

ANÁLISIS ESTRUCTURAL I

UNIDAD 3: MÉTODO DE LAS FUERZAS

Material de estudio preparado por:

Dr. Ing. Carlos García Garino - Prof. Titular

Giuliano Colombo - Adscripto Ad Honorem

ÍNDICE

1. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO	3
1.1 ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS	3
1.2 PLANTEO DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS	3
1.3 PLANTEO DE LAS ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD	5
1.4 GENERALIZACIÓN	7
1.5 PROPIEDADES DE LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD	7
1.6 GUÍA DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS	8
2. JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS	9
3. CÁLCULO DE DESPLAZAMIENTOS EN ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS. USO DE TTV	10
3.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN	10
3.1.1 CÁLCULO DE LA VIGA PARA LAS CARGAS REALES (DV)	10
3.1.2 CÁLCULO DE LA VIGA PARA UN PAR UNITARIO APLICADO EN A (SE)	12
3.1.3 CÁLCULO DEL GIRO θ_A MEDIANTE EL TTV	13
4. CASOS DE DESCENSO DE APOYO Y ACCIONES TÉRMICAS	15
4.1 CASO DE DESCENSO DE APOYO	15
4.2 CASO DE ACCIONES TÉRMICAS	15
5. SIMETRÍA Y ANTISIMETRÍA	16
5.1 SIMETRÍA ESTRUCTURAL	16
5.2 MAGNITUDES SIMÉTRICAS Y ANTISIMÉTRICAS	16
5.3 DESCOMPOSICIÓN DE ESTRUCTURAS SIMÉTRICAS BAJO ESTADOS DE CARGA GENERALES	18

1. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO

1.1 ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS

El *Método de las Fuerzas* es empleado para el análisis y cálculo de estructuras hiperestáticas y, como su nombre lo indica, se basa en el planteo de incógnitas denominadas hiperestáticas que son magnitudes estáticas.

Las Estructuras Hiperestáticas por su lado son definidas como todas aquellas que poseen más condiciones de vínculos (internos o externos) que las ecuaciones de equilibrio disponibles para el análisis.

1.2 PLANTEO DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS

Para desarrollar los conceptos teóricos necesarios para la correcta utilización de este método de análisis, consideraremos en una primera instancia un caso particular a partir del cual se llegará a una generalización. Supongamos entonces que contamos con una estructura hiperestática como la viga doblemente empotrada sometida a un sistema de cargas, que se muestra en la figura 1.

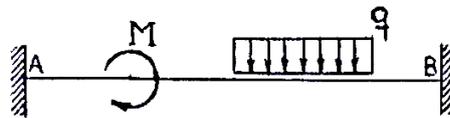


Figura 1: Estructura hiperestática de análisis.

Definimos ahora el *Grado de Indeterminación Estática o Grado de Hiperestaticidad GH* como la diferencia entre las Número de Incógnitas Hiperestáticas X_i (reacciones) y el Número de Ecuaciones de Equilibrio Independientes EqI:

$$GH = X_i - EqI$$

donde para el caso planteado vemos que $GH = 3$.

El método se basa en plantear un *Sistema Fundamental SF* que, si bien generalmente es isostático, basta con que sea un sistema cuya solución se conozca (podría elegirse por ejemplo un sistema hiperestático con un menor GH y trabajar con tablas).

Para el caso en estudio, el SF se escoge eliminando el empotramiento en B, como se observa en la figura 2.



Figura 2: Sistema Fundamental (SF) correspondiente a la estructura hiperestática de análisis.

Para reestablecer las condiciones de vínculo originales, pueden quitarse uno o más vínculos y poner en evidencia las reacciones correspondientes. Estas reacciones son desconocidas y constituyen las incógnitas del problema, como se muestra en la Figura 3.



Figura 3: Incógnitas hiperestáticas aplicadas en el Sistema Fundamental (SF).

Es importante resaltar que las reacciones desconocidas constituyen las incógnitas del problema. En el caso de la estructura sencilla de análisis, las incógnitas X_1 , X_2 y X_3 se corresponden con las reacciones del vínculo eliminado para conformar el Sistema Fundamental.

El Sistema Fundamental no es único, ya que pueden eliminarse distintas condiciones de vínculo para conformar el mismo. En general conviene eliminar condiciones de vínculo internos, aspecto que se tratará más adelante.

Cuando al SF se le agregan, además de las Incógnitas Hiperestáticas X_i , las cargas aplicadas a la estructura original, se obtiene el *Sistema Isostático Equivalente* SIE:

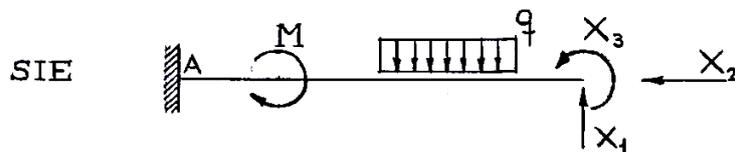


Figura 4: Sistema Isostático Equivalente (SIE).

