ANÁLISIS ESTRUCTURAL I

UNIDAD 4: MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS

Material de estudio preparado por:

Dr. Ing. Carlos García Garino - Prof. Titular

Giuliano Colombo - Adscripto Ad Honorem

ÍNDICE

4.A. Introducción y revisión de conceptos 3

4.B. Cinemática de una estructura 5

4.B.1 Conceptos básicos 5

4.B.2. Elástica de la estructura 6

4.B.3. Variables cinemáticas independientes 7

4.B.3.1 Planteo de una cadena cinemática abierta 8

4.B.2.3 Método general 9

4.C Método de los Desplazamientos 10

4.C.1 Planteo del Método de los Desplazamientos 10

4.C.1.2 Ecuaciones de Equilibrio 11

4.C.1.3 Sistemas de Ecuaciones Lineales 12

4.C.2 PROPIEDADES DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ 13

4.C.3. Pasos de aplicación del Método de los Desplazamientos 14

4.C.4 Casos de Descenso de Apoyo y Acciones térmicas 14

4.C.1.3 Descenso de Apoyo 14

4.C.1.4 Acciones Térmicas 15

4.D Comparación entre los Métodos de las Fuerzas y los Desplazamientos 16

4.E. Simetría y Antisimetría.................................... 17

1. Introducción y revisión de conceptos

En asignaturas anteriores como Estabilidad I y Estabilidad II y hasta ahora en las unidades vistas nos hemos basado en *Enfoque Estático* para abordar los problemas. En particular en la Unidad 3 del Método de las Fuerzas, se siguió ese camino para, previo resolver estructuras isostáticas, se pudieron resolver problemas de estructuras hiperestáticas.

En el enfoque estático, como se muestra en la figura 1, se parte de calcular primero las reacciones, luego los esfuerzos internos y finalmente se pueden calcular desplazamientos mediante alguno de los teoremas energéticos vistos en la Unidad 2 y, por supuesto, la correspondiente elástica de deformación. Eventualmente, aplicando las técnicas de la Resistencia de Materiales, podemos calcular tensiones y deformaciones.

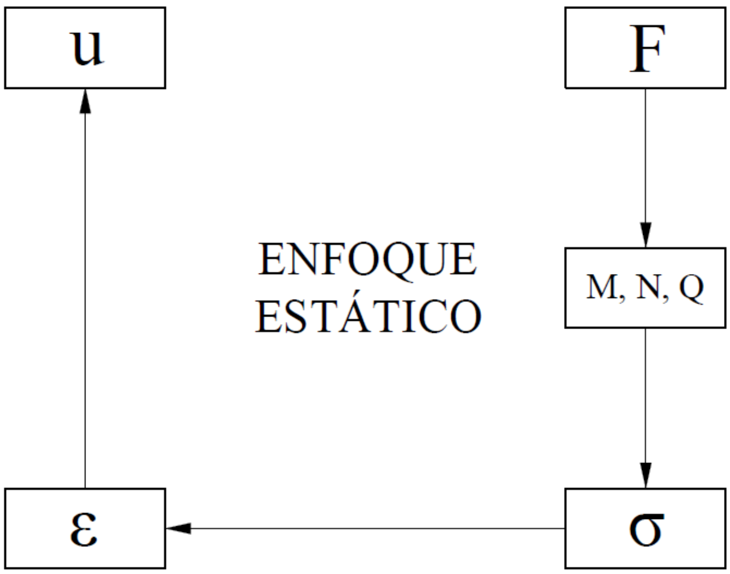


Figura 1: Enfoque estático para resolver estructuras según el diagrama de Tonti.

Si se observa el Diagrama de Tonti visto en la figura 1 y se recuerda que en la Unidad 2 pudo integrarse la elástica de deformación a partir de las cargas y las condiciones de vínculo, cabe preguntarse ¿Es posible plantear un enfoque *Cinemático* para resolver una estructura?

Para responder la pregunta anterior vamos a imaginar una situación práctica. Supongamos que para una estructura dada nos dan las coordenadas de diferentes puntos de la estructura, en una cantidad suficiente, y los respectivos desplazamientos normales al eje de la pieza. ¿Podemos calcular entonces los esfuerzos? Si, sin duda, para ello, mediante algún método numérico adecuado se aproximan los desplazamientos dados y se obtiene, para cada barra la elástica de deformación y, en base a la misma, se obtienen los esfuerzos correspondientes.

Luego es posible, como se observa en la Figura 2, plantear en un enfoque *Cinemático* para calcular una estructura. Para ello debemos calcular la correspondiente elástica de deformación, o si se prefiere, el *estado de desplazamientos*. A partir de los mismos pueden obtenerse los diagramas de esfuerzos característicos.

