



FACULTAD
DE INGENIERÍA



Maestría en Ingeniería Geotécnica - MIG
(Carrera Binacional Argentina - Alemania)

Asignatura ACMIG03:

Comportamiento Mecánico de Suelos

Dr. Juan Pablo Ibañez

juan.pablo.ibanez@ingenieria.uncuyo.edu.ar

+54 261 5796326



═══════ Maestría en Ingeniería Geotécnica - MIG ═══════
(Carrera Binacional Argentina - Alemania)

Modelos Constitutivos para Suelos

Introducción — Modelos Elásticos

ACMIG03: Comportamiento Mecánico de Suelos

Dr. Juan Pablo Ibañez

juan.pablo.ibanez@ingenieria.uncuyo.edu.ar

+54 261 5796326

MODELO:

- Formulación matemática que **idealiza** el comportamiento *mecánico* de un material (suelo, roca) en lo que respecta a la relación entre tensiones e deformaciones.

PARÁMETROS:

- El modelo se calibra a cada tipo de material a través de sus parámetros, los cuales deben ser adoptados en base a:
 - Información de laboratorio o campo (ensayos);
 - Correlaciones;
 - Valores empíricos;
 - Valores de la literatura sugeridos;
 - Valores adoptados con algún criterio específico;
- Sobre los parámetros del modelo se pueden realizar **análisis de sensibilidad**, consistentes en la variación controlada de cada parámetro relevante para el análisis a fin de obtener *tendencias de variación* en el resultado obtenido.

DESPLAZAMIENTOS

- Los desplazamientos en el suelo constituyen el efecto visible de un proceso mecánico.

DEFORMACIONES

- Las deformaciones en cada punto se relacionan con los desplazamientos y con las condiciones de compatibilidad.

MODELO CONSTITUTIVO

- Leyes de constitución mecánica, basadas en la elasticidad y plasticidad, relacionan deformaciones con tensiones, incorporando las características del material.

TENSIONES

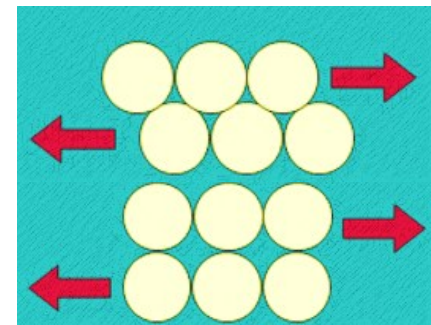
- Se obtienen a partir de las deformaciones mediante la matriz constitutiva.

FUERZAS

- Acciones en el suelo resultantes de la integración de las tensiones.

MODELOS PARA SUELOS:

- Los modelos deben considerar e incluir de alguna forma:
- **LAS FASES:** Los suelos son compuestos por tres fases, sólido, agua y aire. La interacción entre las fases es relevante al comportamiento mecánico del suelo (presión de poros, succión, colapso, hinchamiento).
- **GRANULOMETRIA:** Dependiendo de la granulometría, el comportamiento será del tipo granular o cohesivo.
- **CONSOLIDACIÓN:** En suelos finos y cohesivos incluyendo variación en las presiones de poros, deformaciones diferidas en el tiempo y rigidización del suelo.
- **DILATANCIA y CONTRACCIÓN:** Los suelos granulares en general son materiales de comportamiento *acoplado*:
 - Deformaciones volumétricas asociadas a tensiones normales;
 - Distorsiones angulares asociadas a tensiones de corte;
 - Acoplamiento: **Deformaciones volumétricas asociadas a tensiones de corte;**



TENSOR (MATRIZ):

Ente matemático que es independiente de los ejes de referencia.

