

Speedup (aumento de velocidad): la relación entre el tiempo que se requiere para la ejecución de un programa en un procesador secuencial y el tiempo paralelo.

$$S = \frac{T_{\text{secuencial}}}{T_{\text{paralelo}}}$$

Tiempo paralelo: el tiempo total absoluto que requiere un programa para su ejecución en un procesador paralelo.

La programación de un algoritmo en su forma secuencial y en su forma paralela pueden resultar muy distintas en máquinas diferentes. Además no todos los procesos pueden descomponerse de manera sencilla para que puedan utilizarse todas las unidades de procesamiento disponibles. Esto lo expresa la ley de Amdahl, que expresa el aumento de velocidad (S) en función de la cantidad de procesadores (p) y la cantidad de operaciones que deben ejecutarse en forma secuencial (f), esta última se indica como fracción, es decir la porción del algoritmo que no se puede paralelizar.

$$S = \frac{1}{f + \frac{1 - f}{p}}$$

Si se tiene que ejecutar en forma secuencial el 20 % de las operaciones ( $f=20\%$ ) el aumento de la velocidad  $S$  no puede ser mayor a 5 veces, independientemente del número de procesadores que se utilicen

Para  $p=20$  ,  $S=4,16$

Para  $p = \text{infinito}$  ,  $S = 5$

Eficiencia: la relación entre  $S$  y el número  $p$  de procesadores

En el ejemplo anterior,  $\text{eficiencia} = 4,16/20 = 0,20$  , es decir 20%

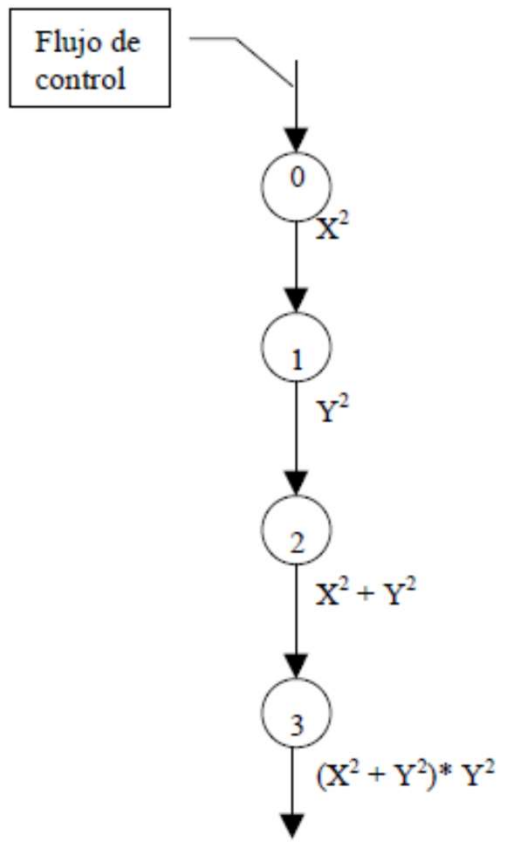
## Paralelización de un algoritmo:

## Paralelización de un algoritmo:

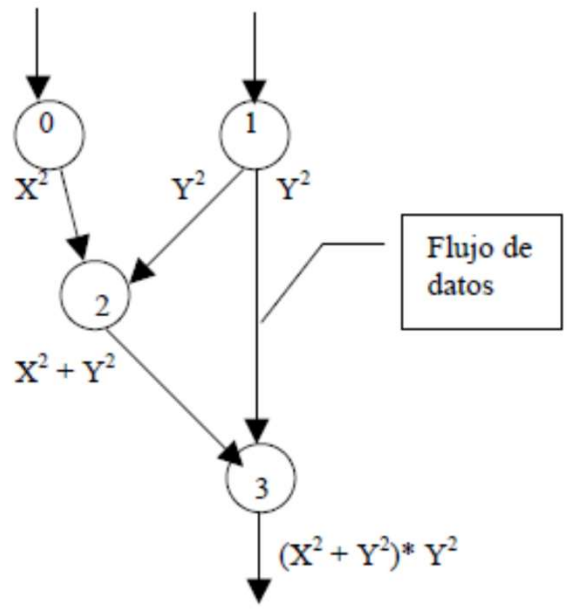
```
Func (x, y)          /* calcular  $(x^2 + y^2) * y^2$  */
    int x, y;
    {
        int temp0, temp1, temp2, temp3;

        0    temp0 = x * x;
        1    temp1 = y * y;
        2    temp2 = temp1 + temp2;
        3    temp3 = temp1 * temp2;

        return (temp3);
    }
```



