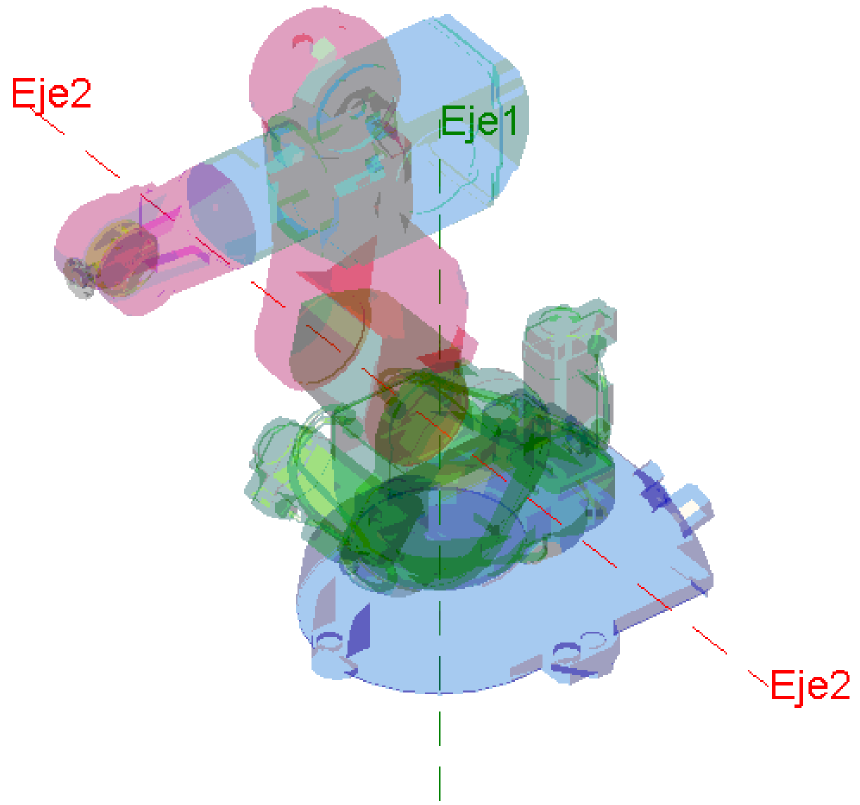
Identificar eslabones (0 a 6)