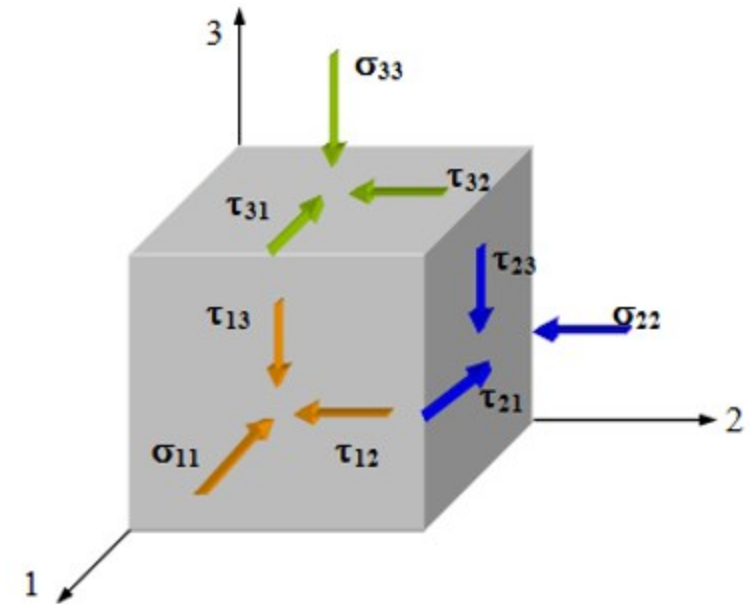
- Las constantes son tensores de orden "0".
- Los vectores son tensores de orden "1".
- Las matrices son tensores de orden "2".

TENSOR DE TENSIONES

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

TENSIÓN DE DEFORMACIONES

$$T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \frac{1}{2}\gamma_{12} & \frac{1}{2}\gamma_{13} \\ \frac{1}{2}\gamma_{21} & \varepsilon_{22} & \frac{1}{2}\gamma_{23} \\ \frac{1}{2}\gamma_{31} & \frac{1}{2}\gamma_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$



σ = Tensión normal
 τ = Tensión de corte

ESTADO HIDROSTÁTICO (mean stress):

Las tensiones normales son iguales (en módulo y signo) en las tres direcciones:

- No hay tensiones de corte (ej. condición de *presión de cámara* en el ensayo triaxial).
- Representa un estado de confinamiento y equilibrio para el suelo (con una “tensión esférica”).

ESTADO DE DESVÍO (deviatoric stress):

Estado de tensiones resultante de restar a un dado estado de tensiones cualquiera el tensor de estado hidrostático.

- Existen tensiones de corte (ej. *Desviador* del ensayo triaxial).
- Representa un estado que puede llevar a la rotura o plastificación.

Tensión esférica: $p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ **Deformación volumétrica:** $\varepsilon_v = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$

$$T_\sigma = \underbrace{\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}}_{\text{HIDROSTATICO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{11} - p & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} - p & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} - p \end{bmatrix}}_{\text{DESVIO}} \quad T_\varepsilon = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{HIDROSTATICO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix}}_{\text{DESVIO}}$$

MODELOS CONSTITUTIVOS DERIVADOS DE LA ELASTICIDAD

- Elástico Lineal
- Elástico No Lineal
- Hiperelásticos
- **Hipoelásticos**
 - Cuasi Lineales (orden cero — Ley de Hooke incremental):
 - Modelo Bilineal
 - Modelo KG
 - Modelo Hiperbólico
 - De orden superior

LEY DE HOOKE GENERALIZADA

Matriz constitutiva simétrica y constante, definida por 2 parámetros para suelo isotrópico

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\sigma_{ij} = K \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) = KI_1 \delta_{ij} + 2GE_{ij}$$

$$p \delta_{ij} = \frac{1}{3} J_1 \delta_{ij} = KI_1 \delta_{ij} \quad S_{ij} = 2GE_{ij}$$

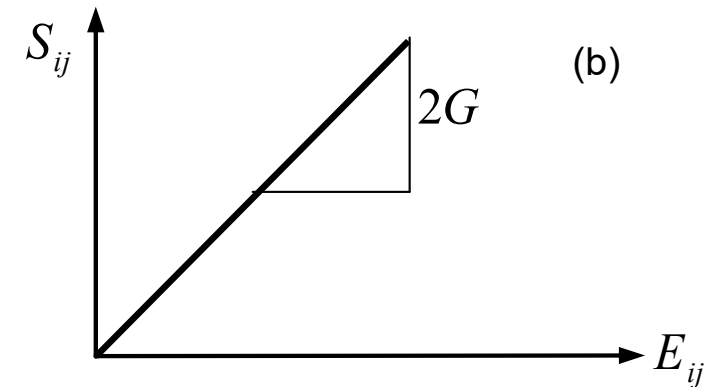
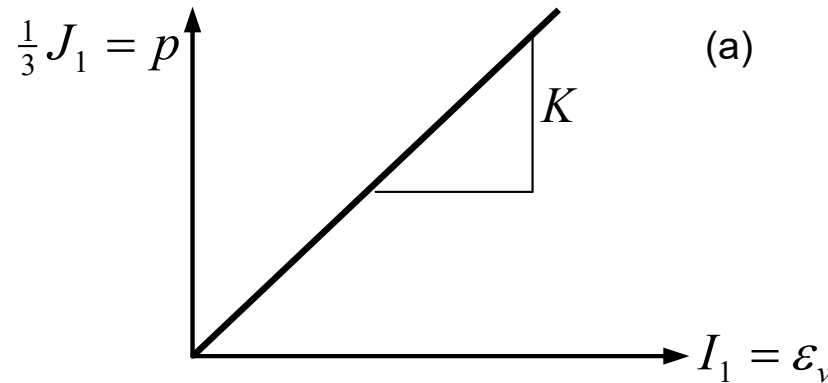
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix}$$