Para que el SIE se comporte como la estructura original, hay que reproducir las condiciones de la misma. Para ello deben imponerse las llamadas *condiciones de compatibilidad*:

$$v_B = v_B = \theta_B = 0$$

Estas ecuaciones de compatibilidad permiten reproducir las condiciones de desplazamiento de la estructura original, como puede verse en la figura 5. Se acostumbra a llamar *flexibilidades*,

por generalidad, a los desplazamientos y giros mencionados v_B , u_B y θ_B como δ_1 , δ_2 y δ_3 . Dichos Desplazamientos y Giros δ_i se corresponden con las direcciones de las incógnitas X_1 , X_2 y X_3 , respectivamente. Las incógnitas hiperestáticas se denominan X_i en general.



Figura 5: Desplazamientos asociados a las incógnitas hiperestáticas.

Las Ecuaciones de Compatibilidad brindan las ecuaciones adicionales necesarias para resolver el problema hiperestático:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 = 0 \\ \delta_2 = 0 \\ \delta_3 = 0 \end{array} \right.$$

y en general:

$$\delta_i = 0$$

1.3 PLANTEO DE LAS ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

Como consecuencia de las hipótesis generales de la asignatura es válido el PIASE. Por lo tanto, una magnitud cualquiera, por ejemplo $M_{(x)}$, resulta:

$$M_{(x)} = [M_{(x)}]_{\bar{p}} + [M_{(x)}]_{X_1} + [M_{(x)}]_{X_2} + [M_{(x)}]_{X_3}$$

donde \bar{p} indica la correspondencia con cargas genéricas externas y X_i la correspondencia con las incógnitas. Al no conocer a priori el valor de dichas incógnitas X_1 , X_2 y X_3 , los valores de $M_{(x)}$ serán obtenidos a partir de valores unitarios $\bar{X}_j = 1$ para luego ser multiplicados por los valores reales correspondientes de las incógnitas X_i :

$$M_{(x)} = [M_{(x)}]_{\bar{p}} + [M_{(x)}]_{\bar{X}_1=1} \cdot X_1 + [M_{(x)}]_{\bar{X}_2=1} \cdot X_2 + [M_{(x)}]_{\bar{X}_3=1} \cdot X_3$$

Siempre hay tantas ecuaciones de compatibilidad como vínculos eliminados por lo que volviendo al caso estudiado tenemos 3 ecuaciones con 3 incógnitas que, a partir de la aplicación del PIASE, vienen dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 = \delta_{1(\bar{p})} + \delta_{1(\bar{x}_1=1)} \cdot X_1 + \delta_{1(\bar{x}_2=1)} \cdot X_2 + \delta_{1(\bar{x}_3=1)} \cdot X_3 = 0 \\ \delta_2 = \delta_{2(\bar{p})} + \delta_{2(\bar{x}_1=1)} \cdot X_1 + \delta_{2(\bar{x}_2=1)} \cdot X_2 + \delta_{2(\bar{x}_3=1)} \cdot X_3 = 0 \\ \delta_3 = \delta_{3(\bar{p})} + \delta_{3(\bar{x}_1=1)} \cdot X_1 + \delta_{3(\bar{x}_2=1)} \cdot X_2 + \delta_{3(\bar{x}_3=1)} \cdot X_3 = 0 \end{array} \right.$$

Expresamos ahora las ecuaciones en Notación Indicial δ_{ij} , donde el primer índice i indica el grado de libertad o movimiento que se compatibiliza ($\delta_i = 0$) y el segundo índice j indica la acción que produce el movimiento. Tenemos entonces un Sistema de Ecuaciones Lineales que surge de plantear las ecuaciones de compatibilidad en forma compacta:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 = 0 \\ \delta_{30} + \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 = 0 \end{array} \right.$$

donde los δ_{i0} (δ_{10} , δ_{20} , δ_{30}) son los valores que toman los desplazamientos asociados a las incógnitas debidos a las cargas exteriores. Por otro lado, las flexibilidades δ_{ij} son los valores que toman los desplazamientos asociados a dichas incógnitas, para valores unitarios $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 1$. Tanto los δ_{i0} como los δ_{ij} se calculan en el SE, por ejemplo, mediante el uso del TTV.

En resumen, en el sistema se distinguen:

- a) Flexibilidades δ_{ij} : Dependen del material, las dimensiones y las condiciones de vínculo que definen la estructura. Son independientes de las cargas,
- b) Incógnitas X_i : Son vínculos internos (esfuerzos, generalmente momentos flectores) o vínculos externos (Reacciones de Vínculo).
- c) Términos Independientes δ_{i0} : desplazamientos dependientes de las cargas exteriores.

