ANALISIS ESTRUCTURAL I

Unidad 6

Distribución de Fuerzas Sísmicas en Planta

Dr. Ing. Carlos García Garino

Carrera de Ingeniería Civil,
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo

Mayo de 2022

Temario

1. Acciones Horizontales: Sismo y Viento
2. Métodos Estático y Dinámico
3. Método Estático
4. Rigidez estructural frente a desplazamientos horizontales
5. Condensación estática de la matriz de rigidez
6. Cálculo del Coeficiente Sísmico C

Acciones Horizontales

Las *Acciones Horizontales* que generan solicitaciones en las estructuras se originan a partir de dos fenómenos principalmente, el viento o el sismo.

VIENTO

El viento suele afectar en mayor medida a estructuras livianas (como naves industriales, cubiertas metálicas, etc.) y cobra relevancia en zonas donde alcanza velocidades altas.

SISMO

El sismo, por el contrario, afecta principalmente a estructuras cuyo peso es considerable. Esto se debe a que, ante los movimientos sísmicos acelerados del suelo, el peso propio de la estructura genera *Acciones Sísmicas* (originalmente dinámicas) para mantener su estado de movimiento. Dado esto, vemos que los efectos sísmicos son *Efectos Inerciales*.

Distribución de Fuerzas Sísmicas en Planta

Métodos Estático y Dinámico

Para llevar a cabo el análisis y cálculo de estructuras sometidas a acciones horizontales, hay dos posibilidades:

a) *Análisis Dinámico*, que salvo casos muy simples, requiere emplear simulación numérica. En este caso se debe utilizar un acelerograma o un espectro de respuesta para modelar las acciones sísmicas y estudiar, en régimen dinámico, la respuesta estructural. Pueden emplearse técnicas de autovalores y superposición modal o técnicas de integración temporal paso a paso. El tema se trata en profundidad en Ingeniería Sismoresistente

b) *Análisis Estático* es un método alternativo, en general válido para estructuras más simples, mediante el cual se calcula una acción horizontal y se distribuye la misma en función de la rigidez de los elementos estructurales que brindan rigidez horizontal a la estructura. En esta asignatura nos limitamos a estudiar el método estático.

Método Estático

El *Método Estático* es un análisis que supone una hipotética *Fuerza Sísmica* F_S horizontal y proporcional al peso total W de dicha estructura:

$$\mathbf{F_S = C.W}$$

El *Coeficiente Sísmico C*, obtenido se obtiene en función del lugar de emplazamiento de la estructura, las características de la respuesta dinámica de la misma, el tipo de suelo portante, y el destino de la estructura. El peso de la construcción W, se adopta como aquel que probablemente esté presente durante el terremoto de diseño, por lo que está compuesto por el *peso propio* de los elementos estructurales más la *sobrecarga*.

Dicha fuerza sísmica total será distribuida en la altura de la estructura, afectando un porcentaje de ella a cada nivel o piso en función de su masa. La fuerza que afecta a cada nivel será entonces distribuida entre los elementos estructurales que sostienen al nivel en cuestión, en función de su *Rigidez a Desplazamientos Horizontales*.

Finalmente, la resolución consistirá en determinar la fracción de esa fuerza total que recibirá cada elemento para luego, en caso de realizar un dimensionamiento, verificar si los mismos son capaces de resistirla.
Cabe destacar que la distribución de fuerzas sísmicas horizontales corresponde a la resolución de un *sistema hiperestático*, cuya mayor o menor complejidad dependerá de la cantidad de elementos estructurales presentes.

Hipótesis del Método Estático

a) La distribución real de la masa de toda la estructura se sustituye por un *sistema de masas discretas* (concentradas en cada nivel o planta) y se consideran vinculadas por los elementos estructurales verticales supuestos sin masa.

b) Dada una *Fuerza A* (equivalente a la fuerza o acción sísmica $\mathbf{F_S}$) conocida a nivel de planta, esta puede descomponerse en dos componentes A_x y A_y según ejes convenientes.

Hipótesis del Método Estático

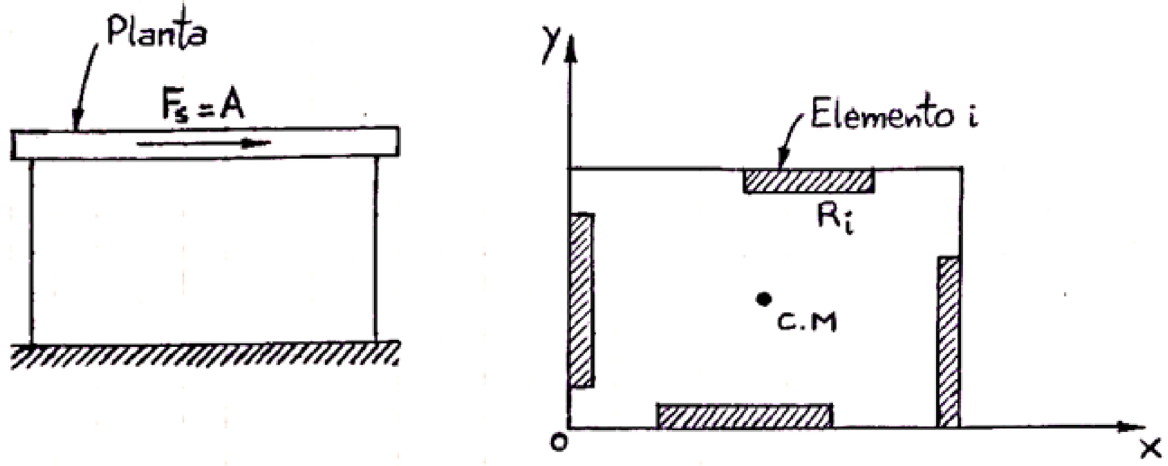
c) Se suponen conocidas todas las rigideces de los elementos estructurales que concurren a la planta considerada.

d) A nivel de planta existe una losa rígida o *Diafragma Horizontal Rígido*, indeformable en su plano, cuya función es recolectar las fuerzas horizontales concurrentes al nivel en el cual se encuentra y distribuirlas a los elementos verticales del sistema que resisten lateralmente (muros, pórticos, tabiques, etc.).

e) Dado que esta losa concentra la mayoría del peso correspondiente al nivel analizado, y que el análisis se basa en su movimiento, la fuerza sísmica se considera aplicada en su *centro de masa CM*.