Secuencia de control de programa



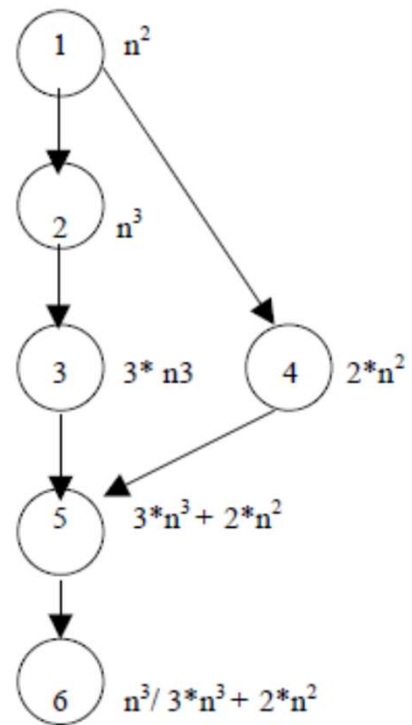
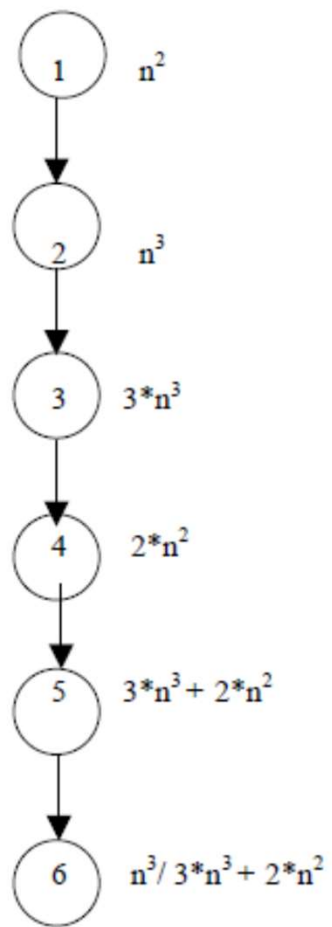
Para este ejemplo el aumento de velocidad S no puede ser muy grande:

$$S = T_{sec.} / T_{par.} = 4/3 = 1,33...$$

Diagrama de dependencias

Como otro ejemplo se puede encontrar el valor de la serie:

$$\sum_{n=1}^8 \frac{n^3}{3*n^3 + 2*n^2}$$



Si ahora se considera el problema de multiplicar dos matrices  $A * x = b$ , el problema se puede representar así:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$b_0 = \overset{0}{a_{00} x_0} + \overset{4}{a_{01} x_1} + \overset{1}{a_{02} x_2} + \overset{6}{a_{03} x_3}$$

