UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA DE SUELOS Y ROCAS II

MODELOS CONSTITUTIVOS EN GEOTECNIA

Introducción al comportamiento tensión - deformación

JUAN PABLO IBAÑEZ

MAYO 2022

- Que es un modelo constitutivo ?
- Tensores de tensión y deformación
- Estado hidrostático y de desvío
- Trayectorias de tensión
- Elasticidad
- Elastoplasticidad
- Criterios de ruptura
- Tipos de endurecimiento plástico
- Modelo Mohr-Coulomb

MODELO:

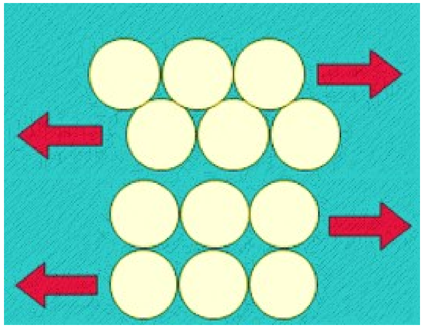
- Formulación matemática que **idealiza** el comportamiento *mecánico* de un material (suelo, roca) en lo que respecta a la relación entre tensiones e deformaciones.

PARÁMETROS:

- El modelo se calibra a cada tipo de material a través de sus parámetros, los cuales deben ser adoptados en base a:
    - Información de laboratorio o campo (ensayos);
    - Correlaciones;
    - Valores empíricos;
    - Valores de la literatura sugeridos;
    - Valores adoptados con algún criterio específico;
- Sobre los parámetros del modelo se pueden realizar **análisis de sensibilidad**, consistentes en la variación controlada de cada parámetro relevante para el análisis a fin de obtener *tendencias de variación* en el resultado obtenido.

MODELOS PARA SUELOS:

- Los modelos deben considerar e incluir de alguna forma:
- LAS FASES: Los suelos son compuestos por tres fases, sólido, agua y aire. La interacción entre las fases es relevante al comportamiento mecánico del suelo (presión de poros, succión, colapso, hinchamiento).
- GRANULOMETRIA: Dependiendo de la granulometría, el comportamiento será del tipo granular o cohesivo.
- CONSOLIDACIÓN: En suelos finos y cohesivos incluyendo variación en las presiones de poros, deformaciones diferidas en el tiempo y rigidización del suelo.
- DILATANCIA y CONTRACCIÓN: Los suelos granulares en general son materiales de comportamiento *acoplado:*
  - Deformaciones volumétricas asociadas a tensiones normales;
  - Distorsiones angulares asociadas a tensiones de corte;
  - Acoplamiento: Deformaciones volumétricas asociadas a tensiones de corte;



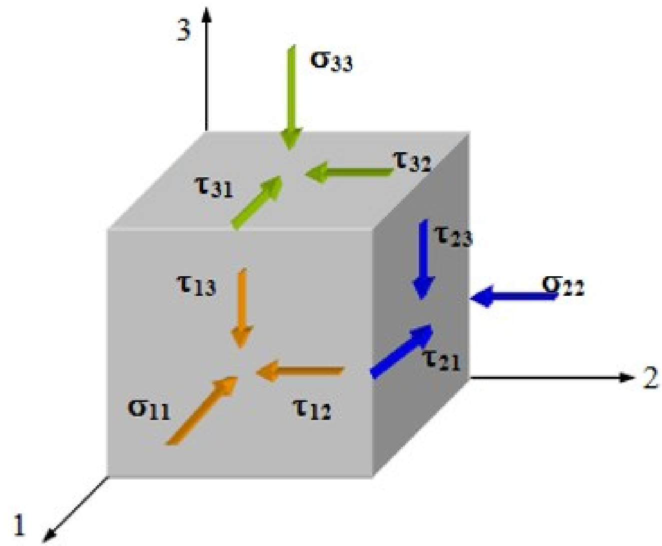
TENSOR (MATRIZ):

Ente matemático que es independiente de los ejes de referencia.

- Las constantes son tensores de orden "0".
- Los vectores son tensores de orden "1".
- Las matrices son tensores de orden "2".

TENSOR DE TENSIONES

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$



σ = Tensión normal

τ = Tensión de corte

TENSIÓN DE DEFORMACIONES

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \frac{1}{2}\gamma_{12} & \frac{1}{2}\gamma_{13} \\ \frac{1}{2}\gamma_{21} & \varepsilon_{22} & \frac{1}{2}\gamma_{23} \\ \frac{1}{2}\gamma_{31} & \frac{1}{2}\gamma_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

ESTADO HIDROSTÁTICO (mean stress):

Las tensiones normales son iguales (en módulo y signo) en las tres direcciones:

- No hay tensiones de corte (ej. condición de *presión de cámara* en el ensayo triaxial).
- Representa un estado de equilibrio para el suelo (con una "tensión esférica").

ESTADO DE DESVÍO (deviatoric stress):

Estado de tensiones resultante de restar a un dado estado de tensiones cualquiera el tensor de estado hidrostático.

- Existen tensiones de corte (ej. *Desviador* del ensayo triaxial).
- Representa un estado que puede llevar a la rotura o plastificación.

Tensión esférica: $p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$

Deformación volumétrica: $\varepsilon_v = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$

$$T_\sigma = \underbrace{\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix}}_{\text{HIDROSTATICO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{11} - p & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} - p & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} - p \end{bmatrix}}_{\text{DESVIO}}$$

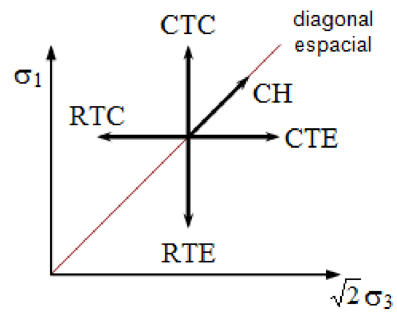
$$T_\varepsilon = \tfrac{1}{3}\varepsilon_v \delta_{ij} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{HIDROSTATICO}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathrm{E}_{11} & \mathrm{E}_{12} & \mathrm{E}_{13} \\ \mathrm{E}_{21} & \mathrm{E}_{22} & \mathrm{E}_{23} \\ \mathrm{E}_{31} & \mathrm{E}_{32} & \mathrm{E}_{33} \end{bmatrix}}_{\text{DESVIO}}$$

ESPACIO DE TENSIONES:

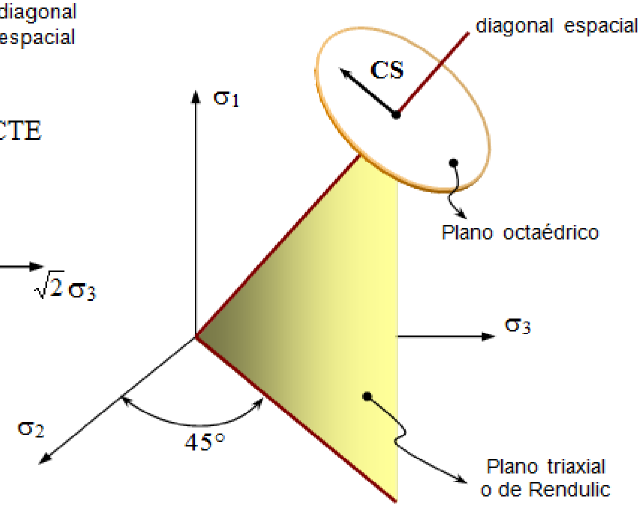
Es el espacio cartesiano definido por los ejes de las tensiones principales, donde son representados planos y rectas relevantes al análisis de las trayectorias de tensión:

- **Diagonal espacial**, para las trayectorias hidrostáticas.
- **Plano de Rendulic** para las trayectorias triaxiales.
- **Plano Octaédrico**, para las trayectorias de desvío.

Plano Triaxial



Espacio de tensiones



INVARIANTES DE TENSIONES

$$T_\sigma = p\delta_{ij} + S_{ij}$$

$$J_1 = tr(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$J_{2D} = \tfrac{1}{2}tr(S)^2 = \tfrac{1}{2}\left[(\sigma_{11} - p)^2 + (\sigma_{22} - p)^2 + (\sigma_{33} - p)^2 + 2S_{12}^2 + 2S_{23}^2 + 2S_{13}^2\right]$$

$$J_{3D} = \tfrac{1}{3}tr(S)^3 = J_3 - \tfrac{2}{3}J_1J_2 + \tfrac{2}{27}J_1^3$$

- Trayectorias contenidas en el plano triaxial:

  CH: Compresión hidrostática ($\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$).