MODELO DE CALCULO y GRADOS DE LIBERTAD

Se considera una estructura de un solo nivel en el cual se encuentra una losa rígida, sometida a una fuerza sísmica horizontal A.



la losa es un diafragma rígido por hipótesis. Luego todos sus puntos se mueven solidariamente y lo mismo sucede con los elementos estructurales vinculados a la losa.
El movimiento del sistema quedará determinado si se conoce la posición deformada del plano horizontal de la losa. Luego el problema posee 3 grados de libertad.

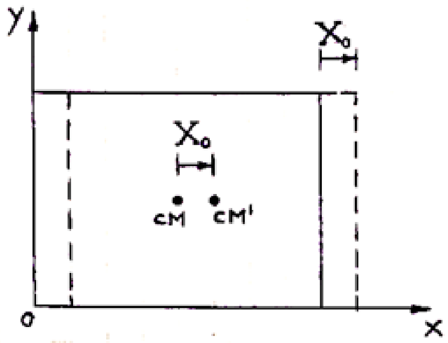
CINEMÁTICA

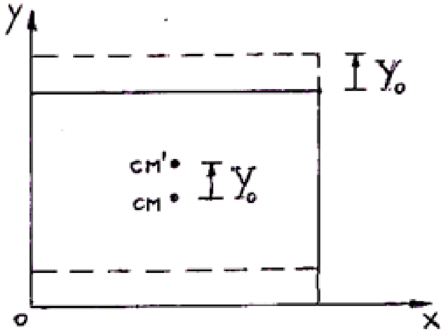
El movimiento de un sólido rígido es una *roto traslación*, que posee tres componentes o grados de libertad:

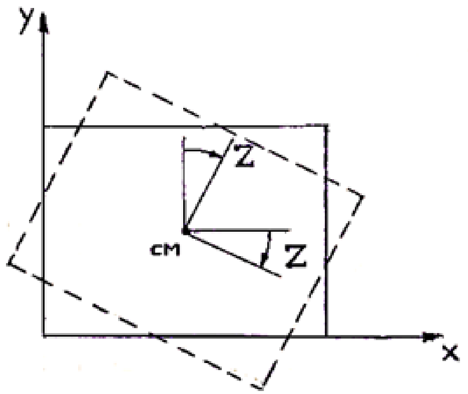
Un desplazamiento traslacional en la dirección x, denominado X_0.

Un desplazamiento traslacional en la dirección y, denominado Y_0.

Una rotación, denominada Z, alrededor del eje z (normal al plano de la losa).