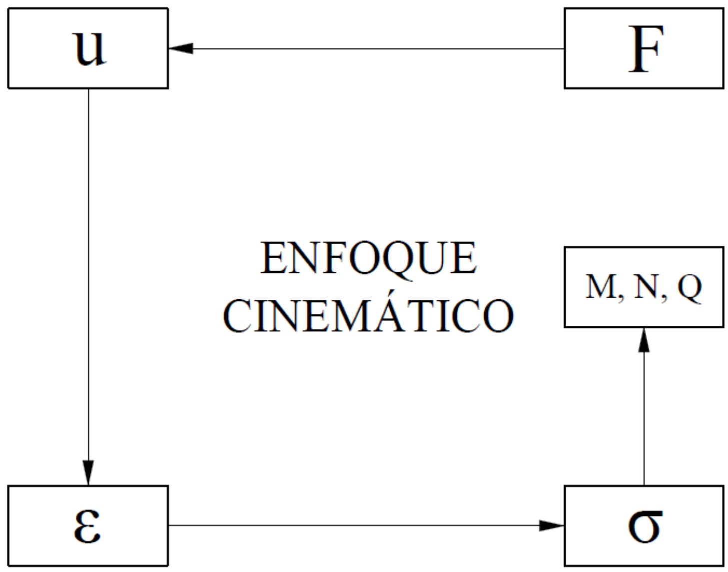


Figura 2: Enfoque cinemático para resolver estructuras según el diagrama de Tonti.

El problema entonces es calcular el estado de desplazamientos o la elástica de deformaciones, para lo cual se puede emplear el *Método de los Desplazamientos*. Este método fue planteado por primera vez en 1927 por Alex Bendixen y se originó en la aparición cada vez más frecuente de las estructuras de Hormigón Armado, cuyos nudos rígidos transmiten momentos flectores. Este método conocido también como *Método de Equilibrio* o *Método de Rigidez* hay cobrando cada vez más uso, especialmente desde finales desde finales de la década de 1950 con el advenimiento de las computadoras digitales.

De esta manera el Método de los Desplazamientos ha desplazado en la práctica, al Método de las Fuerzas, debido al científico Francés Louis Navier en 1826 y que fue muy utilizado para los puentes ferroviarios. En la sección 4.D de estas notas se comparan ambos métodos.

2. Cinemática de una estructura

Para avanzar con el tema es necesario revisar la cinemática de una estructura. Para ello en el punto B.1 se tratan algunos conceptos e hipótesis básicas, en el punto B.2 se muestra un abordaje para obtener la elástica de deformación y en el punto B.3 se discuten las variables cinemáticas independientes de una estructura y los métodos para su determinación

2.1 Conceptos básicos

En una estructura con nudos rígidos, ver Figura 3, propia de las que trata la asignatura, por compatibilidad se verifica que:

i) Todas las barras que concurren al nudo tienen la misma rotación que el nudo al cual concurren.

ii) Los desplazamientos extremos de pieza deben ser iguales a los desplazamientos del nudo al cual concurren las barras.

iii) Existen ciertos desplazamientos, denominados variables cinemáticas independientes (ver punto 4.B.3), en función de los cuales pueden expresarse las demás.

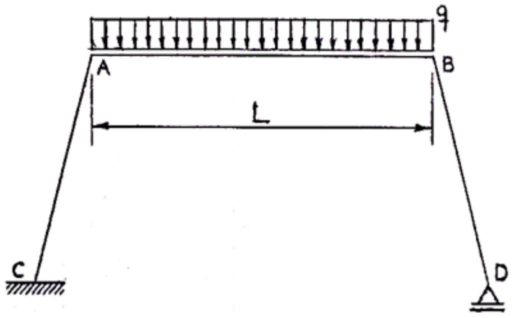


Figura 3: Esquema de un pórtico plano. Estructura con nudos rígidos.

Generalmente en la práctica se hace uso de la *Hipótesis de Rigidez Axil*, que establece que la deformación en la dirección del eje de las piezas es despreciable frente a otros movimientos.

2.2. Elástica de la estructura

Dado el pórtico de la Figura 3, en la figura 4 se observa la elástica del mismo.

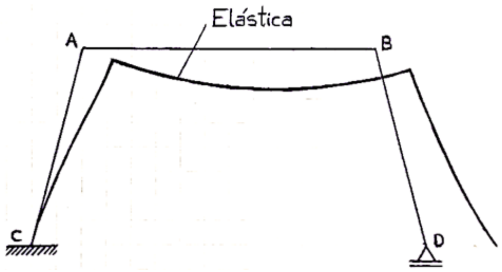


Figura 4: Elástica de deformación del pórtico plano.

Si se aísla una barra, por ejemplo la viga AB, teniendo en cuenta las hipótesis i) e ii) del punto B.1, los movimientos extremos de pieza de la viga serán, respectivamente, los de los nudos A y B.

Suponiendo que se conocen todos los desplazamientos nodales, la elástica de deformación de la viga AB puede obtenerse aplicando el PIASE. Luego, a su vez, pueden agruparse los desplazamientos por un lado y las cargas por otro. En resumen, la elástica se obtiene como superposición de otras dos, como se esquematiza en la figura 5:

i) La elástica debida a las cargas aplicadas sobre los nudos indesplazables.
ii) La elástica en función de los desplazamientos extremos de pieza.