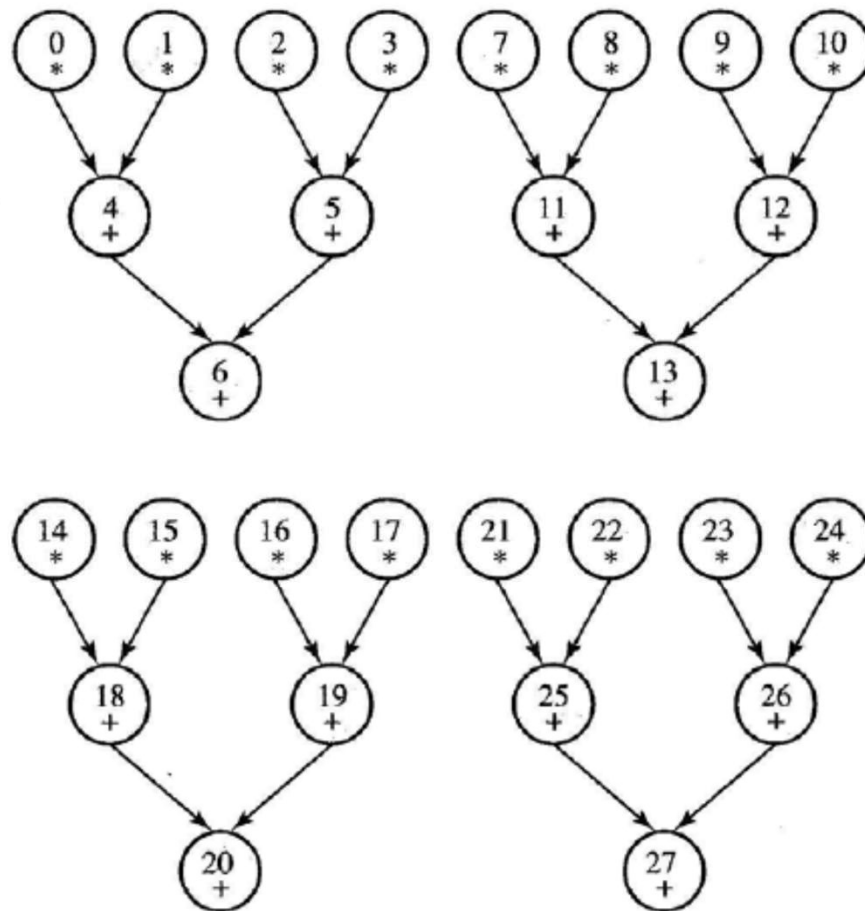
$$b_1 = \overset{7}{a_{10} x_0} + \overset{11}{a_{11} x_1} + \overset{8}{a_{12} x_2} + \overset{13}{a_{13} x_3}$$

$$b_2 = \overset{14}{a_{20} x_0} + \overset{18}{a_{21} x_1} + \overset{15}{a_{22} x_2} + \overset{20}{a_{23} x_3}$$

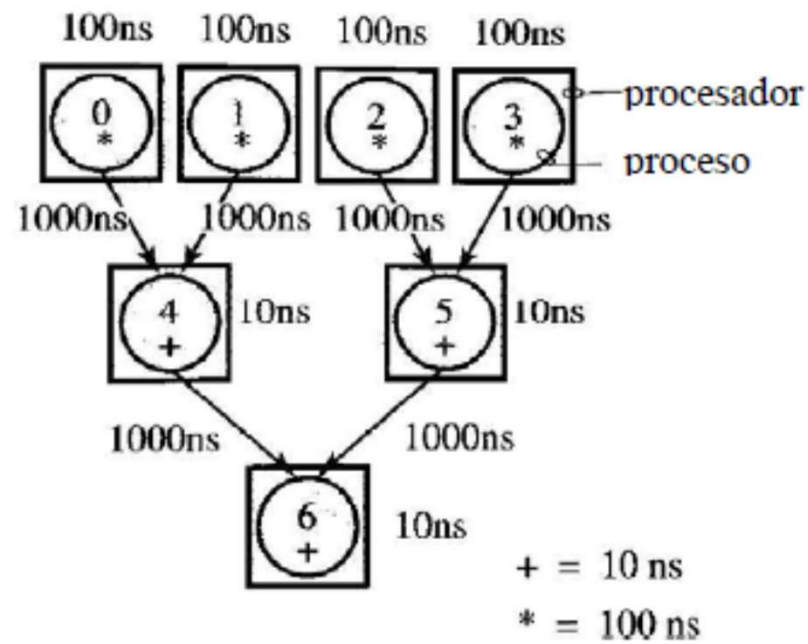
$$b_3 = \overset{21}{a_{30} x_0} + \overset{25}{a_{31} x_1} + \overset{22}{a_{32} x_2} + \overset{27}{a_{33} x_3}$$