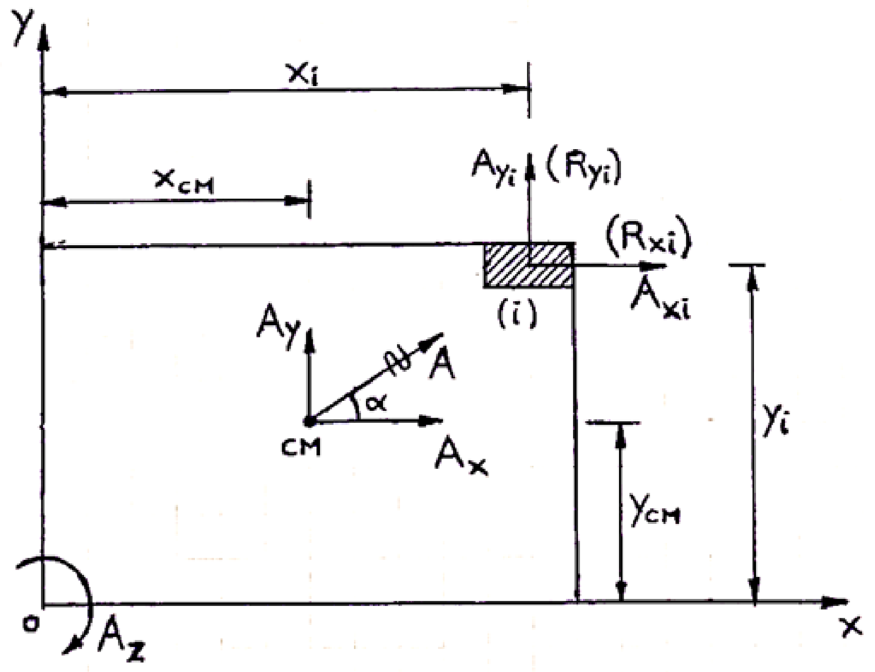






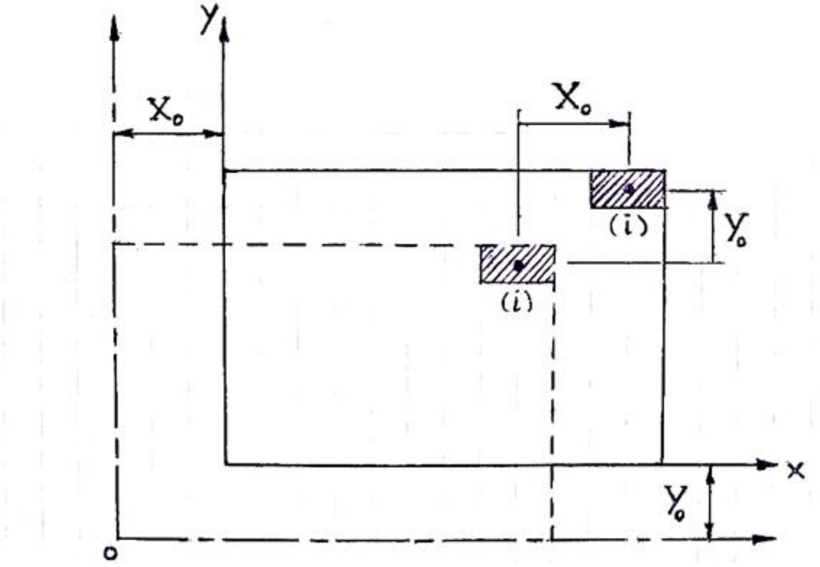
CINEMÁTICA

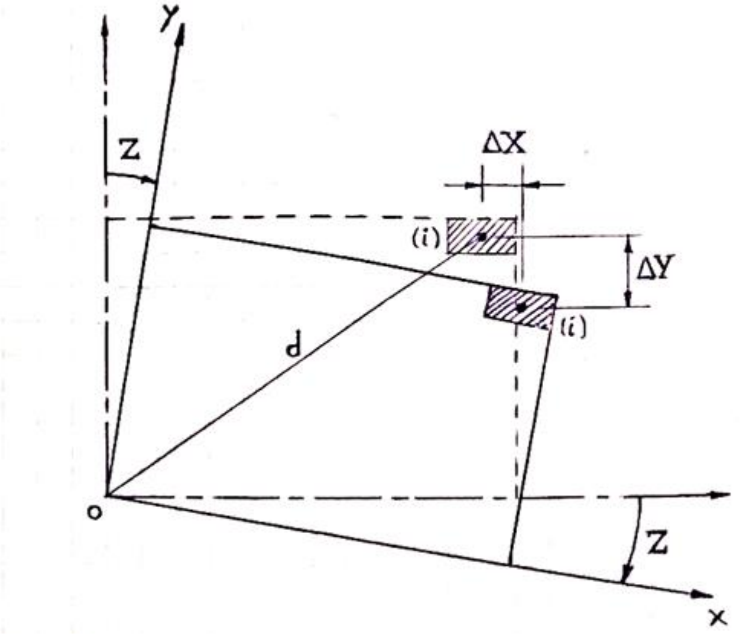
El movimiento de los elementos estructurales vinculados rígidamente a la losa se puede calcular en función de sus grados de libertad X_0, Y_0 y Z.



CINEMÁTICA

El movimiento de los elementos estructurales vinculados rígidamente a la losa se puede calcular en función de sus grados de libertad X_0, Y_0 y Z.

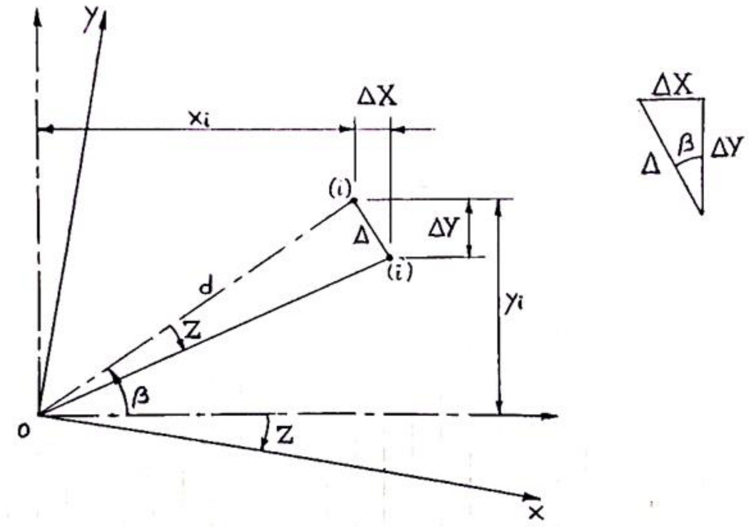




$$u_{xi} = X_0 + \Delta X$$
$$u_{yi} = Y_0 - \Delta Y$$

CINEMÁTICA

A partir de sencillos cálculos geométricos, los movimientos del centro de masa de un elemento estructural i, u_{xi} y u_{yi} pueden calcularse en función de los movimientos de la losa X_0, Y_0 y Z, y de las coordenadas x_i e y_i del centro de masa de elemento considerado según:



$$\tan Z = \frac{\Delta}{d} \cong Z \qquad \Delta = d.Z$$

$$\Delta X = \Delta.\text{sen}\,\beta = d.Z.\text{sen}\,\beta$$

$$\Delta Y = \Delta.\cos\beta = -d.Z.\cos\beta$$

$$\Delta X = y_i.Z$$

$$\Delta Y = -x_i.Z$$

$$u_{xi} = X_0 + \Delta X = X_0 + y_i.Z$$

$$u_{yi} = Y_0 + \Delta Y = Y_0 - x_i.Z$$

ACCIONES SOBRE UN ELEMENTO GENÉRICO

A partir de los desplazamientos calculados, teniendo en cuenta la definición de rigidez, pueden obtenerse las acciones sobre los elementos.

$$A_{xi} = R_{xi} . u_{xi}$$

$$A_{yi} = R_{yi} . u_{yi}$$

Reemplazando los desplazamientos por sus expresiones en función de los movimientos de la losa resulta:

$$A_{xi} = R_{xi} . (X_0 + y_i . Z)$$

$$A_{yi} = R_{yi} . (Y_0 - x_i . Z)$$

SUMA DE ACCIONES SOBRE LA PLANTA

La suma de las componentes x e y de las acciones de cada elemento debe ser igual a la *Acción Total en Planta.*

$$\mathrm{A_x} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{A_{xi}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{xi}}.\,(\mathrm{X_0} + \mathrm{y_i}.\,\mathrm{Z})$$

$$\mathrm{A_y} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{A_{yi}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{yi}}.\,(\mathrm{Y_0} - \mathrm{x_i}.\,\mathrm{Z})$$

Los movimientos $\mathrm{X_0}$, $\mathrm{Y_0}$ y Z, son independientes de la sumatoria y se los puede extraer como factor común:

$$\mathrm{A_x} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{A_{xi}} = \mathrm{X_0}.\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{R_{xi}} + \mathrm{Z}.\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{R_{xi}}\,.\,\mathrm{y_i}$$

$$\mathrm{A_y} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{A_{yi}} = \mathrm{Y_0}.\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{R_{yi}} - \mathrm{Z}.\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{R_{yi}}\,.\,\mathrm{x_i}$$

SUMA DE ACCIONES SOBRE LA PLANTA

Para simplificar la notación de las expresiones, se denominan a las rigideces totales en las direcciones x e y como:

$$\mathrm{R_{xx}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{xi}} \qquad \mathrm{R_{yy}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{yi}}$$

Los momentos estáticos de las rigideces del elemento i con respecto los ejes x e y, se expresan respectivamente como $\mathrm{R_{xi}.\,y_i}$ y $\mathrm{R_{yi}.\,x_i}$. Las sumatorias de los mismos para los n elementos permiten obtener los *Momentos Estáticos o de primer orden* de las Rigideces de los elementos estructurales, respecto a los ejes x e y.