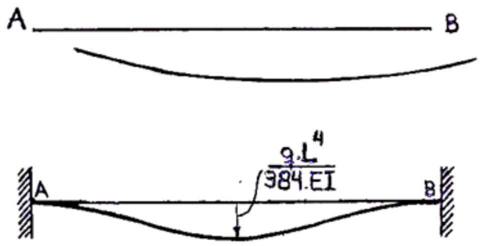


Figura 5: Elásticas de deformación de la viga AB. La elástica superior causada por los movimientos extremos de pieza y la inferior debida a las cargas actuando sobre los nudos indesplazables.

Las respectivas elásticas se calculan de tabla o bien aplicando el Método de las Fuerzas. En el primer caso se imponen sucesivos movimientos (descensos de apoyo) a los extremos de la viga, cuyo valor es el movimiento nodal correspondiente. En el caso de las cargas se debe resolver el hiperestático correspondiente, cuyo valor se obtiene de tablas o resolviendo la estructura hiperestática mediante el Método de las Fuerzas, como se esquematiza en la figura 6.

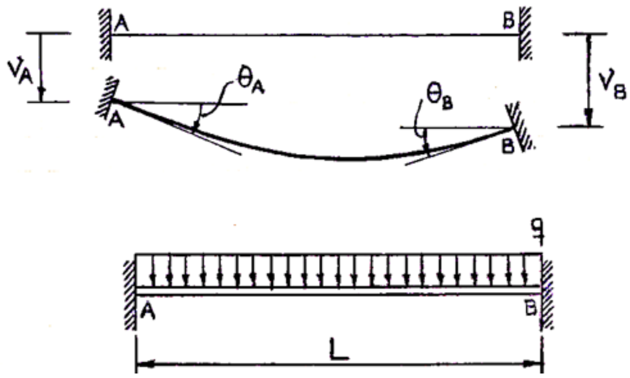


Figura 6: Esquema de cálculo de las elásticas de deformación de la viga AB, debidas a los movimientos extremos de pieza (figura superior) y cargas (figura inferior).

El problema ahora consiste en determinar los desplazamientos nodales de la estructura. Para ello justamente se emplea el Método de los Desplazamientos que se discute en el punto 4.C.

2.3. Variables cinemáticas independientes

En general no es necesario conocer todos los desplazamientos de la estructura, como se ha expresado en la hipótesis iii) del punto B1, existen algunos movimientos independientes llamadas Variables Independientes, porque en función de las mismas pueden calcularse todas las demás, por ejemplo, los desplazamientos nodales. Dichas variables constituyen las incógnitas del problema, llamadas Incógnitas Cinemáticas. Dichas incógnitas constituyen el número mínimo de incógnitas cinemáticas necesarias para caracterizar el estado cinemático de una estructura.

Es necesario identificar las Incógnitas Cinemáticas. Para ello en el pórtico de la figura 7 se reconocen dos tipos de movimientos:

- *Giros nodales*: uno por cada nudo de la estructura, para el pórtico de la figura 7 hay 4 giros nodales. También se suele llamar *desplazamientos internos* a los giros nodales.
- *Movimientos de piso*: los mismos corresponden a movimientos de dinteles o pisos de la estructura. También se los conoce como *desplazamientos externos*.

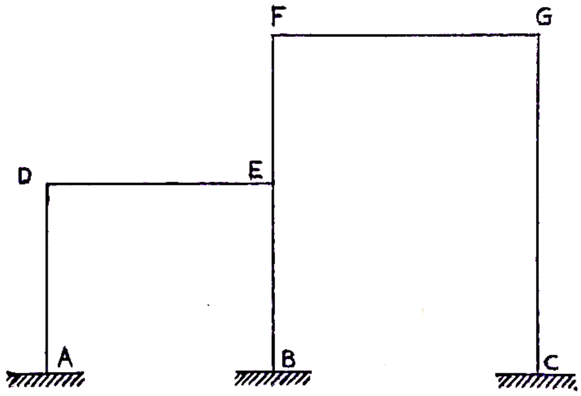


Figura 7: Pórtico de ejemplo. Posee 4 giros nodales y dos movimientos de piso (ver punto 4.B.3.1)

La determinación de los movimientos de piso no siempre es inmediata. Para ello pueden seguirse los procedimientos del punto 4.B.3.1, planteando, cuando sea posible, una cadena cinemática abierta en base a la estructura original o bien empleando un método más genera que tiene en cuenta todos los desplazamientos en nudos (v, u, θ).

2.3.1 Planteo de una cadena cinemática abierta

Este primer método consiste en plantear una cadena cinemática abierta. Para ello se considera que todos los nudos y vínculos externos están articulados, como se muestra en la figura 8. Así se impone una articulación por nudo y se reemplazan empotramientos por apoyos fijos.

