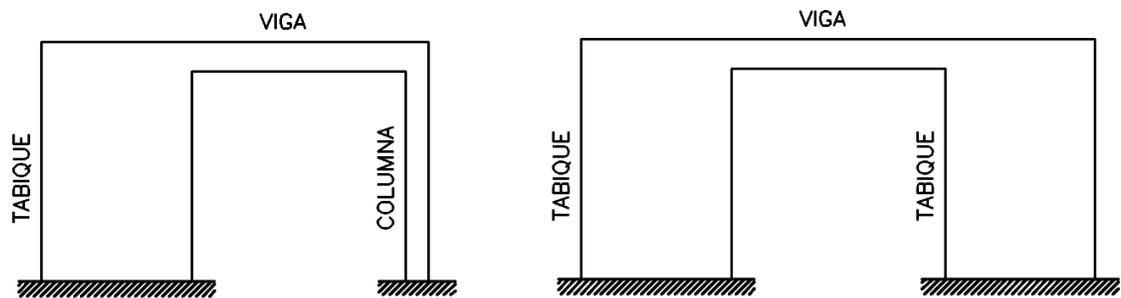




Pórtico Tabique

Introducción

Un tipo estructural usual, utilizado para las estructuras edilicias sismorresistentes es el pórtico. Algunas escuelas de ingeniería estructural que han probado ser muy exitosas en eventos sísmicos de gran magnitud propician el uso de estructuras tipo pórtico tabique o tabiques acoplados. En ambos casos uno o varios elementos estructurales dispuestos en dirección vertical a modo de columnas, poseen su sección transversal con un canto muy significativo en comparación con el resto de los elementos estructurales que componen el plano resistente, figura 1.



a. Pórtico Tabique

b. Tabiques Acoplados

Figura 1. Vista

En la figura 2 se presenta una vista de una estructura real con pórticos tabiques y tabiques acoplados.



Figura 2. Estructura Real

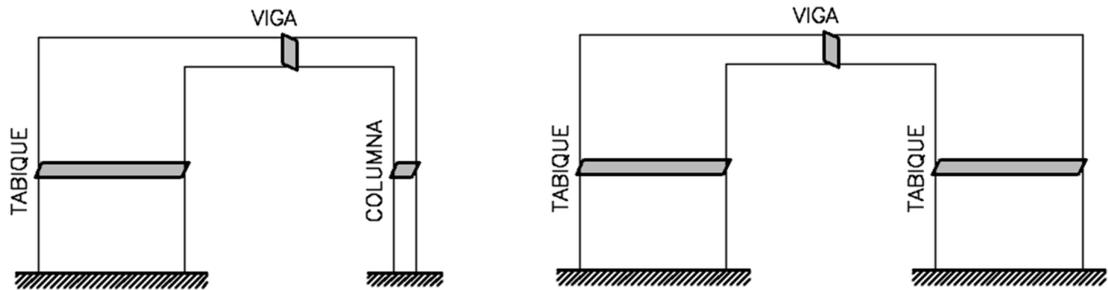


MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS
PÓRTICO TABIQUE



En la figura 3 se puede apreciar la sección transversal de los miembros estructurales de un pórtico tabique y de tabiques acoplados.

Se observa que el canto o altura de la sección transversal de los tabiques es muy superior al correspondiente a la columna y a la viga.