$$\mathrm{S_x} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{xi}\,.\,y_i}$$

$$\mathrm{S_y} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{R_{yi}\,.\,x_i}$$

SUMA DE ACCIONES SOBRE LA PLANTA

Luego, las acciones sísmicas en las direcciones x e y quedan expresadas como:

$$\mathrm{A_x} = \mathrm{R_{xx}}.\mathrm{X_0} + \mathrm{S_x}.\mathrm{Z}$$

$$\mathrm{A_y} = \mathrm{R_{yy}}.\mathrm{Y_0} - \mathrm{S_y}.\mathrm{Z}$$

El *momento torsor total* $\mathbf{A_z}$ se escribe en función de las acciones $\mathbf{A_x}$ y $\mathbf{A_y}$ y las coordenadas del Centro de Masa como:

$$\mathrm{A_z} = \mathrm{A_x}.\mathrm{y_{CM}} - \mathrm{A_y}.\mathrm{x_{CM}}$$

Mediante el Teorema de Varignon puede escribirse A_z en función de las componentes A_{xi} y A_{yi} según:

$$\mathrm{A_z} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{A_{xi}}\,.\,\mathrm{y_i} - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{A_{yi}}\,.\,\mathrm{x_i}$$

SUMA DE ACCIONES SOBRE LA PLANTA

Ordenando términos queda:

$$A_z = \sum_{i=1}^{n} [R_{xi}.(X_0 + y_i.Z)].y_i - \sum_{i=1}^{n} [R_{yi}.(Y_0 - x_i.Z)].x_i$$

$$A_z = X_0.\sum_{i=1}^{n} R_{xi}.y_i + Z.\sum_{i=1}^{n} R_{xi}.{y_i}^2 - Y_0.\sum_{i=1}^{n} R_{yi}.x_i + Z.\sum_{i=1}^{n} R_{yi}.{x_i}^2$$

$$A_z = X_0.S_x - Y_0.S_y + Z.\left(\sum_{i=1}^{n} R_{xi}.{y_i}^2 + \sum_{i=1}^{n} R_{yi}.{x_i}^2\right)$$

El término entre paréntesis se denomina *Momento Polar de Inercia de Rigidez* de la planta con respecto al eje z, que se indica mediante I_{xy} .
Luego se escribe:

$$A_z = S_x.X_0 - S_y.Y_0 + I_{xy}.Z$$

SISTEMA DE ECUACIONES

Se han obtenido tres ecuaciones que relacionan los desplazamientos incógnitas con las acciones sísmicas y las rigideces de los elementos estructurales:

$$A_x = R_{xx}.X_0 + S_x.Z$$

$$A_{yi} = R_{yy}.Y_0 - S_y.Z$$

$$A_z = S_x.X_0 - S_y.Y_0 + I_{xy}.Z$$

Matricialmente se escribe como:

$$\begin{bmatrix} R_{xx} & 0 & S_x \\ 0 & R_{yy} & -S_y \\ S_x & -S_y & I_{xy} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

En notación compacta resulta:

$$\mathbf{K}.\mathbf{u}_0 = \mathbf{A}$$

SISTEMA DE ECUACIONES

Se han obtenido tres ecuaciones que relacionan los desplazamientos incógnitas con las acciones sísmicas y las rigideces de los elementos estructurales:

$$\mathrm{A_x = R_{xx}.X_0 + S_x.Z}$$

$$\mathrm{A_y = R_{yy}.Y_0 - S_y.Z}$$

$$\mathrm{A_z = S_x.X_0 - S_y.Y_0 + I_{xy}.Z}$$

Matricialmente se escribe como:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{R_{xx}} & 0 & \mathrm{S_x} \\ 0 & \mathrm{R_{yy}} & \mathrm{-S_y} \\ \mathrm{S_x} & \mathrm{-S_y} & \mathrm{I_{xy}} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mathrm{X_0} \\ \mathrm{Y_0} \\ \mathrm{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{A_x} \\ \mathrm{A_y} \\ \mathrm{A_z} \end{bmatrix}$$

En notación compacta resulta:

$$\mathbf{K}.\mathbf{u}_0 = \mathbf{A}$$

CENTRO DE RIGIDEZ

Se define al *Centro de Rigidez, CR,* como el punto de la planta en el que se considera concentrada toda la rigidez aportada por los elementos estructurales. Las coordenadas del CR pueden calcularse, de acuerdo al *Teorema de Varignon*, mediante las siguientes expresiones:

$$x_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_{yi} . x_i}{\sum_{i=1}^{n} R_{yi}} = \frac{S_y}{R_{yy}}$$

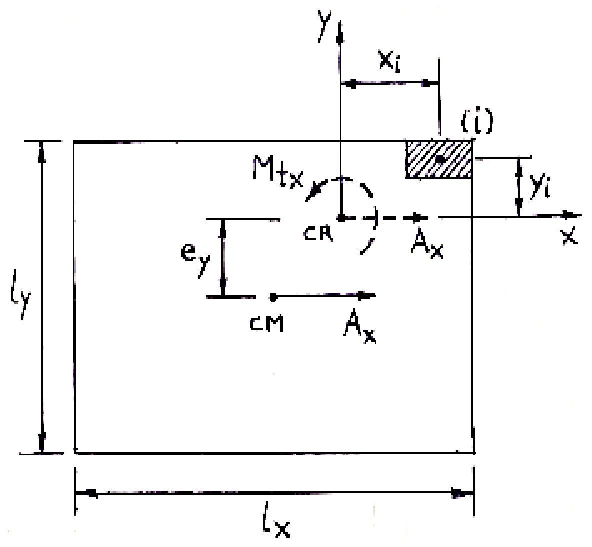
$$y_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_{xi} . y_i}{\sum_{i=1}^{n} R_{xi}} = \frac{S_x}{R_{xx}}$$