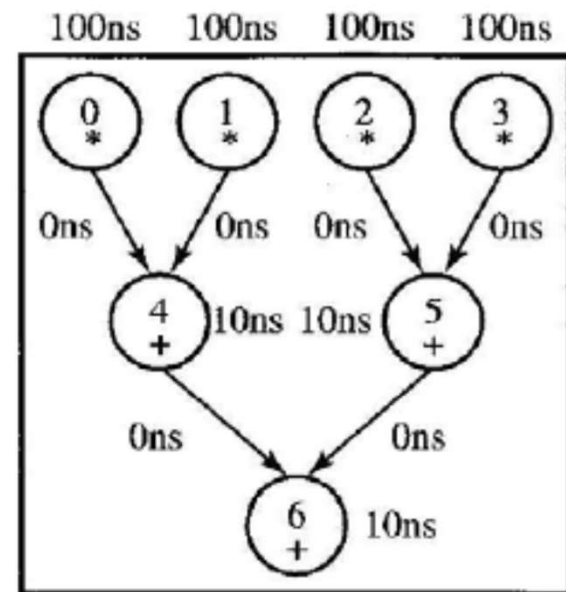
Vemos que hay 28 operaciones, por lo en un procesador convencional se requieren 28 pasos de tiempo. El diagrama de dependencias de este problema es el siguiente:



$$S = T_{\text{sec}}/T_{\text{par}} = 28 / 3 = 9,33\dots$$



granularidad fina



granularidad gruesa

Esto demuestra la importancia de la asignación, respecto de la dependencia, ya que el tiempo de comunicación es un cuello de botella en el procesamiento paralelo. El agregado de procesadores no asegura acelerar los procesos. En general se debería mantener una relación en la que