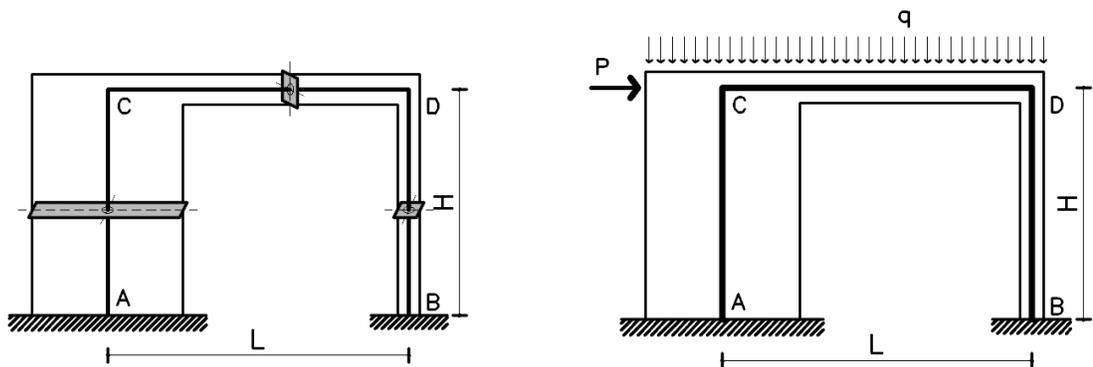


a. Pórtico Tabique

b. Tabiques Acoplados

Figura 3. Vista con Secciones Transversales de los Elementos Estructurales

Hasta el momento en las estructuras que hemos tratado, los distintos miembros estructurales (vigas, columnas, barras) se representan con una línea que une los dos extremos de estos. Ahora debemos considerar lo siguiente: el esquema de la estructura a analizar se construye mediante líneas que representan los distintos elementos que componen la misma, la posición de esas líneas coincide con los baricentros geométricos de las todas secciones transversales de cada miembro estructural.



a. Esquema Pórtico Tabique con secciones

b. Esquema Pórtico Tabique con Cargas

Figura 4. Vista con Esquema para Análisis

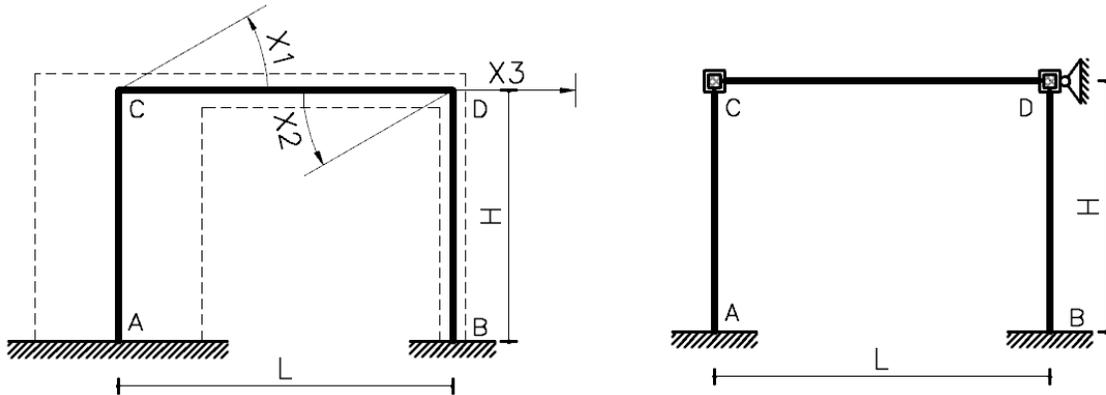
En la figura 4.a, se observa que la viga está representada en el esquema para análisis por la línea que une los puntos C y D, donde la sección transversal de la viga no se mantiene constante en todo su desarrollo. En el tramo de viga comprendido entre el punto C y el borde interior del tabique el canto de la viga es varias veces mayor que el mismo canto de esa viga en el resto de su desarrollo.

Desde el punto de vista del análisis estructural por el Método de los Desplazamientos, tanto los pórticos tabiques y como los tabiques acoplados, presentan dos aspectos fundamentales que deben ser tenidos en



cuenta: la influencia de las dimensiones de las secciones transversales de los tabiques en la cinemática del problema (configuración deformada o elástica) y la influencia de la deformación por corte en la determinación de la rigidez de los tabiques.

Al aplicar el Método de los Desplazamientos al pórtico tabique de la figura 5, aparecen tres incógnitas cinemáticas, los giros de los puntos C y D y el desplazamiento de piso a nivel H.



