ANALISIS ESTRUCTURAL I

Unidad 4

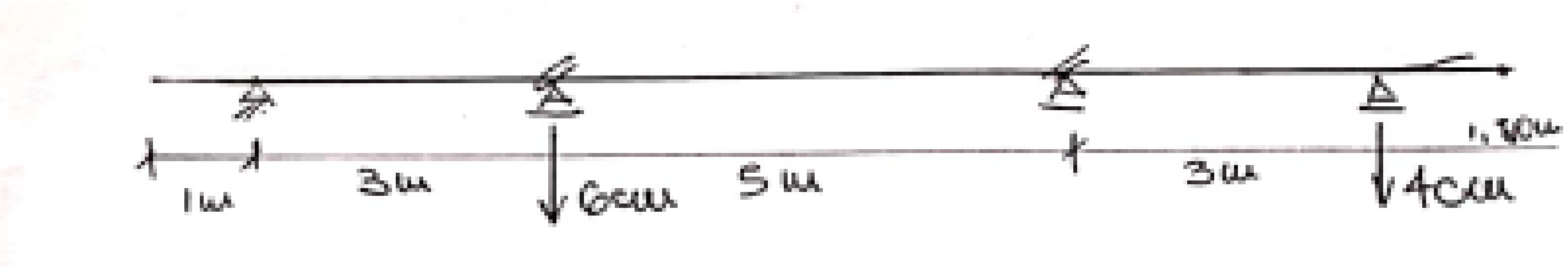
Resolución de problemas utilizando el Método de los Desplazamientos - Problemas 4-5

Dr. Ing. Carlos García Garino

Carrera de Ingeniería Civil,
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo
Abril de 2022

P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

En la figura se muestra la viga continua de tres vanos, el Sistema Fundamental correspondiente y también se indica el valor de los descensos de apoyo.

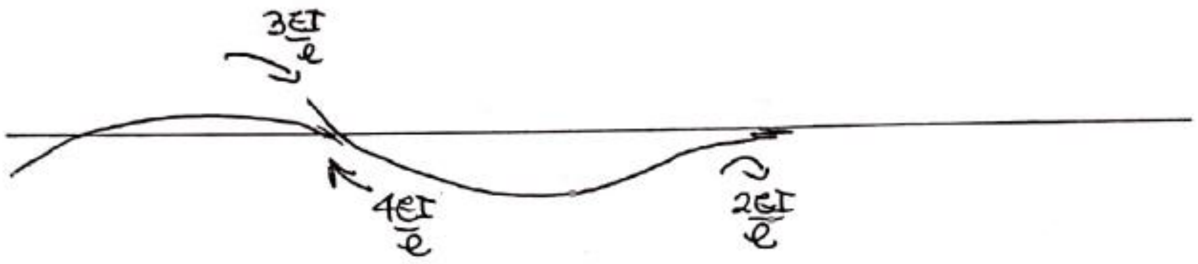


El problema tiene dos incógnitas cinemáticas: los giros en los apoyos C y D. Por tal razón se bloquean dichos giros, conformando así el Sistema Fundamental. Deben calcularse las rigideces y los términos de carga o términos independientes, que en este caso se deben a los descensos de apoyo.

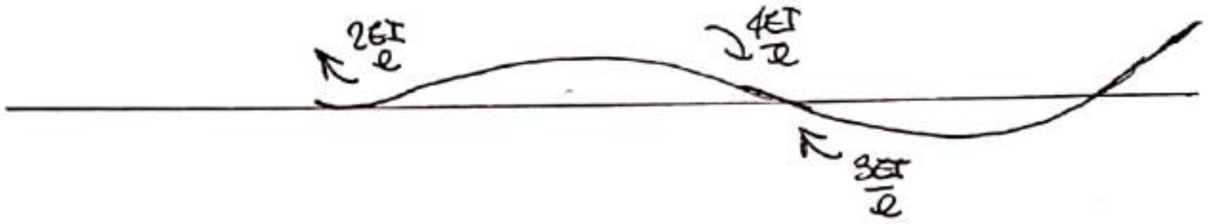
P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

Para calcular las rigideces r_{11}, r_{22}, r_{12} y r_{21} se aplican giros unitarios X_1=1 y X_2=1. Por el teorema de Maxwell resulta r_{12} = r_{21} y por simetría debe ser $r_{11} = r_{22}$.