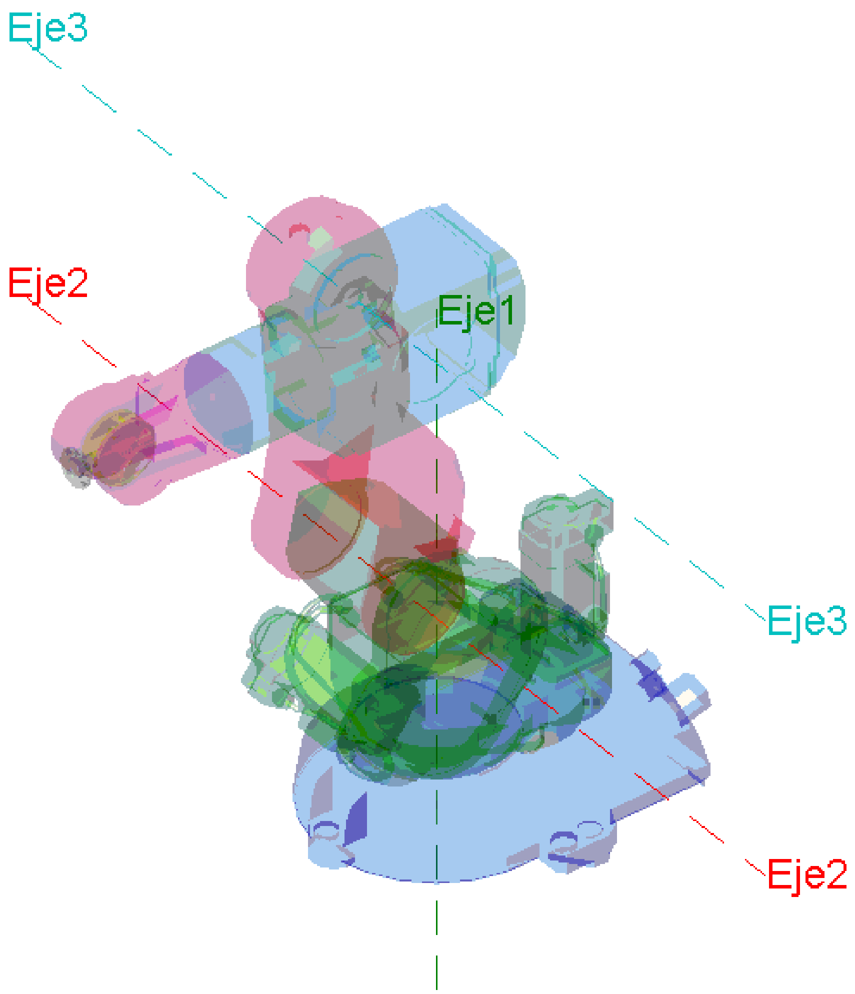
- **Eje de articulación 1:**



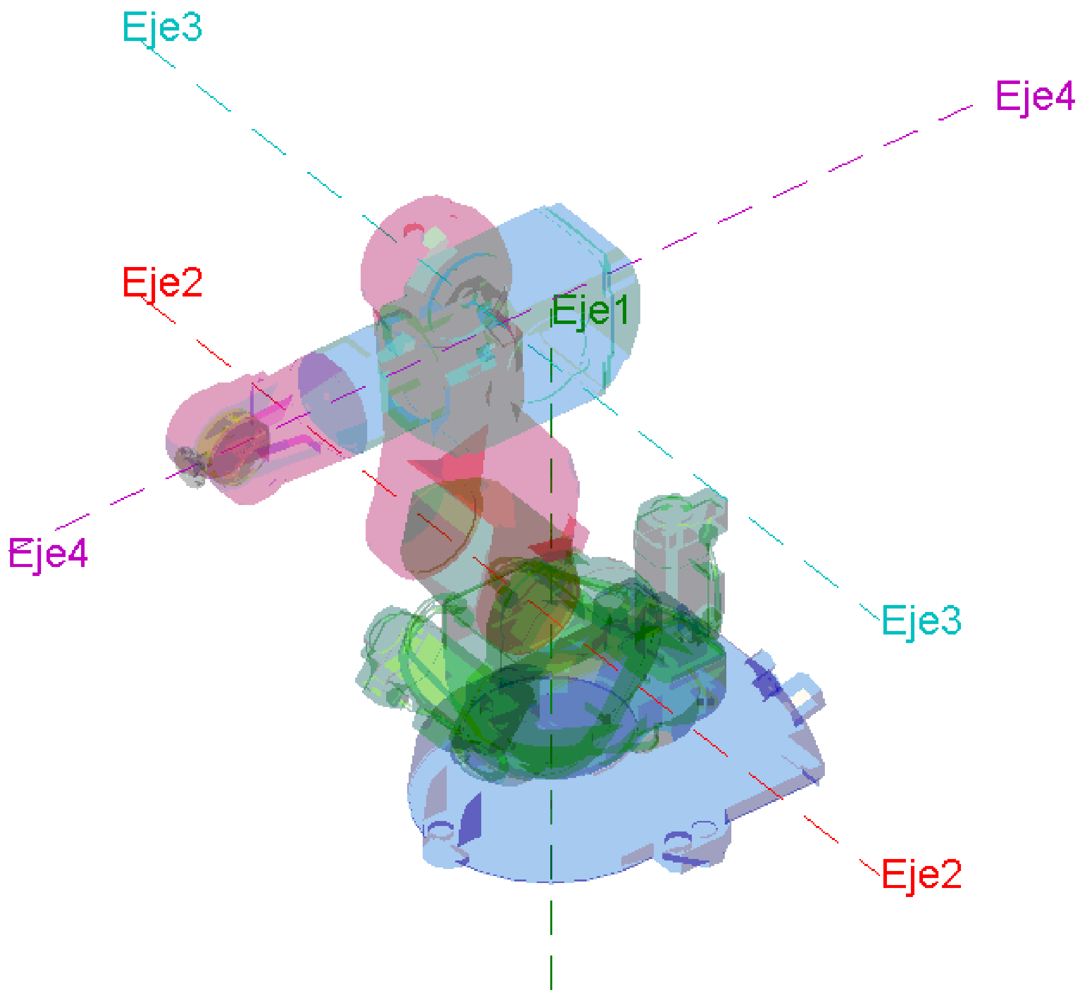
- **Eje de articulación 2:**



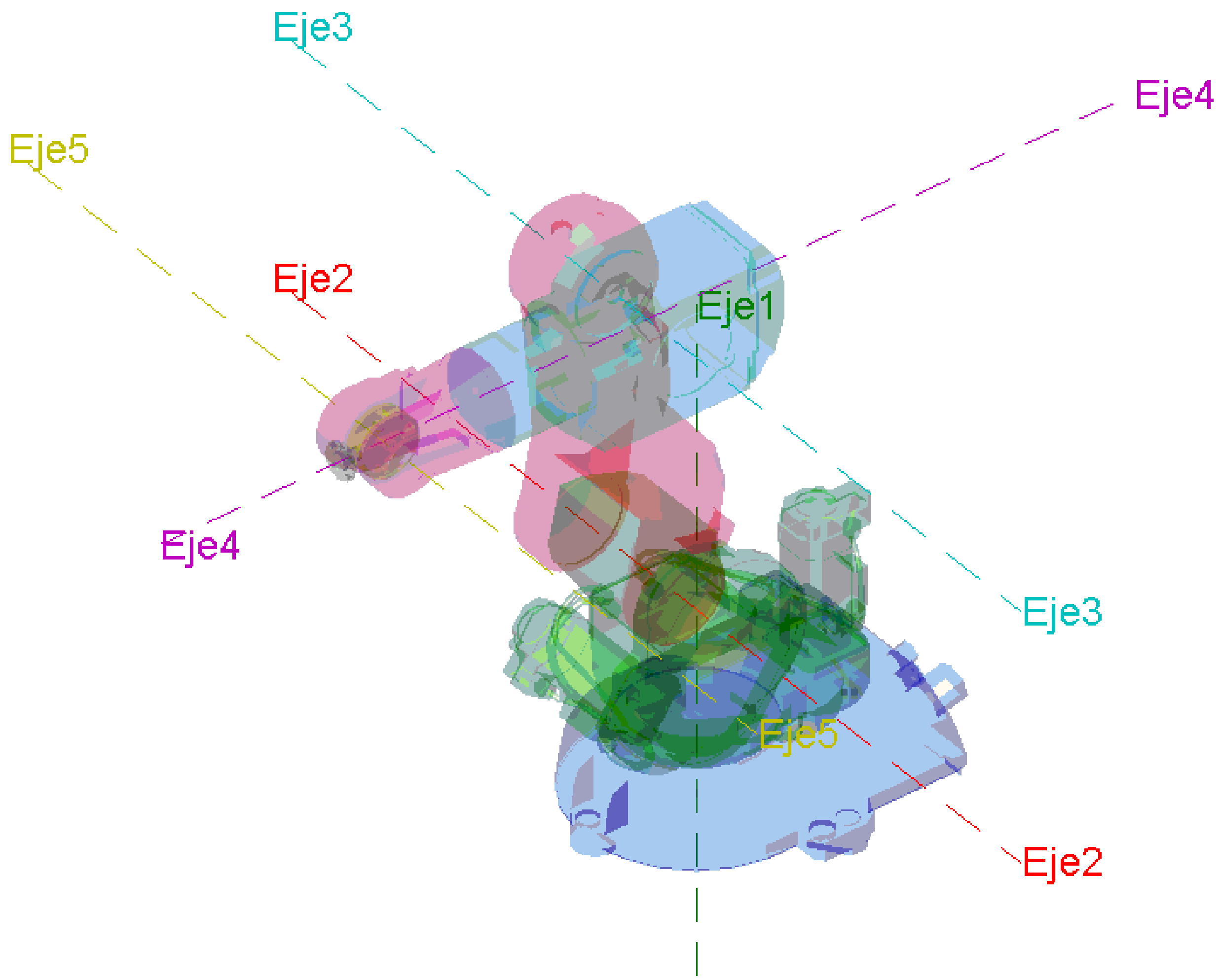
- **Eje de articulación 3:**



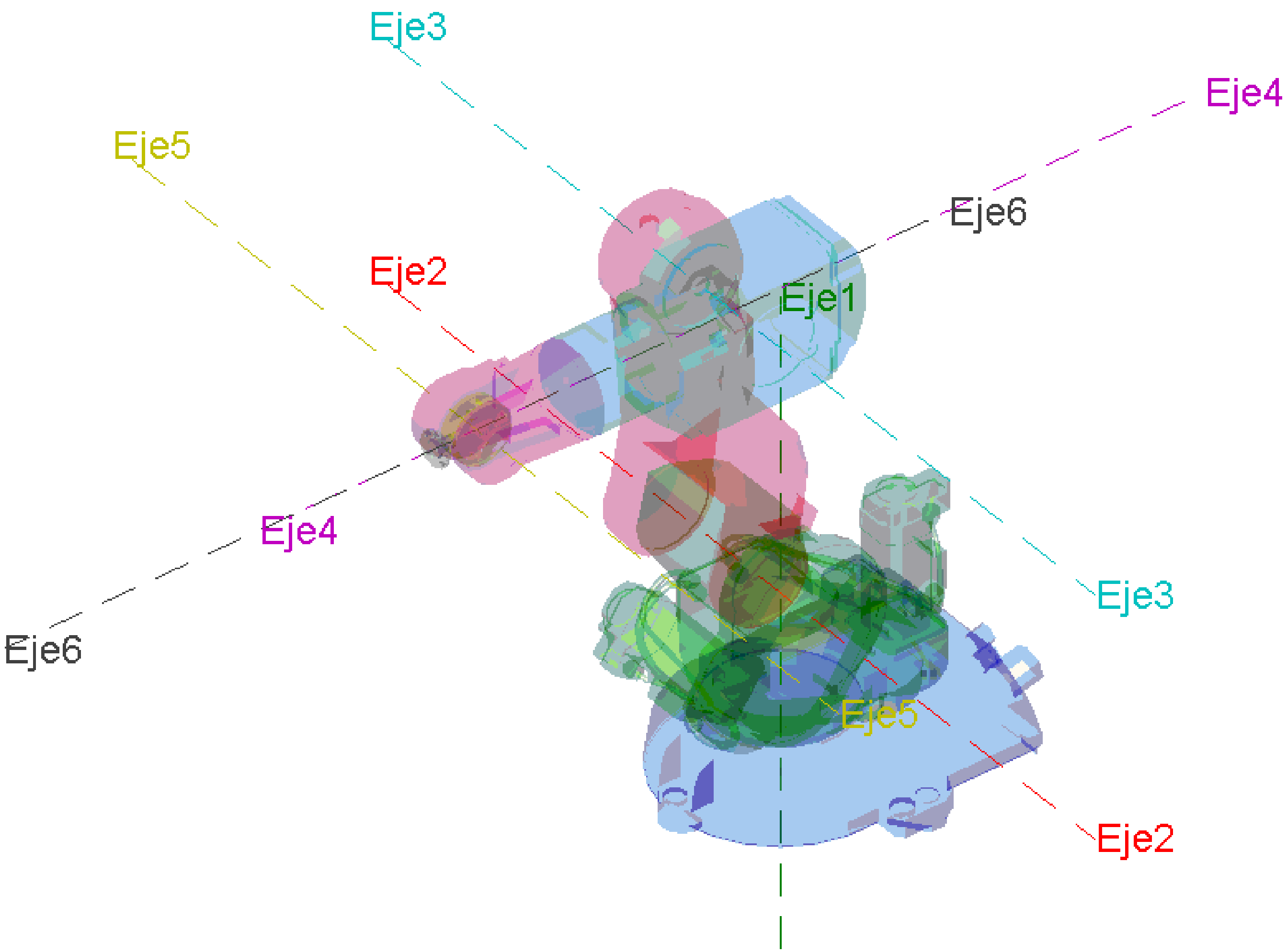
- **Eje de articulación 4:**