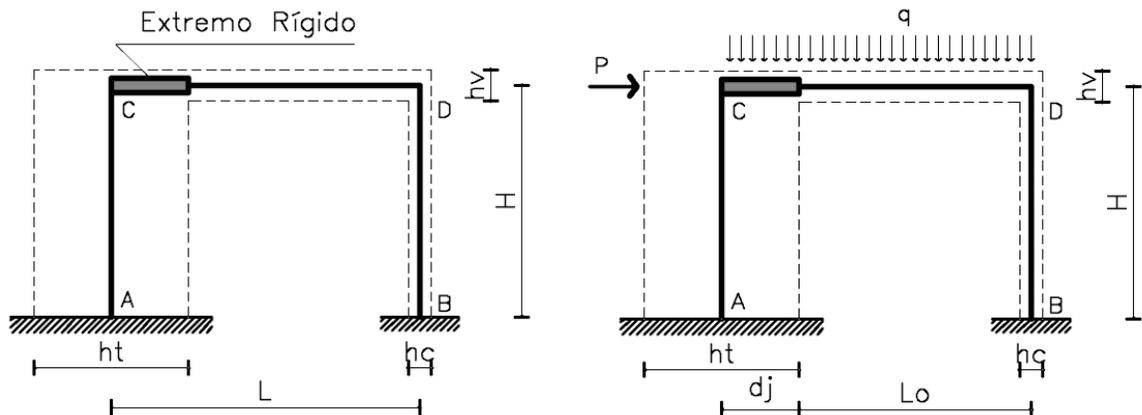
a. Incógnitas Cinemáticas, todas con signo (+)

b. Sistema Fijo sin Cargas

Figura 5. Incógnitas y Esquema para Análisis

Cinemática

La presencia de secciones de muy diferente magnitud concurriendo a un punto de la estructura, se puede tener en cuenta en forma aproximada en la cinemática de esta, considerando que una porción del desarrollo de una o más barras posee rigidez flexional infinita, de modo que esas barras poseen lo que se conoce como extremos infinitamente rígidos, figura 6.



a. Esquema Pórtico Tabique

b. Esquema Pórtico Tabique con Cargas

Figura 6. Esquema para Análisis con Extremos Infinitamente Rígidos

En la figura 6, h_t , h_c y h_v , representan el canto o altura de las secciones del tabique, columna y viga.



La presencia de los extremos rígidos en esas barras modifica la cinemática de la estructura, de modo que, al aplicar el Método de los Desplazamientos, los giros unitarios provocan simultáneamente desplazamientos en la dirección perpendicular al eje de la barra en cuestión. En la figura 7 se puede apreciar como un giro unitario en C provoca un desplazamiento en dirección vertical en el otro borde del extremo rígido.

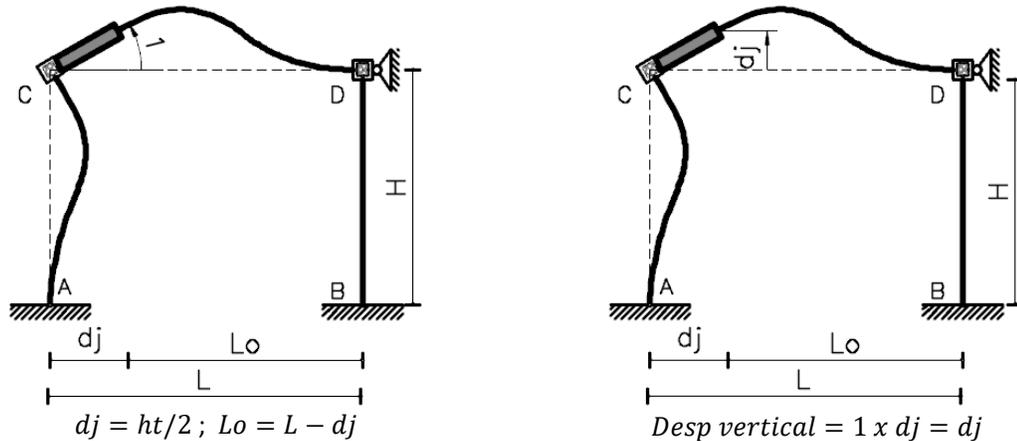


Figura 7. Configuración Deformada debida a un Giro Unitario en C ($X_1=1$)

Para determinar las reacciones en la dirección de los vínculos adicionales incluidos en la estructura (de acuerdo con el método aplicado), consideraremos que por efecto del giro unitario en C aparecen dos movimientos en el extremo izquierdo de la viga, un giro y un desplazamiento, que pueden ser considerados en forma independiente para la determinación de los coeficientes de rigidez que nos permitirán armar el sistema de ecuaciones para calcular los corrimientos incógnita, figura 8.