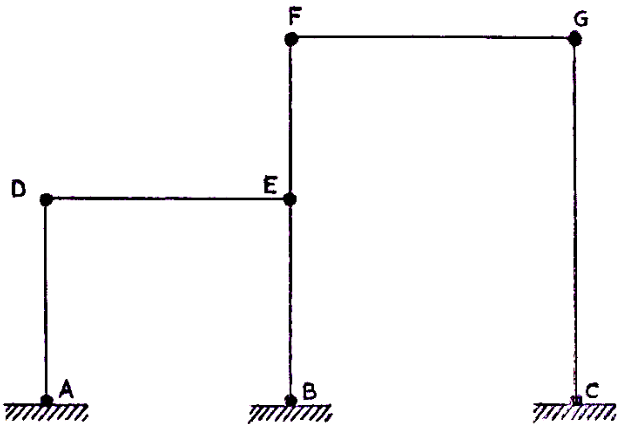


Figura 8: Pórtico de ejemplo. Planteo de una cadena cinemática abierta

Para una cadena cinemática abierta existen CV condiciones de vínculo, en función del número de barras n:

$$\mathrm{CV} = \mathrm{n} + 2$$

Para el ejemplo de la figura resultan ocho condiciones de vínculo:

$$\mathrm{CV} = 6 + 2 = 8$$

En este caso todos los vínculos externos son apoyos fijos, los cuales registren 6 grados de libertad (2 por cada apoyo fijo). Luego el número GL de grados de libertad resultante viene dado por:

$$\mathrm{GL} = \mathrm{CV}_{\mathrm{necesarias}} - \mathrm{CV}_{\mathrm{existentes}} = 8 - 6 = 2$$

Luego el número de movimientos o desplazamientos de piso independientes es 2 en este caso, que corresponde a los niveles DE y FG, respectivamente, como se muestra en la figura 9.

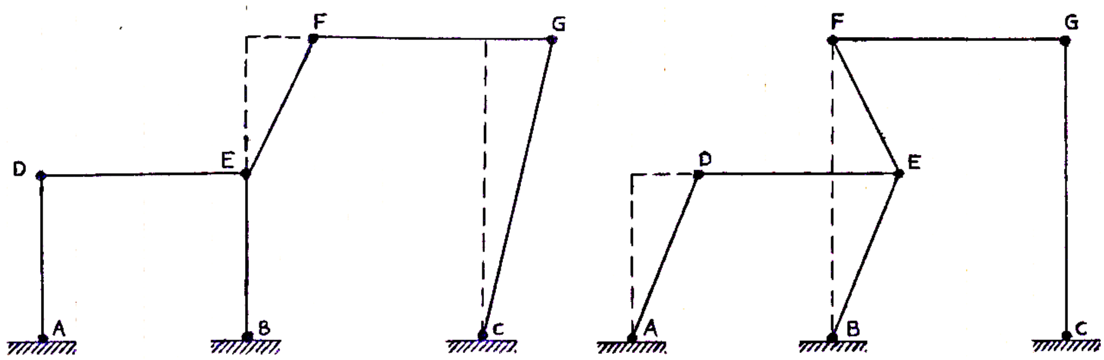


Figura 9: Pórtico de ejemplo. Movimientos de piso independientes.

En suma, el pórtico elegido como ejemplo tiene 6 movimientos o incógnitas independientes que son los 4 giros nodales y los 2 desplazamientos de piso independientes (obtenidos a partir de la cadena cinemática abierta).

2.3.2 Método general

Debido a que no es siempre posible plantear una cadena cinemática abierta, en este método se suman los grados de libertad de la estructura original. Para cada nudo se consideran tres movimientos: un desplazamiento vertical ν, uno horizontal u y un giro θ.

Luego la estructura de ejemplo de la figura 7 tiene 12 movimientos: 4 giros nodales y 8 movimientos nodales. Sin embargo, *suponiendo que las barras no se deforman axialmente* (o que dicha deformación es despreciable), se observa:

$$\nu_D = \nu_A = 0$$

$$\nu_F = \nu_E = \nu_B = 0$$

$$\nu_G = \nu_C = 0$$

y que:

$$u_D = u_E \quad ; \quad \text{(movimiento de piso)}$$

$$u_F = u_G \quad ; \quad \text{(movimiento de piso)}$$

Con lo cual llegamos a la misma conclusión que la obtenida con el método anterior, obteniendo 4 giros nodales y 2 desplazamientos de piso.

3 Método de los Desplazamientos

El Método de los Desplazamientos (también llamado Método de la Rigidez) se basa en un enfoque cinemático y tiene como objetivo determinar y calcular los desplazamientos de una estructura para, en base a estos, obtener los esfuerzos característicos.

3.1 Planteo del Método de los Desplazamientos

El *Método de los Desplazamientos* nos permite calcular las variables cinemáticas independientes mencionadas anteriormente, que ahora constituyen las *Incógnitas Cinemáticas* X_i del problema.

En primer término se deben identificar dichas incógnitas, tanto giros nodales (desplazamientos internos) como desplazamientos de piso (desplazamientos externos). Para ello se emplean los métodos indicados en las secciones 4.B.2.1 y 4.B.2.2

Una vez identificadas las Incógnitas Cinemáticas, entonces se puede plantear el llamado *Sistema Fundamental*.

3.1.1 Sistema Fundamental

El *Sistema Fundamental* SF se obtiene bloqueando los movimientos de las incógnitas independientes, para ello se aplican *empotramientos móviles* en los nudos y *apoyos móviles* para impedir los movimientos de piso**.** Estos vínculos agregados son *vínculos ficticios*.