  CTC: Compresión triaxial convencional ($\Delta\sigma_1 > 0$, $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = 0$).

  RTC: Compresión triaxial reducida ($\Delta\sigma_1 = 0$, $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 < 0$).

  CTE: Extensión triaxial convencional ($\Delta\sigma_1 = 0$, $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 > 0$).

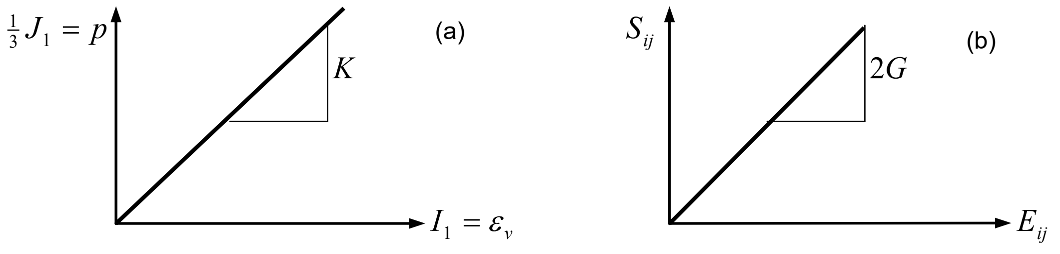
  RTE: Extensión triaxial reducida ($\Delta\sigma_1 < 0$, $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = 0$).

- Trayectorias contenidas en el plano octaédrico:

  CS: corte simple ($\Delta\sigma_2 = 0$, $\Delta\sigma_1 = -\Delta\sigma_3$).

Ley de Hook generalizada:

- Utiliza dos parámetros, el módulo volumétrico K y el módulo de corte G.
- Alternativamente se pueden usar el módulo de elasticidad E y el coeficiente de Poisson.



Modelo elástico lineal e isotrópico: a) módulo de deformación volumétrica *K;* b) módulo de corte *G*.

$$K = \tfrac{1}{3}E/(1-2\nu)$$

$$G = \tfrac{1}{2}E/(1+\nu)$$

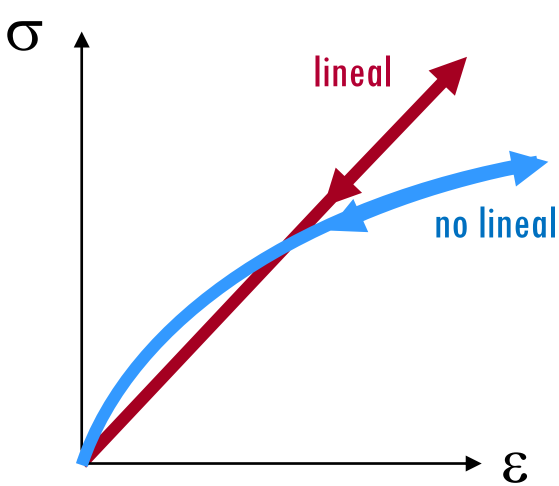
- El modelo es *desacoplado*. El material es *isótropo*.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0\\ K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0\\ K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{12}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\end{Bmatrix}$$

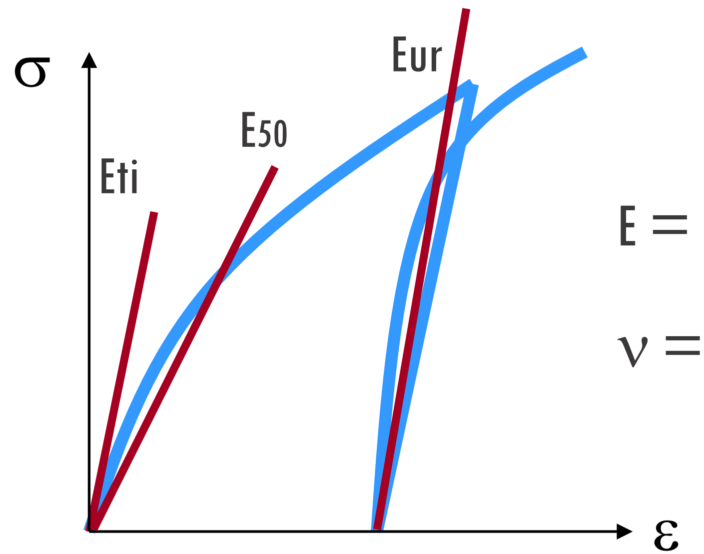
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{12}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\end{Bmatrix}$$

MODELOS ELÁSTICOS:

- Establecen una relación entre tensiones y deformaciones lineal o no lineal.
- Para el caso lineal, este modelo elástico es útil para modelar:
  - pequeñas deformaciones (Eti, E50);
  - Trayectorias de descarga y recarga (Eur);
- También existen modelos hipoelásticos e hiperelásticos.



MODELO ELÁSTICO LINEAL



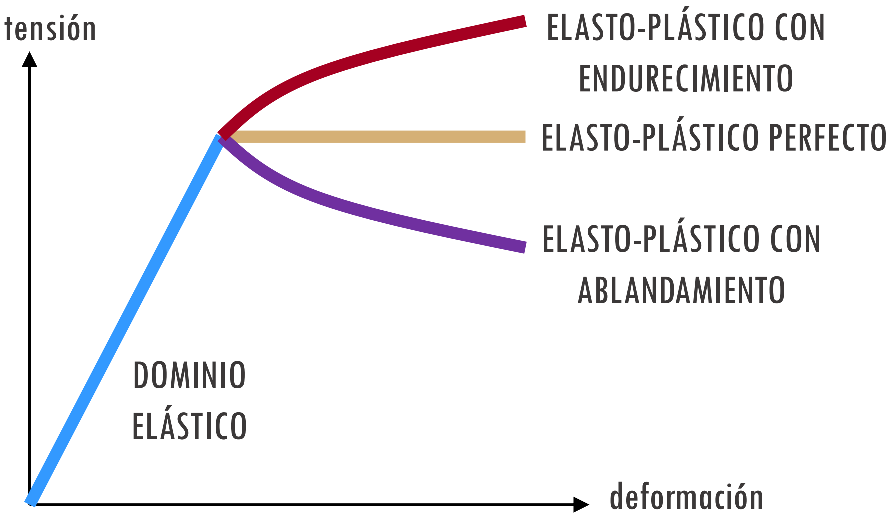
SUELO REAL

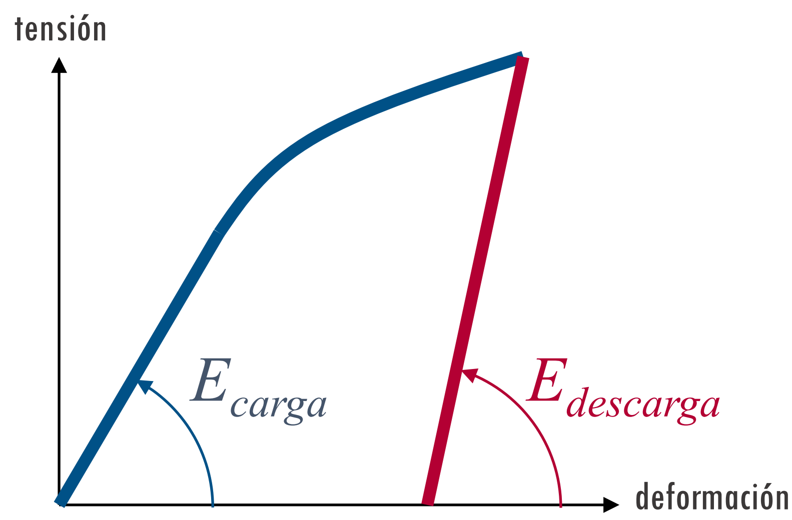
$$E = \sigma_{desvio} / \varepsilon_{axial}$$

$$\nu = 0{,}50\,(1 - \varepsilon_{vol} / \varepsilon_{axial})$$

MODELOS ELÁSTOPLÁSTICOS:

- Los suelos en general experimentan DEFORMACIONES PLÁSTICAS desde bajos niveles de carga, con lo cual se van apartando gradualmente del comportamiento elástico;
  - el modelo elástico debe tener un LÍMITE para ser aplicable a los suelos.
- Ese límite viene dado por un CRITERIO DE RUPTURA que debe asumirse;
  - A partir de este límite, comienza el comportamiento plástico del suelo.
- Una LEY DE PLASTIFICACIÓN es necesaria para controlar el comportamiento plástico.