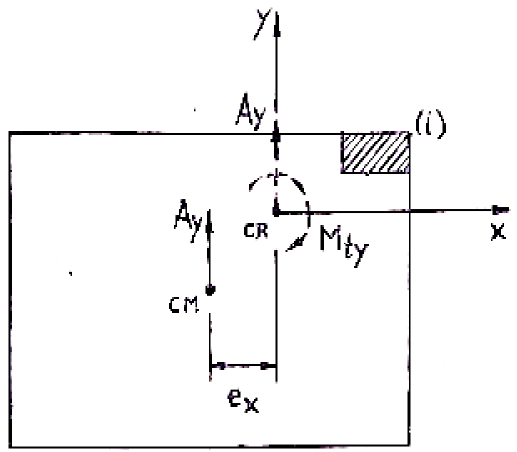
CENTRO DE RIGIDEZ

Generalmente, las coordenadas del centro de masa, CM y del centro de rigidez, CR, no coinciden. Luego la distancia entre ambos puntos, denominada *Excentricidad Estática e,* que puede descomponerse según las direcciones x e y, resulta:

$$e_x = x_{CM} - x_{CR}$$

$$e_y = y_{CM} - y_{CR}$$





SISTEMA DE ECUACIONES REFERIDO AL CENTRO DE RIGIDEZ

El Sistema de ecuaciones que relaciona las acciones con los movimientos de la placa rígida, se puede referir a un nuevo sistema de ejes que pasan por el Centro de Rigidez. Hay que tener en cuenta que los momentos estáticos de las rigideces son nulos respecto de este nuevo sistema de coordenadas.

$$S_x = \sum_{i=1}^{n} R_{yi}.x_i = 0 \quad ; \quad S_y = \sum_{i=1}^{n} R_{xi}.y_i = 0$$

Luego el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{bmatrix} R_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & R_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{xy} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_R \\ Y_R \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

DESPLAZAMIENTOS REFERIDOS AL CENTRO DE RIGIDEZ

El Sistema de ecuaciones referido al centro de rigidez resulta en tres ecuaciones desacopladas que permiten obtener los movimientos de la placa X_R, Y_R y Z, en funciones de las acciones sísmicas:

$$X_R = \frac{A_x}{R_{xx}} \quad ; \quad Y_R = \frac{A_y}{R_{yy}} \quad ; \quad Z = \frac{A_z}{I_{xy}}$$

Es importante analizar el sentido del momento torsor A_z

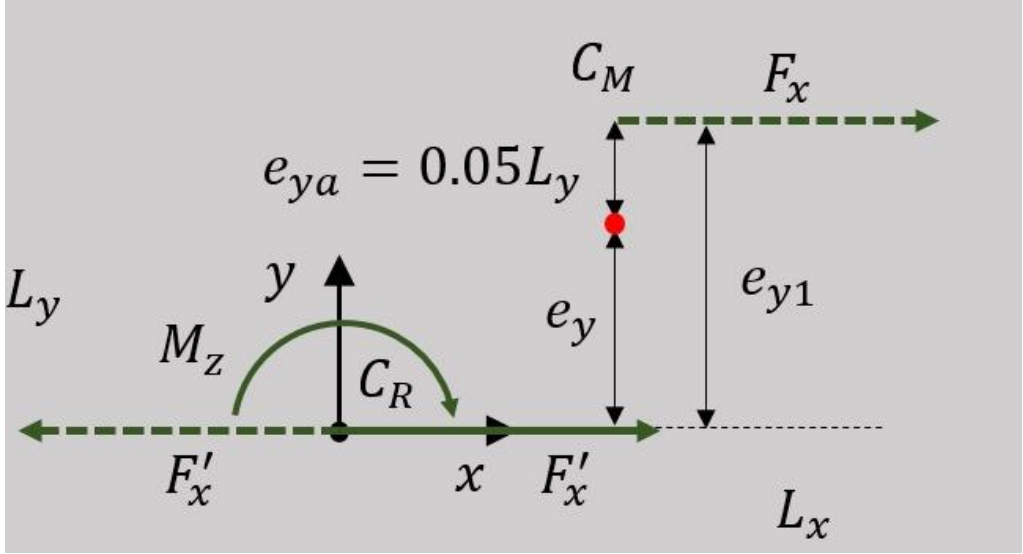
CÁLCULO DEL MOMENTO TORSOR

El momento torsor A_Z respecto de los ejes cartesianos que pasan por el Centro de Rigidez se expresa mediante:

$$A_z = \pm A_x . e_y \pm A_y . e_x$$

$$A_z = \pm M_{tx} \pm M_{ty}$$

Es importante determinar correctamente el sentido de los momentos A_z , M_{tx} y M_{ty} . Para ello es importante recordar la noción de un sistema nulo de cargas.



EXCENTRICIDADES DINÁMICAS

Conocidas las coordenadas de los Centros de Masa y de Rigidez, es inmediato obtener las excentricidades estáticas $\mathbf{e_x}$ y $\mathbf{e_y}$ y calcular la torsión en planta. El *Reglamento Argentino para Construcciones Sismorresistentes IMPRES-CIRSOC 103 Parte I* (Cap. 6.2.4.2) impone una *Excentricidad Accidental* adicional igual al $\pm 5\%$ de la longitud mayor de la planta en la dirección correspondiente.

La excentricidades dinámicas E_x y E_y se expresan según el CIRSOC como:

$$E_x = e_x \pm 0{,}05.\,L_x$$

$$E_y = e_y \pm 0{,}05.\,L_y$$

CÁCULO DE LA TORSIÓN DEBIDA A LA EXCENTRICIDADES DINÁMICAS

El valor de los momentos torsores se ajusta mediante:

$$M_{tx,1} = \pm F_{sx}.E_{y1} = \pm F_{sx}.(e_y + 0{,}05.L_y)$$

$$M_{tx,2} = \pm F_{sx}.E_{y2} = \pm F_{sx}.(e_y - 0{,}05.L_y)$$

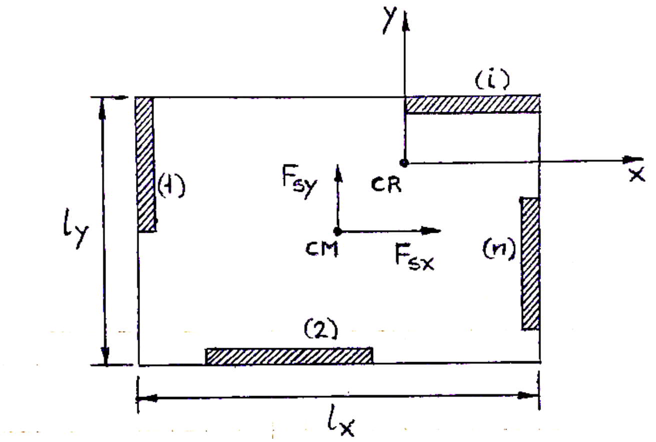
$$M_{ty,1} = \pm F_{sy}.E_{x1} = \pm F_{sy}.(e_x + 0{,}05.L_x)$$