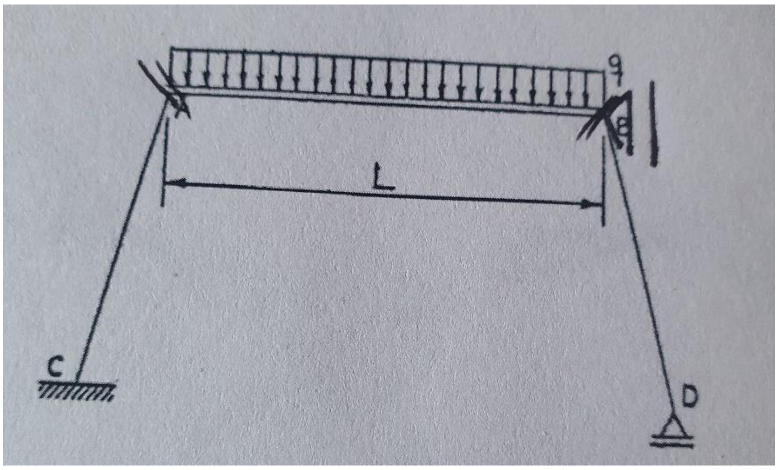


Figura 10: Sistema Fundamental para el pórtico de ejemplo.

Luego, en el Método de los Desplazamientos, el Sistema Fundamental, a diferencia del Método de las Fuerzas, se obtiene agregando condiciones de vínculo a la estructura. Luego el Sistema Fundamental, para este método, será una estructura aún más hiperestática que la original. También es importante señalar que el Sistema Fundamental es compatible con la estructura original porque para conformar el mismo se agregan vínculos.

Puede verse en la figura 10 que todas las barras poseen, en el Sistema Fundamental, una condición de vínculo empotrada–empotrada o empotrada–articulada, aspecto que muestra que la elección del Sistema Fundamental es única y además repetitivo.

3.1.2 Ecuaciones de Equilibrio

En el Sistema Fundamental se bloquean todas las incógnitas cinemáticas X_i. Para ello se emplean *Empotramientos Móviles* para impedir o bloquear los giros nodales y *Apoyos Móviles*, para impedir los desplazamientos de piso.

Para cada uno de estos vínculos ficticios existe una Reacción de Vínculo R_i. La misma depende de las cargas aplicadas P y las incógnitas cinemáticas X_i. Como cada uno de los vínculos que se agrega a la estructura original para conformar el Sistema Fundamental es ficticio, la reacción de los mismos deberá ser nula para cumplir con las condiciones de la estructura original (en donde el vínculo no existe).

$$R_{i_{(P,\, X_i)}} = 0$$

Por superposición de efectos, para un número n de incógnitas puede escribirse:

$$R_{i_{(P)}} + R_{i_{(X_1)}} + R_{i_{(X_2)}} + \cdots + R_{i_{(X_n)}} = 0$$

donde la ecuación de equilibrio $R_i = 0$ se ha expresado en función de las cargas aplicadas P y las diferentes incógnitas X_i .

A priori no se conoce el valor de las incógnitas X_1, X_2,…, X_n. Entonces los valores de $R_{i(X_i)}$ serán pueden calcular a partir de *valores unitarios* $\overline{X}_j = 1$, que luego se multiplican por el verdadero valor de las incógnitas X_i:

$$R_{i(P)} + R_{i(\overline{X}_1=1)}.X_1 + R_{i(\overline{X}_2=1)}.X_2 + \cdots + R_{i(\overline{X}_n=1)}.X_n = 0$$

Debido a que siempre hay tantas ecuaciones de equilibrio como incógnitas cinemáticas, se obtiene un *Sistema de Ecuaciones Lineales de Equilibrio* de n ecuaciones con n incógnitas:

$$\begin{cases} R_{1(P)} + R_{1(\overline{X}_1=1)}.X_1 + R_{1(\overline{X}_2=1)}.X_2 + \cdots + R_{1(\overline{X}_n=1)}.X_n = 0 \\ R_{2(P)} + R_{2(\overline{X}_1=1)}.X_1 + R_{2(\overline{X}_2=1)}.X_2 + \cdots + R_{2(\overline{X}_n=1)}.X_n = 0 \\ \vdots \\ R_{n(P)} + R_{n(\overline{X}_1=1)}.X_1 + R_{n(\overline{X}_2=1)}.X_2 + \cdots + R_{n(\overline{X}_n=1)}.X_n = 0 \end{cases}$$