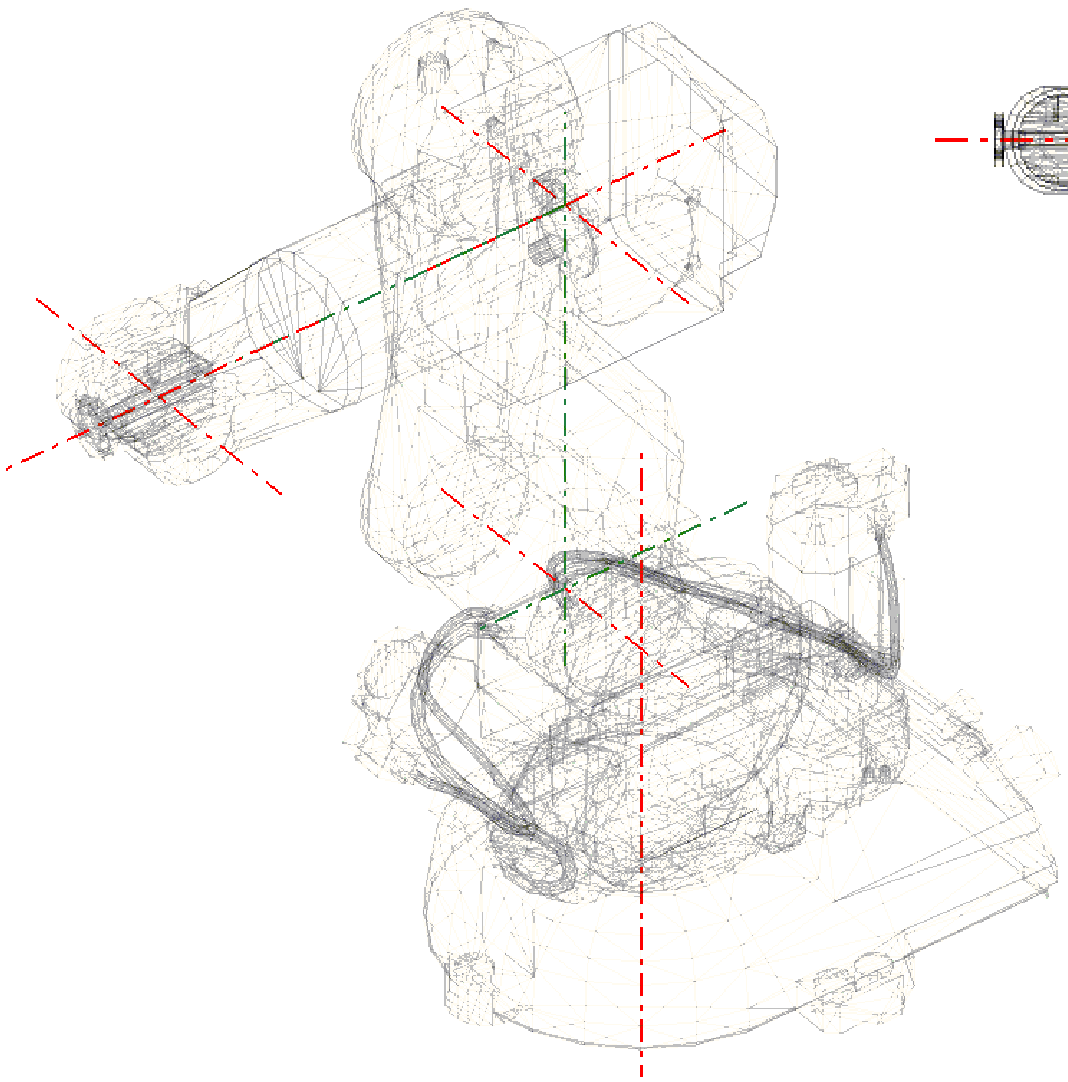
- **Eje de articulación 5:**



- **Eje de articulación 6:**



- **Ejes articulares y ejes perpendiculares auxiliares:**



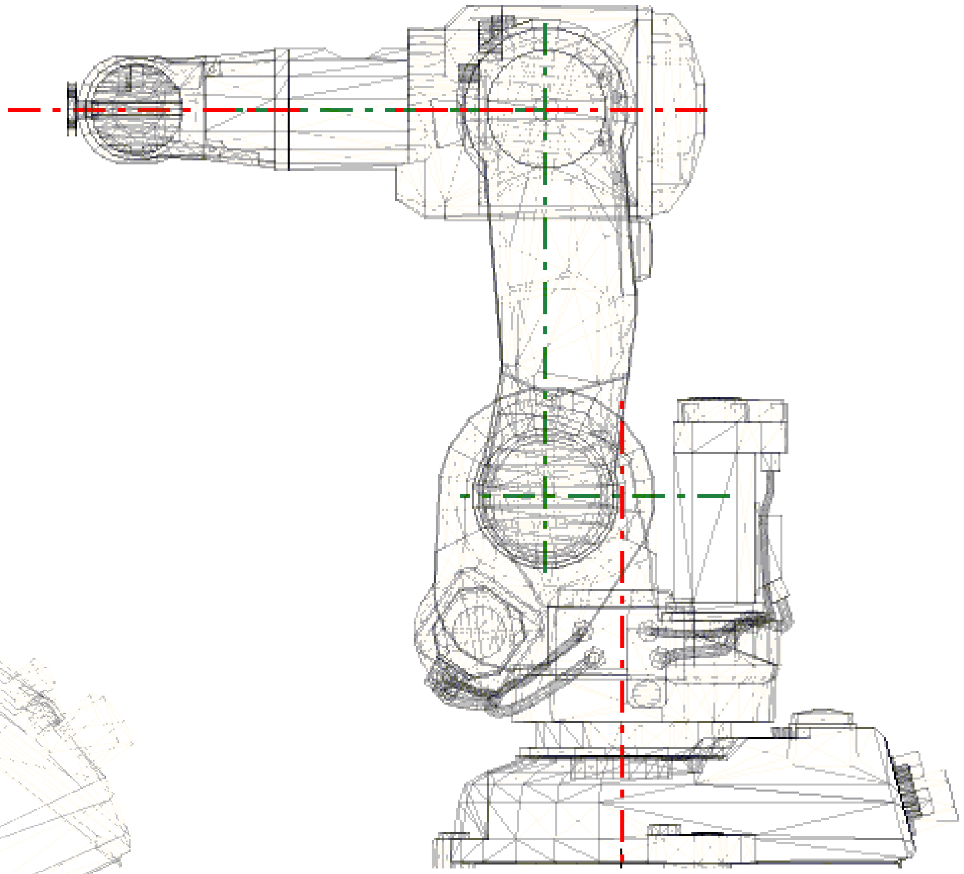
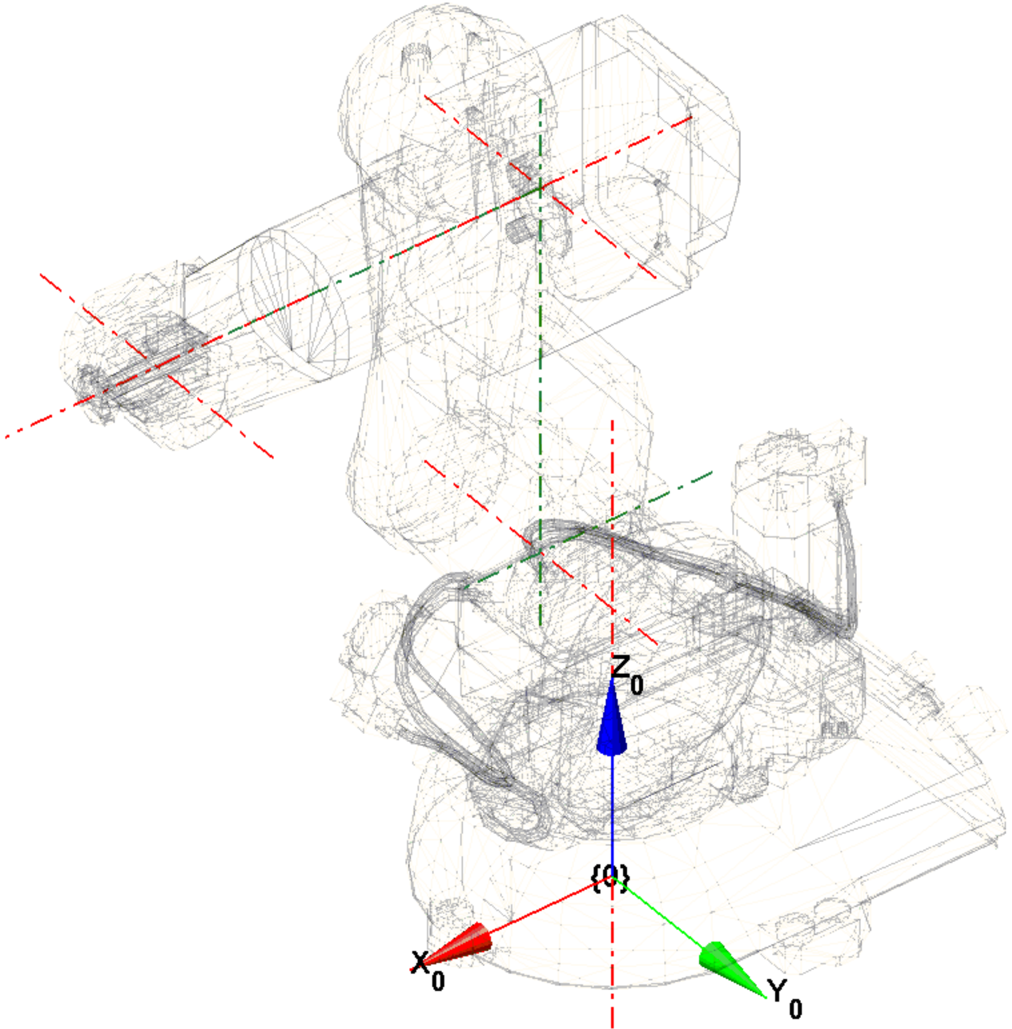
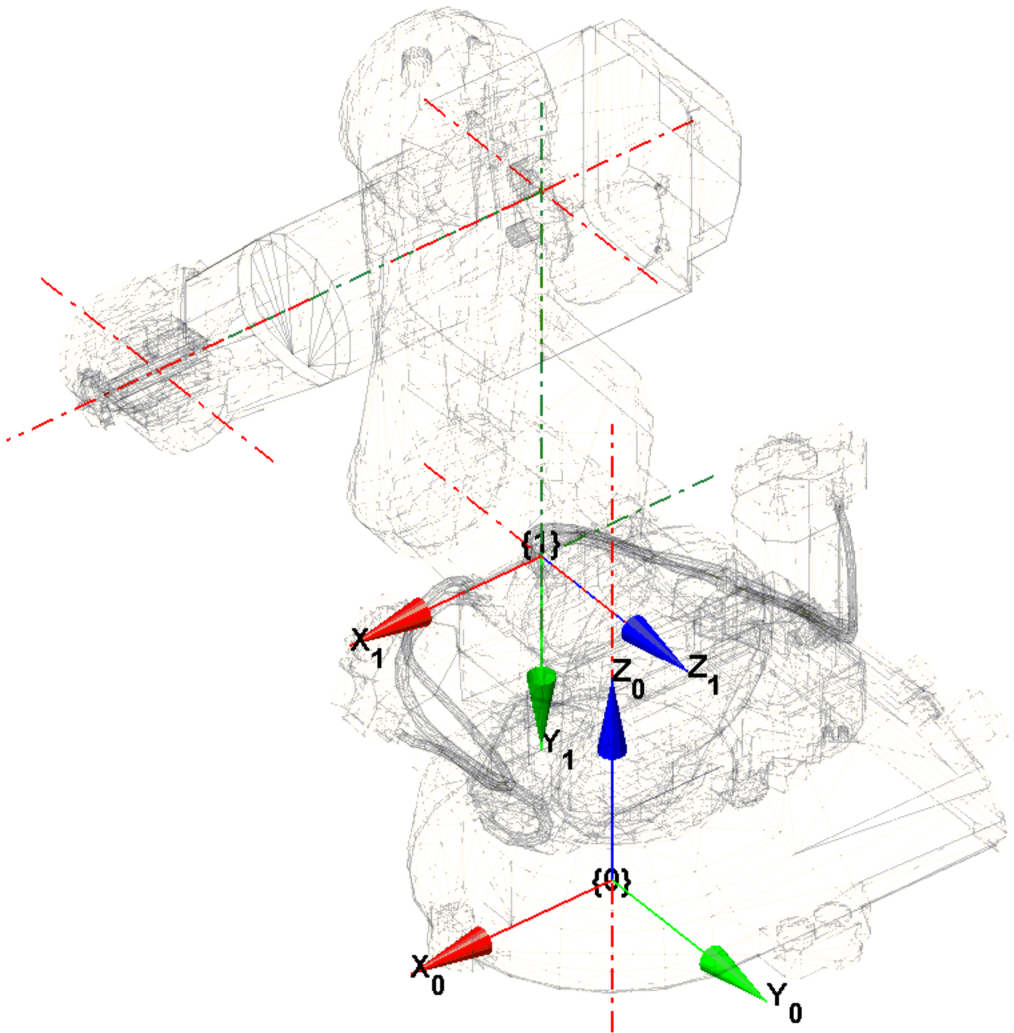


