



Capítulo 13 - Elasticidad

Presentación PowerPoint de

Paul E. Tippens, Profesor de Física

Southern Polytechnic State University

© 2007

Capítulo 13. Elasticidad



Photo © Vol. 10
PhotoDisk/Getty

El salto BUNGEE utiliza una larga cuerda elástica que se estira hasta que llega a una longitud máxima que es proporcional al peso del saltador. La elasticidad de la cuerda determina la amplitud de las vibraciones resultantes. Si se excede el *límite elástico* de la cuerda, ésta se romperá.

Objetivos: Después de completar este módulo, deberá:

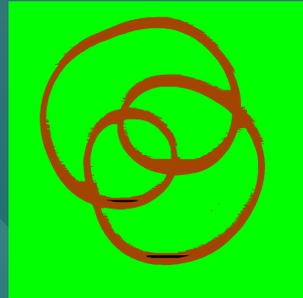
- Demostrar su comprensión de *elasticidad*, *límite elástico*, *esfuerzo*, *deformación* y *resistencia a la rotura*.
- Escribir y aplicar fórmulas para calcular *módulo de Young*, *módulo de corte* y *módulo volumétrico*.
- Resolver problemas que involucren cada uno de los parámetros en los objetivos anteriores.

Propiedades elásticas de la materia

Un cuerpo elástico es aquel que regresa a su forma original después de una deformación.



Bola de
golf



Banda de
goma



Balón de
soccer

Propiedades elásticas de la materia

Un cuerpo inelástico es aquel que no regresa a su forma original después de una deformación.



Masa o pan

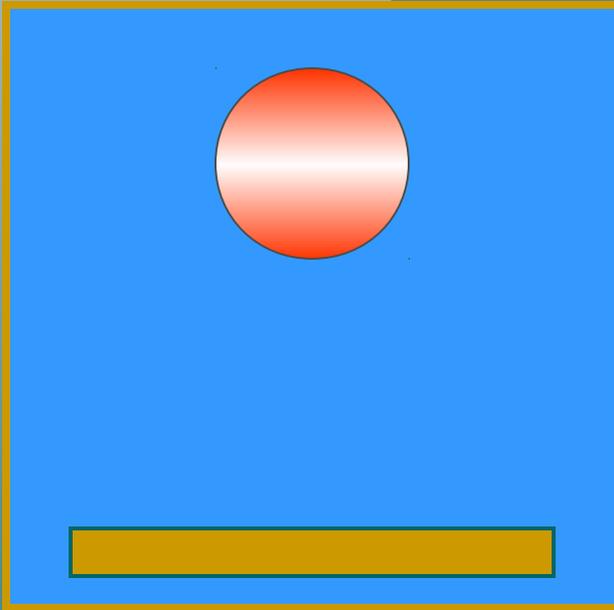


Barro

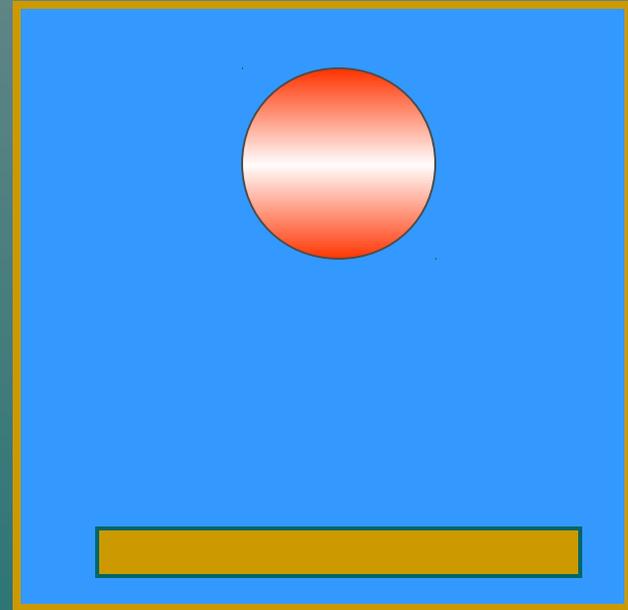


Bola inelástica

¿Elástico o inelástico?



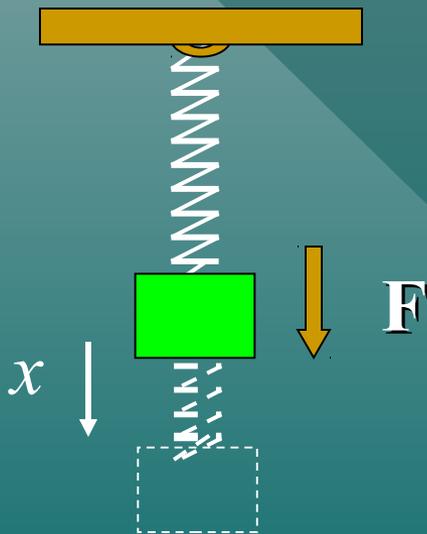
Una colisión **elástica** no pierde energía. La deformación en la colisión se restaura por completo.



En una colisión **inelástica** se pierde energía y la deformación puede ser permanente. (Clic aquí.)

Un resorte elástico

Un **resorte** es un ejemplo de un cuerpo elástico que se puede deformar al estirarse.