3.1.3 Sistemas de Ecuaciones Lineales

El Sistema de Ecuaciones Lineales se puede expresar en *Notación Indicial* r_{ij}. El primer índice i indica la incógnita bloqueada o reacción que se equilibra ($R_i = 0$) y el segundo índice j indica el desplazamiento $\overline{X}_j = 1$ que causa la reacción. Notemos que los $\overline{X}_j = 1$ son o bien giros nodales unitarios, o bien desplazamientos de piso unitarios. Luego el Sistema de Ecuaciones Lineales se expresa en forma compacta como:

$$\begin{cases} r_{10} + r_{11}.X_1 + r_{12}.X_2 + \cdots + r_{1n}.X_n = 0 \\ r_{20} + r_{21}.X_1 + r_{22}.X_2 + \cdots + r_{2n}.X_n = 0 \\ \vdots \\ r_{n0} + r_{n1}.X_1 + r_{n2}.X_2 + \cdots + r_{nn}.X_n = 0 \end{cases}$$

donde los r_{i0} (r_{10}, r_{20}, r_{30}) son los *términos independientes*, es decir los valores que toman las reacciones debido a las cargas exteriores. Los coeficientes del sistema r_{ij} las rigideces, es decir los valores que toman las reacciones para valores unitarios $\overline{X}_i = 1$. Tanto los términos independientes r_{i0} como las rigideces r_{ij} se calculan en el Sistema Fundamental, generalmente mediante el uso de tablas.

En resumen, en el sistema de ecuaciones lineales se reconocen:

I. *Rigideces* r_{ij}: Definidas como las fuerzas necesarias para producir desplazamientos unitarios. Dependen del material, las dimensiones y las condiciones de vínculo que definen la estructura. Son independientes de las cargas.

II. *Incógnitas* X_i: Son desplazamientos internos (giros nodales) o desplazamientos externos (desplazamientos de piso).

III. *Términos Independientes* r_{i0}: fuerzas o pares extremas de pieza, dependientes de las cargas exteriores.

Dicho sistema puede expresarse en *Forma Matricial* como:

$$\begin{bmatrix} r_{10} \\ r_{20} \\ \vdots \\ r_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

o en notación compacta según:

$$\mathbf{P} + \mathbf{K}.\mathbf{X} = \mathbf{0}$$

donde **K** es la Matriz de Rigidez de la estructura.

Para resolver el Sistema de Ecuaciones Lineales, puede utilizarse cualquier método de resolución conocido, por como Gauss, LU, o Cholesky, por ejemplo, que se han visto en el curso de Cálculo Numérico. Se recomienda no utilizar el método por determinantes ya que en general es laborioso, requiere de mucho tiempo y es poco práctico.

El cálculo de los términos independientes r_{i0} y de las rigideces r_{ij} es fácil de automatizar y por ende de programar. En unidades posteriores se verán dos variantes del método, llamadas *Método de la Rigidez Directa y Método de Elementos Finitos*.

3.2 Propiedades de la Matriz de Rigidez

La matriz de rigidez **K** cumple con las siguientes propiedades:

I. Es cuadrada por construcción.

II. Es simétrica, ya que las rigideces cruzadas son $r_{ij} = r_{ji}$ son iguales, según el Teorema de Maxwell

III. Es diagonal dominante ($r_{ii} > r_{ij}$).

IV. Es positiva definida (determinante mayor a cero) y luego inversible.

3.3. Pasos de aplicación del Método de los Desplazamientos

Para asegurar la correcta aplicación del método, se deben seguir los siguientes 5 pasos:

I. Identificar las *Incógnitas Cinemáticas* X_i.

II. Plantear el *Sistema Fundamental* SF, bloqueando los movimientos de las incógnitas X_i para lo cual se agregan apoyos móviles o empotramientos móviles.

III. Imponer sucesivamente movimientos unitarios $\overline{X}_i = 1$ en la dirección de las incógnitas, calcular las rigideces r_{ij} y obtener (generalmente mediante el uso de tablas) los términos independientes r_{i0} para determinar así el *Sistema de Ecuaciones Lineales* (SEL).

IV. Resolver el SEL y determinar las incógnitas cinemáticas.

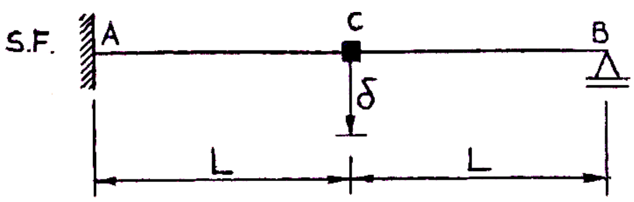
V. Aplicar el Principio de Independencia de Acciones y Superposición de Esfuerzos (PIASE) y calcular los Diagramas de Esfuerzos Característicos.

3.4 Casos de Descenso de Apoyo y Acciones térmicas

Los descensos de apoyo y las acciones térmicas generan esfuerzos en una estructura hiperestática. En el caso del método de los desplazamientos vale el planteo general con la salvedad que el vector de términos independientes ahora se debe obtener, en el SF, en función de dichos descensos de apoyo o acciones térmicas.

3.4.1 Descenso de Apoyo

En la viga continua de dos tramos de la figura 11 se impone un descenso de apoyo de valor d en el apoyo central C. Como las barras que concurren al nudo se mueven de manera rígida con el nudo, las barras AC y CB tendrán el mismo descenso de apoyo δ en el nudo C.



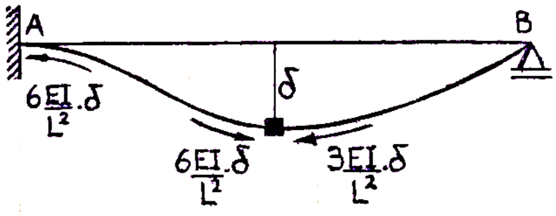


Figura 11: Ejemplo de descenso de apoyo. Datos en la figura superior y esfuerzos en la figura inferior.