X_1=1



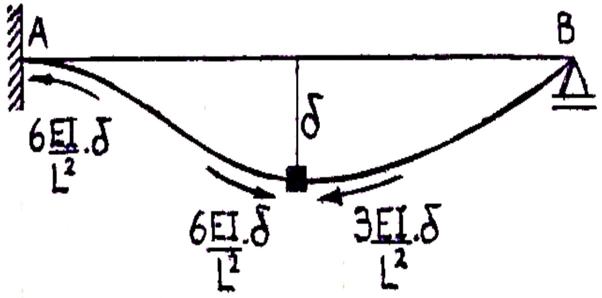
X_2=1



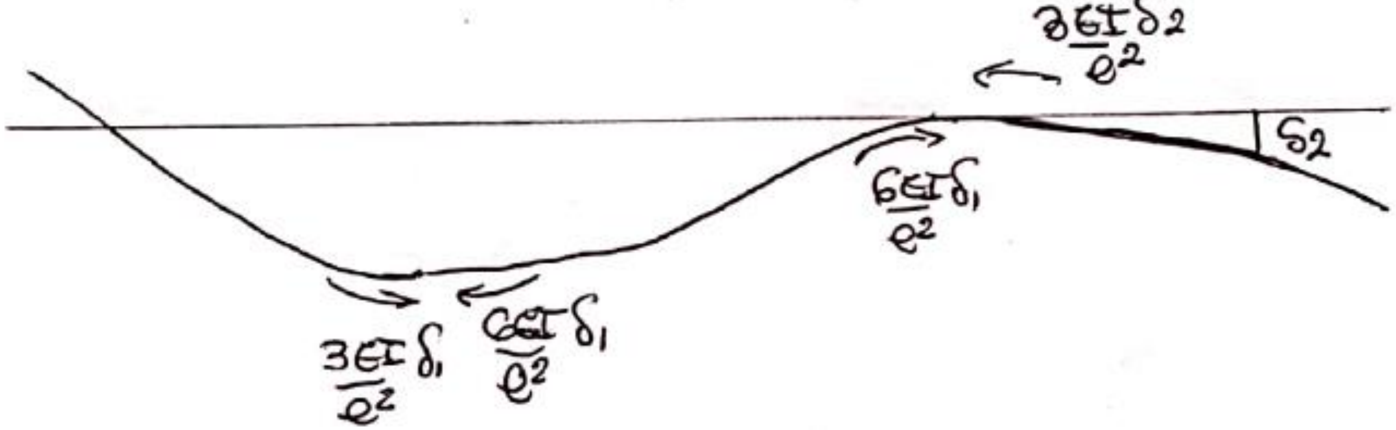
Nótese que ambos giros unitarios tienen el mismo sentido en el Sistema Fundamental, en este caso horario.

P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

Los términos independientes r_{10} y r_{20} dependen de los descensos de apoyo. En este caso δ_1 y δ_2 representan a v_C y v_E respectivamente. Los términos independientes se deben calcular en el Sistema Fundamental, según el siguiente esquema.



δ



P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.