ABB: Asignación de sistemas

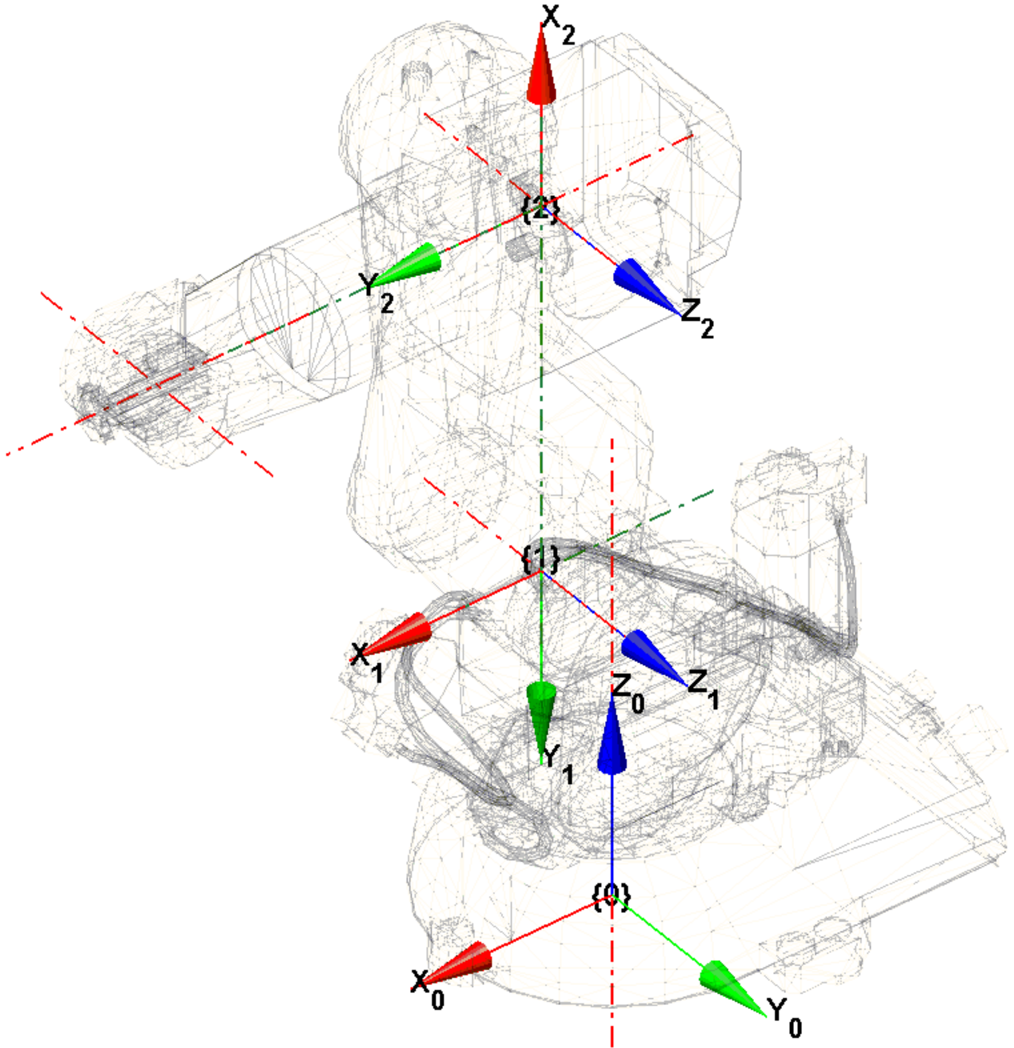
- **Colocar Sistema $\{0\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_0}$ debe coincidir con el **Eje 1**.
  - El origen se puede colocar libremente.
    - (normalmente en el punto inferior del robot)
  - El $\boldsymbol{X_0}$ se puede colocar libremente.
    - (normalmente alineado con la estructura)



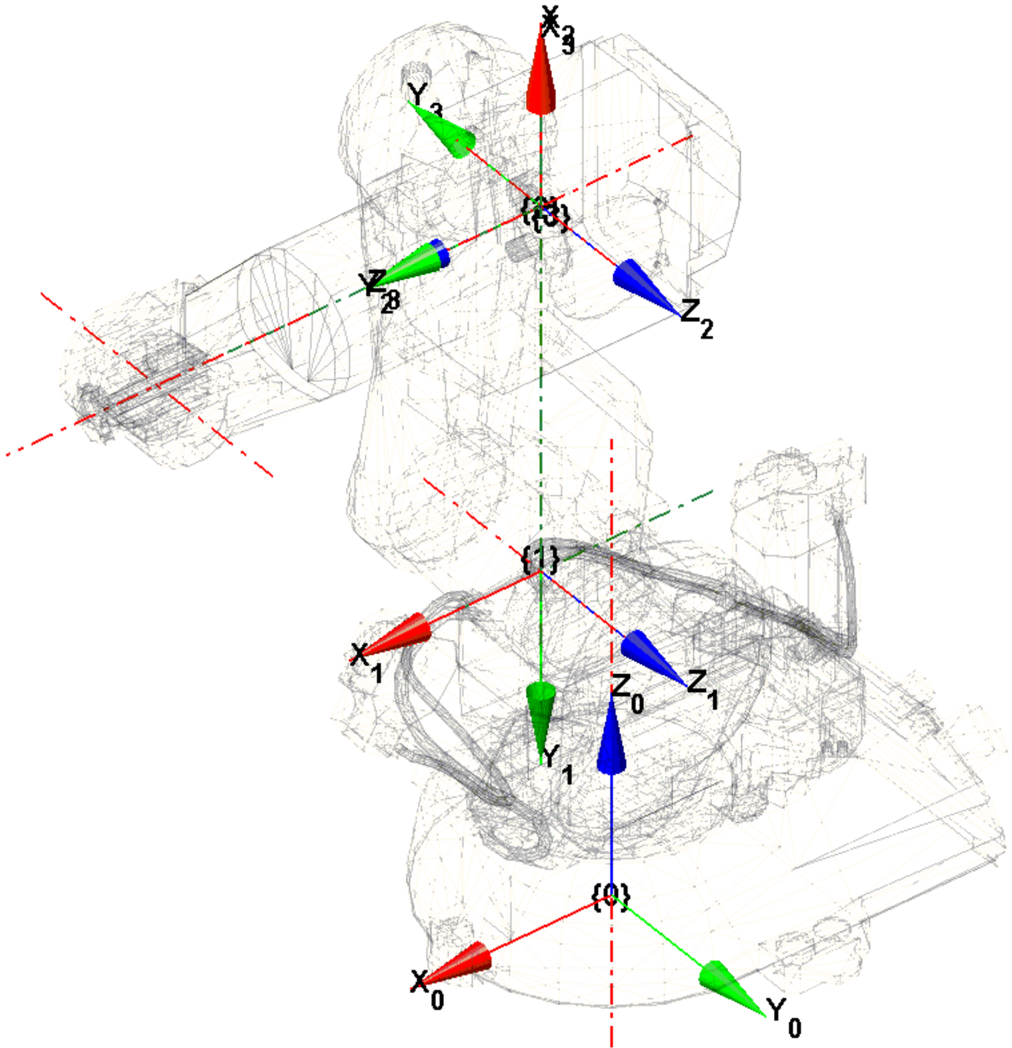
- **Definir el sistema $\{1\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_1}$ sobre **Eje 2**.
  - El $\boldsymbol{X_1}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_1}$ y $\boldsymbol{Z_0}$.



- **Definir el sistema $\{2\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_2}$ sobre **Eje 3**.
  - El $\boldsymbol{X_2}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_2}$ y $\boldsymbol{Z_1}$.

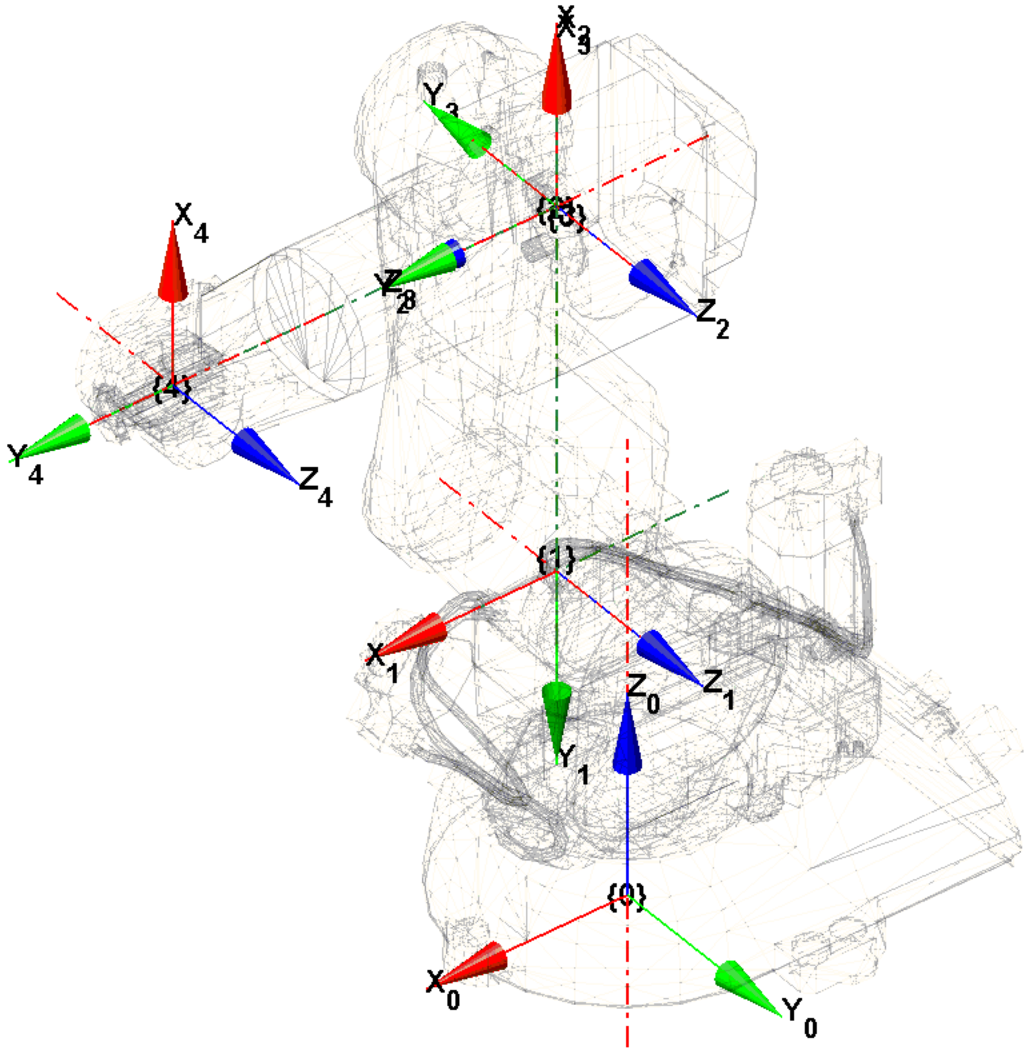


- **Definir el sistema $\{3\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_3}$ sobre **Eje 4**.
  - El $\boldsymbol{X_3}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_3}$ y $\boldsymbol{Z_2}$.