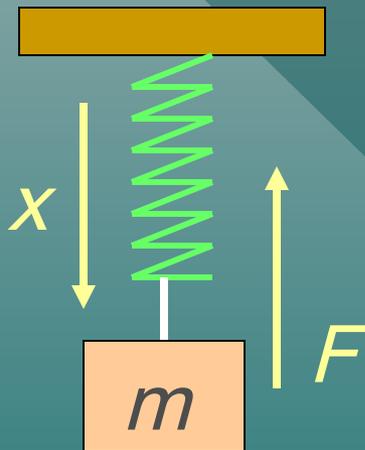


Una **fuerza restauradora**, F , actúa en la dirección opuesta al desplazamiento del cuerpo en oscilación.

$$F = -kx$$

Ley de Hooke

Cuando un resorte se estira, hay una fuerza restauradora que es proporcional al desplazamiento.



$$F = -kx$$

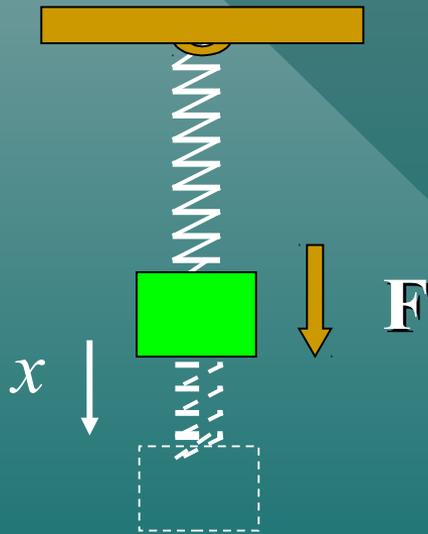
La constante de resorte k es una propiedad del resorte dada por:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

La constante de resorte k es una medida de la elasticidad del resorte.

Esfuerzo y deformación

Esfuerzo se refiere a la **causa** de una deformación, y **deformación** se refiere al **efecto** de la deformación.

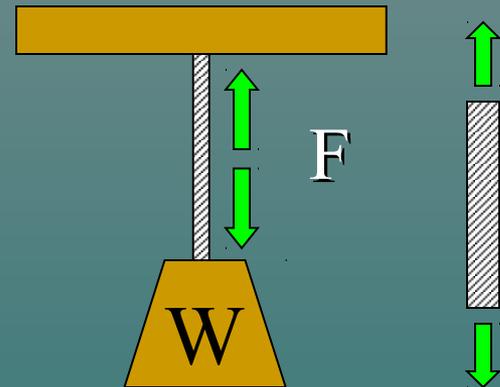


La fuerza descendente F **causa** el desplazamiento x .

Por tanto, el **esfuerzo** es la **fuerza**; la **deformación** es la **elongación**.

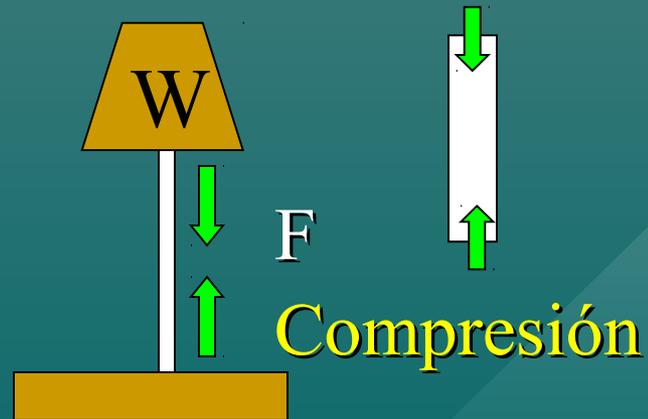
Tipos de esfuerzo

Un **esfuerzo de tensión** ocurre cuando fuerzas iguales y opuestas se dirigen alejándose mutuamente.



Tensión

Un **esfuerzo de compresión** ocurre cuando fuerzas iguales y opuestas se dirigen una hacia la otra.



Compresión

Resumen de definiciones

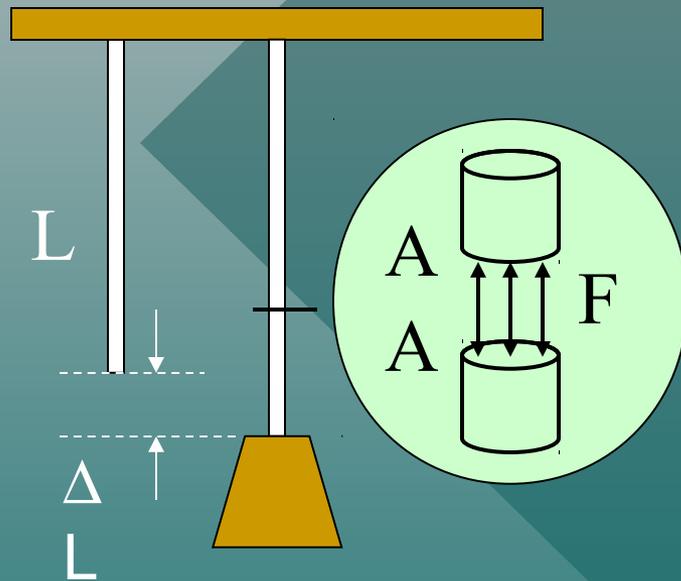
Esfuerzo es la razón de una fuerza aplicada F al área A sobre la que actúa:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} \quad \text{Unidades : Pa} = \frac{N}{m^2} \quad \text{o} \quad \frac{lb}{in^2}$$

Deformación es el cambio relativo en las dimensiones o forma de un cuerpo como resultado de un esfuerzo aplicado:

Ejemplos: Cambio en longitud por unidad de longitud; cambio en volumen por unidad de volumen.