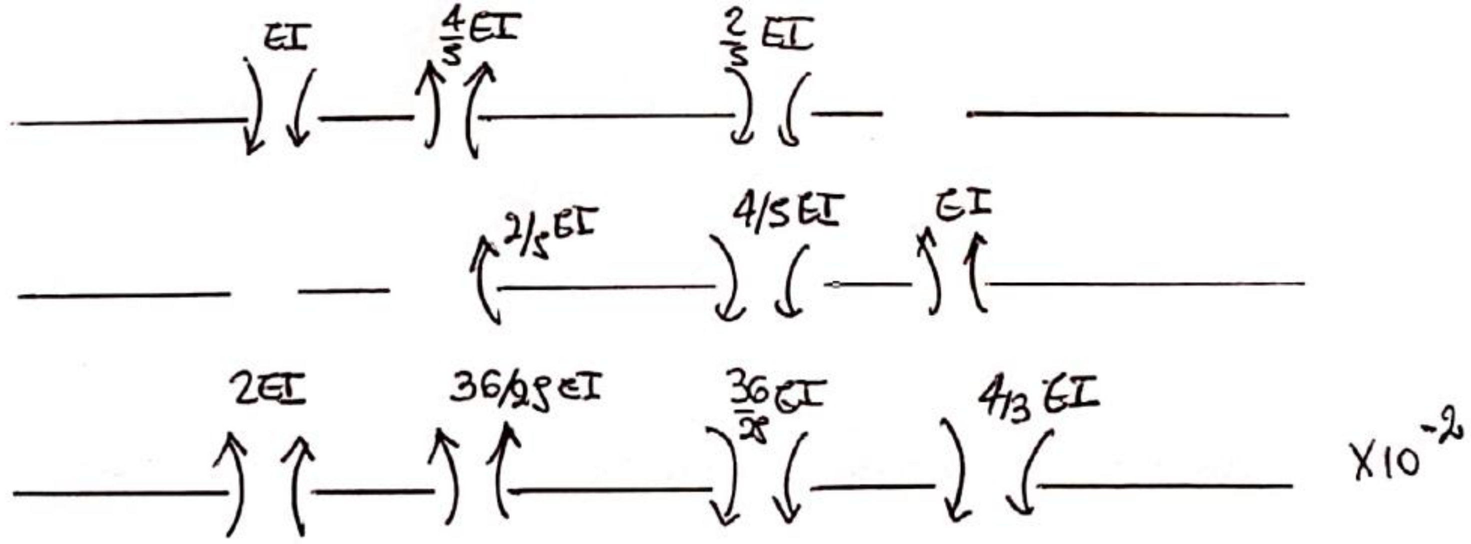
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

Una vez calculadas las rigideces y términos independientes se pueden plantear las ecuaciones de equilibrio

X_1=1

X_2=1

δ



$$-\frac{14}{25}EI\times10^{-2}+\frac{9}{5}EIX_1+\frac{2}{5}EIX_2=0 \quad \rightarrow \quad X_1=\frac{394}{1155}\times10^{-2}$$

$$\frac{8}{75}EI\times10^{-2}+\frac{2}{5}EIX_1+\frac{9}{5}EX_2=0 \quad \quad X_2=-\frac{52}{385}\times10^{-2}$$

P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.

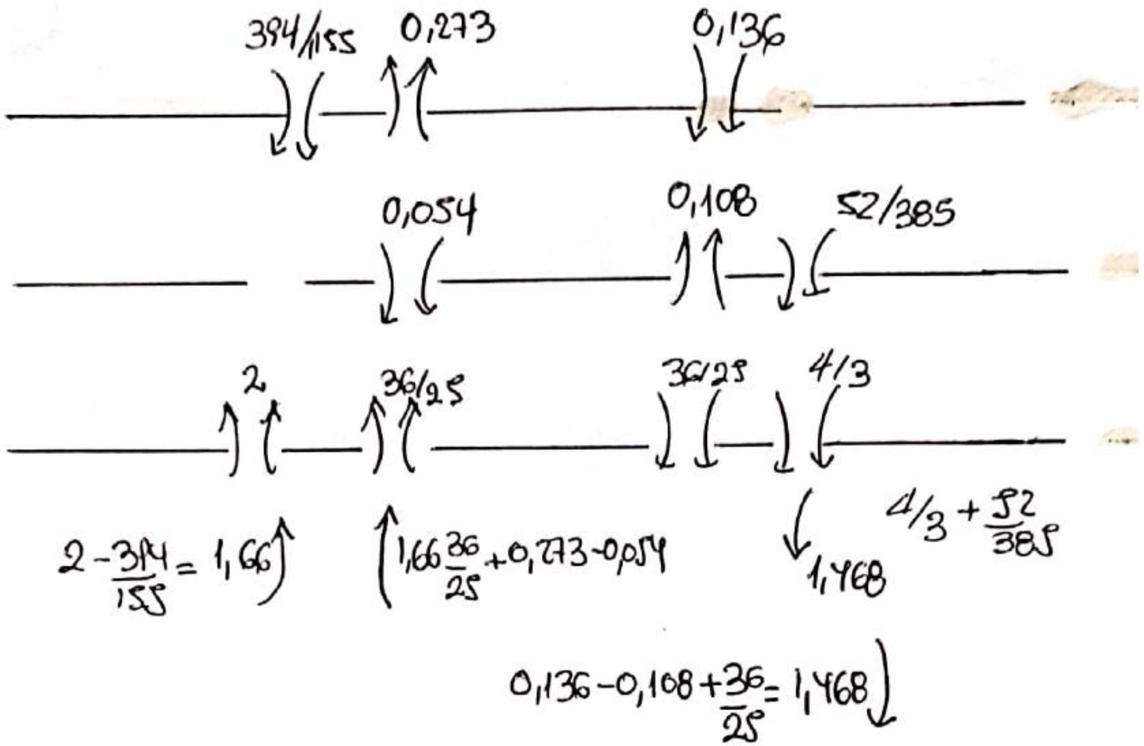
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