Módulo volumétrico
(B – bulk modulus)

$$K = \frac{1}{3} E / (1 - 2\nu)$$

Módulo de Corte

$$G = \frac{1}{2} E / (1 + \nu)$$



Modelo elástico lineal e isotrópico: a) módulo de deformación volumétrica K ; b) módulo de corte G .

LEY DE HOOKE GENERALIZADA

Matriz constitutiva simétrica y constante, definida por 2 parámetros para suelo isotrópico

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\sigma_{ij} = K \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) = KI_1 \delta_{ij} + 2GE_{ij}$$

$$p \delta_{ij} = \frac{1}{3} J_1 \delta_{ij} = KI_1 \delta_{ij} \quad S_{ij} = 2GE_{ij}$$

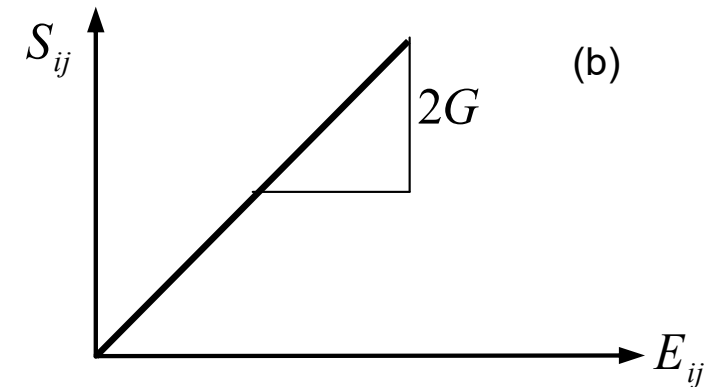
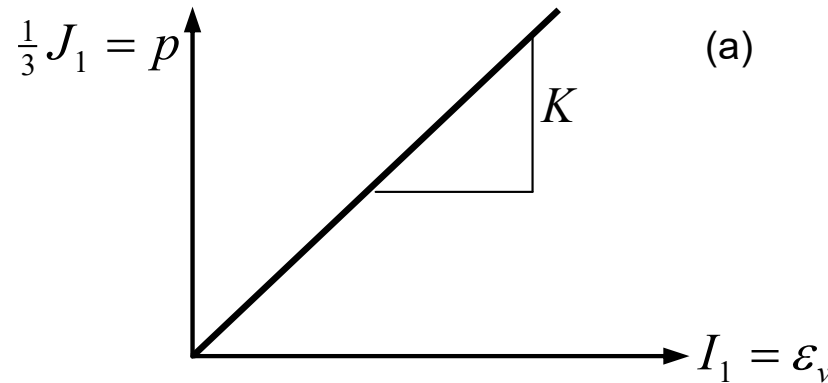
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}$$

Módulo volumétrico
(B – bulk modulus)