Esfuerzo y deformación longitudinales

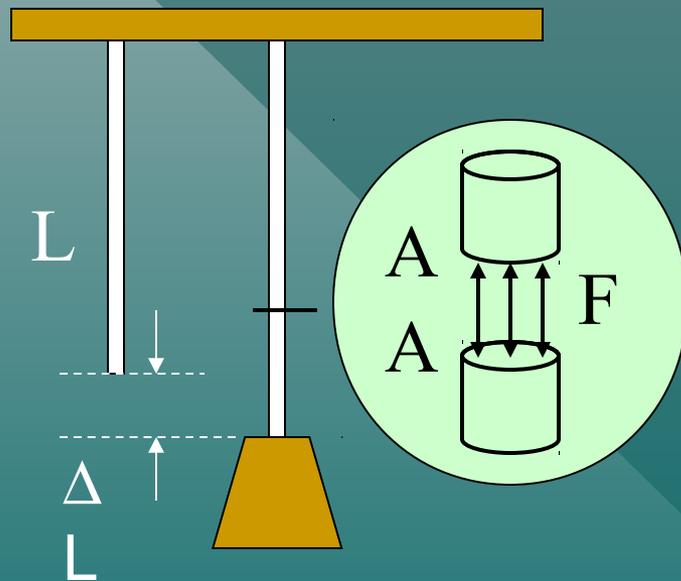


Para alambres, varillas y barras, existe un esfuerzo longitudinal F/A que produce un cambio en longitud por unidad de longitud. En tales casos:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A}$$

$$\text{Deformación} = \frac{\Delta L}{L}$$

Ejemplo 1. Un alambre de acero de **10 m** de largo y **2 mm** de diámetro se une al techo y a su extremo se une un peso de **200 N**. ¿Cuál es el esfuerzo aplicado?



Primero encuentre el área del alambre:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.002 \text{ m})^2}{4}$$

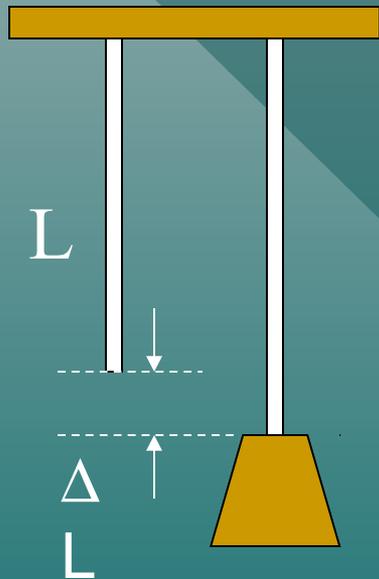
$$A = 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} = \frac{200 \text{ N}}{3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

Esfuerzo

$6.37 \times 10^7 \text{ Pa}$

Ejemplo 1 (Cont.) Un alambre de acero de **10 m** se estira **3.08 mm** debido a la carga de **200 N**. ¿Cuál es la deformación longitudinal?



Dado: $L = 10 \text{ m}$; $\Delta L = 3.08 \text{ mm}$

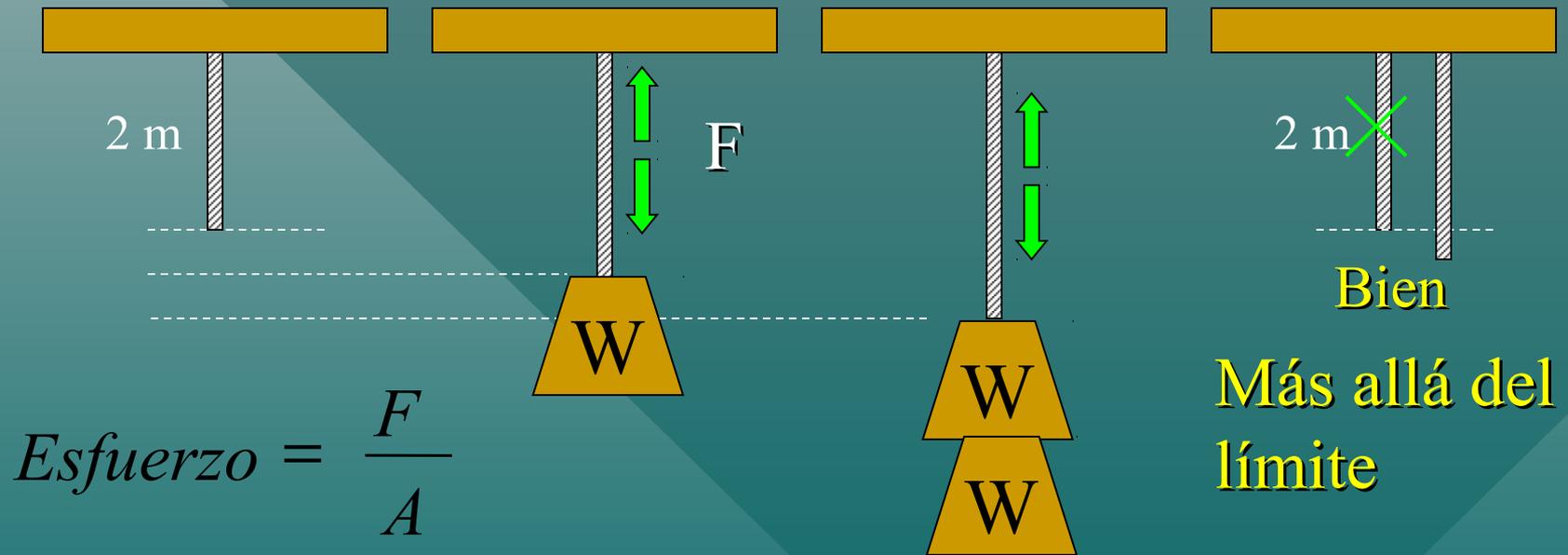
$$\text{Deformación} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.00308 \text{ m}}{10 \text{ m}}$$