$$M_{tx,2} = \pm F_{sy}.E_{x2} = \pm F_{sy}.(e_x - 0{,}05.L_x)$$

El signo +/- del momento torsor indica que el mismo puede ser horario u antihorario. Se recomienda analizar el mismo aplicando un sistema nulo de cargas en el Centro de Rigidez. Es posible definir expresiones algebraicas para tener en cuesta este efecto, pero no es simple encontrar una fórmula general, por eso es importante llevar a cabo el análisis estático ya mencionado.

DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN PLANTA Caso A_x

Para un elemento genérico (i) de una planta vinculada mediante n elementos estructurales orientados según las direcciones principales x e y, los esfuerzos de cálculo para A_x resultan:



$$A_x = F_{sx}$$

$$A_{xi} = R_{xi}.u_{xi} = R_{xi}.(X_R + y_i.Z)$$

$$A_{xi} = F_{sx}\frac{R_{xi}}{R_{xx}} \pm \frac{R_{xi}.y_i.F_{sx}.E_y}{I_{xy}}$$

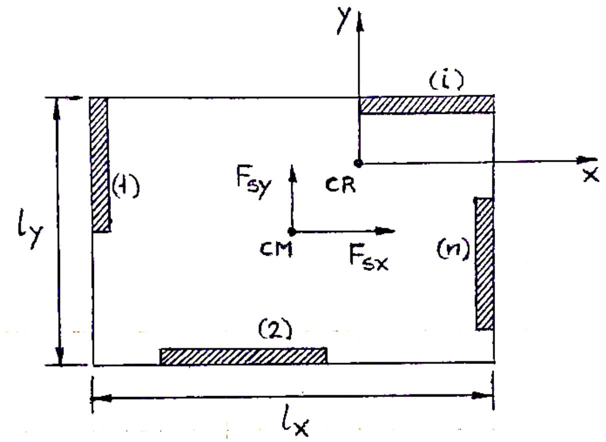
$$A_{xi} = F_{sx}\frac{R_{xi}}{R_{xx}} \pm F_{sx}.E_y\frac{S_{xi}}{I_{xy}}$$

$$A_{xi} = F_{sx}\frac{R_{xi}}{R_{xx}} \pm M_{tx}\frac{S_{xi}}{I_{xy}}$$

El primer término se lo define como *Acción por Corte Directo* A_{QD} y al segundo término como *Acción por Torsión Directa* A_{TD}.

DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN PLANTA

Además es importante reconocer que debido a la torsión se inducen esfuerzos en la dirección perpendicular a la acción de las cargas. Para el caso de análisis, en el que actua F_{sx}, se verifican esfuerzos *indirectos* en la dirección del eje y. Analogamente, el momento torsor M_{ty} causa esfuerzos indirectos en la dirección de x. Estos esfuerzos se definen como *Acción por Torsión Indirecta* A_{TI}.

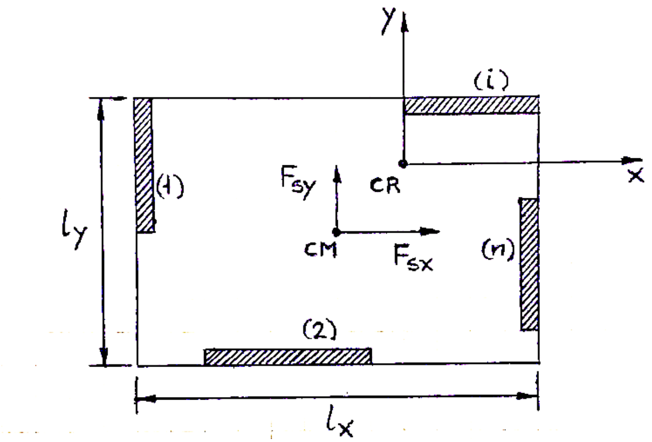


$$A_{xiI} = M_{ty}\frac{S_{xi}}{I_{xy}}$$

$$A_{yiI} = M_{tx}\frac{S_{yi}}{I_{xy}}$$

DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN PLANTA Caso A_y

Para un elemento genérico (i) de una planta vinculada mediante n elementos estructurales orientados según las direcciones principales x e y, los esfuerzos de cálculo para A_y resultan:



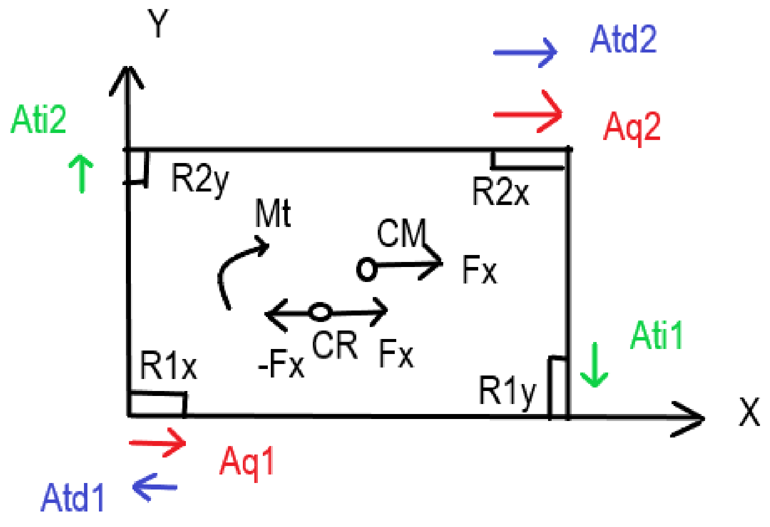
$$A_y = F_{sy}$$

$$A_{yi} = F_{sy}\frac{R_{yi}}{R_{yy}} \pm M_{ty}\frac{S_{yi}}{I_{xy}}$$

RESUMEN DE LA DETERMINACIÓN DE ESFUERZOS EN PLANTA

Cuando actúa la fuerza sísmica en un sentido dado, sobre los elementos estructurales hay esfuerzos de corte directo A_{QD} y esfuerzos de torsión directa A_{TD}. Los esfuerzos de torsión pueden cambiar de valor, o incluso de signo debido a la excentricidad dinámica. Luego, de los dos valores de M_{Tx}, se adopta siempre el *mayor valor positivo.*

El esfuerzo de cálculo se obtiene como el mayor del corte directo o del corte directo sumado a la torsión directa (con los signos que corresponda), de esta forma se considerando siempre el caso más desfavorable para el cálculo de A_{xi}.