$$\frac{T_{\text{comunicación}}}{T_{\text{cálculo}}} \leq 1$$

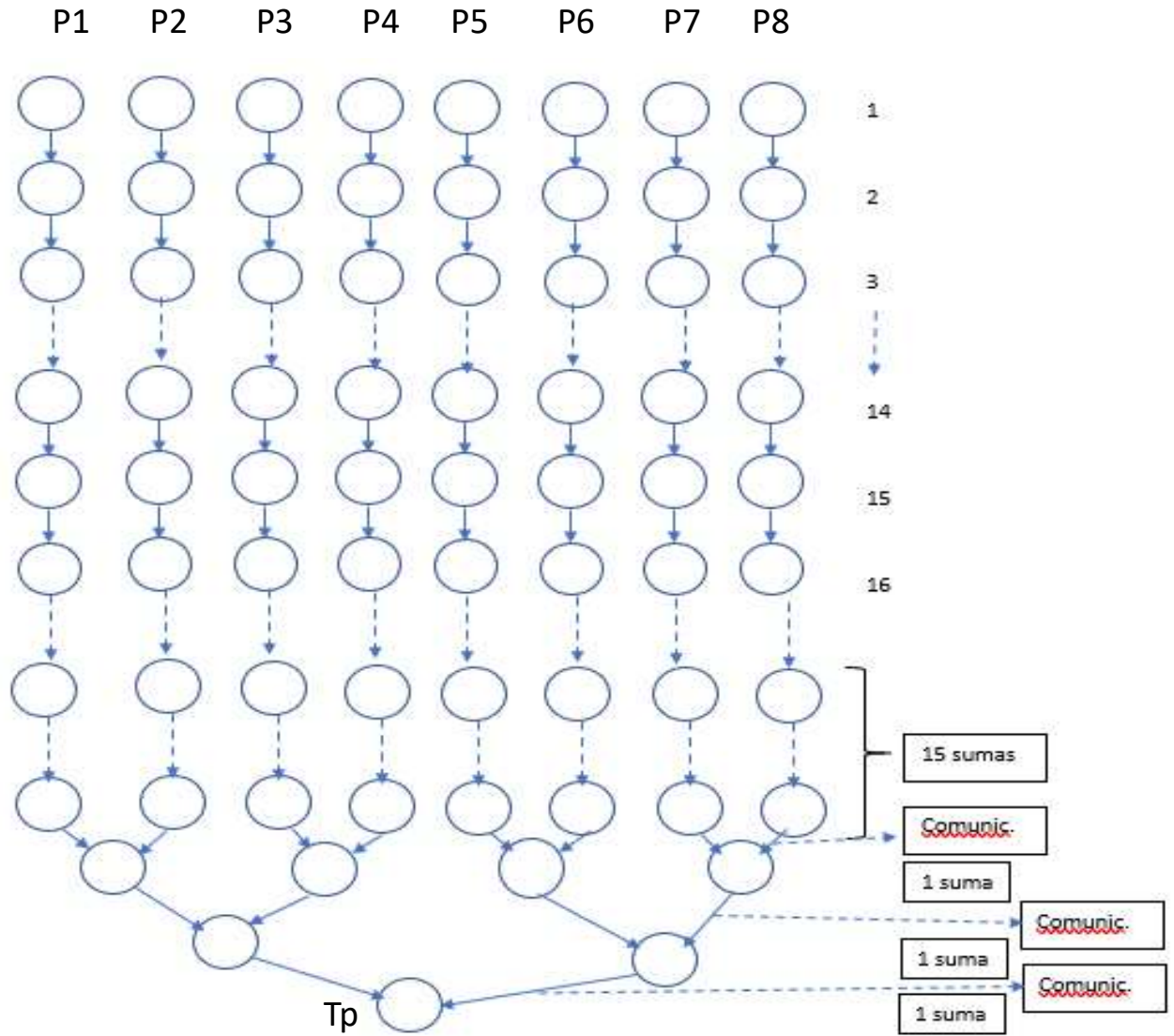
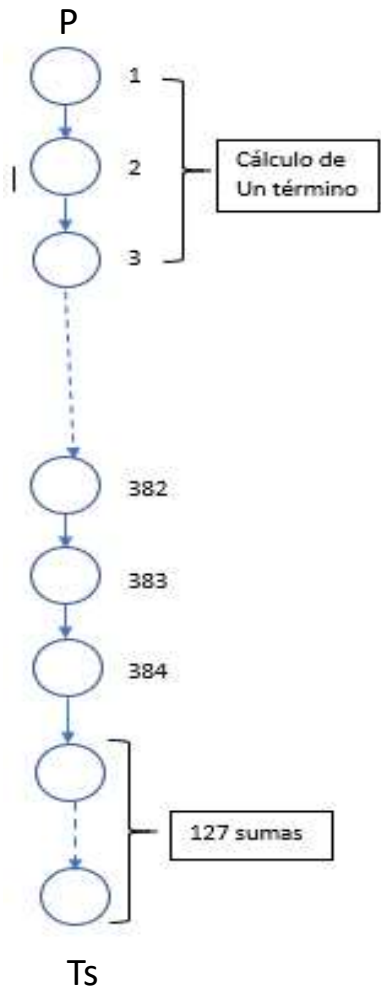
1. Calcular la aceleración y la eficiencia para el siguiente proceso: |

$$H = \sum (X^n \cdot Y^n)$$

Para n desde 1 hasta 128 y 8 procesadores. Indicar el número óptimo de procesadores.

¿Para n de 1 a 4096?

$$H = \sum (X^n \cdot Y^n)$$



$$T_s = (3 \cdot T_{op}) \cdot 128 + T_{sum} \cdot 127$$

$$T_s = (3 \cdot 10 \text{ ns}) \cdot 128 + 10 \text{ ns} \cdot 127$$

$$T_s = 30 \text{ ns} \cdot 128 + 1270 \text{ ns}$$

$$T_s = 3840 \text{ ns} + 1270 \text{ ns}$$

$$T_s = 5110 \text{ ns}$$

$$T_p = T_{cál} + T_{com}$$

$$T_{cál} = (3 \cdot 10 \text{ ns}) \cdot 16 + 10 \text{ ns} \cdot 15 + 3 T_{sum}$$