En función de las incógnitas y los términos independientes se calculan los momentos en los nudos. Puede observarse que, para cada nudo donde se bloqueó la incógnita, el valor del momento por izquierda y derecha es el mismo. Este resultado es consecuencia del equilibrio impuesto a la viga.

$X_1 = \frac{394}{1155}$ $\quad 1.10^{-2}$

$X_2 = \frac{52}{385}$ $\quad 1.10^{-2}$

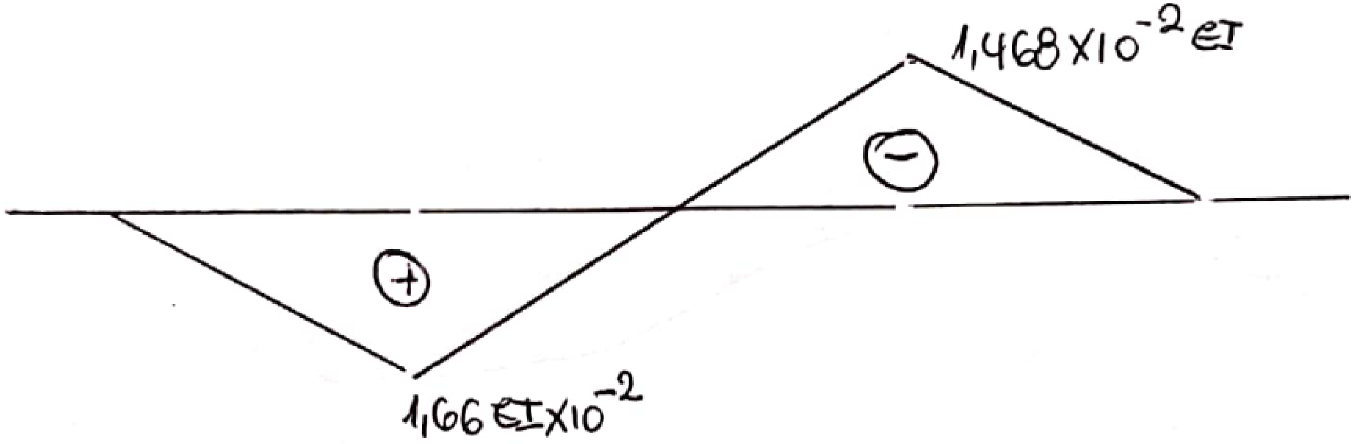
δ $\quad 1.10^{-2}$



P4 -Resolución de una viga continua de tres tramos.