$$K = \frac{1}{3} E / (1 - 2\nu)$$

Módulo de Corte

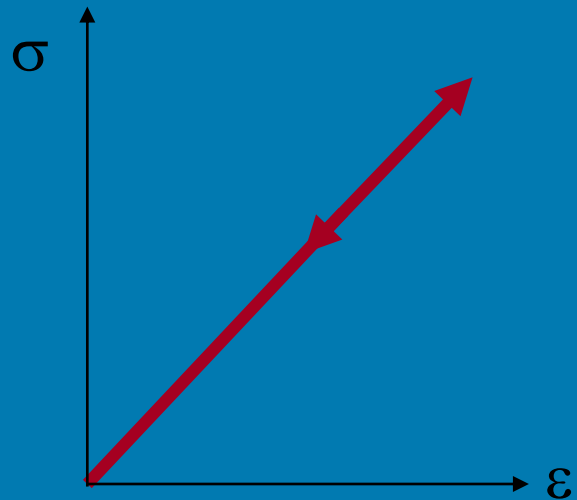
$$G = \frac{1}{2} E / (1 + \nu)$$



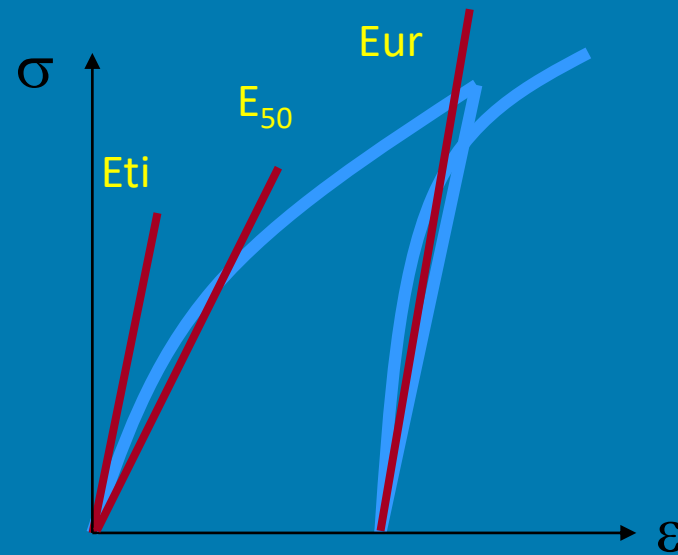
Modelo elástico lineal e isotrópico: a) módulo de deformación volumétrica K ; b) módulo de corte G .

ELÁSTICO LINEAL:

- Modelo conservativo.
- Útil para representar descarga y recarga de suelos.
- No reproduce deformaciones plásticas.
- Comportamiento acoplado – dilatancia – no simulado para el caso isotrópico.
- Requiere 2 parámetros.



MODELO ELÁSTICO LINEAL



SUELO REAL

$$E = \sigma_{\text{desvio}} / \varepsilon_{\text{axial}}$$

$$\nu = 0,50 (1 - \varepsilon_{\text{vol}} / \varepsilon_{\text{axial}})$$

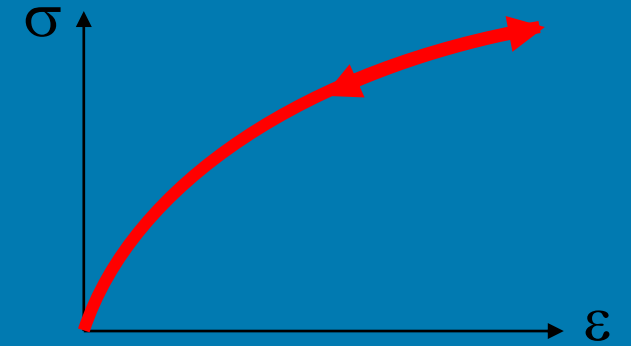
aplicación para pequeñas deformaciones o trayectorias de descarga-recarga.

ELÁSTICO NO LINEAL:

- Modelo de Cauchy.
- Matriz constitutiva no simétrica.
- Comportamiento acoplado - predice dilatación - y anisotropía inducida por el estado de tensión. Válido para carga monótona.
- Elevado número de parámetros, sin sentido físico.
- Puede no ser conservativo. No predice deformaciones plásticas.

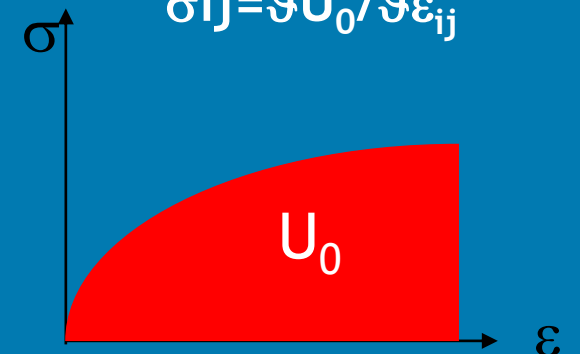
HIPERELÁSTICO:

- Modelo de Green (caso particular del modelo de Cauchy).
- Derivado del potencial de energía, conservativo por definición.
- Matriz constitutiva simétrica.
- Menor número de parámetros que el modelo de Cauchy.