Deformación longitudinal

$$3.08 \times 10^{-4}$$

El límite elástico

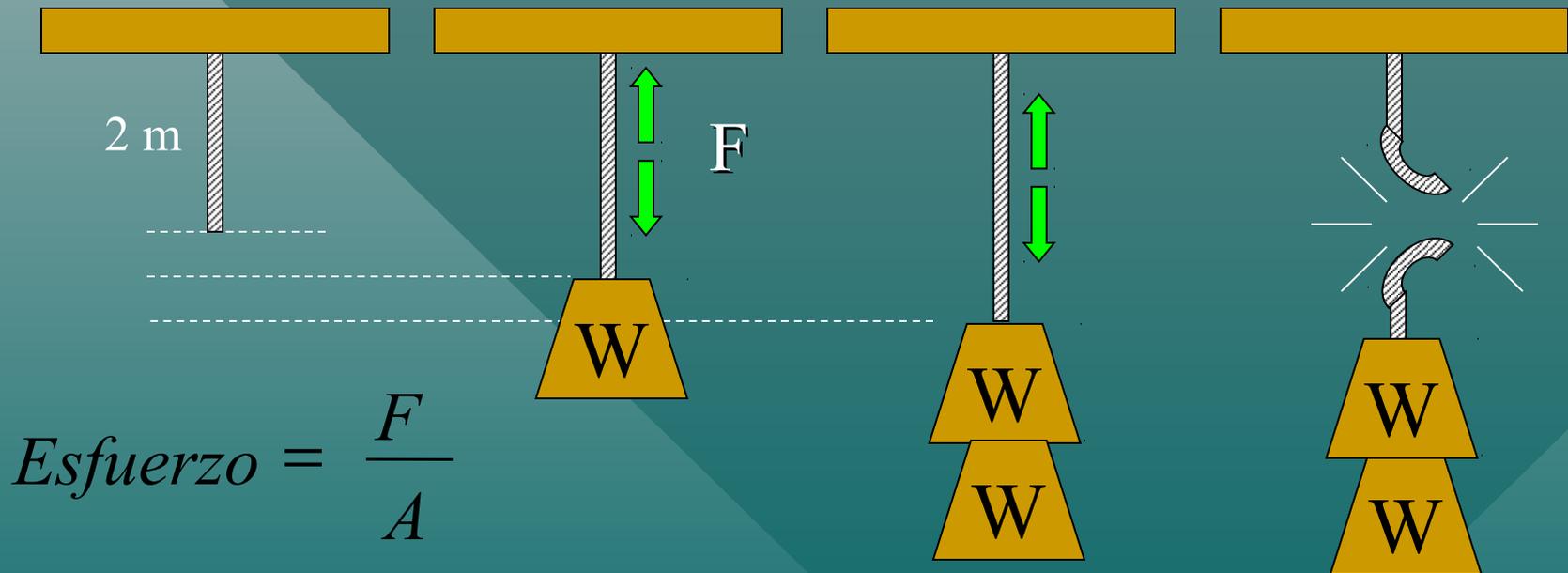
El **límite elástico** es el esfuerzo máximo que un cuerpo puede experimentar sin quedar deformado permanentemente.



Si el esfuerzo supera el límite elástico, la longitud final será **mayor** que los 2 m originales.

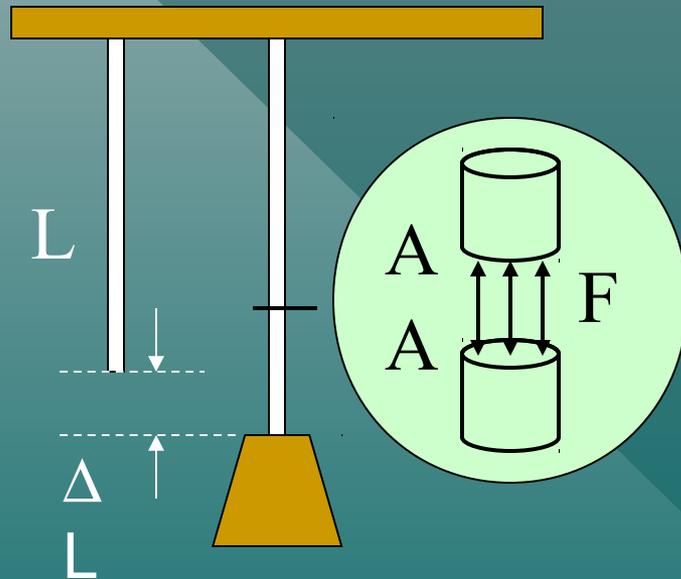
Resistencia a la rotura

La **resistencia a la rotura** es el esfuerzo máximo que un cuerpo puede experimentar sin romperse.