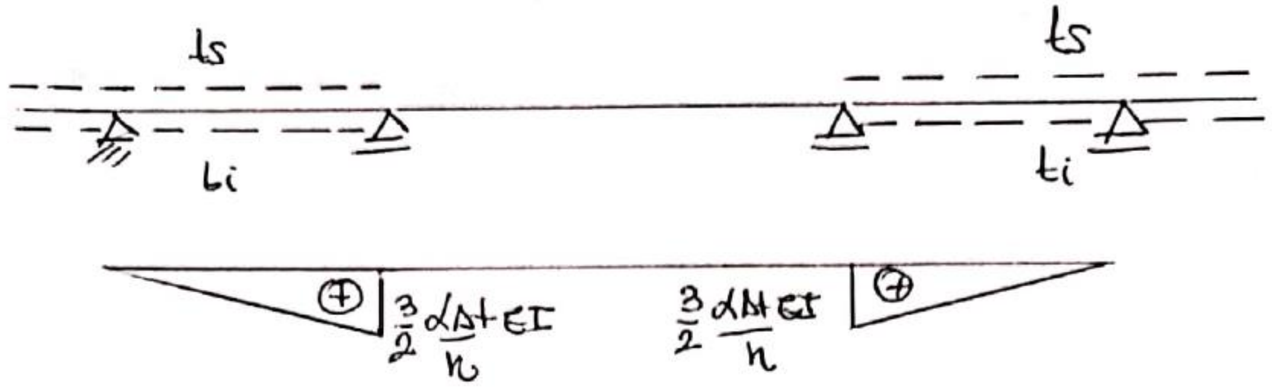
Caso de descenso de Apoyos. Método de los Desplazamientos

Una vez conocidos los pares en los nudos, obtenidos como una combinación lineal de los diagramas en el Sistema Fundamental, debidos a las incógnitas y a los términos independientes, es inmediato trazar el diagrama de Momentos final. El resultado obtenido es igual al calculado mediante el Método de las Fuerzas.



P5 -Resolución de una viga continua de tres tramos.
Caso de Acciones térmicas. Método de los Desplazamientos

En la figura se muestra la viga continua de tres vanos, las acciones térmicas correspondientes y los diagramas de momentos que aparecen en el Sistema Fundamental, debido a las acciones térmicas.



Las rigideces y la matriz de rigidez ya se han calculado en el problema anterior, luego pueden plantearse directamente las ecuaciones de equilibrio.

P5 -Resolución de una viga continua de tres tramos.

Caso de Acciones térmicas. Método de los Desplazamientos

A partir de las ecuaciones de equilibrio se calculan las incógnitas.

$$-\frac{3}{2}\frac{\alpha\Delta t}{h}EI + \frac{8}{5}EIX_1 + \frac{2}{5}EIX_2 = 0$$

$$\frac{3}{2}\frac{\alpha\Delta t}{h}EI + \frac{2}{5}EIX_2 + \frac{8}{5}EIX_2 = 0$$

$$\Rightarrow X_1 = \frac{15}{14}\frac{\alpha\Delta t}{h}$$

$$X_2 = -\frac{15}{14}\frac{\alpha\Delta t}{h}$$

P5 -Resolución de una viga continua de tres tramos.