1.4 GENERALIZACIÓN

El resultado obtenido puede generalizarse con facilidad para el caso de n incógnitas hiperestáticas X_1, X_2, \dots, X_n y el sistema de ecuaciones lineales resulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \dots + \delta_{1n} \cdot X_n = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \dots + \delta_{2n} \cdot X_n = 0 \\ \vdots \\ \delta_{n0} + \delta_{n1} \cdot X_1 + \delta_{n2} \cdot X_2 + \dots + \delta_{nn} \cdot X_n = 0 \end{array} \right.$$

El sistema de ecuaciones lineales también puede expresarse en *Forma Matricial*:

$$\begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Que en *notación compacta* se escribe:

$$\mathbf{P} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{0}$$

donde \mathbf{D} es la *Matriz de Flexibilidad*.

1.5 PROPIEDADES DE LA MATRIZ DE FLEXIBILIDAD

La matriz de flexibilidad \mathbf{D} está compuesta por coeficientes denominados *flexibilidades*. Una flexibilidad se define como el *desplazamiento generalizado* (desplazamiento o giro) producto de la acción de una fuerza o par unitario.

Dicha matriz \mathbf{D} cumple con las siguientes propiedades:

- Es *cuadrada* por construcción.
- Es *simétrica*, debido a que las flexibilidades se deben a acciones unitarias ($\bar{X}_j = 1$), y se cumple el Teorema de Maxwell ($\delta_{ij} = \delta_{ji}$).
- Es *diagonal dominante* ($\delta_{ii} > \delta_{ij}$).

d) Es *positiva definida* (determinante mayor a cero) y luego inversible.

1.6 GUÍA DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS

Para asegurar la correcta aplicación del método, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Determinar el *Grado de Hiperestaticidad* GH de la estructura.
2. Plantear un *Sistema Fundamental* (SF) y, en base al mismo, expresar las Incógnitas Hiperestáticas X_i que aplicadas junto a las acciones y cargas exteriores en dicho SF conforman el *Sistema Isostático Equivalente* (SIE).
3. Plantear las *Ecuaciones de Compatibilidad*, calcular las flexibilidades δ_{ij} y términos de carga δ_{i0} , para obtener el *Sistema de Ecuaciones Lineales* (SEL), que representa a la estructura que se analiza.
4. Resolver el SEL y determinar las incógnitas hiperestáticas.
5. Aplicar el *Principio de Independencia de Acciones y Superposición de Esfuerzos* (PIASE) y calcular los Diagramas de Esfuerzos Característicos:

$$M_{(x)} = M_{(\bar{p})} + M_{(\bar{x}_1=1)} \cdot X_1 + \cdots + M_{(\bar{x}_n=1)} \cdot X_n$$

Es importante destacar que el diagrama de Momentos Flectores final se obtiene como una *combinación lineal* de los diagramas correspondientes a las incógnitas unitarias, multiplicados por las incógnitas y el debido a los términos independientes.

2. JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO DE LAS FUERZAS

Al estar trabajando en régimen lineal, se puede plantear una energía de deformación U como:

$$U = U_{(P;X_1;X_2;\dots;X_n)}$$

El Segundo Teorema de Castigliano expresa:

$$\delta_i = \frac{\partial U_{(P;X_1;X_2;\dots;X_n)}}{\partial X_i}$$

Las ecuaciones de compatibilidad imponen la nulidad de los desplazamientos generalizados en la dirección de las incógnitas:

$$\delta_i = \frac{\partial U_{(P;X_1;X_2;\dots;X_n)}}{\partial X_i} = 0$$

lo que implica un máximo o un mínimo de U .

Analizando las posibilidades desde un punto de vista mecánico:

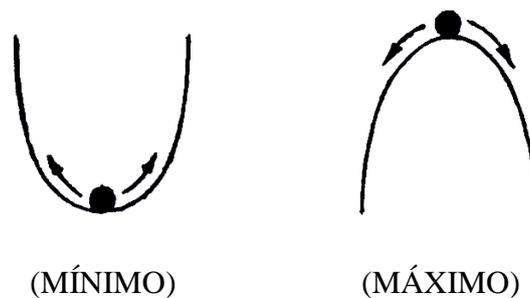


Figura 5: Condiciones de mínimo (equilibrio estable) y máximo (equilibrio inestable).

Por razones mecánicas, para que el equilibrio sea estable la condición $\delta_i = \partial U / \partial X_i = 0$ se interpreta como un mínimo de la Energía de Deformación U .