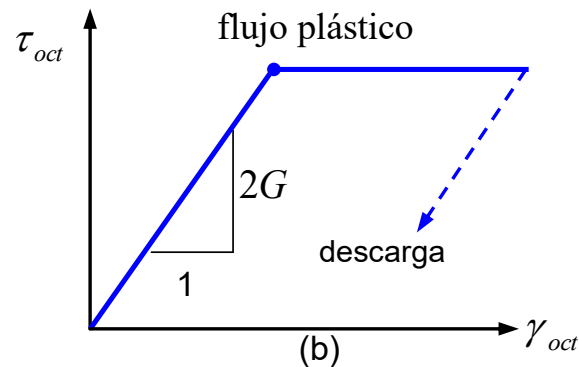
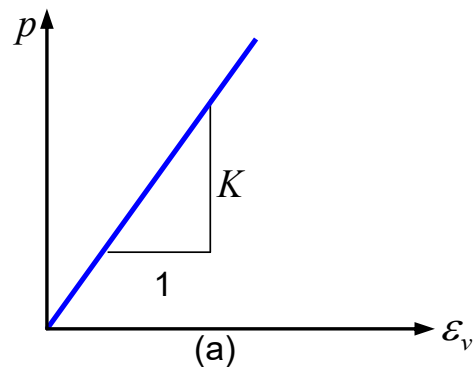
U_0 = densidad de energía de deformación

$$\sigma_{ij} = \partial U_0 / \partial \varepsilon_{ij}$$

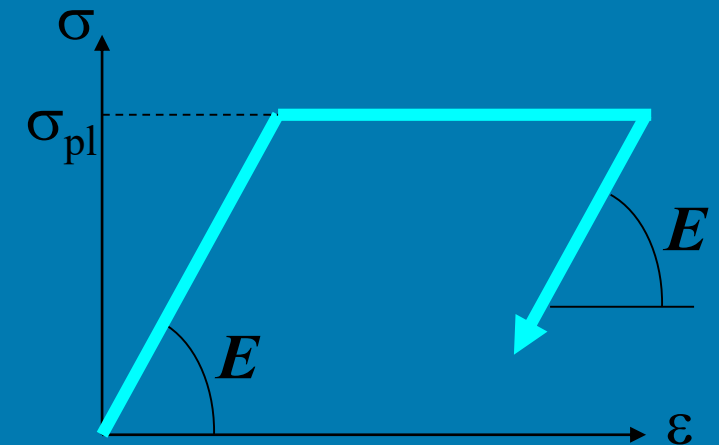


BILINEAL:

- Basado en la Ley de Hooke generalizada incremental.
- Modelo elástico lineal con límite de plastificación. (elastoplástico perfecto).
- Módulo G tiende a cero en el límite plástico.
- Requiere de 4 parámetros de fácil ajuste.
- Corte abrupto en la resistencia del suelo.
- Igual rigidez para carga y descarga.



Modelo bilineal: a) Comportamiento del módulo de deformación volumétrica; b) Comportamiento del módulo de corte.



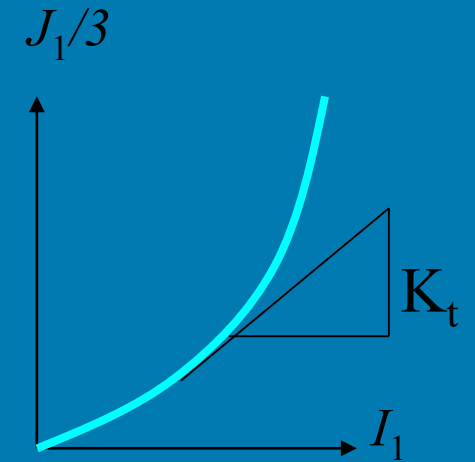
MODELO K-G:

- Basado en la Ley de Hooke generalizada incremental.
- Incluye el efecto no lineal en los parámetros elásticos K e G.
- Comportamiento acoplado o no acoplado.
- Rigidez dependiente del confinamiento.
- Rigidez diferente para carga e descarga (descarga elástica lineal).
- Fácil ajuste de los parámetros.
- No reproduce ablandamiento.