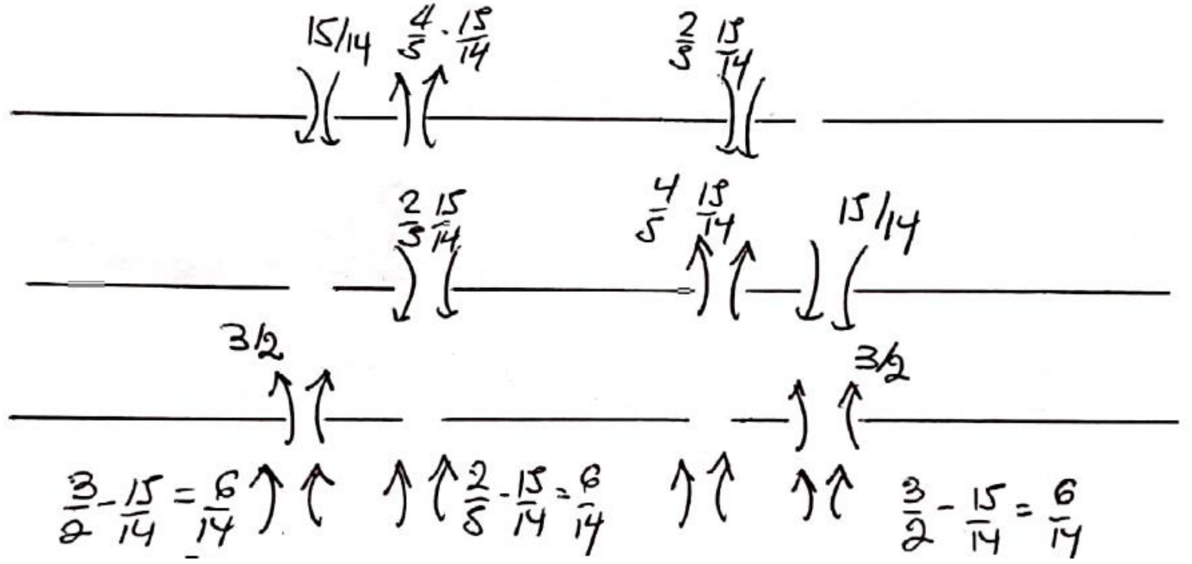
Caso de acciones térmicas. Método de los Desplazamientos

Siguiendo un procedimiento idéntico al del problema 4 se puede calcular el valor de los pares en los nudos.

$X_1 = \frac{15}{14}$

$X_2 = -\frac{15}{14}$

Δt



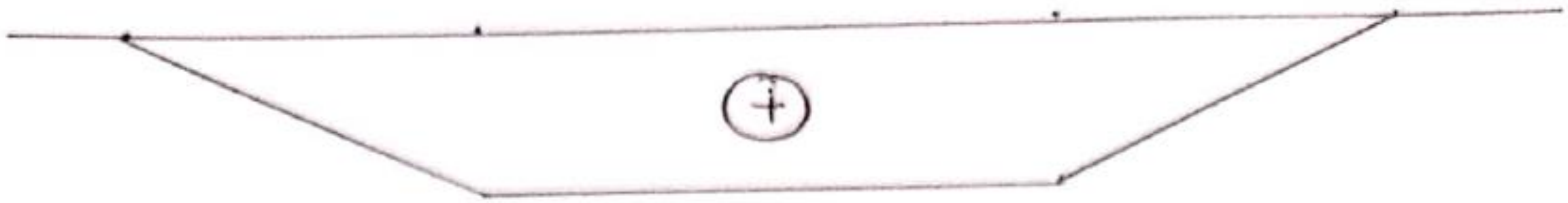
EI α Δt/h

EI α Δt/h

EI α Δt/h

P5 -Resolución de una viga continua de tres tramos.
Caso de acciones térmicas. Método de los Desplazamientos

El valor del momento es el mismo en ambos nudos, como era de esperar por ser un problema simétrico. El valor final resulta: M= $\frac{6}{14}$ EI α Δt/h = $\frac{6\ 20\ 1{,}2\ 10-5}{14}$ EI/h = $\frac{72\ 10-5}{7}$ EI/h



Discusión de resultados

El planteo y solución de los Problemas 4 y 5 es completamente similar. Las rigideces son las mismas y cambian los términos de carga.
En el Método de los desplazamientos, tanto los descensos de apoyo como las acciones térmicas provocan momentos en el Sistema Fundamental.
Por supuesto que el cálculo de los términos independientes es diferente para cada caso, como se explicó para cada uno de los ejemplos en las filminas anteriores.
Como se ha podido observar el procedimiento utilizado para resolver los problemas mediante el Método de los Desplazamientos es sistemático, con la salvedad del cálculo de los términos independientes.
Por último un comentario de tipo práctico: siempre que resulte posible es preferible, en ejemplos sencillos como los vistos, dejar expresados los resultados en función de los datos del problema (E, I, a, Dt, h, etc.).