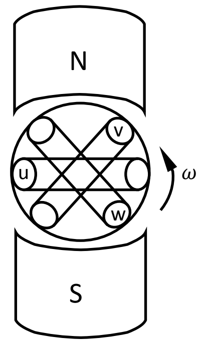
CIRCUITOS TRIFÁSICOS DE CORRIENTE ALTERNA

Una corriente alterna trifásica, surge de tres bobinas desfasadas 120° entre sí, arrolladas, que giran dentro de un estator, con una velocidad angular ω:



A cada comienzo de bobina le llamamos de una forma, surgiendo las denominaciones normalizadas *u, v* y *w*. A los finales de bobina se les llama *x, y, z*.

Y esa bobina debe girar a una velocidad constante para mantener la frecuencia de la red.

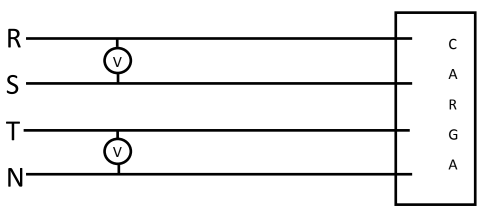
Las salidas de estas bobinas, luego se conectan con los hilos conductores, y, que en la Argentina, los denominamos con *R, S* y *T*, para los que llevan la corriente y tensión de cada bobina (vivos), y *N* al hilo restante (neutro), que transporta las corrientes y tensiones resultantes luego de haber pasado por la carga. Entonces relacionamos las tensiones de las bobinas con las tensiones de los hilos conductores:

$$U_{ux} = U_{RO} = U_R$$

$$U_{vy} = U_{SO} = U_S$$

$$U_{wz} = U_{TO} = U_T$$

Así, nos interesa analizar que sucede si hacemos la suma entre dos vectores, para calcular tensiones de fase y de línea, ya que de esto va a depender la corriente que circule por la carga. A tal objetivo, se colocan voltímetros como se muestra en la figura:

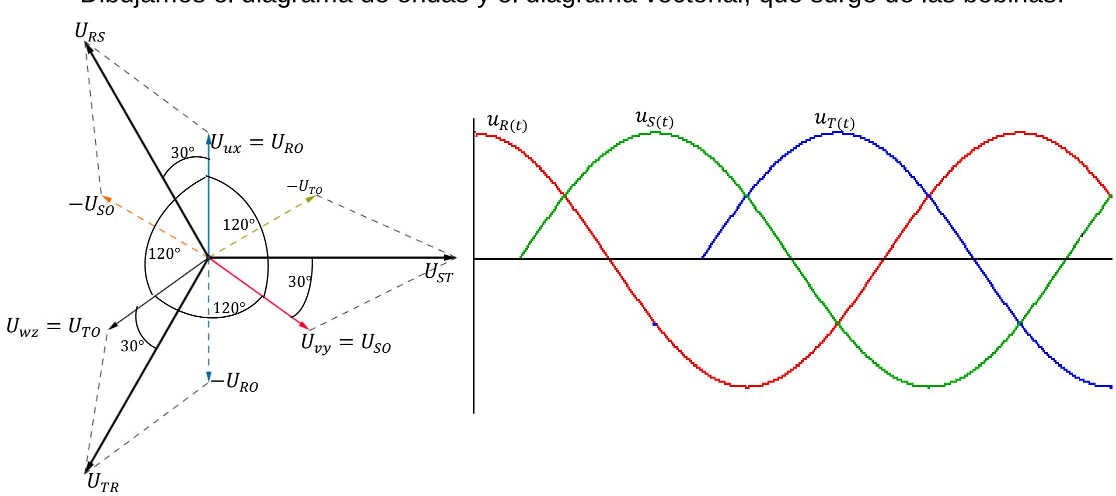


Y llamaremos tensión de línea U_{RS}, U_{ST}, U_{TR} a la tensión entre los conductores vivos, y tensión de fase a la tensión que existe entre cada una de ellas y el neutro:

$$\left.\begin{matrix} U_{RS} \\ U_{ST} \\ U_{TR} \end{matrix}\right\} tensiones\ de\ línea$$

$$\left.\begin{matrix} U_{R} \\ U_{S} \\ U_{T} \end{matrix}\right\} tensiones\ de\ fase$$

Dibujamos el diagrama de ondas y el diagrama vectorial, que surge de las bobinas:



Del gráfico de tensiones vemos que:

$U_{ux(t)} = U_{max}\cos\omega t$ Que son las ecuaciones de las tensiones instantáneas, tensiones

$U_{vy(t)} = U_{max}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$ que están desfasadas 120° entre sí.

$U_{wz(t)} = U_{max}\cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$

Sabemos que el valor eficaz de la tensión es de 220V, entonces: $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 220V \Rightarrow U_{max} = 311V$

Del gráfico, vemos también que:

$U_{RS} = U_{R0} - U_{S0}$

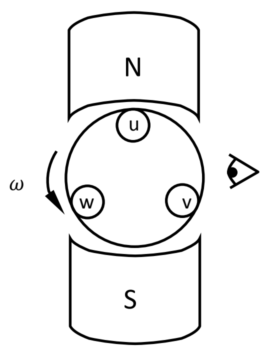
$U_{ST} = U_{S0} - U_{T0}$ tensiones de línea. Para cada una de las tensiones de línea tenemos que

$U_{TR} = U_{T0} - U_{R0}$ $U_{RS} = U_{R0} - U_{S0} = 2 \cdot U_f \cdot \cos 30° = 2 \cdot U_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Llegamos a la conclusión de que: $U_L = \sqrt{3} \cdot U_f$

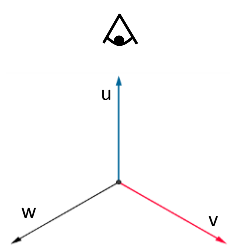
Orden o secuencia

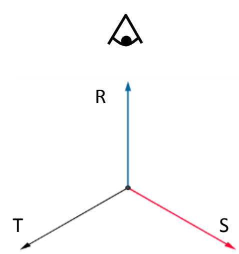
Si teníamos en un generador las bobinas *u, v* y *w*, desfasadas 120° entre sí, están pasan delante de un observador en un orden cíclico.