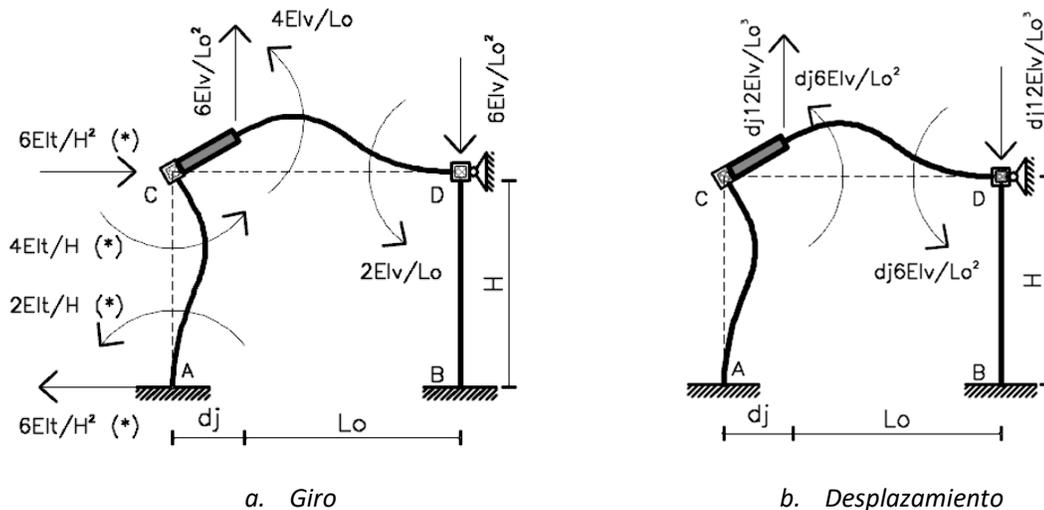


Figura 8. Elástica y Reacciones debido a un Giro Unitario en C ($X_1=1$)



En la figura 8, E : Módulo de Young, I_t, I_c, I_v : Momento de inercia de tabique, columna y viga y (*) indica que no se ha considerado la deformación por corte.

Se observa que, debido al giro unitario en C, cuando $X_1=1$, las reacciones en dirección vertical que aparecen sobre la viga, en el extremo izquierdo, se ubican adyacentes al extremo rígido, por lo que deben ser trasladadas al nudo C, debido a que es en ese punto donde se plantean y deben cumplirse las condiciones de equilibrio en los vínculos agregados para conformar el sistema fijo. (Recordar: los momentos se pueden trasladarse libremente en el plano y que, para trasladar una fuerza paralela a sí misma se debe agregar un sistema en equilibrio en el punto de paso deseado).

En las figuras 9 y 10 se trasladan las reacciones verticales de empotramiento debidas al giro y al desplazamiento vertical del borde izquierdo de la viga al nudo C.