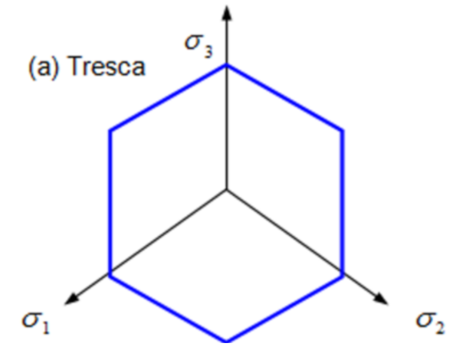




CRITERIOS PARA METALES:

- Dependen solo del tensor de desvío (independientes del confinamiento).
- En suelos, los criterios de ruptura deben depender del tensor hidrostático.
  - Pero sirven para análisis con condición $\phi = 0$, en arcillas saturadas en condición no drenada.

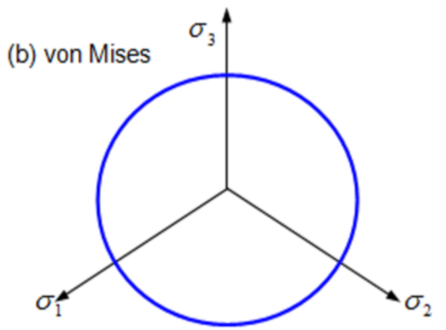
CRITERIO DE TRESCA:



- El flujo plástico ocurre cuando la máxima tensión de corte alcanza el valor de la máxima tensión de corte que ocurre en el ensayo de tracción uniaxial;

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_0 \quad \text{o} \quad \sigma_2 - \sigma_3 = \pm\sigma_0 \quad \text{o} \quad \sigma_3 - \sigma_1 = \pm\sigma_0$$

CRITERIO DE VON MISES:



- El flujo plástico se inicia cuando la energía de distorsión alcanza el valor de la energía de distorsión de plastificación observada en el ensayo de tracción uniaxial.

$$U_d = G\mathrm{E}_{ij}\mathrm{E}_{ij}$$

CRITERIO DE MOHR COULOMB:

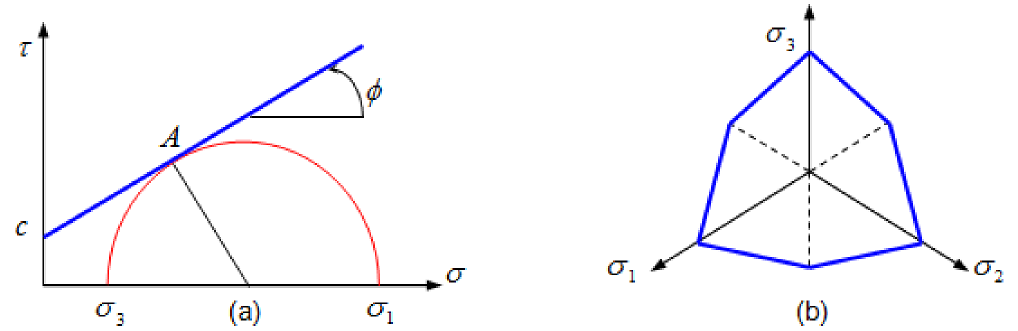
- Basado en la ecuación de resistencia al corte.

$$\tau = c + \sigma \tan\phi$$

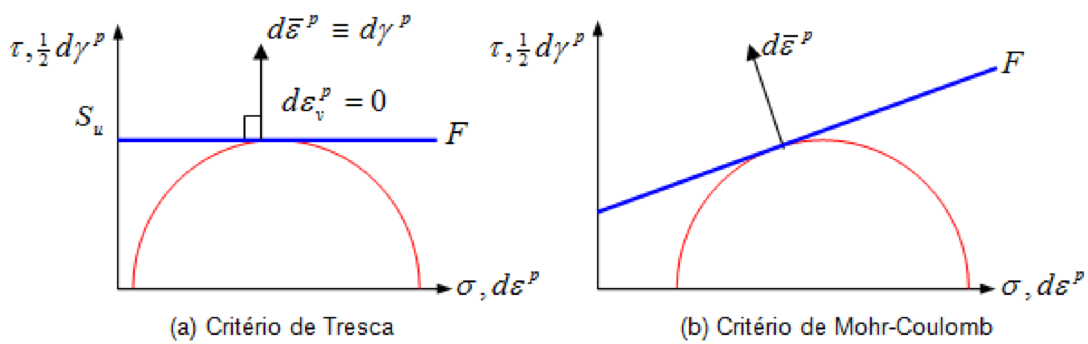
- Es formulado a partir del círculo de Mohr.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen}\phi + c\cos\phi$$

- Depende de las tensiones normales máxima y mínima.
  - Este criterio incluye el efecto del confinamiento, expresado por el estado hidrostático:



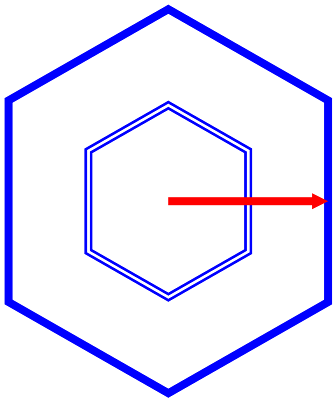
  - Criterio incluye el fenómeno de dilatancia para las deformaciones plásticas:



ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO:

- La superficie de plastificación inicial se expande con la historia de cargas y deformaciones aplicadas al material.
- Pero conserva su forma original.

Ley de endurecimiento isotrópico

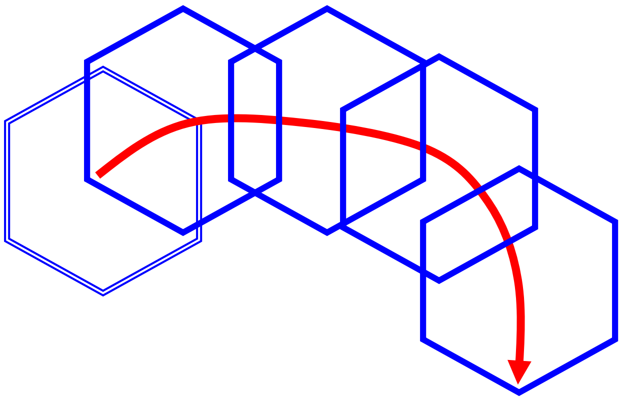


Historia de cargas

ENDURECIMIENTO CINEMÁTICO:

- La superficie de plastificación inicial se traslada según sea la historia de cargas y deformaciones, sin aumentar su tamaño.
- El dominio elástico permanece constante.
  - Efecto *Bauchinger*: apunta que la superficie de plastificación tiende a disminuir en el sector opuesto al que se expande durante el endurecimiento (comportamiento cinemático).