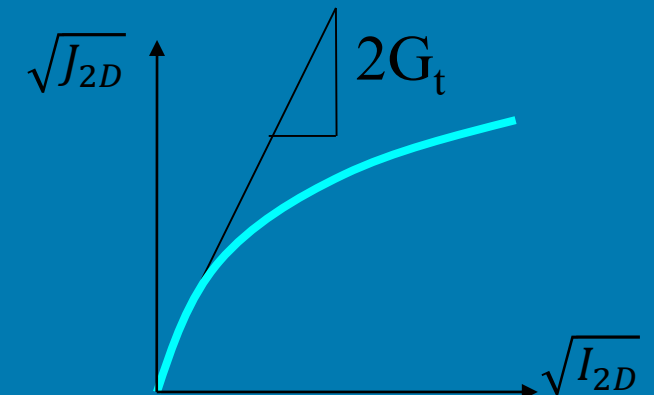
Módulo G incluye el límite de plastificación de Mohr-Coulomb

$$G_t = G_1 + \alpha_G \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \beta_G \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$K_t = K_t(\sqrt{J_{2D}}, J_1)$$

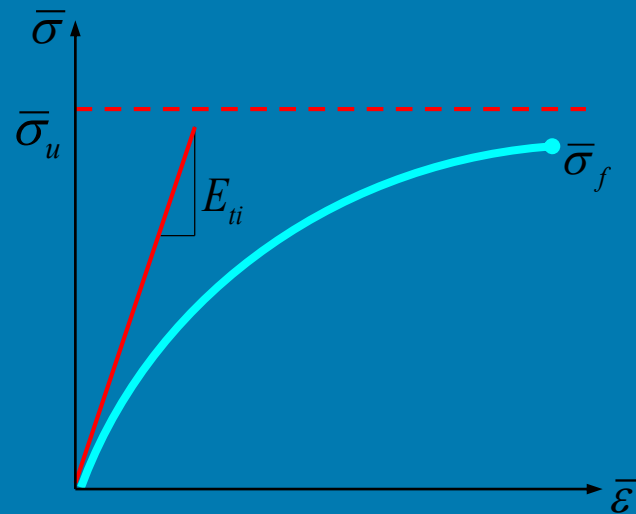


$$G_t = G_t(\sqrt{J_{2D}}, J_1)$$



MODELO HIPERBÓLICO (Kondner, 1963)

- Formulación basada en curvas del Ensayo Triaxial CTC.
- Relación tensión de desvío — deformación axial asumida hiperbólica con asíntota horizontal.
- Rigidez dependiente del confinamiento, diferente para carga y descarga.
- Fácil ajuste e implementación. Parámetros con sentido físico, y abundante experiencia.
- No reproduce ablandamiento ni dilatancia.



$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\varepsilon}}{a + b\bar{\varepsilon}}$$