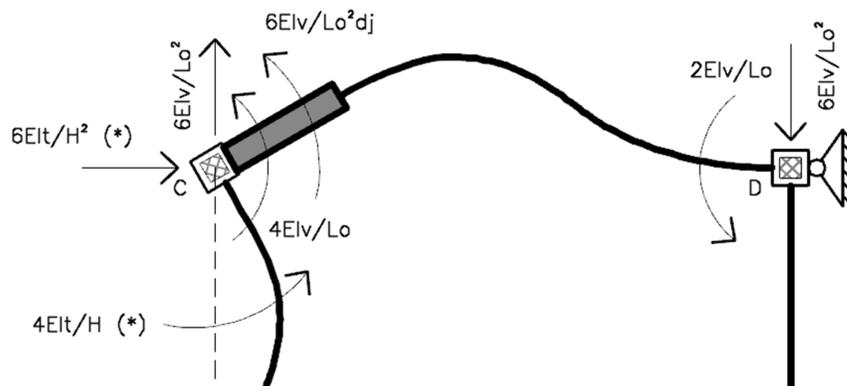


Figura 9. Reacciones debido al giro trasladadas a C

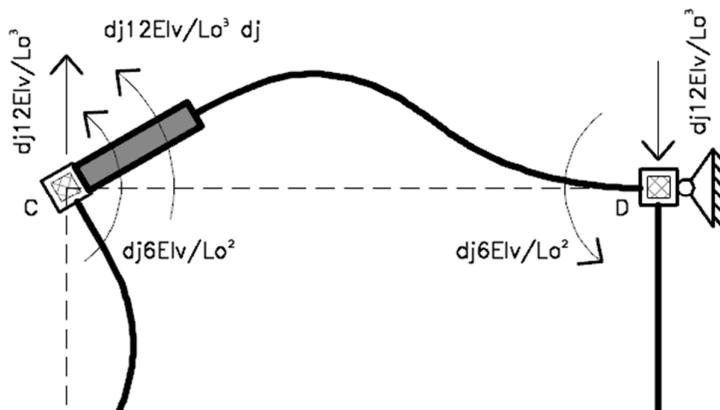
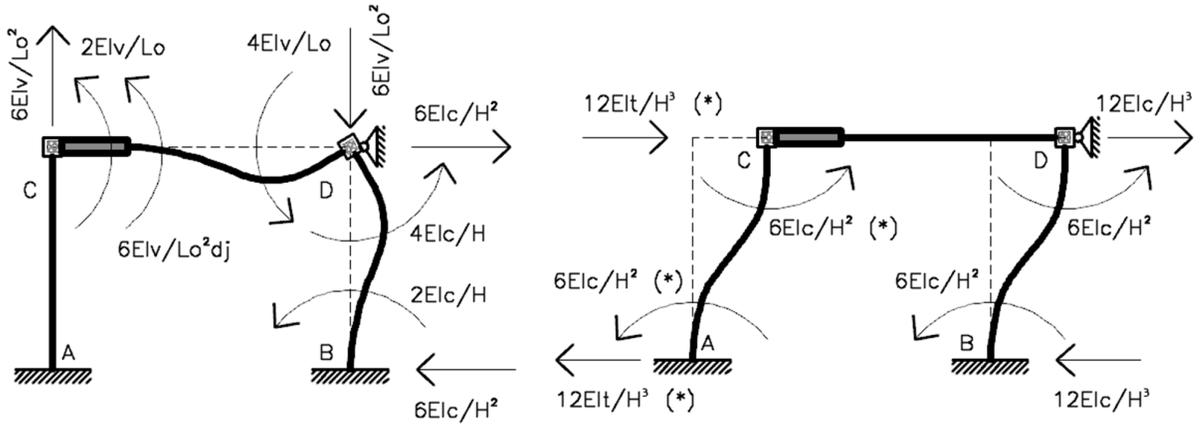


Figura 10. Reacciones debido al desplazamiento trasladadas a C

Siguiendo con los pasos del Método de los Desplazamientos, aplicado al Pórtico Tabique, damos valores unitarios al resto de las incógnitas en forma independiente y sucesiva, es decir $X_2=1$ y $X_3=1$, para así calcular las reacciones debidas a estos movimientos unitarios.



MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS
PÓRTICO TABIQUÉ

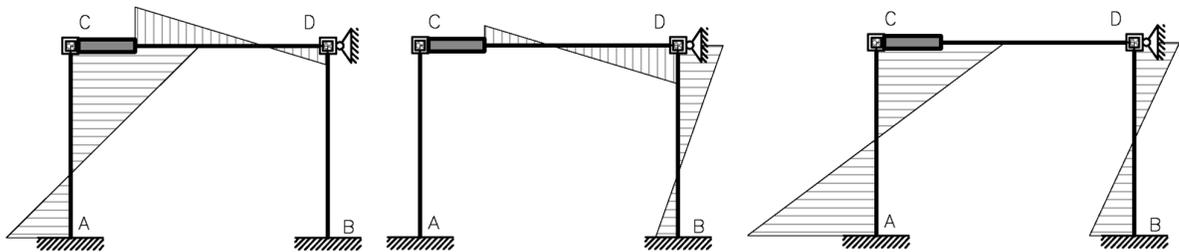


a. $X_2=1$. Con reacciones trasladadas a C

b. $X_3=1$

Figura 11. Elástica y Reacciones en la Dirección de las Incógnitas

Los diagramas de momento y corte que resultan de la aplicación de los valores unitarios de las incógnitas se presentan en forma esquemática, sin escala, en las figuras 12 y 13.

