1 Ejercicio 6-b

Pide dibujar la región de integración y evaluar la integral:

$$\int_1^2 \int_y^{y^2} dxdy \tag{1}$$

A diferencia del ejercicio 1-c, los límites de integración no son todos constantes por lo que la región de integración R no será un rectángulo sino que estará limitada por una parábola y la recta identidad. Específicamente,

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^2\right\}$$

Ahora, querido lector, dibuje usted sólo la región R. El ejercicio continúa en hoja aparte para que no se sienta tentado de hacer trampa y ver que forma tiene....

Si está leyendo esto supongo que es porque ya ha graficado la región. Espero que le haya quedado como la que se muestra en gris en la figura 1 (caso contrario, por favor revise!).

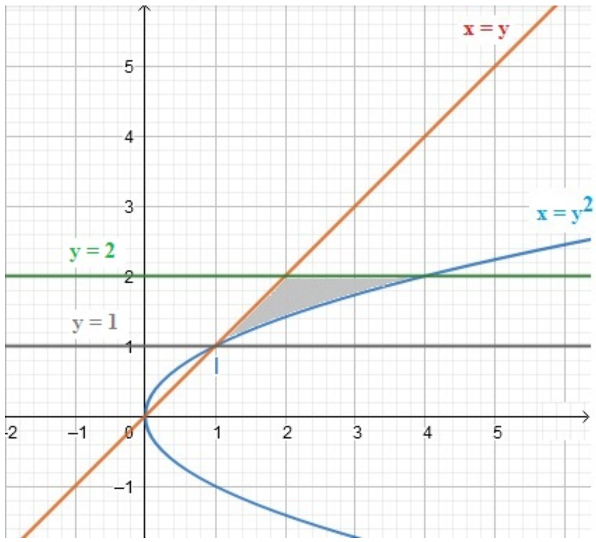

Figure 1:

Antes de continuar con el ejercicio, recordemos que si lo que se está integrando sobre R es la función constante $f(x, y) = 1$, lo que obtendremos es el área de R. Así, el valor de la integral (1), nos dará el área de la región gris encontrada.

Con esto claro, ya podemos resolver la integral de la misma forma que hicimos en el ejercicio 1-c, integrando respecto de una variable mientras la otra permanece constante. (Notar que como ya aprendimos el método, no seguimos escribiendo los corchetes):

$$\int_1^2 \int_y^{y^2} dxdy = \int_1^2 x]_y^{y^2} dy = \int_1^2 (y^2 - y)dy = \frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2}\Big]_1^2 = \frac{5}{6} \tag{2}$$