3. CÁLCULO DE DESPLAZAMIENTOS EN ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS. USO DE TTV

Se deben seguir los lineamientos del cálculo de desplazamientos mediante el Teorema de Trabajos Virtuales. Para ello deben calcularse la Deformación Virtual DV, que se toma igual a la deformación de la estructura real y el Sistema Equilibrado SE, que como ya se ha visto en los problemas de aplicación de la unidad 2, consiste en aplicar sobre la estructura de interés una carga unitaria, complementaria de trabajo del desplazamiento generalizado (desplazamiento propiamente dicho, giro, giro relativo, etc.) que se intenta calcular.

La novedad en este caso viene dada por el hecho que se tienen que calcular desplazamientos de estructuras hiperestáticas, luego para obtener los diagramas de Momentos Flectores correspondientes a la DV y al SE hay que calcular una estructura hiperestática bajo distintos sistemas de cargas. Se deja al lector la cuestión de cuáles son los sistemas de carga mencionados.

3.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para introducir el tema, planteamos una viga continua hiperestática con $GH = 1$, como se observa en la Figura 6, en la cual se desea conocer, la rotación θ_A en el punto A. El cálculo de la estructura hiperestática se realiza aplicando el Método de las Fuerzas.

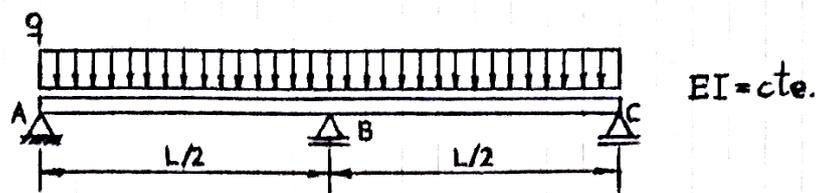


Figura 6: Viga continua de ejemplo.

3.1.1 CÁLCULO DE LA VIGA PARA LAS CARGAS REALES (DV)

En primer lugar, se debe calcular viga continua bajo la acción de la carga distribuida. Para su resolución, consideramos un sistema fundamental obtenido a partir de la colocación de una articulación en el apoyo central, como se observa en la figura 7.

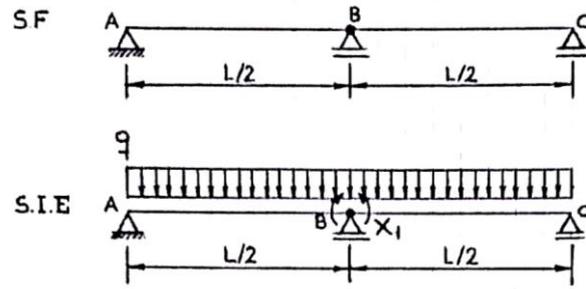


Figura 7: Sistemas Fundamental e Isostático Equivalente para la estructura de ejemplo.

En la figura 8 se muestran los diagramas de momentos y las correspondientes deformadas para la carga uniforme y la única incógnita hiperestática del problema.