$$\bar{\sigma}_u = 1/b$$

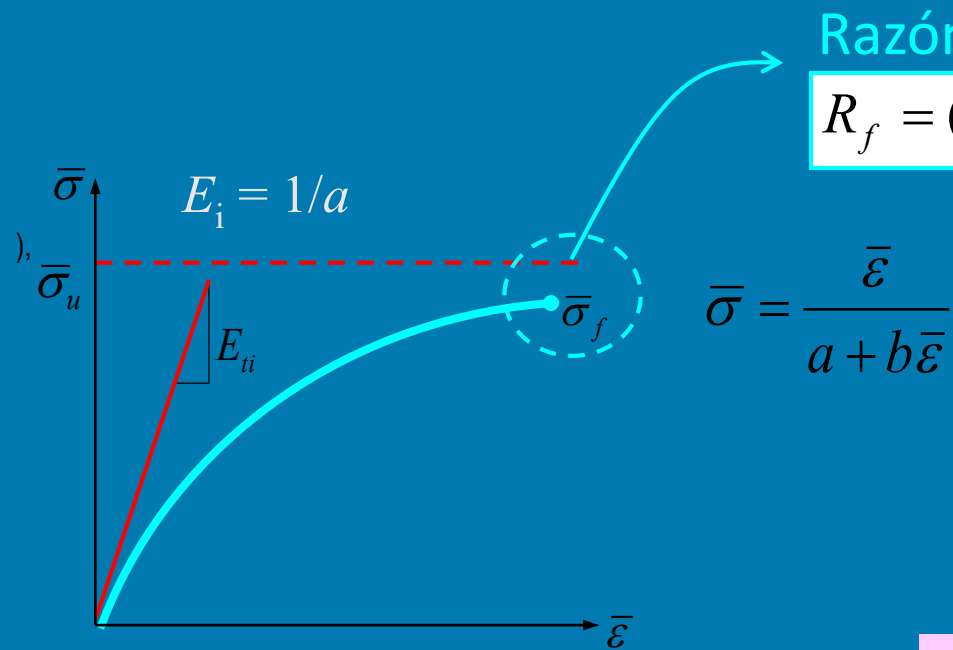
$$E_i = 1/a$$

- El modelo incorpora el criterio de ruptura de Mohr-Coulomb.
- Necesita un criterio adicional para distinguir las condiciones de carga, descarga y recarga.
- Válido para arenas sueltas o arcillas NC.

Curva tensión-deformación hiperbólica.

MODELO HIPERBÓLICO (Kondner, 1963)

- El parámetro a está relacionado con la inclinación inicial de la curva.
- Módulo tangente inicial $E_i = 1/a$
- El parámetro b está relacionado con la tensión asintótica o última.



Razón de falla

$$R_f = (\sigma_1 - \sigma_3)_f / (\sigma_1 - \sigma_3)_u < 1$$

$$\bar{\sigma}_u = 1/b$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\epsilon}}{a + b\bar{\epsilon}}$$

Ajuste con Ensayo Triaxial CTC

$$\epsilon_1 / (\sigma_1 - \sigma_3) = a + b\epsilon_1$$

$$\ln(E_i / p_a) = \ln K_h + n \ln(\sigma_3 / p_a)$$

Curva tensión-deformación hiperbólica.

Módulo tangente:

$$E_t = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{a}{(a + b\bar{\epsilon})^2}$$

Módulo tangente inicial depende de la tensión confinante.

$$E_i = 1/a = K_h p_a (\sigma_3 / p_a)^n$$

Criterio de ruptura de Mohr-Coulomb

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)}{1 - \sin \phi}$$

Módulo tangente:

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \right]^2 K_h p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$$

MODELO HIPOELÁSTICO DE ORDEN SUPERIOR

- Representado por una ley constitutiva incremental generalizada que simula el comportamiento mecánico del suelo a través de incrementos con características elásticas (Truesdell, 1955).
- Los incrementos de tensión se expresan en función de incrementos de deformación y del estado actual de tensión, permitiendo una descripción mas adecuada de suelos cuyo comportamiento depende fundamentalmente de la trayectoria de tensiones.
- Las funciones ALFA son polinomios de respuesta del material en términos de los invariantes de tensión. Los coeficientes de los polinomios deben ser determinados con base en los resultados experimentales obtenidos en una campaña completa de ensayos de laboratorio.

$$\begin{aligned}
 d\sigma_{ij} = & \alpha_0 d\varepsilon_{kk} \delta_{ij} + \alpha_1 d\varepsilon_{ij} + \alpha_2 d\varepsilon_{kk} \sigma_{ij} + \alpha_3 \sigma_{mn} d\varepsilon_{nm} \delta_{ij} + \alpha_4 (\sigma_{im} d\varepsilon_{mj} + d\varepsilon_{im} \sigma_{mj}) + \\
 & \alpha_5 d\varepsilon_{kk} \sigma_{im} \sigma_{mj} + \alpha_6 \sigma_{mn} d\varepsilon_{nm} \sigma_{ij} + \alpha_7 \sigma_{mn} \sigma_{nk} d\varepsilon_{km} \delta_{ij} + \alpha_8 (\sigma_{im} \sigma_{mk} d\varepsilon_{kj} + d\varepsilon_{im} \sigma_{mk} \sigma_{kj}) + \\
 & \alpha_9 \sigma_{mn} d\varepsilon_{nm} \sigma_{ik} \sigma_{kj} + \alpha_{10} \sigma_{mn} \sigma_{nk} d\varepsilon_{km} \sigma_{ij} + \alpha_{11} \sigma_{mn} \sigma_{nk} d\varepsilon_{km} \sigma_{ir} \sigma_{rj}
 \end{aligned}$$