Si el esfuerzo supera la **resistencia a la rotura**, ¡la cuerda se rompe!

Ejemplo 2. El límite elástico para el acero es $2.48 \times 10^8 \text{ Pa}$. ¿Cuál es el peso máximo que puede soportar sin superar el límite elástico?



Recuerde: $A = 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

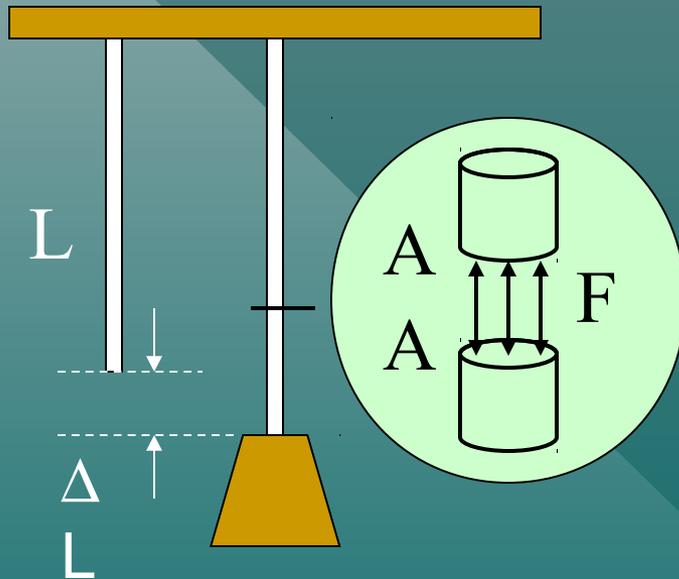
$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} = 2.48 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$F = (2.48 \times 10^8 \text{ Pa}) A$$

$$F = (2.48 \times 10^8 \text{ Pa})(3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

$$F = 779 \text{ N}$$

Ejemplo 2 (Cont.) La resistencia a la rotura para el acero es $4089 \times 10^8 \text{ Pa}$.
¿Cuál es el peso máximo que puede soportar sin romper el alambre?



Recuerde: $A = 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} = 4.89 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$F = (4.89 \times 10^8 \text{ Pa}) A$$

$$F = (4.89 \times 10^8 \text{ Pa})(3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

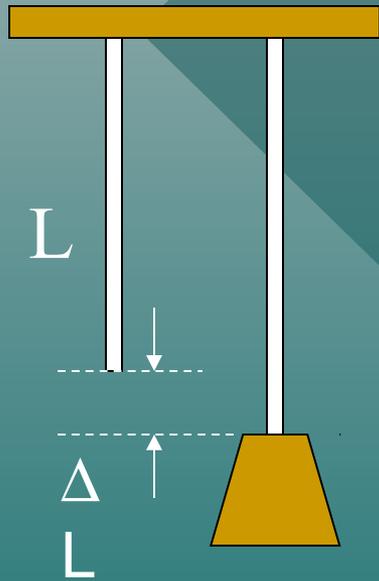
$$F = 1536 \text{ N}$$

El módulo de elasticidad

Siempre que el límite elástico no se supere, una deformación elástica (**deformación**) es **directamente proporcional** a la magnitud de la fuerza aplicada por unidad de área (**esfuerzo**).

$$\text{Módulo de elasticidad} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}}$$

Ejemplo 3. En el ejemplo anterior, el **esfuerzo** aplicado al alambre de acero fue $6.37 \times 10^7 \text{ Pa}$ y la **deformación** fue 3.08×10^{-4} . Encuentre el módulo de elasticidad para el acero.



$$\text{Módulo} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}} = \frac{6.37 \times 10^7 \text{ Pa}}{3.08 \times 10^{-4}}$$

Módulo = $207 \times 10^9 \text{ Pa}$

Este módulo de elasticidad longitudinal se llama módulo de Young y se denota con el símbolo Y.

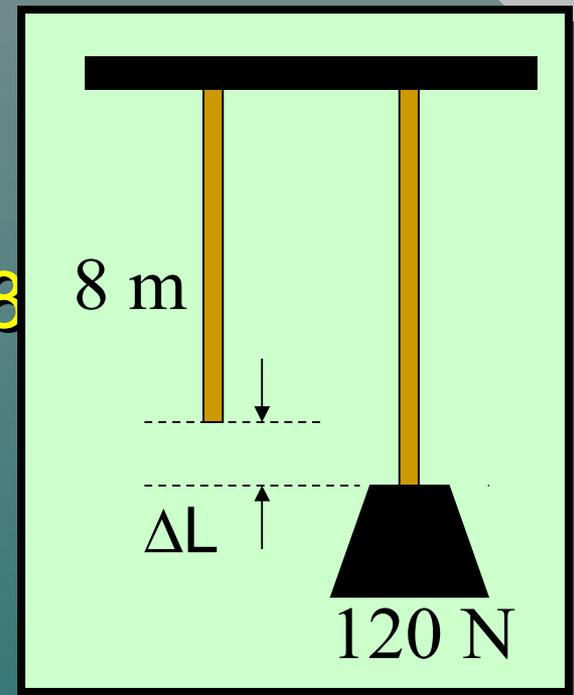
Módulo de Young

Para materiales cuya longitud es mucho mayor que el ancho o espesor, se tiene preocupación por el **módulo longitudinal** de elasticidad, o **módulo de Young (Y)**.