En color rojo se indican las fuerzas de corte directo A_{QD}, es decir las producidas por la acción de F_x sobre las rigideces R_{1x} y R_{2x}.
En azul las acciones de corte directo A_{TD}, debidas al Momento torsor (M_T en la figura)
Nótese que para R_{2x} se suman A_{QD2} y A_{TD2} y para R_{1x} se restan A_{QD1} y A_{TD1}.
Finalmente, en verde, se indican las acciones A_{TI}.

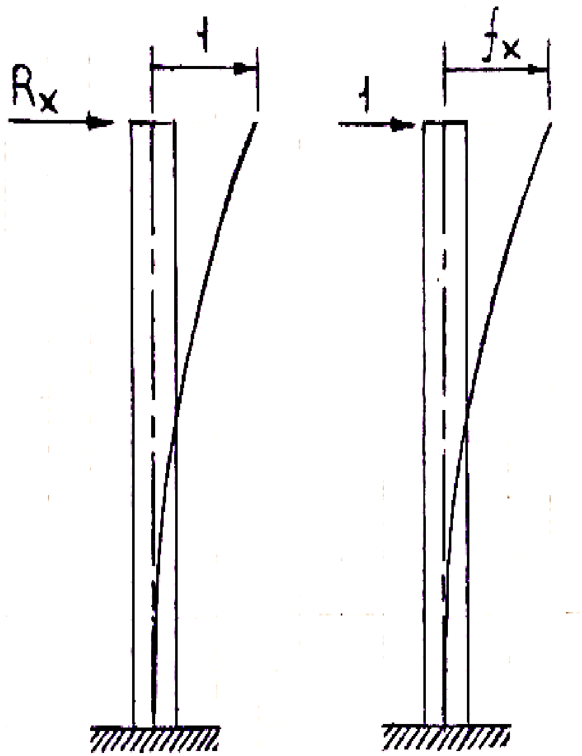
DETERMINACIÓN DE ESFUERZOS EN PLANTA

Finalmente es importante señalar que, en general, se debe verificar que los valores obtenidos para suma de los esfuerzos de corte y torsión directos $A_{QD} + A_{TD}$ sean significativamente mayores al valor obtenido para el esfuerzo de torsión indirecto A_{TI} debido a las acciones que actúan en la dirección perpendicular al elemento estructural considerado.

Para algunas plantas este criterio de diseño es difícil de satisfacer.

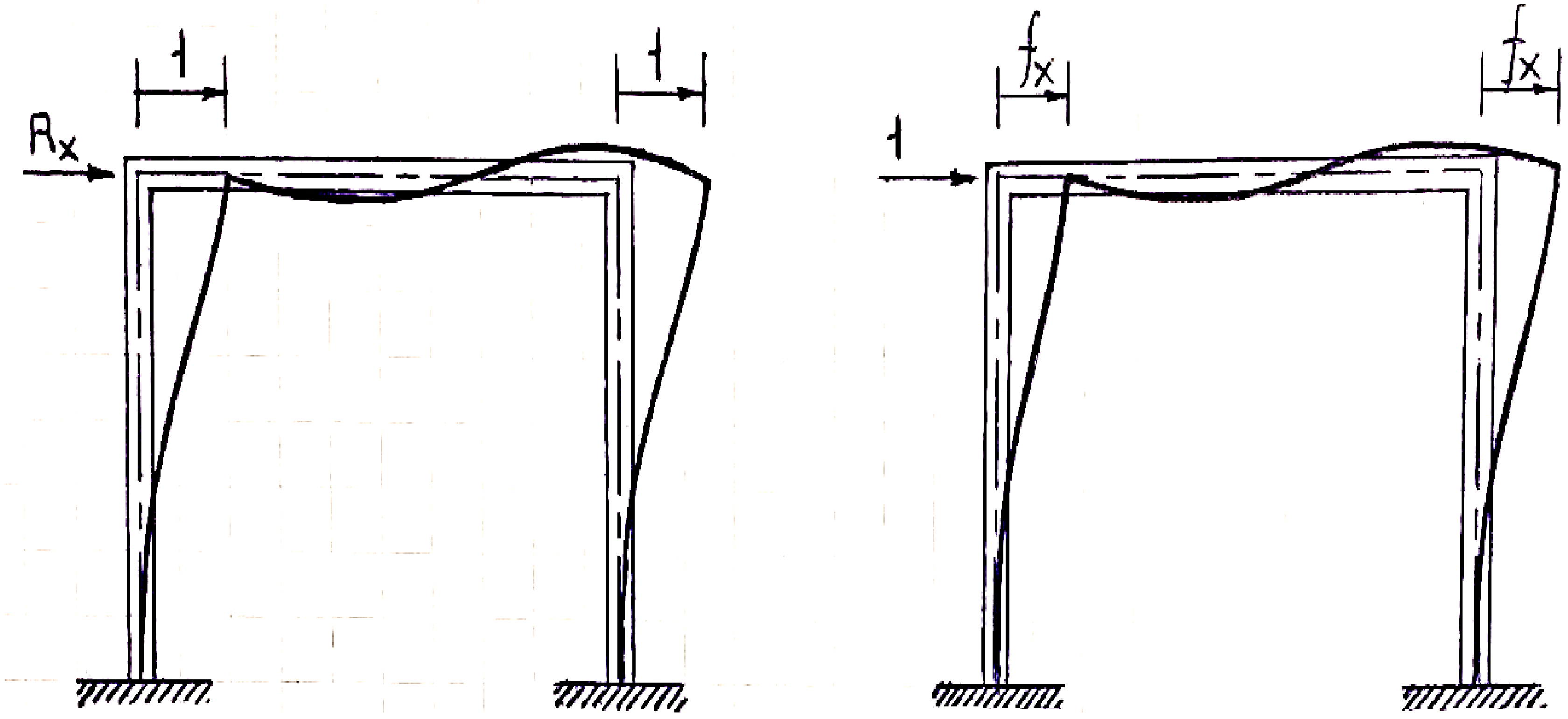
RIGIDECES FRENTE A DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