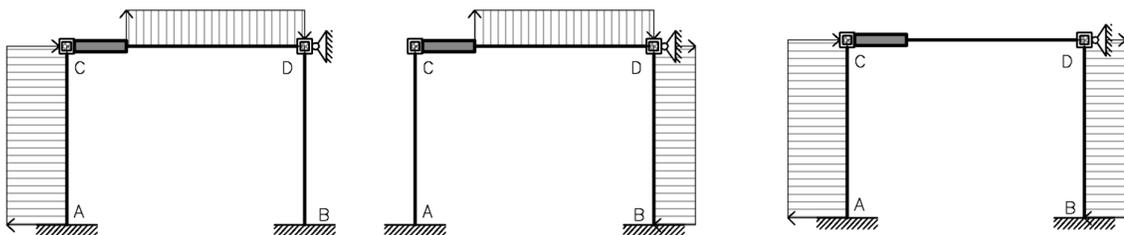


a. $X_1=1$

b. $X_2=1$

c. $X_3=1$

Figura 12. Diagramas de Momento Desequilibrados



a. $X_1=1$

b. $X_2=1$

c. $X_3=1$

Figura 13. Diagramas de Corte Desequilibrados



Influencia de la deformación por corte

En la determinación de las reacciones debidas a desplazamientos (lineales o angulares) impuestos, cuando $X_i = 1$ no se ha considerado la deformación por corte.

Como se dijo previamente la sección transversal de los tabiques tiene como característica principal que su canto es de una magnitud importante, generalmente del orden de la longitud de la barra o miembro estructural, por lo cual en general tienen una relación de aspecto mayor que 0.65 (Relac. Aspecto = $ht/H > 0.65$), entonces estas barras no son esbeltas, y tal como se mencionó durante el desarrollo de el Teorema de los Trabajos Virtuales, en barras poco esbeltas no se puede despreciar la deformación por corte. Entonces en el cálculo de las rigideces flexionales (acciones debidas a giros o desplazamientos unitarios) de esas barras debemos considerar la deformación por corte.

De esta manera se deben hacer los siguientes reemplazos para los términos con (*) de la figura 8 a 11:

Sin Considerar deformación por corte		Considerando Deformación por corte
$4 \frac{EI}{L}$	cambia por	$2 \frac{EI}{L} \left(\frac{2 + \beta}{1 + 2\beta} \right)$
$2 \frac{EI}{L}$	cambia por	$2 \frac{EI}{L} \left(\frac{1 - \beta}{1 + 2\beta} \right)$
$6 \frac{EI}{L^2}$	cambia por	$6 \frac{EI}{L^2} \left(\frac{1}{1 + 2\beta} \right)$
$12 \frac{EI}{L^3}$	cambia por	$12 \frac{EI}{L^3} \left(\frac{1}{1 + 2\beta} \right)$
Donde	$\beta = 6\chi \frac{EI}{GAL^2}$	$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$

En el Anexo 1, se incluye la deducción de los momentos y cortes debidos a giros y desplazamientos unitarios.

Cálculo de los términos de la Matriz de Rigidez

De las figuras 8 a 11, calculamos las reacciones r_{ij} donde el subíndice i se refiere a la dirección de la incógnita y el subíndice j indica debido a quien se produce esa reacción, es decir r_{ij} es la reacción en la dirección de la incógnita i debido a un movimiento (desplazamiento o giro) en la dirección de la incógnita j , atendiendo a que esos movimientos los producen los valores unitarios de las incógnitas, para estas reacciones se utiliza la r minúscula, obteniendo:

$$\begin{aligned}
 X_1 = 1 \quad r_{11} &= 2 \frac{EI_t}{H} \left(\frac{2 + \beta}{1 + 2\beta} \right) + 4 \frac{EI_v}{Lo} + \\
 &+ 6 \frac{EI_v}{Lo^2} dj + dj 6 \frac{EI_v}{Lo^2} + dj 12 \frac{EI_v}{Lo^3} dj \quad r_{21} = 2 \frac{EI_v}{Lo} + dj 6 \frac{EI_v}{Lo^2} \quad r_{31} = 6 \frac{EI_t}{H^2} \left(\frac{1}{1 + 2\beta} \right) \\
 X_2 = 1 \quad r_{12} &= 2 \frac{EI_v}{Lo} + 6 \frac{EI_v}{Lo^2} dj \quad r_{22} = 4 \frac{EI_v}{Lo} + 4 \frac{EI_c}{H} \quad r_{32} = 6 \frac{EI_c}{H^2}
 \end{aligned}$$