$$\text{Módulo de Young} = \frac{\text{esfuerzo longitudinal}}{\text{deformación longitudinal}}$$

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L} = \frac{FL}{A \Delta L} \quad \text{Unidades: Pa o } \frac{\text{lb}}{\text{in.}^2}$$

Ejemplo 4: El módulo de Young para el latón es $8.96 \times 10^{11} \text{ Pa}$. Un peso de 120 N se une a un alambre de latón de 8 m de largo; encuentre el aumento en longitud. El diámetro es 1.5 mm .



Primero encuentre el área del alambre:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.0015 \text{ m})^2}{4} \quad A = 1.77 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$Y = \frac{FL}{A\Delta L} \quad \text{or} \quad \Delta L = \frac{FL}{AY}$$

Ejemplo 4: (continuación)

$$Y = 8.96 \times 10^{11} \text{ Pa}; \quad F = 120 \text{ N};$$

$$L = 8 \text{ m}; \quad A = 1.77 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

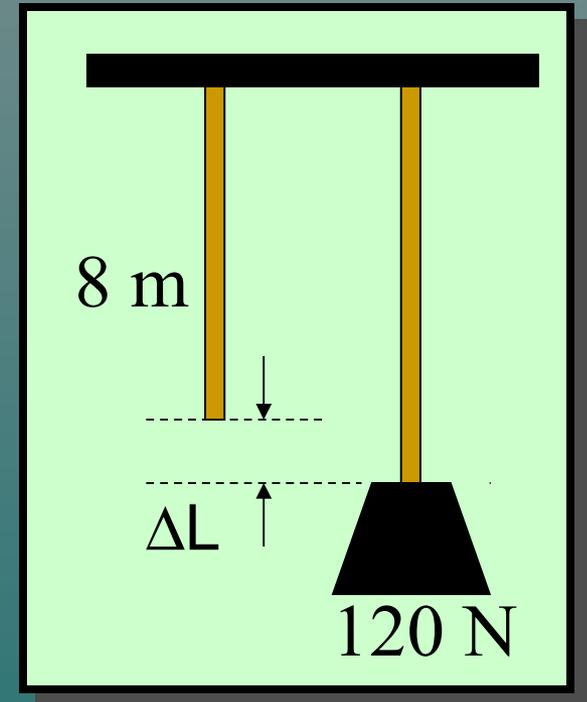
$$F = 120 \text{ N}; \quad \Delta L = ?$$

$$Y = \frac{FL}{A\Delta L} \quad \text{or} \quad \Delta L = \frac{FL}{AY}$$

$$\Delta L = \frac{FL}{AY} = \frac{(120 \text{ N})(8.00 \text{ m})}{(1.77 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(8.96 \times 10^{11} \text{ Pa})}$$

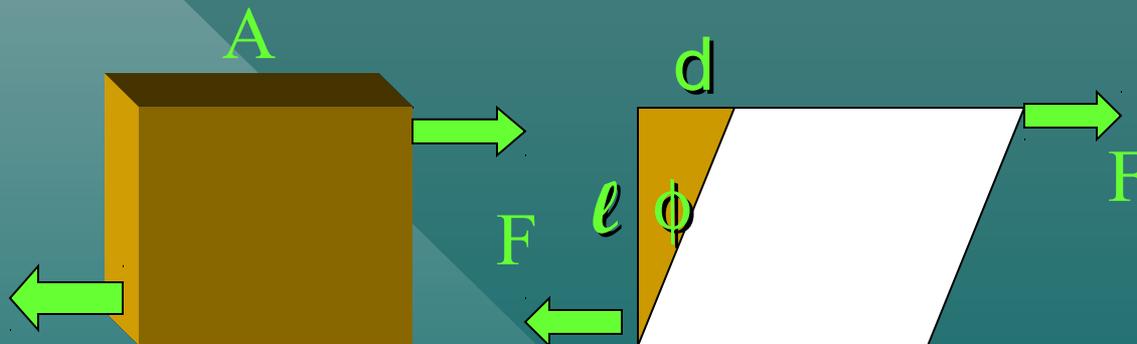
Aumento en longitud:

$$\Delta L = 0.605 \text{ mm}$$



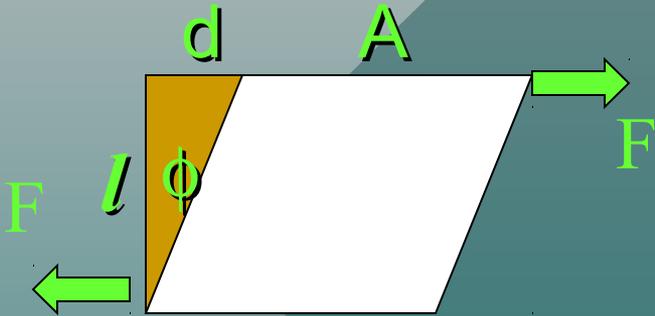
Módulo de corte

Un **esfuerzo cortante** altera sólo la **forma** del cuerpo y deja el volumen invariable. Por ejemplo, considere las fuerzas cortantes iguales y opuestas F que actúan sobre el cubo siguiente:



La fuerza cortante F produce un ángulo cortante ϕ . El ángulo ϕ es la deformación y el esfuerzo está dado por F/A como antes.