Ley de endurecimiento cinemático



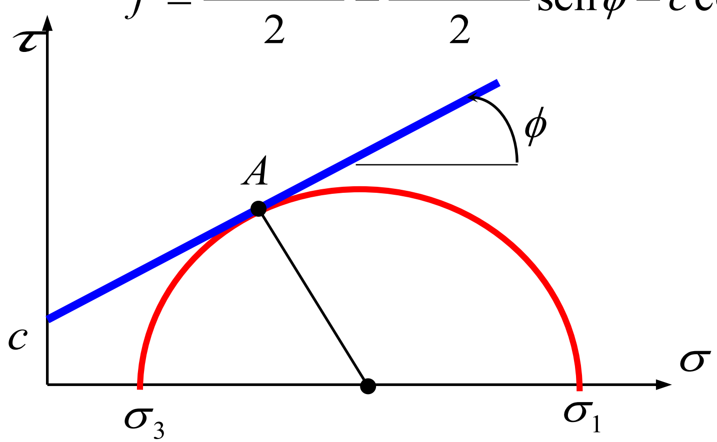
MOHR COULOMB = La Ley de Hooke + Criterio de rotura

- Modelo elastoplástico perfecto;
- Criterio de ruptura incluye el efecto de la tensión esférica (p);
- Parámetros de fácil ajuste, con sentido físico;
- Incluye efecto de dilatancia;
- Diferente respuesta para compresión y extensión;
- No incluye el efecto de la tensión intermedia (σ_2);

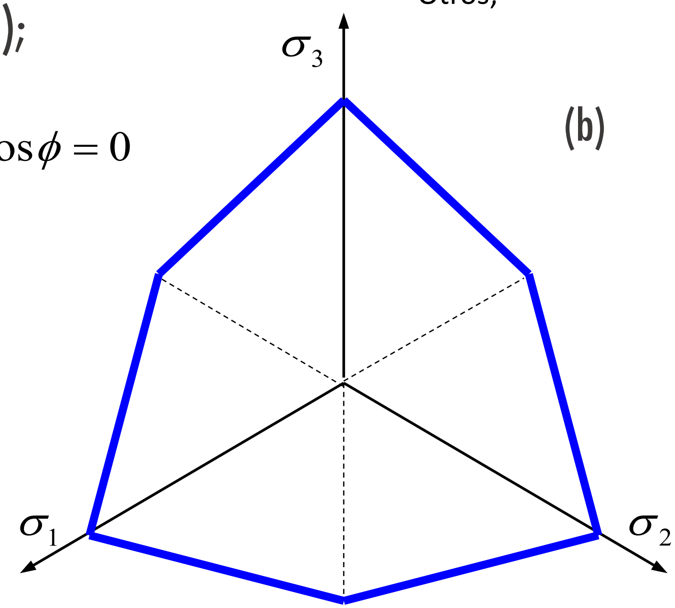
- PARÁMETROS ELÁSTICOS
  - E: Módulo de Young (E_{30});
  - ν: Coeficiente de Poisson;
- PARÁMETROS DE RUPTURA
  - c: Cohesión;
  - ϕ: Ángulo de fricción interna;
- PARÁMETROS AVANZADOS
  - ψ: Ángulo de dilatancia;
  - Otros;

(a)

$$f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen}\phi - c\cos\phi = 0$$



(b)



Criterio de rotura Mohr-Coulomb: a) plano (σ-τ); b) plano octaédrico.

Resumen

- Los modelos constitutivos idealizan la relación entre tensiones e deformaciones.
- Son un conjunto de ecuaciones y criterios relacionando las variables.
- Incluyen parámetros que conectan al modelo con el material específico.
- En suelos es relevante considerar la dilatancia y el "efecto acoplado".
- Por eso es útil hablar de estados y trayectorias isotrópica y de desvío.
- La elasticidad modela ciertas etapas del comportamiento del suelo.
- Es necesario utilizar modelos elastoplásticos.
- El comportamiento plástico puede ser perfecto o incluir endurecimiento o ablandamiento.
- La ley de endurecimiento – ablandamiento puede ser isotrópica o cinemática.

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO | FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA DE SUELOS Y ROCAS II

MODELOS CONSTITUTIVOS EN GEOTECNIA

Teoría de Estado Crítico – Modelo “Cam Clay Modificado”

JUAN PABLO IBAÑEZ

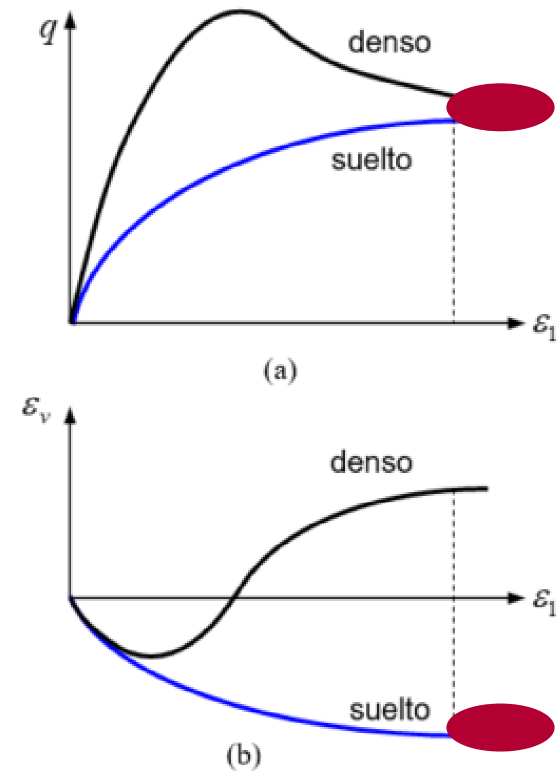
JUNIO 2020

Bases de la Teoría de Estado Crítico

- Desde Coulomb (1776) y Rankine (1857) se vienen aplicando los conceptos de la plasticidad al estudio tensión-deformación de suelos, adaptando modelos aplicados a metales (ej. Modelo Mohr-Coulomb como modelo de Tresca extendido).
- En 1958, a partir de la experiencia de laboratorio de suelos acumulada en Corte Triaxial, el **Prof. Roscoe** de la universidad de Cambridge observó:

(En ensayos triaxiales convencionales drenados y no drenados en suelos cohesivos saturados):

- El suelo inicialmente experimenta aumento de resistencia con contracción o dilatancia.
- Con el incremento de la deformación axial, el suelo en cualquier caso *tiende a una resistencia final a volumen constante.*
- Este estado a volumen constante se denomina estado crítico y los estados (v, p, q) críticos se alinean en torno a una Línea de Estado Crítico (LEC o CSL).



El Prof. Roscoe desarrolló un **modelo comportamental** para suelos integrando:

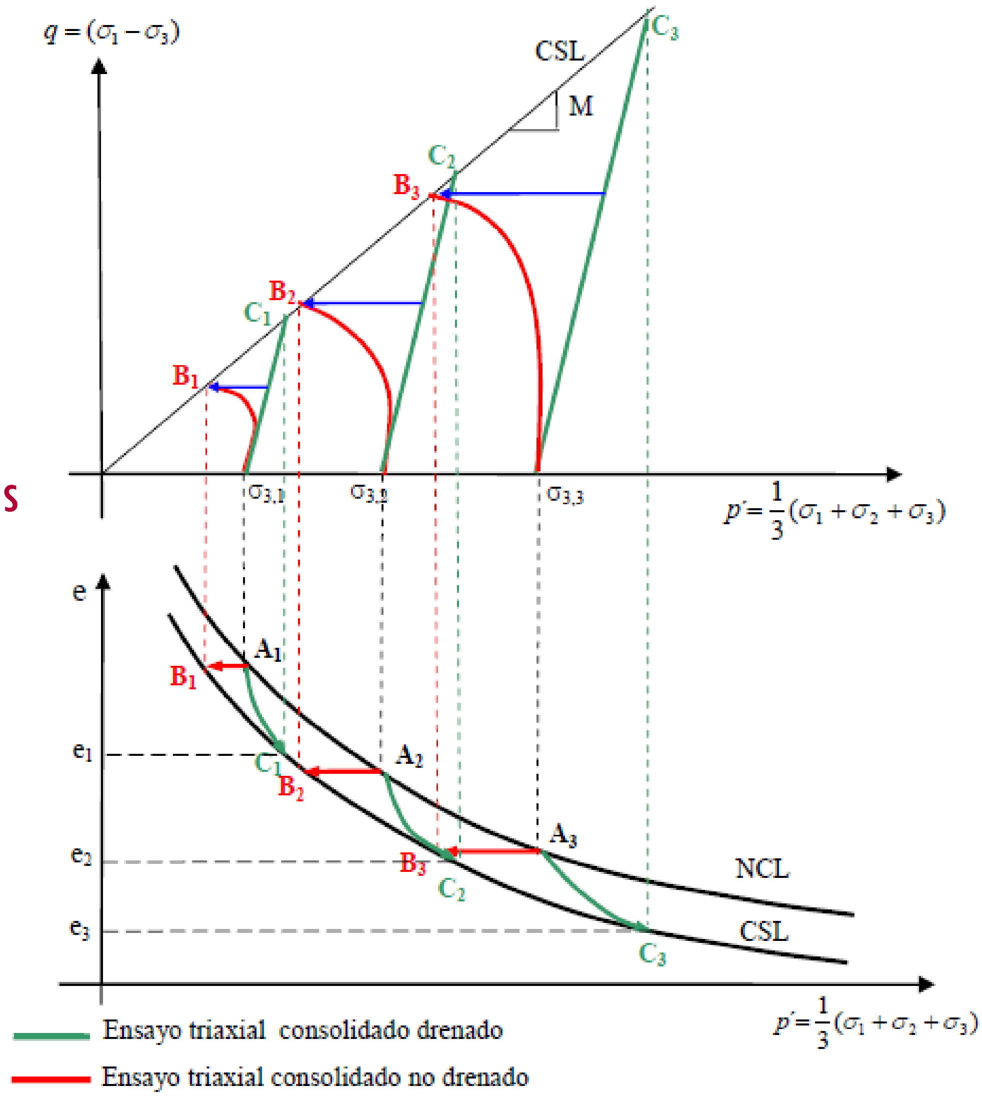
- los estados de tensión y deformación de suelos;
- los estados elástico y plástico, y la frontera dinámica entre ellos;
- La evolución de estados de carga hacia un **estado crítico** con volumen y resistencia al corte constante.
- El estado del suelo se define por tres variables de estado:
    - Volumen específico:

      $v = 1 + e$

      (siendo "e" la relación de vacíos)
    - Tensión media efectiva:

      $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$
    - Tensión de desvío :

      $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$

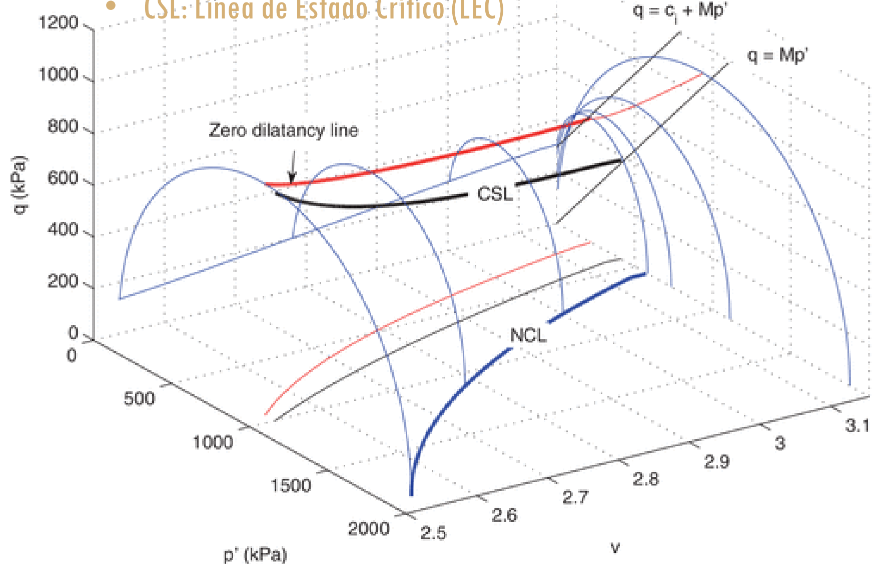


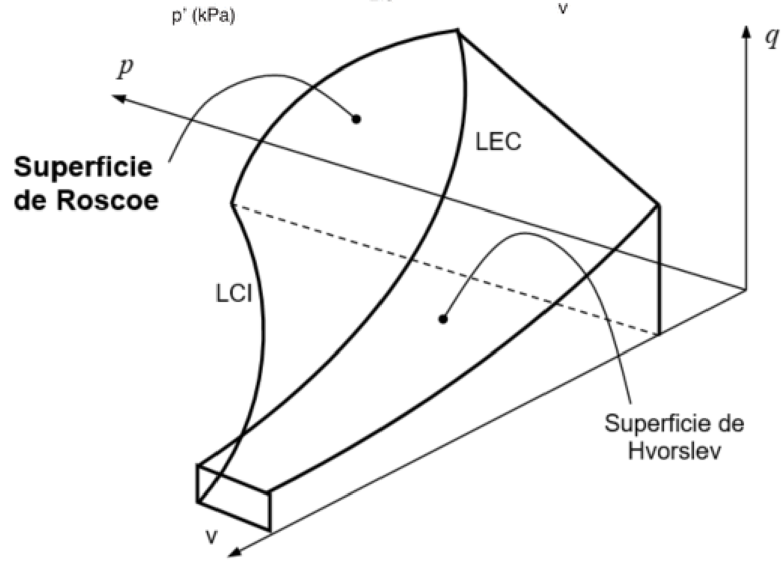
Superficie de Estado Límite 3D

- En el espacio definido por las 3 variables de estado (v, p, q), se define una Superficie de estado límite tridimensional *de Roscoe*.
- Cuando un estado (v, p, q) llega a tocar esta superficie, la masa de suelo entra en fluencia y plastifica.
- Para combinaciones de (v, p, q) por debajo de la superficie, el suelo se comporta de forma elástica.
- En esa superficie se inscribe la Línea de Estado Crítico (CSL o LEC).
- Para suelos dilatantes se suele modificar un sector de la superficies, incluyendo la *superficie de Hvorslev*.

Líneas características

- NCL: Línea de consolidación noval isotrópica (LCI)
- CSL: Línea de Estado Crítico (LEC)



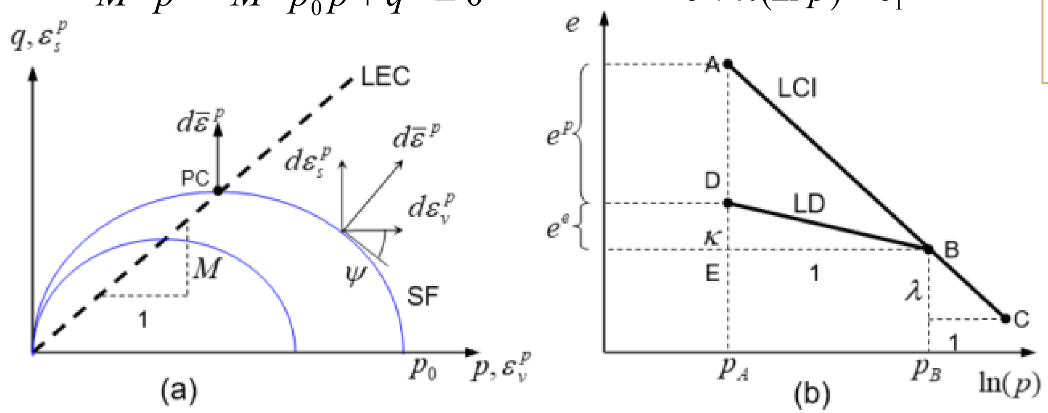


Cam Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968)

- Propone una *envolvente de ruptura* fija en el plano p-q, a través de la proyección de la línea de estado crítico (LEC o CSL) como recta de inclinación “M” pasando por el origen.
- Propone, adicionalmente, una *superficie de fluencia* SF cerrada en forma de **elipse**, expansible con la carga y controlada por el valor de la tensión media “p_0” que actúa como parámetro de endurecimiento.
- Los vectores de flujo plástico son perpendiculares a la SF.
- La intersección entre SF y LEC es el punto crítico PC. El flujo plástico en ese punto es a volumen constante (vector vertical).

$$M^2 p^2 - M^2 p_0 p + q^2 = 0$$

$$e + \lambda(\ln p) = e_1$$



$$M = \frac{6.sen(\phi')}{3 - sen(\phi')}$$

$$M = \frac{\phi'}{23} - 0{,}1$$

$$\lambda = \frac{Cc}{2{,}3} \qquad \kappa = \frac{Cs}{2{,}3}$$

$$p' = \frac{q}{3} + (\sigma_3 - u)$$

Cam Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968)