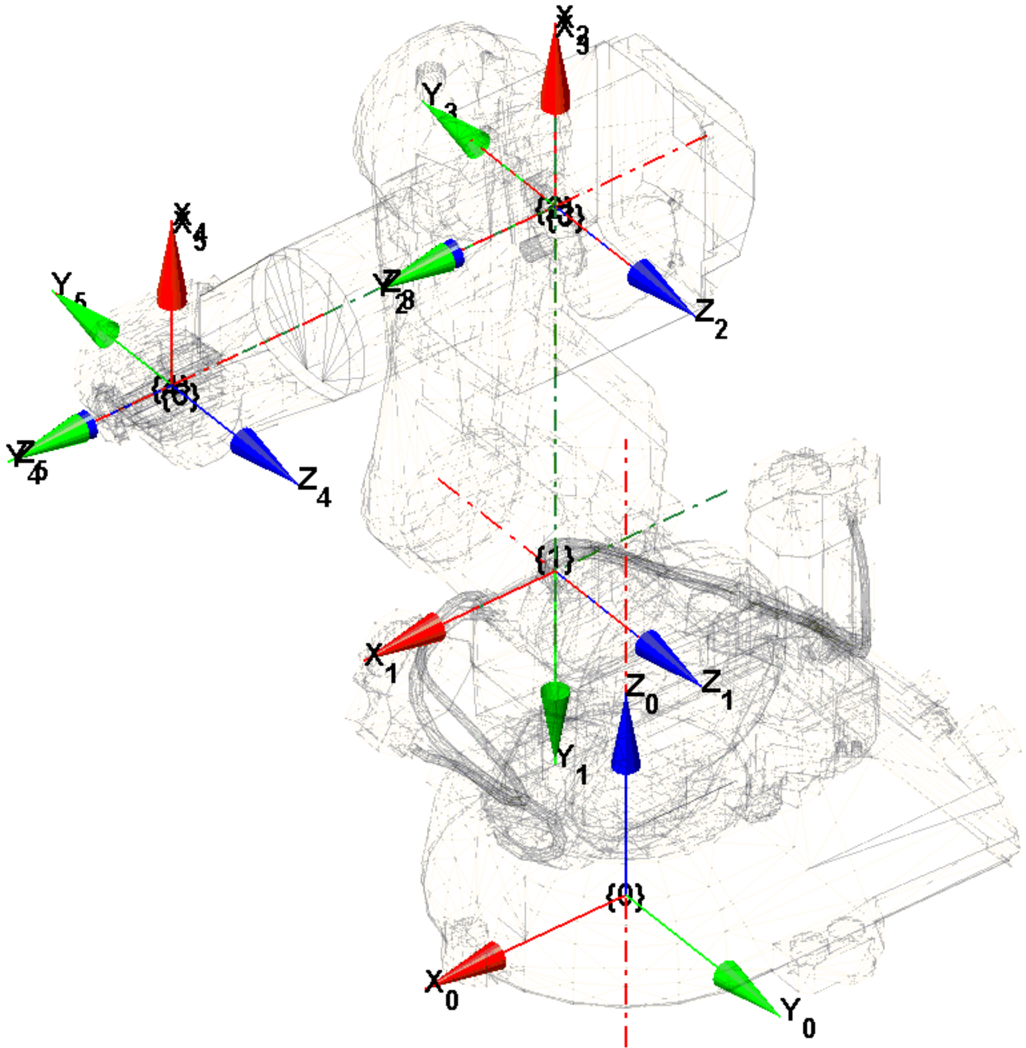
- **Definir el sistema $\{4\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_4}$ sobre **Eje 5**.

  - El $\boldsymbol{X_4}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_4}$ y $\boldsymbol{Z_3}$.



- **Definir el sistema $\{5\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_5}$ sobre **Eje 6**.

  - El $\boldsymbol{X_5}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_5}$ y $\boldsymbol{Z_4}$.



- **Definir el sistema $\{6\}$**
  - El $\boldsymbol{Z_6}$ sobre **<u>Eje 6</u>**.

  - El $\boldsymbol{X_6}$ sobre perpendicular simultánea a $\boldsymbol{Z_6}$ y $\boldsymbol{Z_5}$.

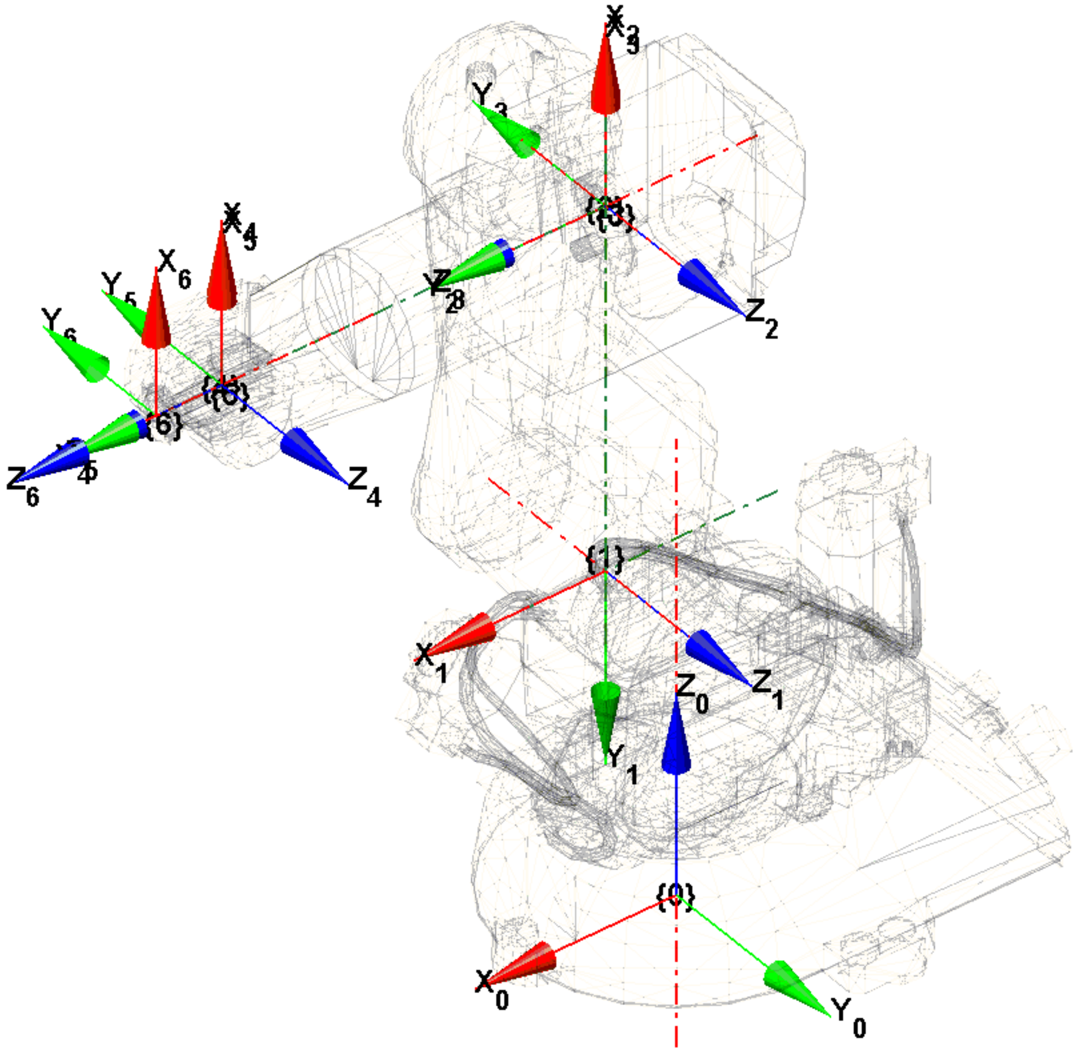


ABB: Asignación de sistemas

- Sistemas:

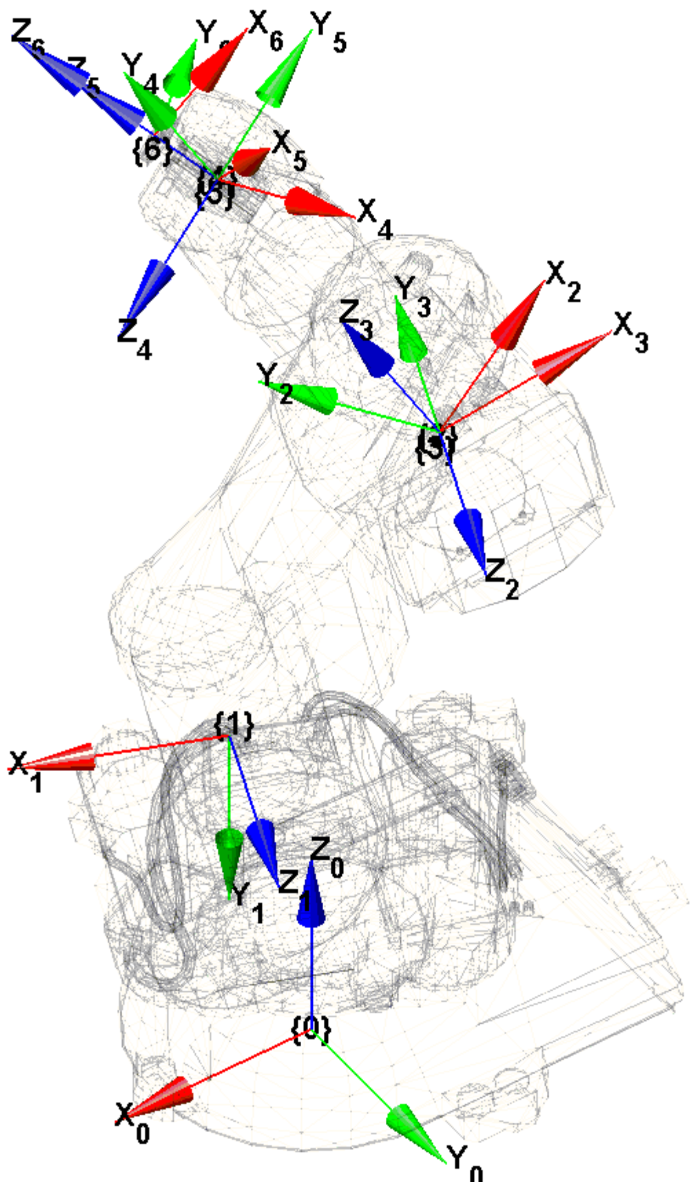
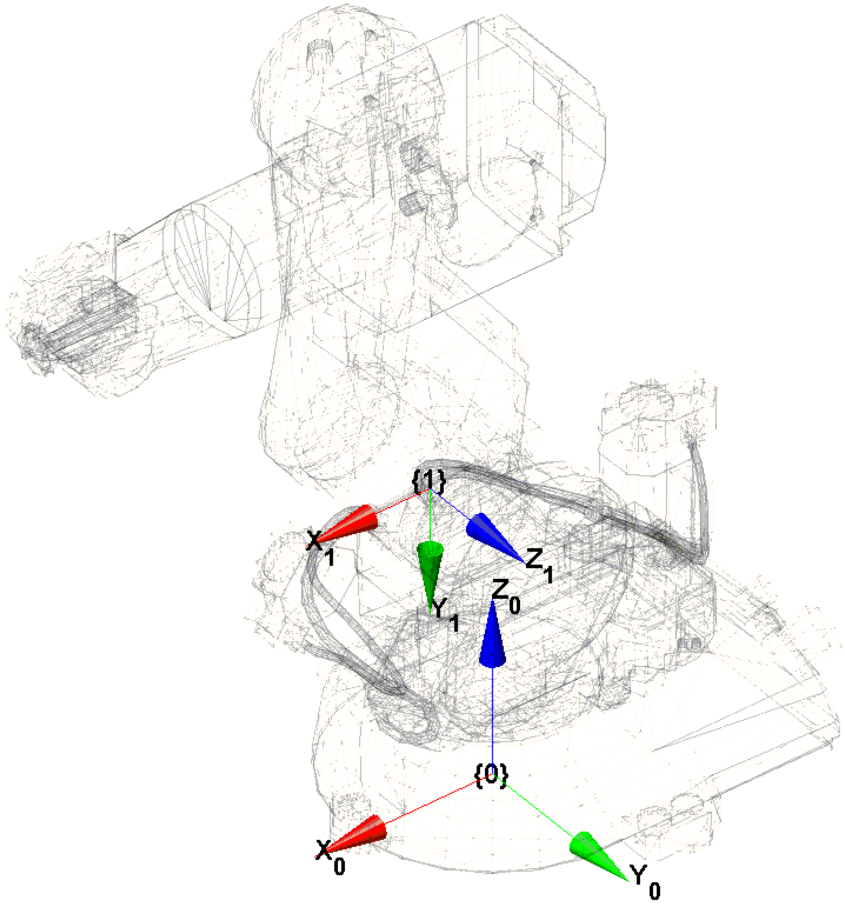