$$T_{cál} = 30 \text{ ns} \cdot 16 + 150 \text{ ns} + 30 \text{ ns}$$

$$T_{cál} = 480 \text{ ns} + 150 \text{ ns} + 30 \text{ ns} = 660 \text{ ns}$$

$$T_{com} = 3 \times 500 \text{ ns} = 1500 \text{ ns}$$

$$T_p = 660 + 1500 = 2160 \text{ ns}$$

$$S_{8p} = T_s/T_p = 5110/ 2160$$

$$S_{8p} = 2,36$$

$$e = S/P$$

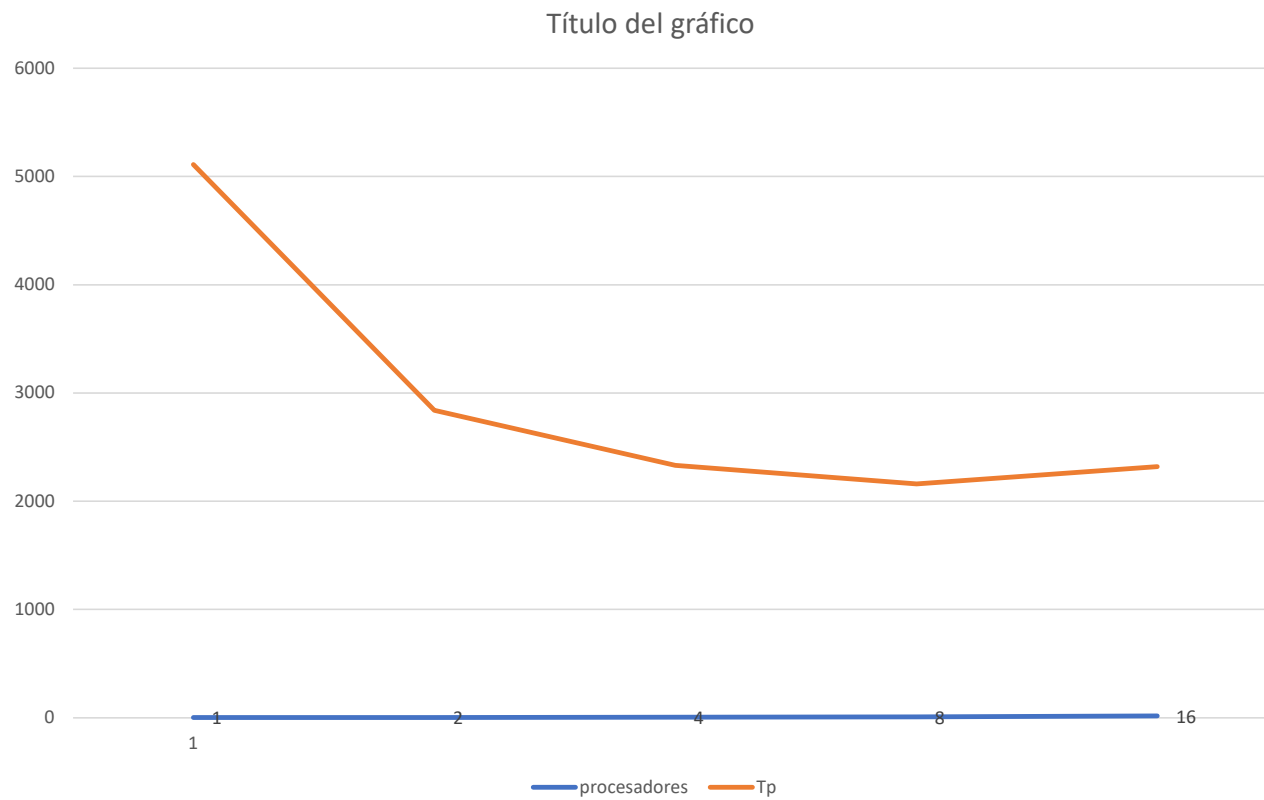
$$e = 0,3$$

Para 16 procesadores, el es  $T_{com} = 2000$  ns. Aproximadamente el  $T_{cál}$  sería la mitad (330 ns).  
El  $T_p$  sería entonces aproximadamente 2330 ns

Para 4 procesadores, el es  $T_{com} = 1000$  ns. Aproximadamente el  $T_{cál}$  sería el doble (1320 ns).  
El  $T_p$  sería entonces aproximadamente 2320 ns

Para 2 procesadores, el es  $T_{com} = 500$  ns. Aproximadamente el  $T_{cál}$  sería 4 veces más (2340 ns).  
El  $T_p$  sería entonces aproximadamente 2840 ns

$$e = 1.18$$



¿Para n de 1 a 4096?