Cálculo del módulo de corte



El esfuerzo es fuerza por unidad de área:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A}$$

La deformación es el ángulo expresado en radianes:

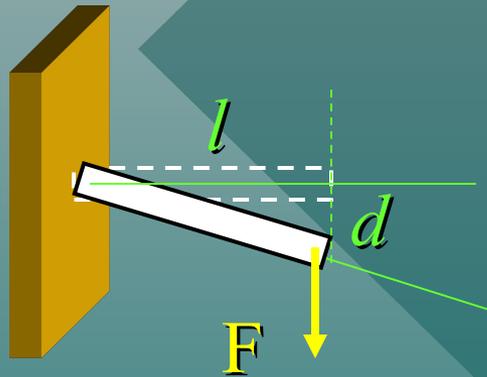
$$\text{Deformación} = \phi = \frac{d}{l}$$

El módulo de corte S se define como la razón del esfuerzo cortante F/A a la deformación de corte ϕ :

Módulo de corte:
unidades en pascales.

$$S = \frac{F/A}{\phi}$$

Ejemplo 5. Un perno de acero ($S = 8.27 \times 10^{10} \text{ Pa}$) de 1 cm de diámetro se proyecta 4 cm desde la pared. Al extremo se aplica una fuerza cortante de 36,000 N. ¿Cuál es la desviación d del perno?



$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.01 \text{ m})^2}{4}$$

Área: $A = 7.85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

$$S = \frac{F/A}{\phi} = \frac{F/A}{d/l} = \frac{Fl}{Ad}; \quad d = \frac{Fl}{AS}$$

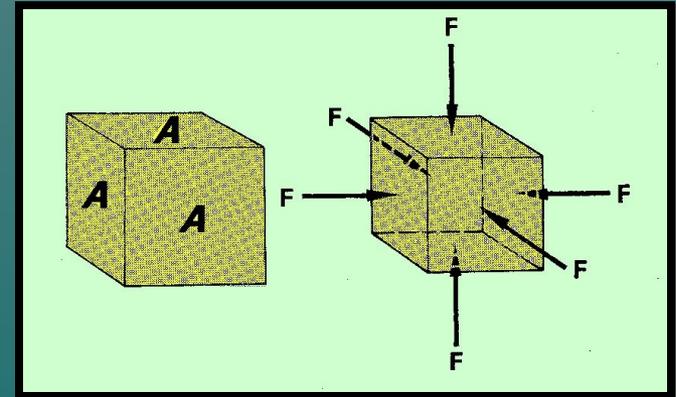
$$d = \frac{(36,000 \text{ N})(0.04 \text{ m})}{(7.85 \times 10^{-5} \text{ m}^2)(8.27 \times 10^{10} \text{ Pa})}$$

$$d = 0.222 \text{ mm}$$

Elasticidad volumétrica

No todas las deformaciones son lineales. A veces un esfuerzo aplicado F/A resulta en una **disminución del volumen**. En tales casos, existe un **módulo volumétrico B** de elasticidad.

$$B = \frac{\text{esfuerzo volumétrico}}{\text{deformación volumétrica}} = \frac{-F/A}{\Delta V/V}$$



El módulo volumétrico es negativo debido a la disminución en V .

El módulo volumétrico

$$B = \frac{\textit{esfuerzo volumétrico}}{\textit{deformación volumétrica}} = \frac{-F/A}{\Delta V/V}$$

Dado que F/A por lo general es la presión P , se puede escribir:

$$B = \frac{-P}{\Delta V/V} = \frac{-PV}{\Delta V}$$

Las unidades siguen siendo pascales (Pa) pues la deformación es adimensional.

Ejemplo 7. Una prensa hidrostática contiene **5 litros** de aceite. Encuentre la disminución en volumen del aceite si se sujeta a una presión de **3000 kPa**. (Suponga que **B = 1700 MPa**.)

$$B = \frac{-P}{\Delta V / V} = \frac{-PV}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{-PV}{B} = \frac{-(3 \times 10^6 \text{ Pa})(5 \text{ L})}{(1.70 \times 10^9 \text{ Pa})}$$

Disminución en V ;
mililitros (mL):

$$\Delta V = -8.82 \text{ mL}$$

Resumen: Elástico e inelástico

Un cuerpo elástico es aquel que regresa a su forma original después de una deformación.

Una colisión **elástica** no pierde energía. La deformación en la colisión se restaura completamente.

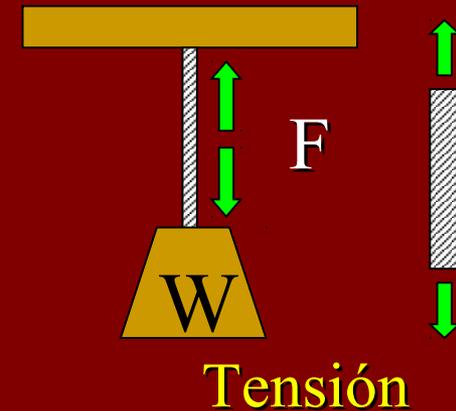
Un cuerpo inelástico es aquel que **no** regresa a su forma original después de una deformación.