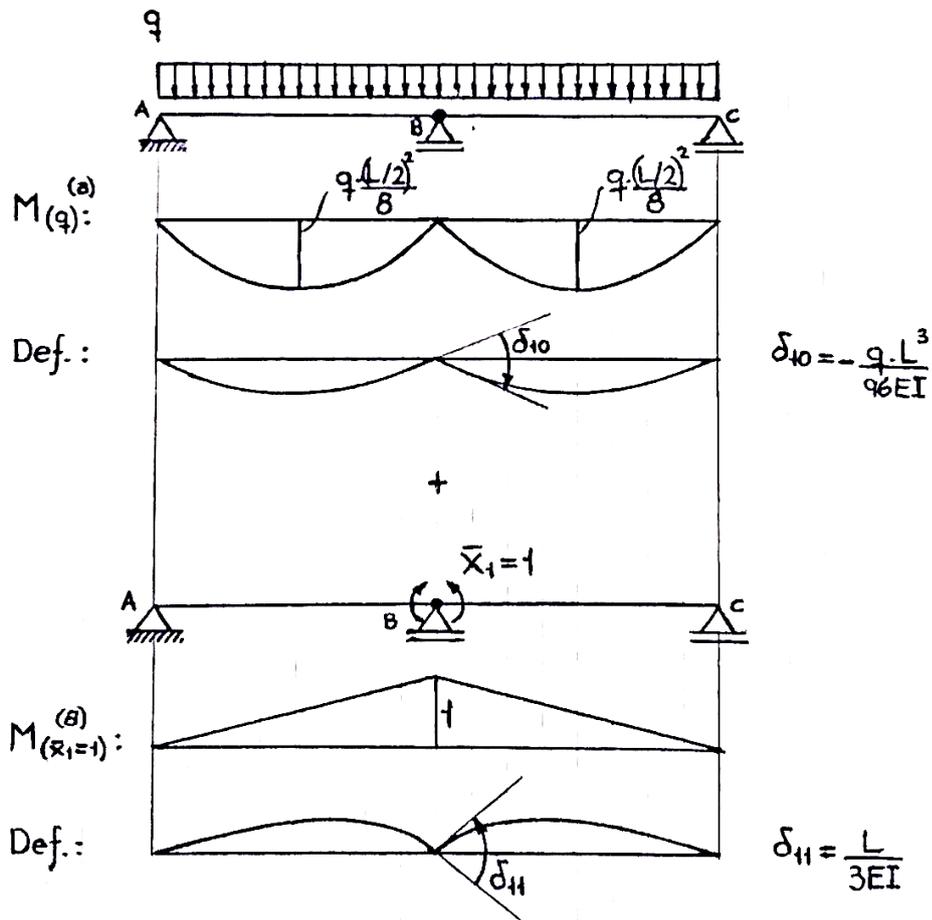


Figura 8: Diagramas de Momento y deformadas debido a carga e Incógnita en el SF.

Teniendo en cuenta el PIASE, se obtiene una ecuación algebraica que, para este problema muy sencillo, reemplaza al Sistema de Ecuaciones Lineales de los casos generales. Entonces el problema queda definido por una única ecuación de compatibilidad expresada como:

$$\delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 = 0$$

a partir de la cual se obtiene:

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{q \cdot L^2}{32}$$

por lo que el diagrama de momento y la deformada final, resultan:

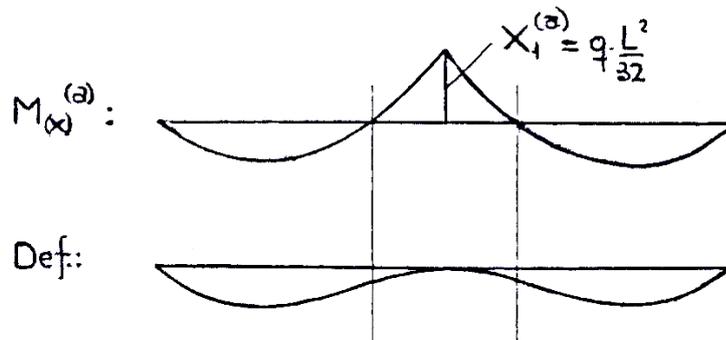


Figura 9: Diagramas de Momento y deformada final

La expresión del diagrama de Momentos final se obtiene, de acuerdo con el PIASE como:

$$M_{(x)}^{(a)} = M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{x}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)}$$

Es importante destacar que al diagrama de momentos que se obtiene como resultado de resolver la viga continua bajo la acción de la carga distribuida se lo ha indicado con un superíndice (a), para distinguirlo del correspondiente al Sistema Equilibrado que se calcula a continuación.

3.1.2 CÁLCULO DE LA VIGA PARA UN PAR UNITARIO APLICADO EN A (SE)

Para calcular la rotación θ_A en el punto A, se debe aplicar el término complementario de trabajo correspondiente a dicha rotación. El mismo par unitario $\bar{M} = 1$ aplicado en el punto A.

También en este caso se debe resolver un sistema hiperestático y conviene escoger el mismo Sistema Fundamental que el adoptado en el punto anterior para calcular la DV. El Sistema Isostático Equivalente que resulta para este caso se muestra en la figura 10.

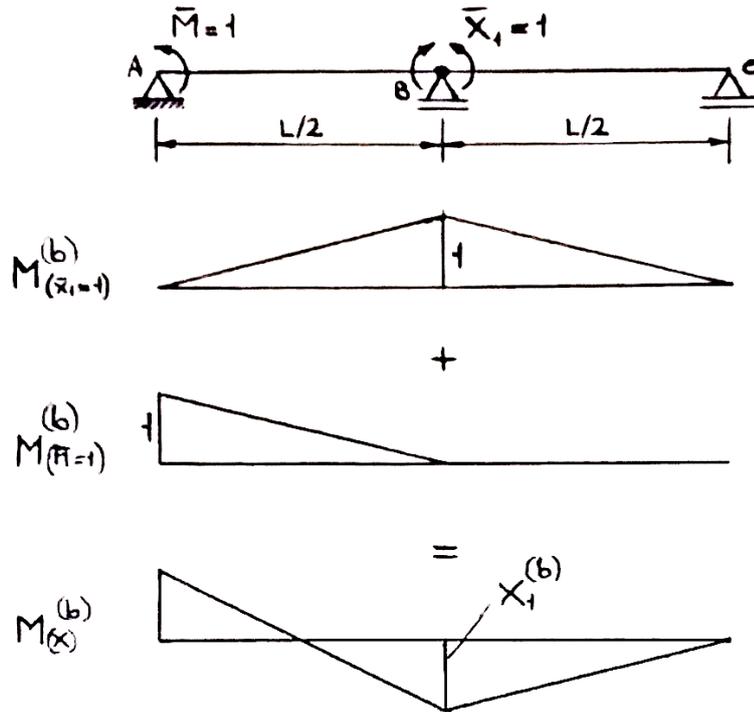


Figura 10: Diagrama de Momento para el SE con $\bar{M} = 1$.