¿Para n de 1 a 4096?

$T_s = 163830 \text{ ns}$

$T_p = 22000 \text{ ns}$  para  $P = 8$

$S = 7.45$

$T_p = 12275$   $P=16$

$T_p = 7668$   $P=32$

$S = 21,36$   $e = 0,6$

## CARACTERIZACIÓN DE TOPOLOGÍAS ESTÁTICAS

Tipo N: número de elementos	Grado máx. G	Diámetro D	Número de enlaces. Coste. C	Ancho de bisección B
Lineal	2	N-1	N-1	1
Anillo	2	N/2	N	2
Totalmente conectada	N-1	1	$(N^2-N)/2$	$N^2/4$
Barrel shifter N= $2^n$	$2n-1$	2	$N/2 + N(n-1)$	$N-2 + N/2$
Malla de 2 dimensiones N= $d^n$	2n	$n(d-1)$	$n \cdot d^{(n-1)} \cdot (d-1)$	$d^{(n-1)}$
Toro de 2 dimensiones N= $d^n$	2n	$n \cdot \text{int}(d/2)$	$n \cdot d^n$	$2 \cdot d^{(n-1)}$
Hipercubo N= $2^n$	n	n	$n \cdot 2^{n-1}$	$2^{n-1}$
CCC N= $n \cdot 2^n$	3	2.n	$3n \cdot 2^{n-1}$	$2^{n-1}$
Árbol binario N= $2^n - 1$	3	$2(n-1)$	N-1	1
Estrella	1	2	N-1	1

En base a la siguiente tabla de caracterización de topologías estáticas, comparar los resultados para el ejemplo anterior con 16 procesadores ( elementos de proceso) y para 64 procesadores

Tipo N: número de elementos	Diámetro D	Ancho de bisección B
Anillo	$N/2$	2
Totalmente conectada	1	$N^2/4$
Barrel shifter $N = 2^n$	2	$N - 2 + N/2$
Malla de 2 dimensiones $N = d^n$	$n(d-1)$	$d^{(n-1)}$
Toro de 2 dimensiones $N = d^n$	$n \cdot \text{int}(d/2)$	$2 \cdot d^{(n-1)}$
Hipercubo $N = 2^n$	n	$2^{n-1}$

PARA  $N = 16$

Tipo N: número de elementos	Diámetro D	Ancho de bisección B
Anillo	$16/2$	2
Totalmente conectada	1	$16^2/4$
Barrel shifter $N = 2^n$	2	$8-2+ 8/2$
Malla de 2 dimensiones $N = d^n$	$2(4-1)$	$d^{(2-1)}$
Toro de 2 dimensiones $N = d^n$	$2 \cdot \text{int}(4/2)$	$2 \cdot d^{(2-1)}$
Hipercubo $N = 2^n$	4	$2^{4-1}$

Tipo N: número de elementos	Diámetro D	Ancho de bisección B
Anillo		
Totalmente conectada		
Barrel shifter N= 2 <sup>n</sup>		
Malla de 2 dimensiones N=d <sup>n</sup>		
Toro de 2 dimensiones N=d <sup>n</sup>		
Hipercubo N= 2 <sup>n</sup>		

¿Cuál presenta las mejores características?