- Deformaciones
  - volumétricas y de desvío
  - plásticas y totales

$$\eta = q/p$$

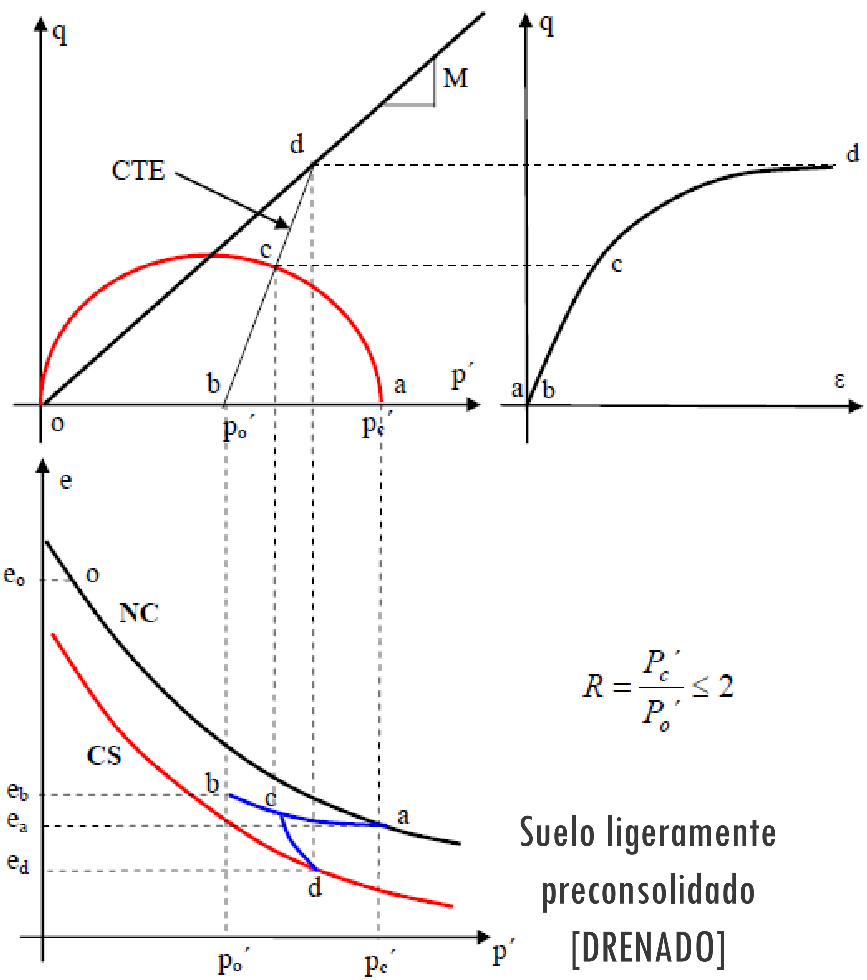
$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\left(\frac{dp}{p}+\frac{2\eta d\eta}{M^2+\eta^2}\right) \qquad d\varepsilon_v^e = -\frac{de^e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0}\frac{dp}{p}$$

$$d\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0}\left[\frac{dp}{p}+\left(1-\frac{\kappa}{\lambda}\right)\frac{2\eta d\eta}{M^2+\eta^2}\right]$$

$$d\varepsilon_s = d\varepsilon_s^p = \frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\left(\frac{dp}{p}+\frac{2\eta d\eta}{M^2+\eta^2}\right)\frac{2\eta}{M^2-\eta^2}$$

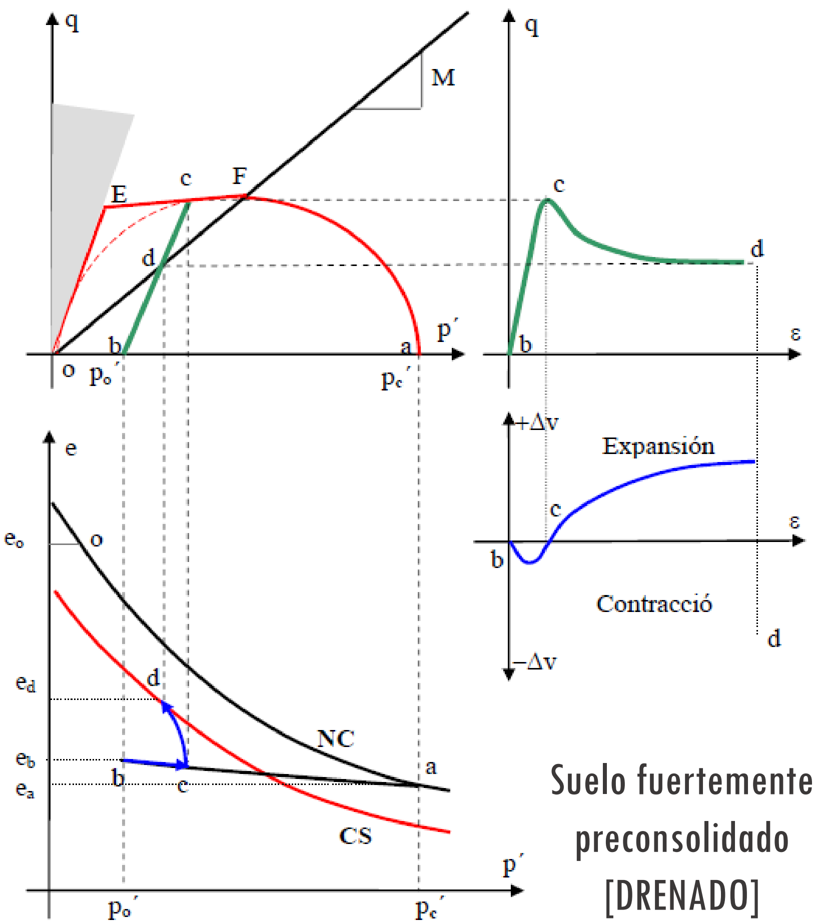
- Endurecimiento y ablandamiento plásticos: $\dfrac{dp_0}{p_0} = d\varepsilon_v^p \dfrac{1+e_0}{\lambda-\kappa}$
- Módulo volumétrico para trayectorias elásticas: $K = \dfrac{dp}{d\varepsilon_v^p} = \dfrac{1+e_0}{\kappa} p_0$
- Parámetros del modelo:
  - e_0 (relación de vacíos inicial)
  - λ (pendiente de la LCI)
  - κ (pendiente para descarga y recarga)
  - M (pendiente de la LEC en el plano p-q)
  - p_c (presión de pre-consolidación)

Cam Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968)



$$R = \frac{P_c'}{P_o'} \leq 2$$

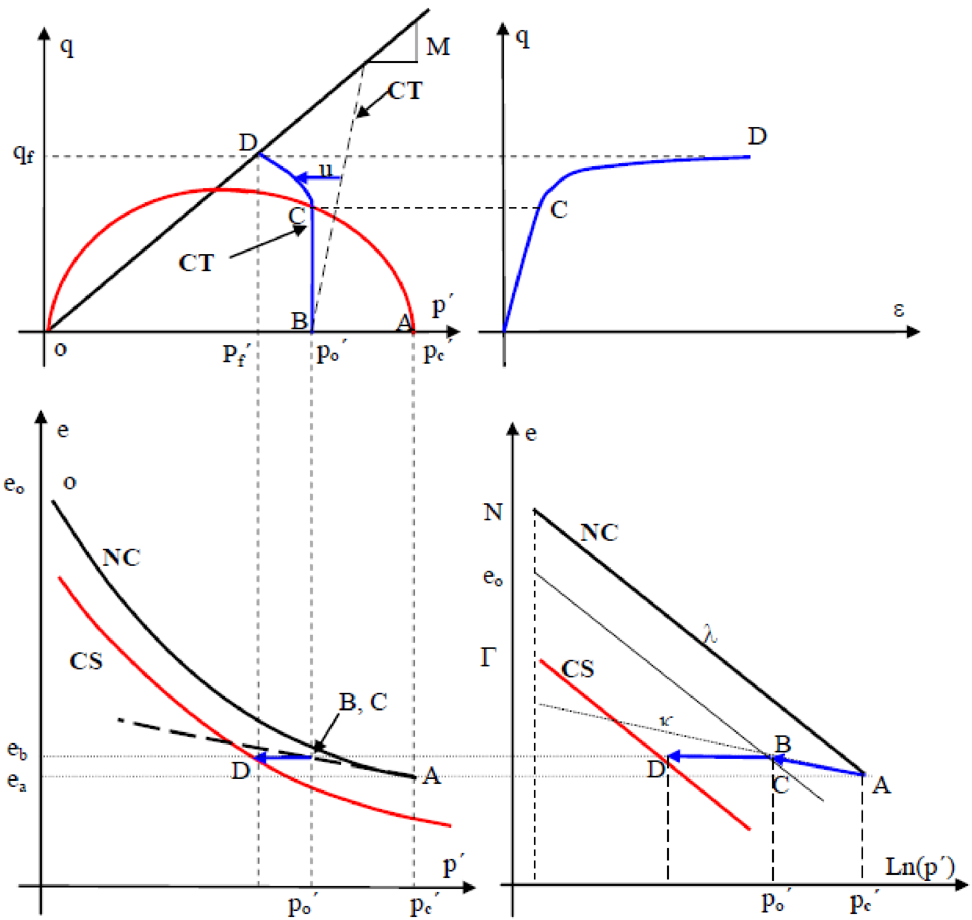
Suelo ligeramente preconsolidado [DRENADO]