ABB: Obtención de Parámetros

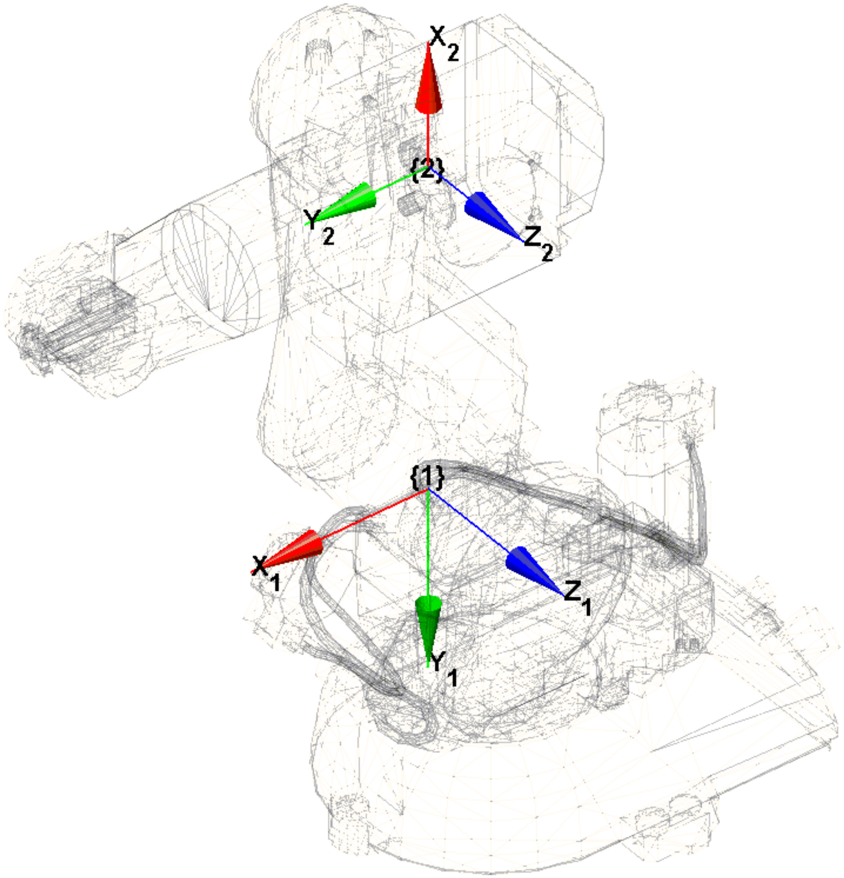
- Parámetros DH asociados al **Sistema 1**.

θ_1	q_1	Ángulo medido desde el eje X_0 hasta el X_1, alrededor del eje Z_0.
d_1	$0,352$	Distancia desde el origen del sistema $\mathbf{0}$ hasta el eje X_1, a lo largo del eje Z_0.
a_1	$0,07$	Distancia entre el eje Z_0 y el eje Z_1 a lo largo del eje X_1.
α_1	$-pi/2$	Ángulo medido desde el eje Z_0 hasta el Z_1, alrededor del eje X_1.
σ_1	0	Articulación rotacional (θ variable).



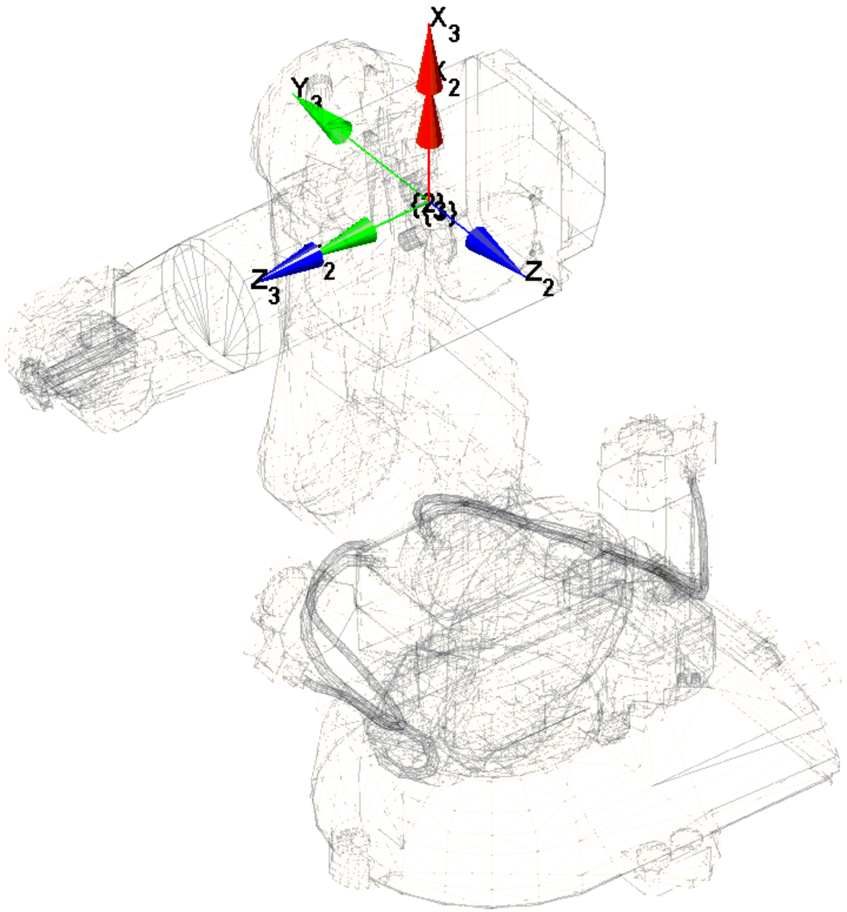
- Parámetros DH asociados al **Sistema 2**.

θ_2	$\boldsymbol{q_2}$ $(\boldsymbol{-90º})$	Ángulo medido desde el eje $\boldsymbol{X_1}$ hasta el $\boldsymbol{X_2}$, alrededor del eje $\boldsymbol{Z_1}$.
d_2	$\boldsymbol{0}$	Distancia desde el origen del sistema $\boldsymbol{1}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_2}$, a lo largo del eje $\boldsymbol{Z_1}$.
a_2	**0,36**	Distancia entre el eje $\boldsymbol{Z_1}$ y el eje $\boldsymbol{Z_2}$ a lo largo del eje $\boldsymbol{X_2}$.
α_2	$\boldsymbol{0}$	Ángulo medido desde el eje $\boldsymbol{Z_1}$ hasta el $\boldsymbol{Z_2}$, alrededor del eje $\boldsymbol{X_2}$.
σ_2	$\boldsymbol{0}$	Articulación rotacional ($\boldsymbol{\theta}$ variable).



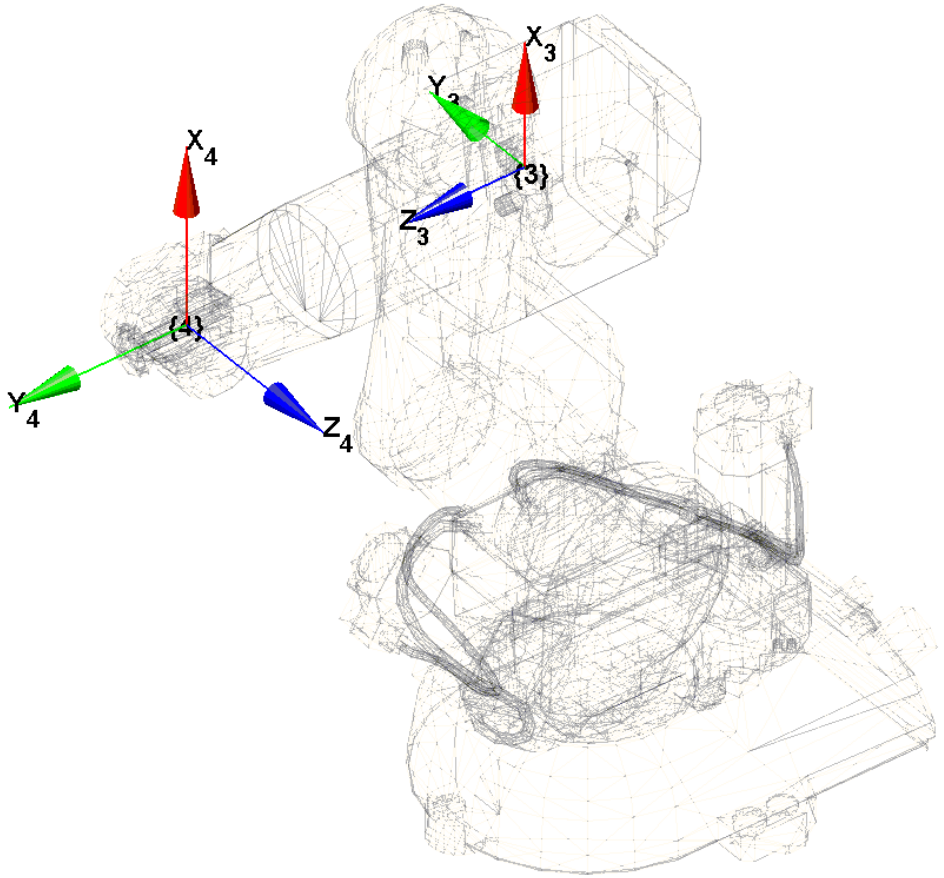
- Parámetros DH asociados al **Sistema 3**.