PARA  $N = 64$

Tipo N: número de elementos	Diámetro D	Ancho de bisección B
Anillo	$64/2$	2
Totalmente conectada	1	$64^2/4$
Barrel shifter $N = 2^n$	2	$64 - 2 + 64/2$
Malla de 2 dimensiones $N = d^n$	$2(8 - 1)$	$8^{(2-1)}$
Toro de 2 dimensiones $N = d^n$	$2 \cdot \text{int}(8/2)$	$2 \cdot 8^{(2-1)}$
Hipercubo $N = 2^n$	6	$2^{6-1}$

<b>Tipo</b> <b>N: número de elementos</b>	<b>Diámetro</b> <b>D</b>	<b>Ancho de bisección</b> <b>B</b>
<b>Anillo</b>		
<b>Totalmente conectada</b>		
<b>Barrel shifter</b> <b><math>N = 2^n</math></b>		
<b>Malla de 2 dimensiones</b> <b><math>N = d^n</math></b>		
<b>Toro de 2 dimensiones</b> <b><math>N = d^n</math></b>		
<b>Hipercubo</b> <b><math>N = 2^n</math></b>		

## Comparación entre redes dinámicas

	Hipercubo	Bus	Crossbar	Multietapa
Costo	Medio	Bajo	Alto	Medio
Velocidad	Media	Baja	Alta	Alta
Complejidad	Media	Baja	Alta	Media
Escalabilidad	Media	Alta	Media	Media



<b>Nombre</b>	<b>Topología</b>
10GBit Ethernet	Star or Fat Tree
Infiniband 12x	Fat Tree
Myrinet	Clos
NUMAlink4	Fat Tree
Quadrics	Fat Tree
SCI/Dolphin	2D/3D Torus

## Comparación de redes

Interconnect	Latency (microseconds)	Bandwidth (MBps)
<b>GigE</b>	<b>~29-120</b>	<b>~125</b>
GigE: GAMMA	~9.5 (MPI)	~125
GigE with Jumbo Frames	29-120	~125
GigE: Level 5	15	104.7
10 GigE: Chelsio (Copper)	9.6	~862
Infiniband: Mellanox Infinihost (PCI-X)	4.1	760
Infiniband: Mellanox Infinihost III EX SDR	2.6	938
Infiniband: Mellanox Infinihost III EX DDR	2.25	1502
<b>Infinipath: HTX</b>	<b>1.29</b>	<b>954</b>
Infinipath: PCI-Express	1.62	957.5
Myrinet D (gm)	~7.0	~493
Myrinet F (gm)	~5.2	~493
Myrinet E (gm)	~5.4	~493
Myrinet D (mx)	3.5	~493
Myrinet F (mx)	2.6	~493
Myrinet E (mx)	2.7	~493
<b>Myri-10G</b>	<b>2.0</b>	<b>1,200</b>
<b>Quadrics</b>	<b>1.29</b>	<b>~875-910</b>
Dolphin	4.2	457.5

## Comparación de redes

Interconnect	8 Node Cost	24 Node Cost	128 Node Cost
<b>GigE<sup>1</sup></b>	<b>\$258.00</b>	<b>\$944.00</b>	<b>\$27,328.00</b>
GigE: GAMMA <sup>2</sup>	\$258.00	\$944.00	\$27,328.00
GigE with Jumbo Frames <sup>3</sup>	\$308.00	\$944.00	\$27,328.00
GigE: Level 5 <sup>4</sup>	\$4,060	\$12,200	\$83,360.00
10 GigE: Chelsio (Copper) <sup>5</sup>	\$15,960.00	\$62,280.00	\$447,360.00
Infiniband: Voltaire <sup>6</sup>	\$11,877.00	\$23,084.00	\$182,083.00
<b>Infinipath<sup>7</sup></b>	<b>\$13,810.00</b>	<b>\$26,530.00</b>	<b>\$207,860.00</b>
Myrinet D (gm/mx) <sup>8</sup>	\$7,200.00	\$21,600.00	\$115,200.00
Myrinet F (gm/mx) <sup>9</sup>	\$8,000.00	\$24,000.00	\$128,000.00
Myrinet E (gm/mx) <sup>10</sup>	\$12,000.00	\$36,000.00	\$192,000.00
<b>Myri-10G<sup>11</sup></b>	<b>\$9,600.00</b>	<b>\$28,800.00</b>	<b>\$153,600.00</b>
<b>Quadrics<sup>12</sup></b>	<b>\$13,073.00</b>	<b>\$43,698.00</b>	<b>\$205,538.00</b>
Dolphin <sup>13</sup>	\$7,800.00	NA	\$140,160.00