Luego en función de los momentos y fuerzas extremas de pieza se pueden calcular los términos de carga independiente que corresponda.

3.4.2 Acciones Térmicas

Se sabe, a partir de los resultados del método de las fuerzas, que las acciones térmicas causan solicitaciones en una estructura hiperestática. Las mismas se deben a que los movimientos debido a la temperatura no se producen libremente como en una estructura isostática y se originan acciones.

En el caso de las acciones térmicas, el planteo es general, pero los términos independientes se deben ahora a la temperatura y, por supuesto, se calculan en el Sistema Fundamental. Luego, para las barras empotrada-empotrada o empotrada-articulada se deben calcular los esfuerzos que las acciones térmicas causan en las mismas. En la figura 11 se ilustra el caso para una viga empotrada articulada.

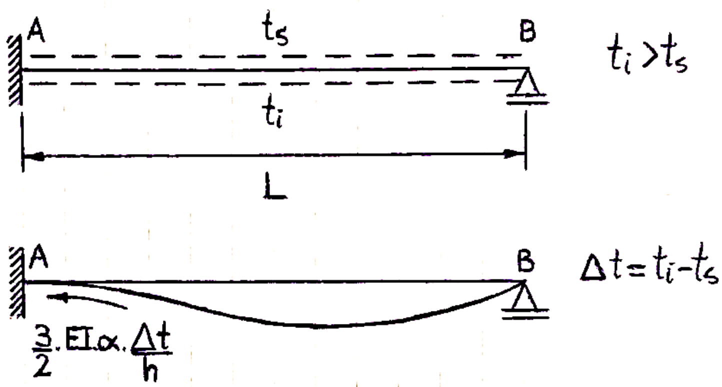


Figura 12: Ejemplo de Acción térmica. Datos en la figura superior y esfuerzos en la figura inferior.

Para una viga empotrada-empotrada los valores de ambos pares extremos de pieza resultan $EI \alpha \Delta t/h$, donde EI es el producto del módulo de Young E por el momento de inercia I de la sección transversal de la viga, α es el coeficiente de dilatación térmica, h la altura de la sección transversal y Δt la diferencia de temperatura. Un resultado característico, casi una curiosidad, de la viga doblemente empotrada bajo acción térmica, es que la misma posee un momento flector constante, que tracciona las fibras de la cara opuesta a la temperatura más alta, la superior en el caso de la figura 12, pero cuya elástica es nula, ya que se compensan la elástica debido a las reacciones hiperestáticas (pares extremos de pieza) con la elástica debida a la temperatura.

4. Comparación entre los Métodos de las Fuerzas y los Desplazamientos

Podemos sintetizar las diferencias entre ambos métodos mediante la utilización de un cuadro comparativo.

	MÉTODO DE LAS FUERZAS	**MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS**
Incógnitas	Estáticas (se pueden elegir)	Cinemáticas (inherentes a la estructura)
Sistema Fundamental (SF)	Isostático (no único)	Hiperestático (único)
	Equilibrado, pero no compatible	Compatible, pero no equilibrado
	Se elige buscando facilitar el cálculo	No se elige, es único. Excepto que se desee agregar más incógnitas para tener con mayor información.
Trazado de Diagramas	Se aplica el PIASE y el diagrama final es una combinación lineal	Superposición de diagramas desequilibrados (PIASE)
Dificultades	• Elección del SF • Trazado de la elástica final • Visualización de incógnitas de vínculo interno • Gran cantidad de incógnitas en estructuras complejas.	• Trazado de elásticas en el SF • Cálculo de rigideces

Tipos de estructuras que puede resolver	Hiperestáticas	Hiperestáticas o Isostáticas

5. Simetría y Antisimetría

Valen todas las consideraciones generales acerca de la simetría estructural que se han visto en la Unidad 3, y también la descomposición de un estado general de carga en la suma de otros dos, uno simétrico más otro antisimétrico.

La diferencia consiste en que ahora la estructura se va a calcular mediante el Método de los Desplazamientos y es imprescindible, para este caso, que las condiciones de contorno en el eje de simetría se expresen mediante los vínculos correspondientes, que resultan un empotramiento guiado para el caso simétrico y un apoyo móvil para el caso antisimético. Para el Método de las Fuerzas es indistinto poner en evidencia los vínculos o sus reacciones. En este caso las variables estáticas no juegan ningún rol y, se insiste se deben disponer los vínculos correspondientes. Para ilustrar ideas se considera el ejemplo de la figura 13.