θ_3	q_3	Ángulo medido desde el eje X_2 hasta el X_3, alrededor del eje Z_2.
d_3	0	Distancia desde el origen del sistema 2 hasta el eje X_3, a lo largo del eje Z_2.
a_3	0	Distancia entre el eje Z_2 y el eje Z_3 a lo largo del eje X_3.
α_3	$-pi/2$	Ángulo medido desde el eje Z_2 hasta el Z_3, alrededor del eje X_3.
σ_3	0	Articulación rotacional (θ variable).



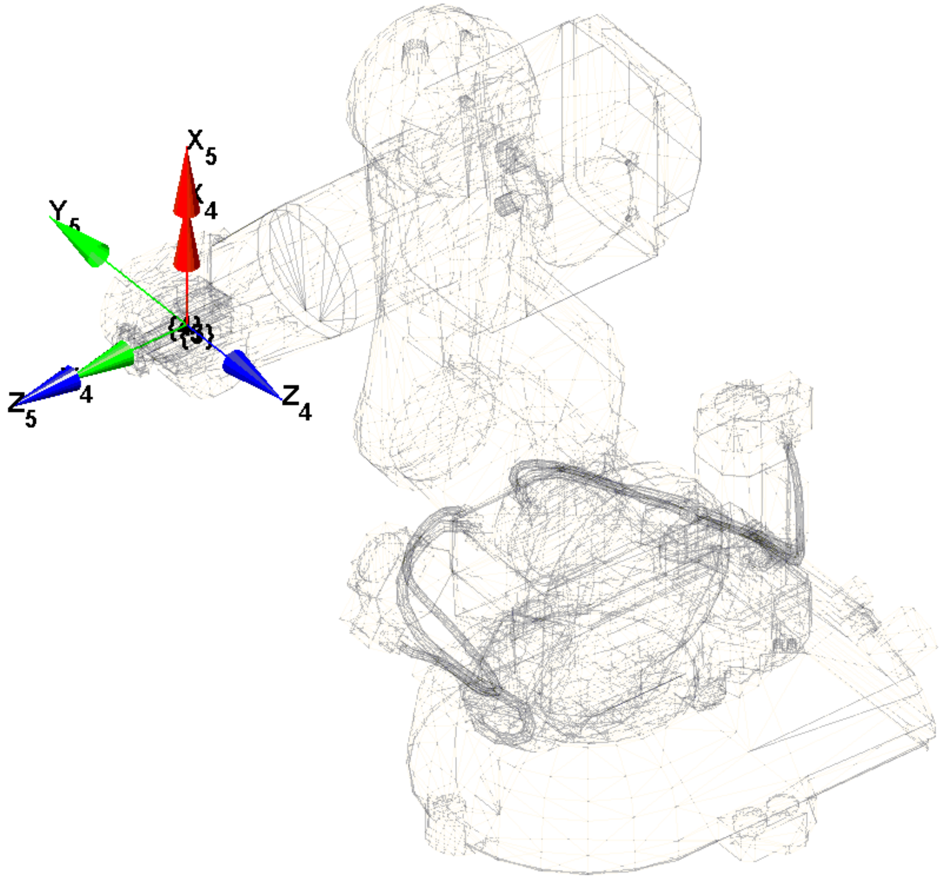
- Parámetros DH asociados al **Sistema 4**.

θ_4	q_4	Ángulo medido desde el eje X_3 hasta el X_4, alrededor del eje Z_3.
d_4	$0{,}38$	Distancia desde el origen del sistema 3 hasta el eje X_4, a lo largo del eje Z_3.
a_4	0	Distancia entre el eje Z_3 y el eje Z_4 a lo largo del eje X_4.
α_4	$pi/2$	Ángulo medido desde el eje Z_3 hasta el Z_4, alrededor del eje X_4.
σ_4	0	Articulación rotacional (θ variable).



- Parámetros DH asociados al **Sistema 5**.

θ_5	q_5	Ángulo medido desde el eje $\boldsymbol{X_4}$ hasta el $\boldsymbol{X_5}$, alrededor del eje $\boldsymbol{Z_4}$.
d_5	$\mathbf{0}$	Distancia desde el origen del sistema $\mathbf{4}$ hasta el eje $\boldsymbol{X_5}$, a lo largo del eje $\boldsymbol{Z_4}$.
a_5	$\mathbf{0}$	Distancia entre el eje $\boldsymbol{Z_4}$ y el eje $\boldsymbol{Z_5}$ a lo largo del eje $\boldsymbol{X_5}$.
α_5	$-\boldsymbol{pi}/\mathbf{2}$	Ángulo medido desde el eje $\boldsymbol{Z_4}$ hasta el $\boldsymbol{Z_5}$, alrededor del eje $\boldsymbol{X_5}$.
σ_5	$\mathbf{0}$	Articulación rotacional ($\boldsymbol{\theta}$ variable).



- Parámetros DH asociados al **Sistema 6**.

θ_6	q_6	Ángulo medido desde el eje X_5 hasta el X_6, alrededor del eje Z_5.
d_6	**0,065**	Distancia desde el origen del sistema 5 hasta el eje X_6, a lo largo del eje Z_5.
a_6	0	Distancia entre el eje Z_5 y el eje Z_6 a lo largo del eje X_6.
α_6	0	Ángulo medido desde el eje Z_5 hasta el Z_6, alrededor del eje X_6.
σ_6	0	Articulación rotacional ($\boldsymbol{\theta}$ variable).

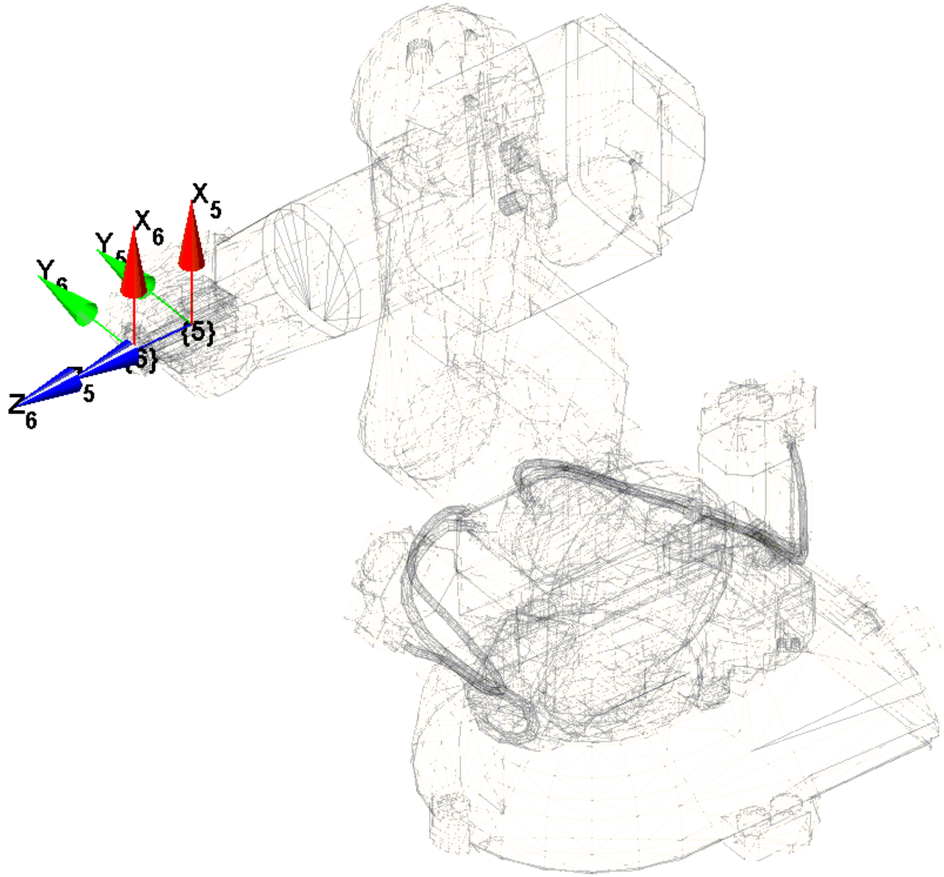
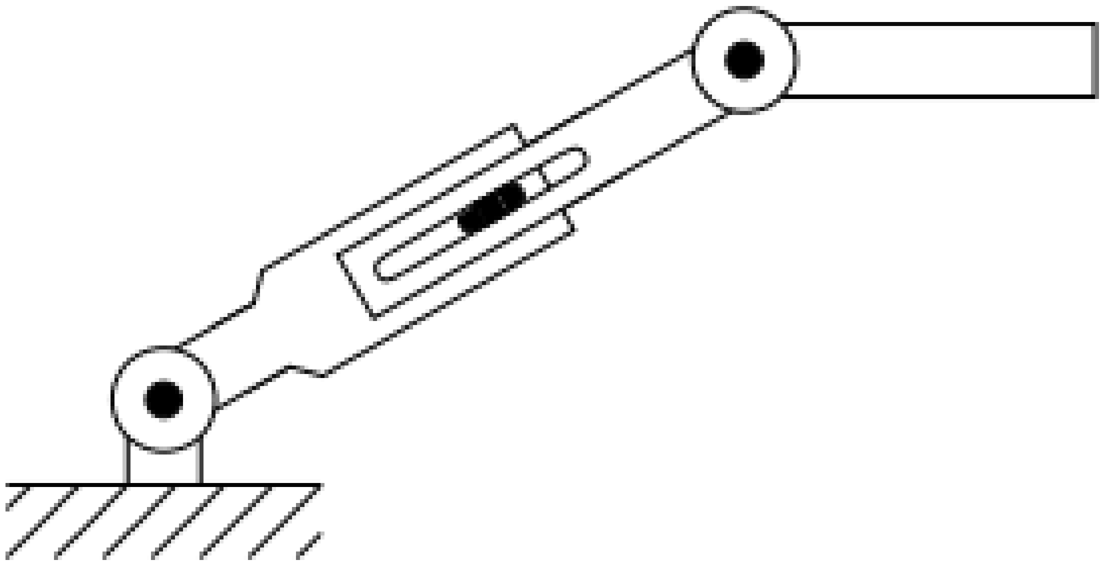


ABB: Obtención de Parámetros

- **Matriz de parámetros DH:**
  - Puede diferir levemente si se consideran sentidos opuestos en algunos ejes.