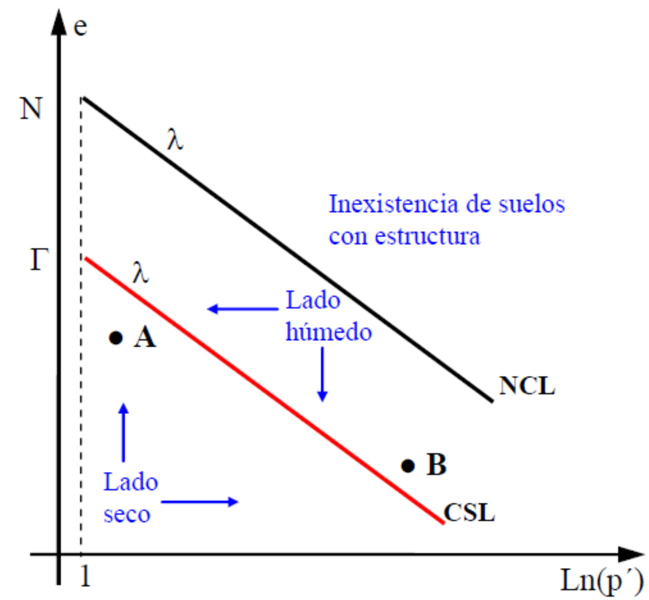
Suelo fuertemente preconsolidado [DRENADO]

Cam Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968)

Suelo ligeramente preconsolidado
[CONSOLIDADO - NO DRENADO]



Regiones posibles de estado del suelo
en función del OCR



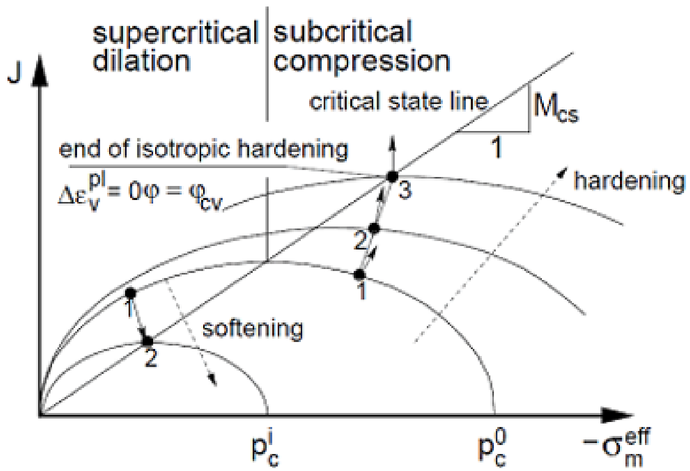
Línea de consolidación noval (NCL o LCN)

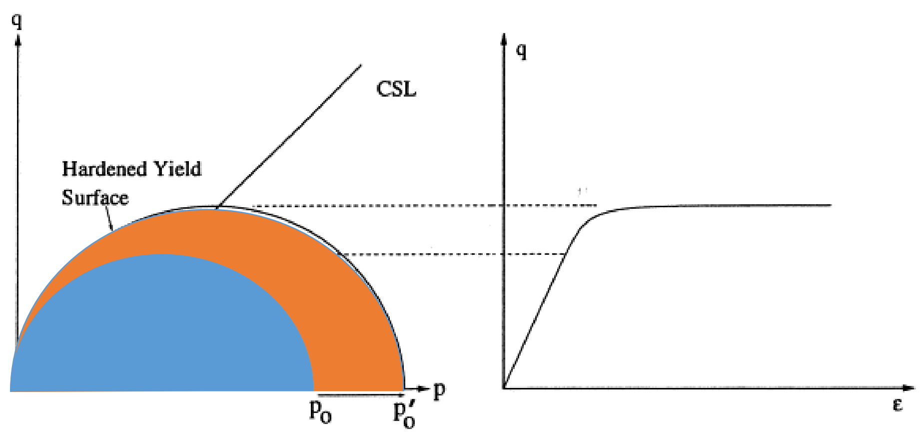
$$e = N - \lambda \ln(p')$$

Línea de estado crítico (LEC o CSL)

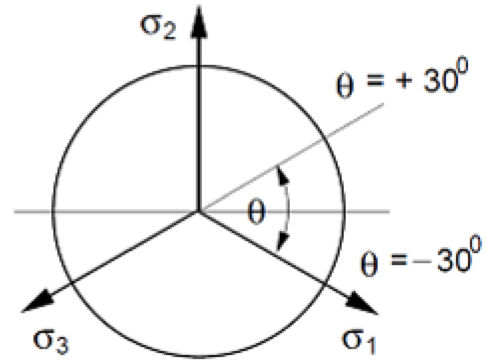
$$e = \Gamma - \lambda . Ln(p')$$

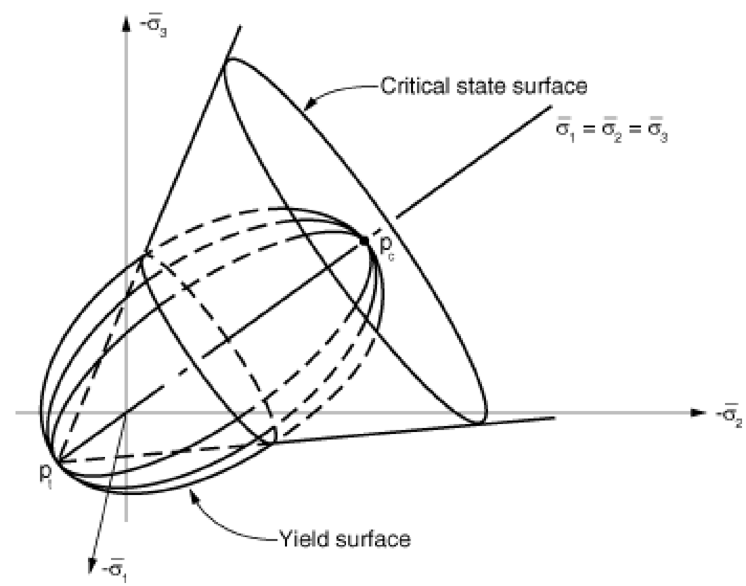
- Cam Clay: endurecimiento y ablandamiento plástico.