En una colisión **inelástica**, se pierde energía y la deformación puede ser permanente.

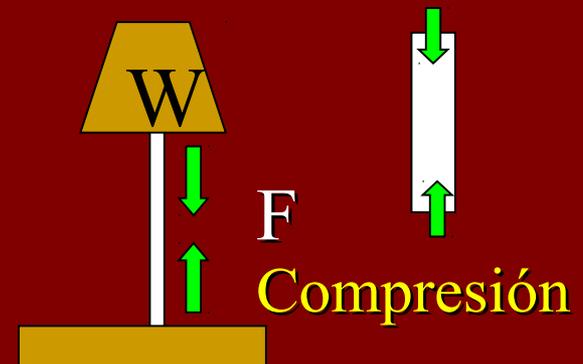
Resumen

Tipos de esfuerzo

Un **esfuerzo de tensión** ocurre cuando fuerzas iguales y opuestas se dirigen alejándose mutuamente.



Un **esfuerzo de compresión** ocurre cuando fuerzas iguales y opuestas se dirigen una hacia la otra.



Resumen de definiciones

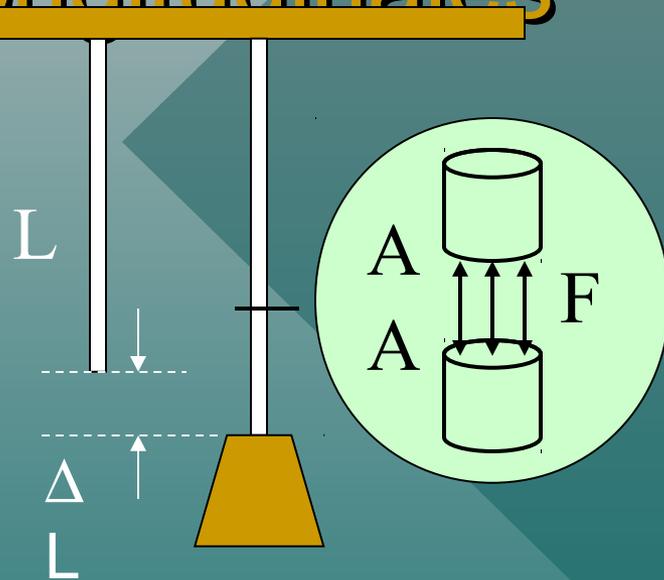
El **esfuerzo** es la razón de una fuerza aplicada F al área A sobre la que actúa:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} \quad \text{Unidades} = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \text{o} \quad \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

La **deformación** es el cambio relativo en dimensiones o forma de un cuerpo como resultado de un esfuerzo aplicado:

Ejemplos: Cambio en longitud por unidad de longitud; cambio en volumen por unidad de volumen.

Esfuerzo y deformación longitudinales



Para alambres, varillas y barras, hay un esfuerzo longitudinal F/A que produce un cambio en longitud por unidad de longitud. En tales casos:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} \quad \text{Deformación} = \frac{\Delta L}{L}$$

El límite elástico

El **límite elástico** es el esfuerzo máximo que un cuerpo puede experimentar sin quedar permanentemente deformado.

La resistencia a la rotura

La **resistencia a la rotura** es el mayor estrés que un cuerpo puede experimentar sin romperse.

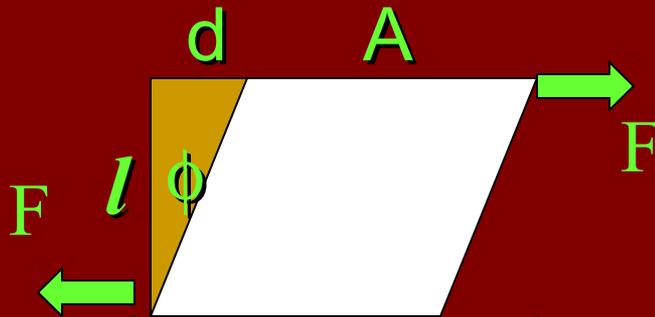
Módulo de Young

Para materiales cuya longitud es mucho mayor que el ancho o el espesor, se tiene preocupación por el **módulo longitudinal** de elasticidad, o **módulo de Young Y**.

$$\text{Módulo de Young} = \frac{\text{esfuerzo longitudinal}}{\text{deformación longitudinal}}$$

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L} = \frac{FL}{A \Delta L} \quad \text{Unidades} = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \text{o} \quad \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

El módulo de corte



Esfuerzo es fuerza por unidad de área:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A}$$

La deformación es el ángulo expresado en radianes:

$$\text{Deformación} = \phi = \frac{d}{l}$$

El módulo de corte **S** se define como la razón del esfuerzo cortante F/A a la deformación de corte ϕ :

El módulo de corte: sus unidades son pascales.

$$S = \frac{F/A}{\phi}$$

El módulo volumétrico

$$B = \frac{\textit{esfuerzo volumétrico}}{\textit{deformación volumétrica}} = \frac{-F/A}{\Delta V/V}$$

Puesto que F/A por lo general es presión P , se puede escribir:

$$B = \frac{-P}{\Delta V/V} = \frac{-PV}{\Delta V}$$

Las unidades siguen siendo pascales (Pa) pues la deformación es adimensional.

CONCLUSIÓN: Capítulo 13 - Elasticidad