Sistema	$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{d}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{\sigma}$
1	q_1	0,352	0,07	$-\pi/2$	0
2	q_2	0	0,36	0	0
3	q_3	0	0	$-\pi/2$	0
4	q_4	0,38	0	$\pi/2$	0
5	q_5	0	0	$-\pi/2$	0
6	q_6	0,065	0	0	0

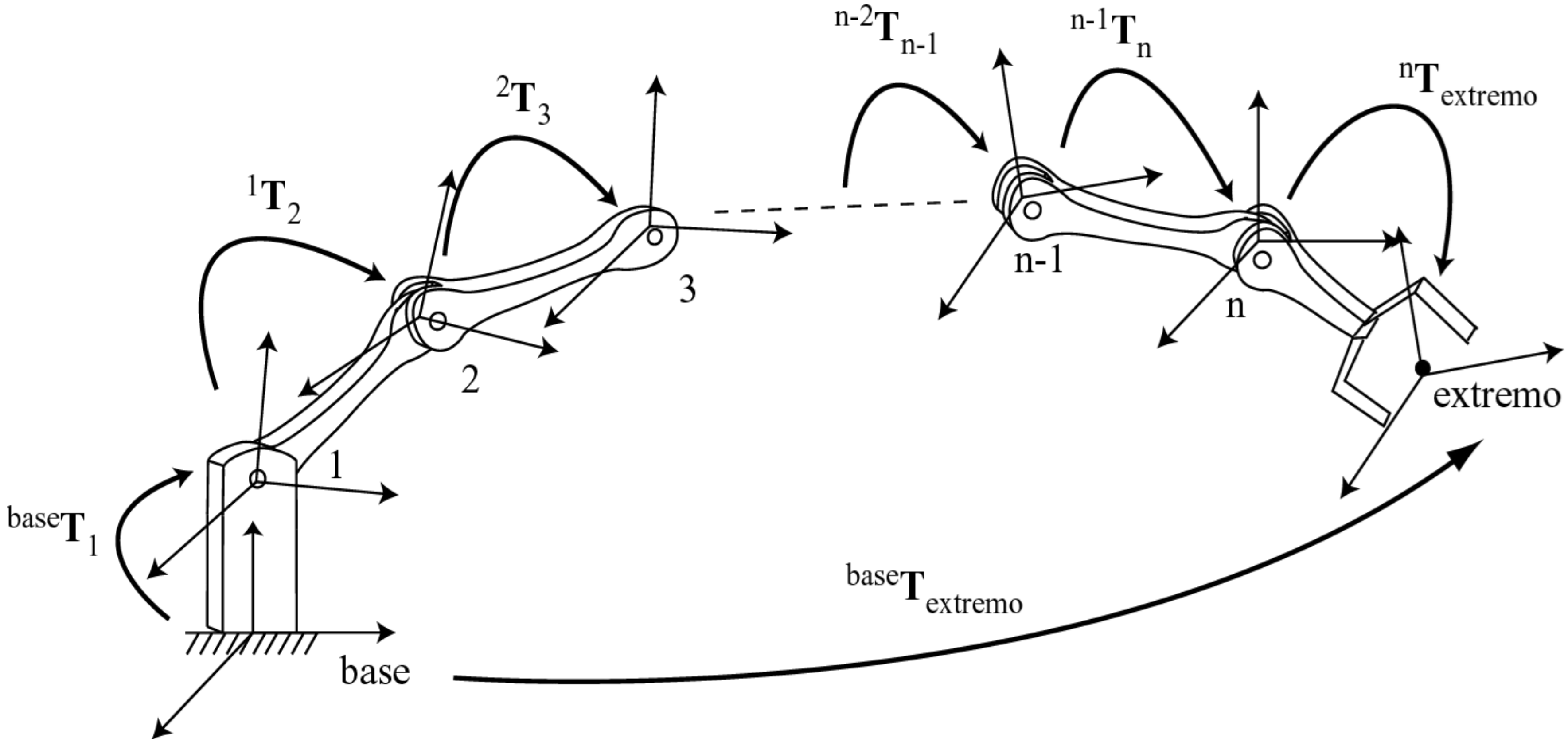
Ejemplo robot articulaciones R-T-R



RESUMEN

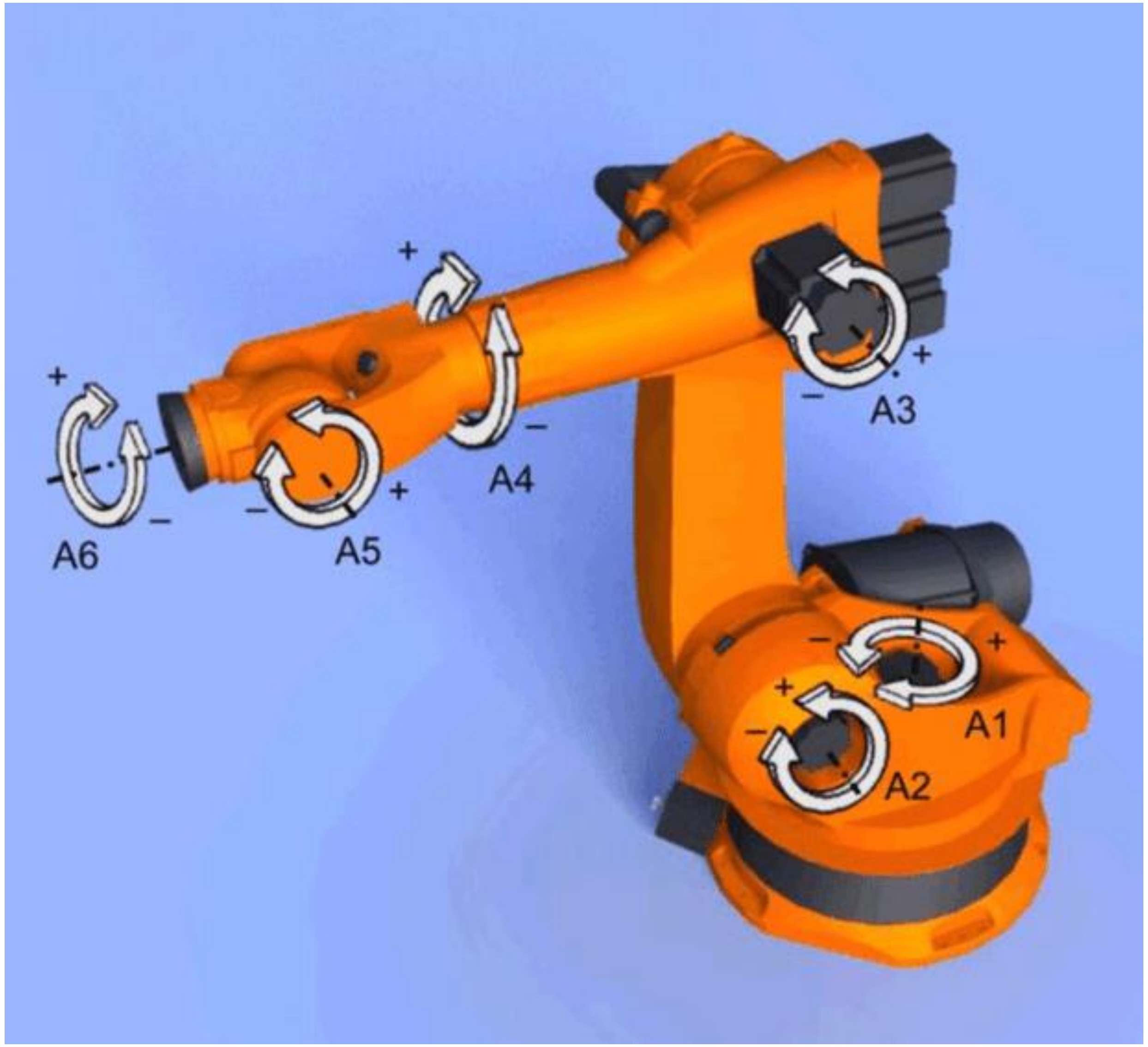
- Problema de cinemática directa: dadas unas posiciones articulares determinadas determinar la localización (posición y orientación) del extremo operativo.
- Utilizando las matrices de transformación homogéneas y mediante el método de DH resolveremos este problema.
- La matriz de DH define la estructura de la cadena cinemática abierta que representa a un determinado robot en función de sus parámetros constructivos y articulaciones.
- Matriz de DH posee parámetros fijos y parámetros variables.
- Importante: no confundir motor con articulación con eslabón (repasar U2 si es necesario).
- Generalmente cuando resolvemos la CD hablamos de la matriz de transformación homogénea que me relaciona la posición y orientación del extremo operativo del robot, respectos del sistema fijo de la base del mismo.

RESUMEN



$$^{i-i}\mathbf{T}_i = \mathbf{Rot}(z_{i-i}, \theta_i) \cdot \mathbf{Tras}(z_{i-1}, d_i) \cdot \mathbf{Tras}(x_i, a_i) \cdot \mathbf{Rot}(x_i, \alpha_i)$$

Ejemplo



Muchas gracias por su atención

Preguntas?