Siguiendo los pasos conocidos del Método de las Fuerzas se puede calcular la incógnita hiperestática $M_{(x)}^{(b)}$, y luego por superposición, de acuerdo con el PIASE, se obtiene el diagrama de Momentos final del sistema equilibrado que se ha individualizado con superíndice (b).

$$M_{(x)}^{(b)} = M_{(\bar{M}=1)}^{(b)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(b)} \cdot X_1^{(b)}$$

3.1.3 CÁLCULO DEL GIRO θ_A MEDIANTE EL TTV

El TTV permite calcular θ_A . Para ello se consideran la Deformación Virtual (DV) el sistema individualizado con el superíndice (a), debido a las cargas reales de la estructura y el Sistema Equilibrado (SE), indicado mediante el superíndice (b), debido al par unitario $\bar{M} = 1$. Luego resulta:

$$\bar{M} \cdot \theta_A = 1 \cdot \theta_A = \int [M_{(x)}^{(b)}] \cdot [M_{(x)}^{(a)}] dx$$

$$\theta_A = \int [M_{(\bar{M}=1)}^{(b)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(b)} \cdot X_1^{(b)}] \cdot [M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)}] dx$$

y reordenando por propiedad distributiva:

$$\theta_A = \int [M_{(\bar{M}=1)}^{(b)} \cdot (M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)})] dx$$

$$+ \int [M_{(\bar{X}_1=1)}^{(b)} \cdot (M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)}) \cdot X_1^{(b)}] dx$$

La segunda integral, de acuerdo con el TTV, calcula el giro relativo en el punto B para la viga hiperestática sometida a una carga repartida uniforme. Una de las hipótesis del Método de las Fuerzas impone, por compatibilidad, que el giro relativo del punto B en la estructura final es nulo. Luego la segunda integral, que mide dicho giro relativo, debe ser nula por compatibilidad:

$$\int [M_{(\bar{X}_1=1)}^{(b)} \cdot (M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)}) \cdot X_1^{(b)}] dx = 0$$

Entonces el cálculo del giro buscado se reduce a la primera integral:

$$\theta_A = \int [M_{(\bar{M})}^{(b)} \cdot (M_{(q)}^{(a)} + M_{(\bar{X}_1=1)}^{(a)} \cdot X_1^{(a)})] dx$$

Esta primera integral representa la integración del SE y la DV en el Sistema Fundamental. En la misma se observa que el diagrama de momentos en el SE ha quedado reducido a $M_{(\bar{M})}^{(b)}$. Puede interpretarse entonces que es suficiente calcular la integral como el producto de los diagramas de Momento del Sistema Equilibrado debido $\bar{M} = 1$ en el Sistema Fundamental y el de la Deformación Virtual correspondiente en este caso a la solución de la viga hiperestática $M_{(x)}^{(a)}$.

4. CASOS DE DESCENSO DE APOYO Y ACCIONES TÉRMICAS

Los descensos de apoyo y las acciones térmicas generan esfuerzos en una estructura hiperestática. En presencia de acciones térmicas y/o descensos de apoyo, vale el planteo general con la salvedad que el vector de términos independientes ahora se debe obtener, en el SF (o SIE), en función de dichos descensos de apoyo o acciones térmicas.