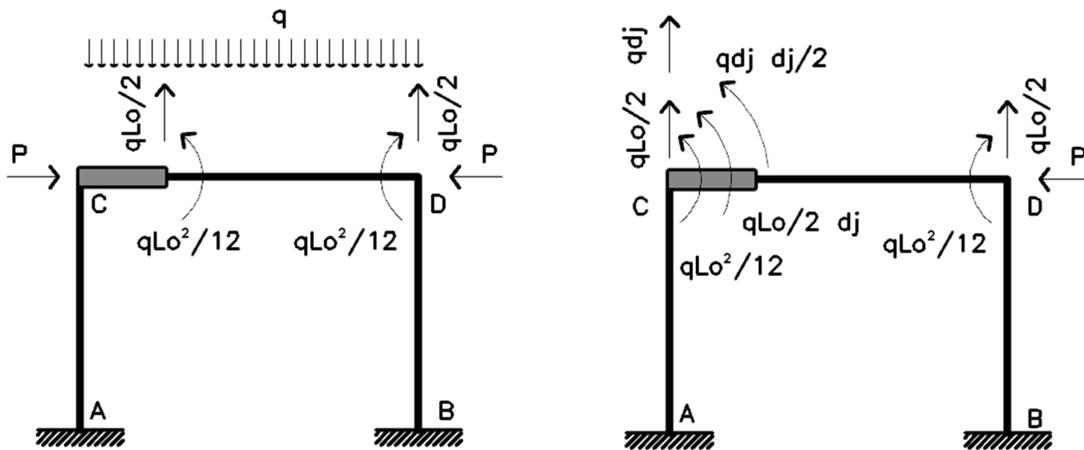


$$X_3 = 1 \quad r_{13} = 6 \frac{EI_t}{H^2} \left(\frac{1}{1 + 2\beta} \right) \quad r_{23} = 6 \frac{EI_c}{H^2} \quad r_{33} = 12 \frac{EI_t}{H^3} \left(\frac{1}{1 + 2\beta} \right) + 12 \frac{EI_c}{H^3}$$

Consideraciones sobre las Cargas

Finalmente, para calcular las reacciones del sistema exterior de cargas, en la dirección de las distintas incógnitas en los vínculos del sistema fijo, también debe considerarse el efecto del extremo rígido en el costado izquierdo de la viga.

Además, se debe considerar la porción de la carga distribuida que actúa directamente sobre el extremo rígido. Como por hipótesis el extremo es infinitamente rígido y está conectado a un nudo rígido la resultante de todas las cargas aplicadas sobre él debe trasladarse al nudo C, ver figura 14.



a. Cargas y Reacciones en el Sistema Fijo

b. Reacciones Trasladas a C

Figura 14. Reacciones Sistema Exterior de Cargas

Resultando los siguientes valores para las reacciones:

$$R_{10} \quad R_{10} = q \frac{Lo^2}{12} + q \frac{Lo}{2} dj + q dj \frac{dj}{2} \quad R_{20} = -q \frac{Lo^2}{12} \quad R_{30} = -P$$

En este caso el subíndice 0, indica que son reacciones debido al sistema exterior de cargas, y se utiliza la R mayúscula debido a que las cargas actúan con su verdadera magnitud.

Los diagramas de momento y corte que resultan de la aplicación del sistema exterior de cargas se presentan en forma esquemática, sin escala en la figura 15.



FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

ANÁLISIS ESTRUCTURAL I Curso 2020

MÉTODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS PÓRICO TABIQUE



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



a. Diagrama de Momentos Desequilibrado

b. Diagrama de Corte Desequilibrado

Figura 15. Diagramas Característicos debidos al Sistema Exterior de Cargas

Habiendo calculado los coeficientes de las incógnitas (términos de la matriz de rigidez) y los términos independientes (reacciones del sistema exterior de cargas), se pueden plantear las ecuaciones de equilibrio de la siguiente forma:

$$R_{10} + r_{11}X_1 + r_{12}X_2 + r_{13}X_3 = 0$$

$$R_{20} + r_{21}X_1 + r_{22}X_2 + r_{23}X_3 = 0$$

$$R_{30} + r_{31}X_1 + r_{32}X_2 + r_{33}X_3 = 0$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se pueden calcular los corrimientos que representan las incógnitas cinemáticas del problema.

Con los valores de esas incógnitas y los diagramas de esfuerzos característicos desequilibrados, figuras 12, 13 y 15, se pueden obtener los diagramas de esfuerzos característicos finales por superposición, escalando los valores de los esfuerzos de los diagramas unitarios de las incógnitas con los verdaderos valores de las mismas.