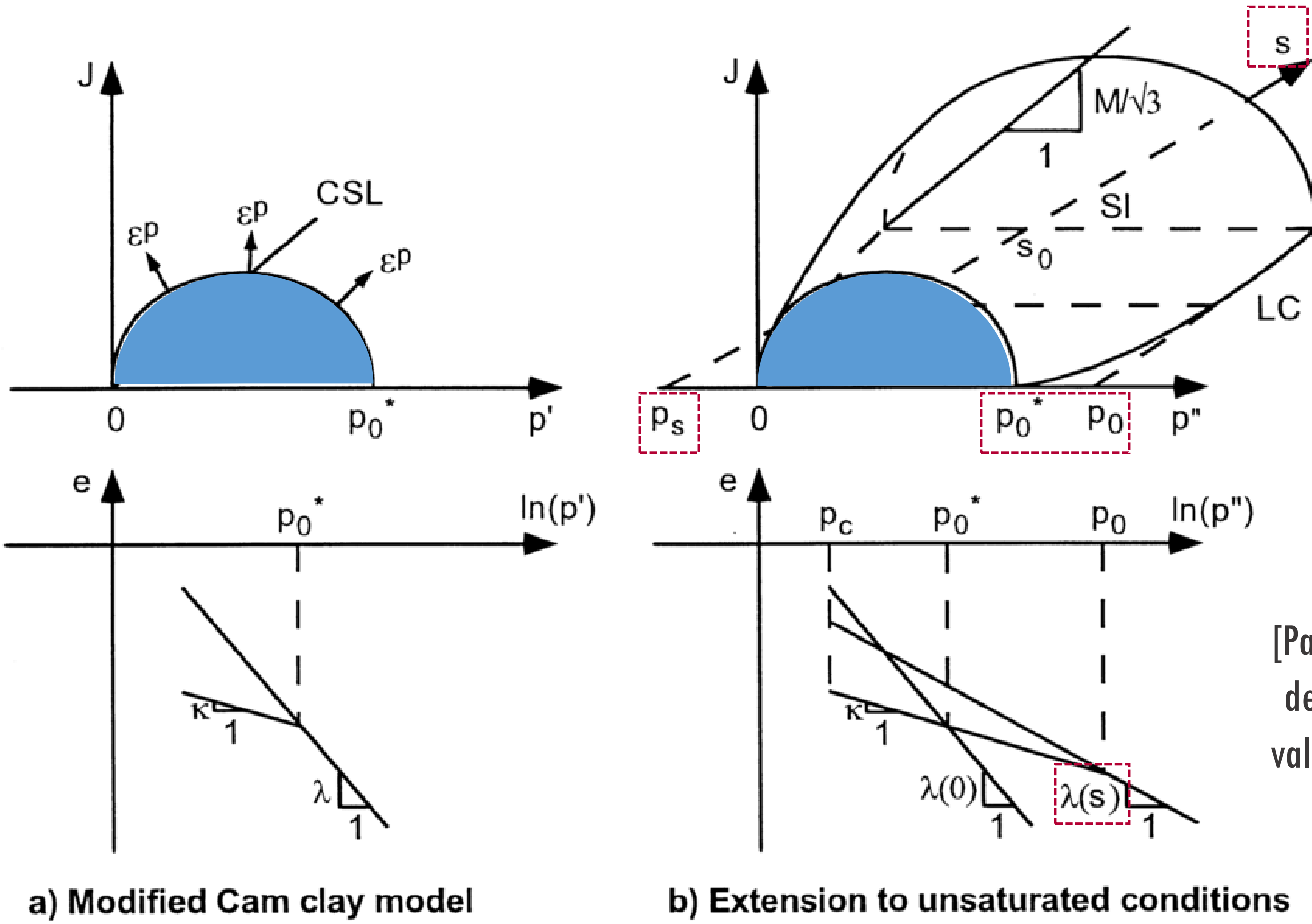


- Cam Clay en el espacio de tensiones.





- BBM Model (Alonso et al, 1990): Extensión para Suelos No Saturados



[Superficie de fluencia SF dependientes del valor de la succión]

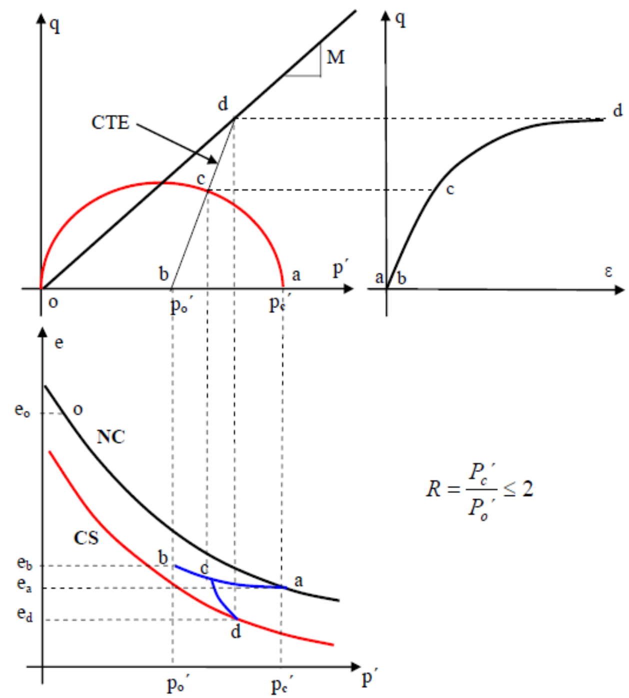
[Parámetros λ y κ dependientes del valor de la succión]

Resumen

- La **Teoría de Estado Crítico** se desarrolló integralmente a partir de la experiencia de laboratorio acumulada sobre el comportamiento de suelos en consolidación y corte triaxial.
- El **Modelo Cam Clay Modificado**:
  - Utiliza parámetros con sentido físico que conectan al modelo con el suelo que representan.
  - Considera fenómenos relevantes en suelos como la dilatancia y el endurecimiento plástico.
  - La elasticidad modela ciertas etapas del comportamiento del suelo.
  - El modelo elastoplástico incluye endurecimiento y ablandamiento plástico con una ley de endurecimiento – ablandamiento isotrópica.
  - Puede extenderse con relativa facilidad al campo no saturado.

Trabajo Práctico: Aplicación de modelo Cam Clay Modificado.

- Datos: $\lambda=0.448$; $\kappa=0.06$; $M=1.10$; $e_0=2.15$; $p_c=150$kPa;
- Ensayo Triaxial Consolidado-Drenado :
  - Suelo preconsolidado a un valor p_c;
  - $\sigma_3=75$, 100 y 125kPa (presiones de cámara);
  - $\Delta\sigma_1=5$kPa (intervalo de carga desviadora);
- Generar una Tabla de Cálculo.
- Graficar:
  - Gráfico q x p incluyendo:
    - Trayectoria del ensayo
    - LEC de pendiente M;
  - Tensión de desvío $(\sigma_1 - \sigma_3)$ x deformación axial ε_1;
  - Curva e – ln(p) incluyendo trayectoria de ensayo y líneas NCL y CSL;
  - Deformaciones volumétricas x deformación axial ε_1;
  - Deformaciones de corte x deformación axial ε_1;



$$R = \frac{P_c'}{P_o'} \leq 2$$

Trabajo Práctico: Aplicación de modelo Cam Clay Modificado.

- Tabla de Cálculo:
- Columna 1 a 4: σ_1, σ_3, p' y q; $p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$
- Columna 5 y 6: η, $d\eta$; $\eta = q/p'$ $d\eta = \eta(i) - \eta(i\text{-}1)$
- Columna 7: p_0; (valor de referencia de la SF elíptica) $\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} = \frac{p_0}{p}$
- Columna 8: Control p_0 vs. p_c
  - (Si $p_0 < p_c$ comportamiento elástico) calculo sólo def. volumétricas elásticas (columna 9)
  - (Si $p_0 > p_c$ comportamiento plástico) calculo sólo def. volumétricas totales (columna 10)
- Columna 9: Incremento de deformaciones volumétricas elásticas; $d\varepsilon_v^e = -\frac{de^e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0}\frac{dp}{p}$
- Columna 10: Incremento de deformaciones volumétricas totales; $d\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0}\left[\frac{dp}{p} + \left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right)\frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2}\right]$
- Columna 11: Deformaciones volumétricas acumuladas: $\varepsilon_v = \varepsilon_v(i\text{-}1) + d\varepsilon_v(i)$
- Columna 12: disminución de la relación de vacíos e; $de = d\varepsilon_v(1 + e_0)$
- Columna 13: relación de vacíos e; $e(i) = e(i\text{-}1) - de$

calcular dp/p como:
$(p' - p'_{-1}) / p'$

Trabajo Práctico: Aplicación de modelo Cam Clay Modificado.

- Tabla de Cálculo:
- Columna 14: Incremento de deformaciones de desvío totales; $d\varepsilon_s = d\varepsilon_s^p = \frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\left(\frac{dp}{p}+\frac{2\eta d\eta}{M^2+\eta^2}\right)\frac{2\eta}{M^2-\eta^2}$
- Columna 15: Deformaciones de desvío totales; $\varepsilon_s(i) = \varepsilon_s(i-1) + d\varepsilon_s$
- Columna 16: Deformación axial ε_1; $\varepsilon_1 = \varepsilon_s + \varepsilon_v/3$

- Línea LCN (LCI):
  - Obtener N a partir de e_0, p_0 y p_c $e_o = N-(\lambda.-\kappa).Ln(p_c')-\kappa.Ln(p_o')$
  - Graficar la recta con: $e = N-\lambda\ln(p')$
- Línea CSL (LEC):
  - Obtener Γ a partir de N $\Gamma = N-(\lambda-\kappa)Ln(2)$
  - Graficar la recta con $e = \Gamma-\lambda.Ln(p')$