4.1 CASO DE DESCENSO DE APOYO

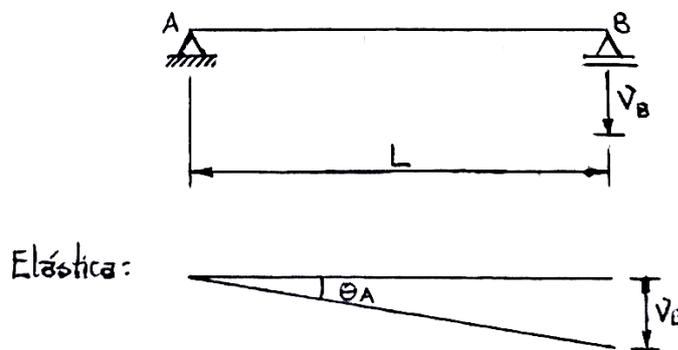


Figura 11: Descenso de apoyo en una viga simplemente apoyada. Elástica rígida

4.2 CASO DE ACCIONES TÉRMICAS

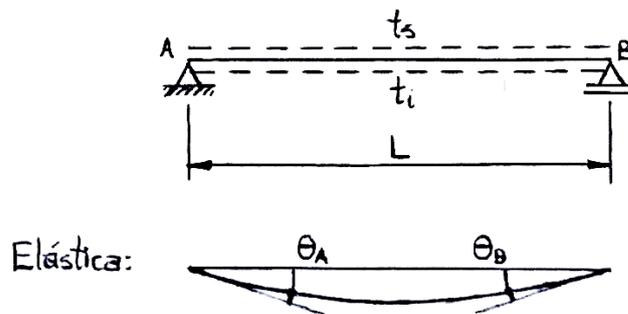


Figura 12: Acciones térmicas en una viga simplemente apoyada

5. SIMETRÍA Y ANTISIMETRÍA

5.1 SIMETRÍA ESTRUCTURAL

En muchos casos en la práctica, las estructuras presentan uno o más ejes de simetría, como se muestra en la figura 13.

Luego se puede definir la *Simetría Estructural*, cuando se cumplen los siguientes requisitos:

- *Simetría Geométrica*: la estructura debe poseer uno o más ejes de simetría.
- *Simetría Mecánica*: Las condiciones de vínculo y las propiedades mecánicas (sección, altura, etc. y propiedades del material) deben ser simétricas respecto de los ejes de simetría de la estructura.

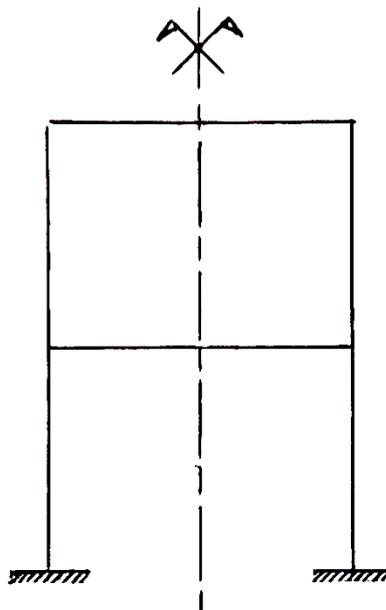


Figura 13: Ejemplo de Simetría Estructural y eje de simetría.

5.2 MAGNITUDES SIMÉTRICAS Y ANTISIMÉTRICAS

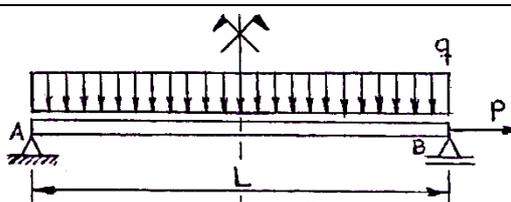
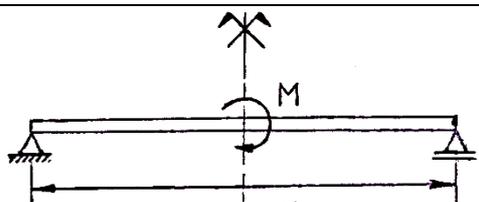
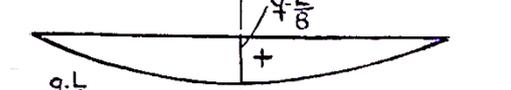
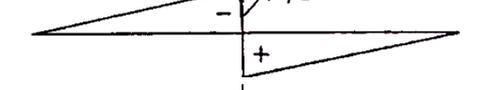
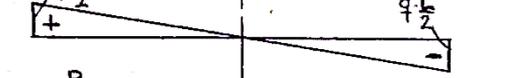
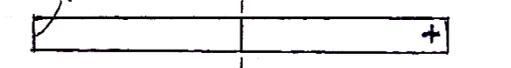
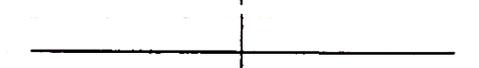
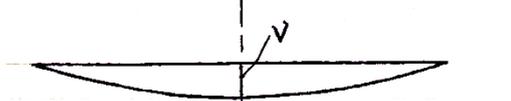
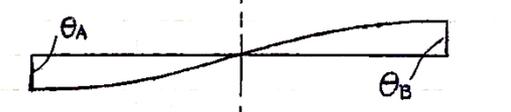
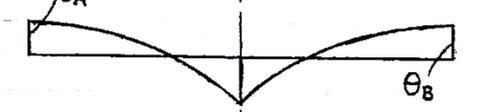
En el análisis estructural reconocemos *Magnitudes Estáticas* (M, N, Q) y *Magnitudes Cinemáticas* (v, u, θ), las cuales pueden ser clasificadas como:

- I. *Magnitudes Simétricas*: tienen valor nulo en el eje de simetría de una estructura simétrica cargada antisimétricamente y toman un valor no nulo (generalmente máximo) en dicho eje para estructuras cargadas simétricamente.