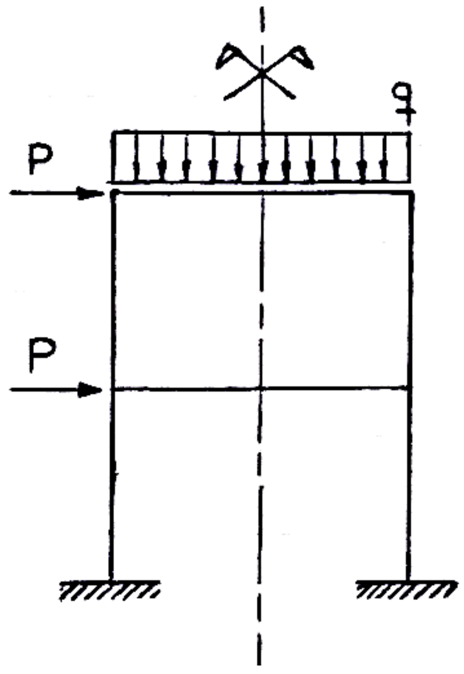


Figura 13: Ejemplo de una estructura con simetría estructural

Para esta estructura, el estado de carga general se puede descomponer en la suma de uno simétrico más otro antisimétrico, como se observa en la figura 14.

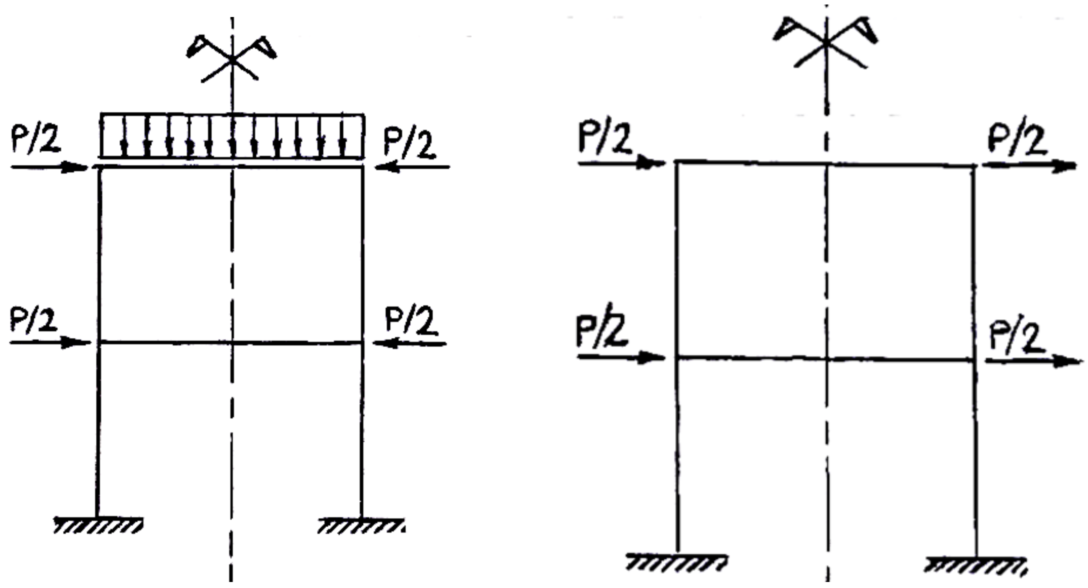


Figura 14: Estados de carga simétrico, a la izquierda y antisimétrico, a la derecha.

Para trabajar solamente con la mitad de la estructura, se deben imponer sobre el eje de simetría los vínculos que representan las condiciones de simetría (empotramiento guiado) y antisimetría (apoyo móvil), como se observa en la figura 15.

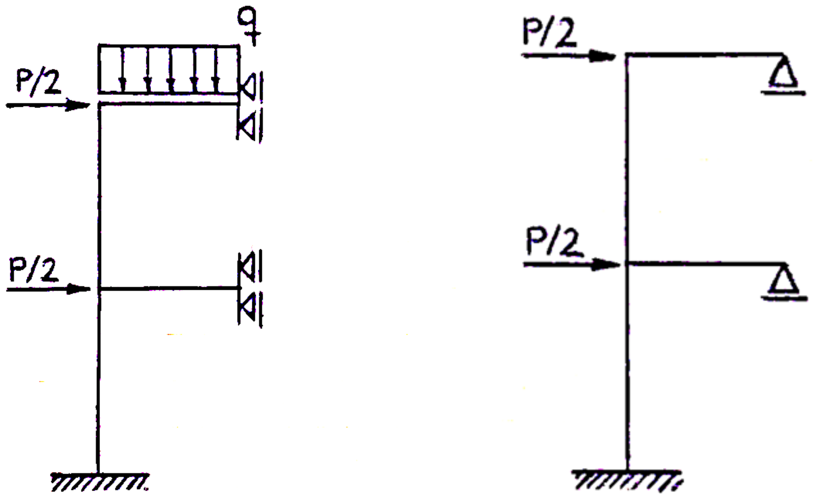


Figura 15: Media estructura, simétrica a la izquierda y antisimétrica a la derecha.

Simplemente se deben resolver las dos medias estructuras mediante el Método de los Desplazamientos y, luego, obtener para los casos simétrico y antisimétrico, el resultado de la estructura completa, exactamente de la misma forma que se hizo antes para los resultados obtenidos mediante el Método de las Fuerzas en la Unidad 3. Finalmente se deben sumar los dos resultados para obtener los diagramas de solicitaciones finales.