Cada elemento o plano estructural absorbe una fracción de la fuerza o acción total actuante. Esta fracción viene dada en función de su *Rigidez a Desplazamientos Horizontales*, la cual se define como la fuerza que, aplicada a nivel de planta, provoca un desplazamiento horizontal unitario. Para el ejemplo de una ménsula:



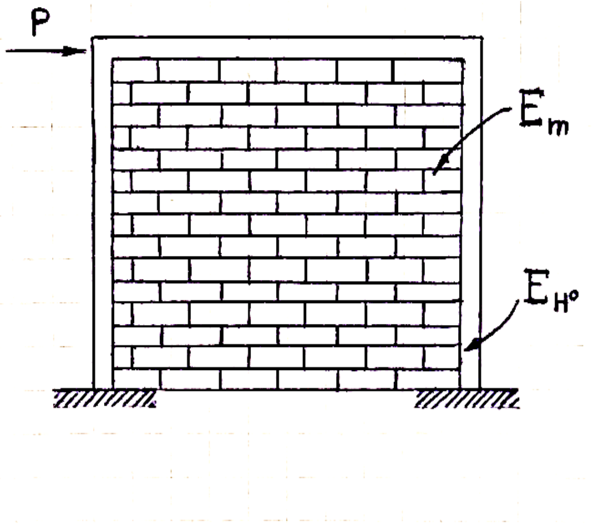
RIGIDECES FRENTE A DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

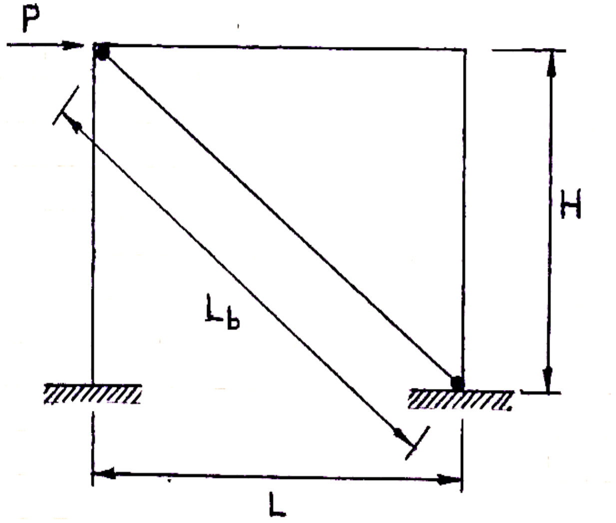
Caso de un pórtico.

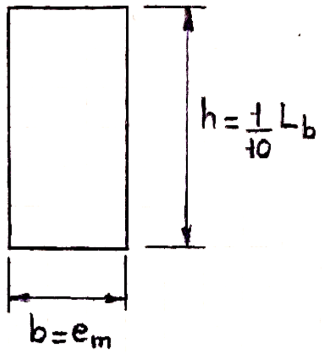


RIGIDECES FRENTE A DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

Para un Pórtico con Mampostería, el *Reglamento IMPRES-CIRSOC 103 Parte III* (Cap. 1.5) permite determinar la *Rigidez Axial* de dicha biela.





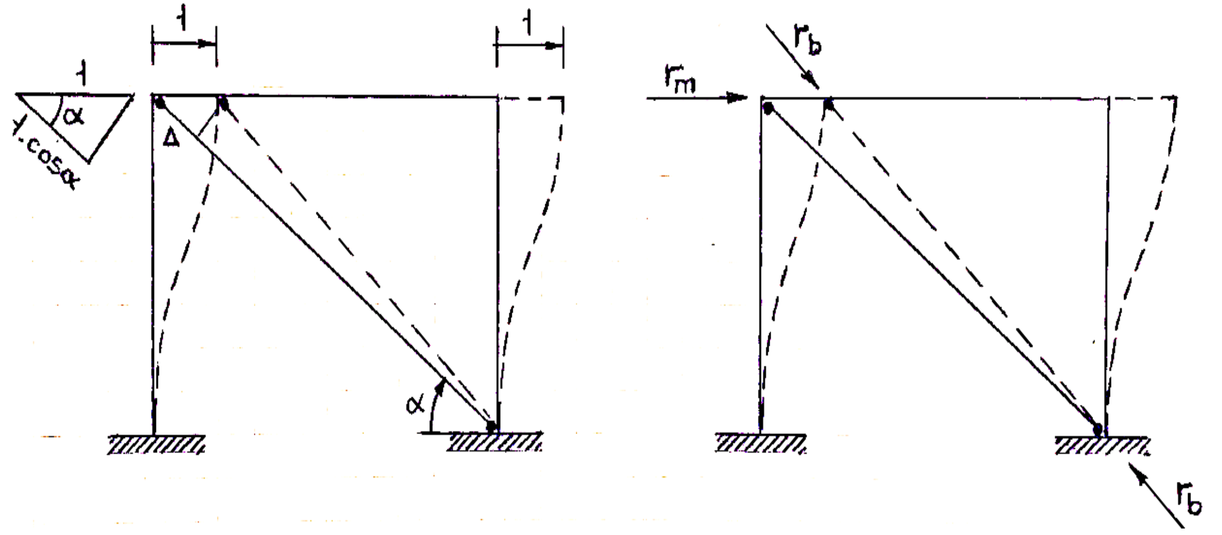


$$\frac{E_m . A_b}{L_b}$$

$$\frac{E_m . h . b}{L_b} = E_m . 0{,}10 . e_m$$

RIGIDECES FRENTE A DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

La rigidez frente a desplazamientos horizontales surge de los siguientes esquemas:



$$r_b = \frac{E_m . A_b}{L_b} . \Delta = (E_m . 0{,}10 . e_m).(1.\cos\alpha)$$

$$r_m = r_b . \cos\alpha = E_m . 0{,}10 . e_m . \cos^2\alpha$$