- II. *Magnitudes Antisimétricas*: tienen valor nulo en el eje de simetría de una estructura simétrica cargada simétricamente y toman un valor no nulo (generalmente máximo) en dicho eje para estructuras cargadas antisimétricamente.

Con el propósito de ilustrar los conceptos enunciados en el Cuadro 1 se muestran ejemplos que ilustran distintas situaciones posibles en la práctica.

Cuadro 1: Variables simétricas y antisimétricas

ESTRUCTURA SIMÉTRICA	
CARGA SIMÉTRICA	CARGA ANTISIMÉTRICA
	
<p>M: </p>	<p>M: </p>
<p>Q: </p>	<p>Q: </p>
<p>N: </p>	<p>N: </p>
<p>v: </p>	<p>v: </p>
<p>θ: </p>	<p>θ: </p>
<p>u: </p>	<p>u: </p>

En definitiva, vemos que tanto el Momento Flector M, el Esfuerzo Normal N y los desplazamientos v, perpendiculares al eje de las piezas, son magnitudes simétricas. En cambio, el Esfuerzo de Corte Q, las Rotaciones θ y los Desplazamientos Axiales u son magnitudes antisimétricas.

5.3 DESCOMPOSICIÓN DE ESTRUCTURAS SIMÉTRICAS BAJO ESTADOS DE CARGA GENERALES

Toda estructura simétrica sometida a un estado de cargas cualquiera puede descomponerse en la suma de dos estructuras también simétricas, una cargada simétricamente y otra cargada antisimétricamente.

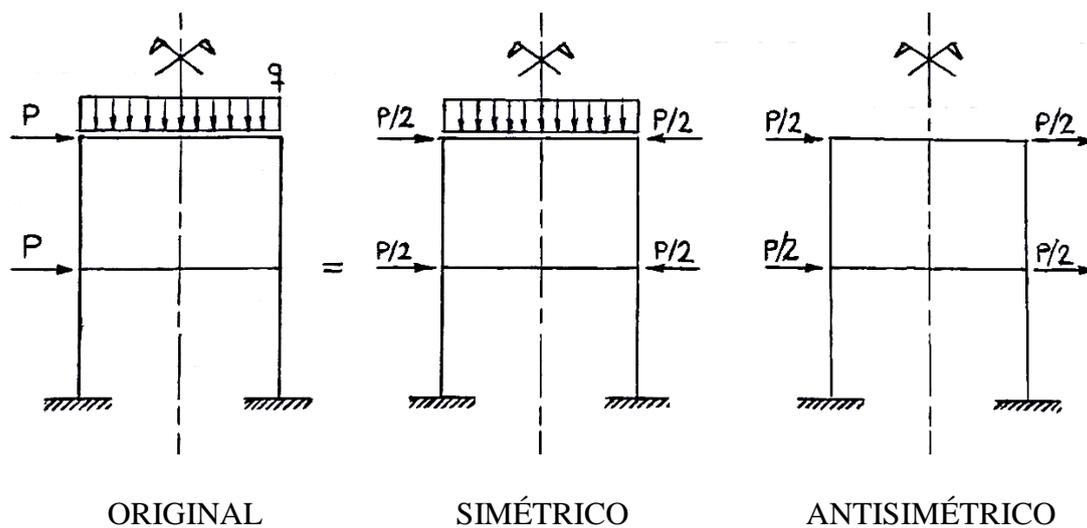


Figura 14: Descomposición de una estructura con Simetría Estructural bajo la acción de un estado de carga general: casos de carga simétrico y antisimétrico.

La resolución de una estructura que presenta simetría estructural, bajo la acción de un sistema de cargas general, puede calcularse como la suma de otras dos soluciones. Una de ellas correspondiente a la estructura simétrica, cargada simétricamente, con los vínculos de simetría que corresponda. La otra solución corresponde a una estructura simétrica, cargada antisimétricamente, con los vínculos de antisimetría que corresponda.

Esta propiedad es independiente del método de cálculo y vale, como se ha dicho, para todas las estructuras simétricas sometidas a un estado de cargas general.

Es importante destacar que en el caso del Método de las Fuerzas las incógnitas hiperestáticas son de tipo estático y entonces, en el eje de simetría pueden disponerse los vínculos correspondientes, o directamente sus reacciones. Si se ponen en evidencia las reacciones el Sistema Fundamental es inmediato. Si se mantienen los vínculos del eje de simetría para los sistemas simétricos y antisimétricos resultantes son ambos hiperestáticos y entonces se puede escoger libremente el Sistema Fundamental.

simétrica sometida a un estado de cargas cualquiera puede descomponerse en la suma de dos estructuras también simétricas, una cargada simétricamente y otra cargada antisimétricamente.