Este orden determina que fase toma primero el valor máximo. Este orden se origina en el generador y luego se transmite a los hilos conductores. Denominamos secuencia positiva a la secuencia:

UVW = RST





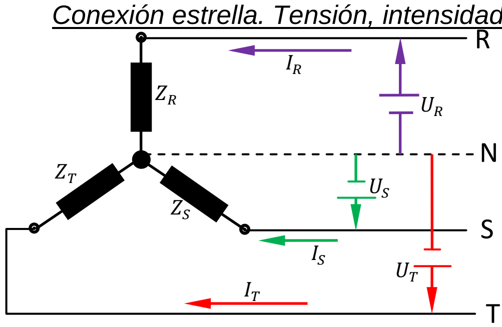
No debemos confundir el sentido de giro con el orden, el sentido de giro será siempre en sentido anti horario.

Generador

Partimos diciendo que el generador genera, tensiones de fase máximas iguales, de módulos iguales, desfasadas 120° entre sí todas. De modo que las tensiones de línea quedan 120° desfasadas todas, de módulos iguales a $\sqrt{3}U_f$, todas. Es decir, que genera un sistema perfecto.

$$\left.\begin{array}{c} |\bar{U}_{R0}| = |\bar{U}_{S0}| = |\bar{U}_{S0}| \\ \alpha = \beta = \theta = 120° \\ \bar{U}_{R0} + \bar{U}_{S0} + \bar{U}_{S0} = 0 \end{array}\right\} sistema\ perfecto$$

Conexión estrella. Tensión, intensidad y potencia



Tenemos tres impedancias conectadas en estrella, que son de igual magnitud.

$Z_R = Z_S = Z_T = Z_{\curlywedge}$ impedancia estrella

En la línea, tenemos, con respecto al neutro, tensiones de fase U_R, U_S, U_T, cuyos vectores representan una fem ficticia, donde el positivo es la flecha del vector.

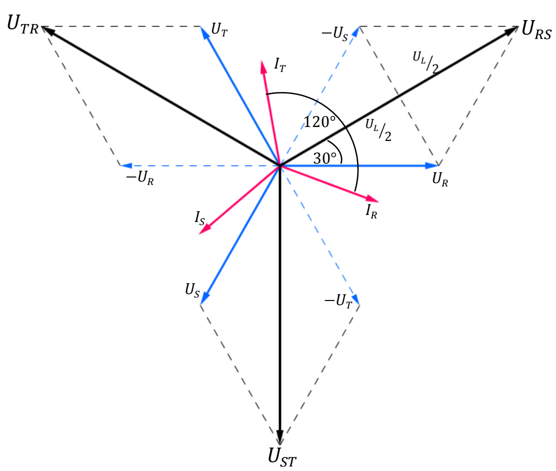
Entonces, nos impulsan, por esas líneas, corrientes que llamaremos de la misma forma que la fase I_R, I_S, I_T. Estas corrientes llegan a la carga, llamándose entonces corrientes de fase, que atraviesan las impedancias de fase. Entonces, la impedancia de fase, es recorrida por la corriente de fase, que será corriente de fase en estrella igual a la corriente de línea:

$$\boxed{I_{f\curlywedge} = I_L \begin{cases} I_R = I_L \\ I_S = I_L \\ I_T = I_L \end{cases}}$$

Todas las corrientes valen lo mismo, pero van a resultar vectores que están desfasados el mismo ángulo de la impedancia de carga, es decir, un ángulo φ, respecto de la carga, pero 120° entre sí. Entonces, por ejemplo:

$I_R = \frac{\overline{U_R}\llcorner 0°}{\overline{Z_R}\llcorner \varphi°} = \bar{I}_R \llcorner -\varphi°$ Las otras dos corrientes estarán desfasadas 120° de esta corriente.

Armamos el diagrama vectorial para $\overline{U_R}\llcorner 0°$:



$$\frac{U_L}{2} = U_f \cdot \cos 30°$$

$$U_L = 2 \cdot U_f \cdot \cos 30° = 2 \cdot U_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f$$

Así, para la estrella, establecemos que:

$$\boxed{U_L = \sqrt{3} \cdot U_f} \qquad \boxed{I_{f\curlywedge} = I_L}$$

La potencia de cada impedancia será:

$$P = U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$$

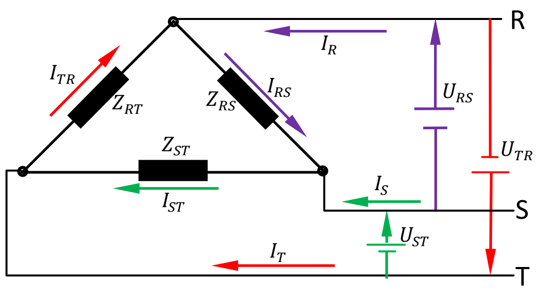
Entonces la potencia trifásica en estrella será:

$$P_{\curlywedge} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$$

$$P_{\curlywedge} = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

$$\boxed{P_{\curlywedge} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi} \qquad \boxed{Q_{\curlywedge} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi}$$

Conexión triángulo. Tensión, intensidad y potencia

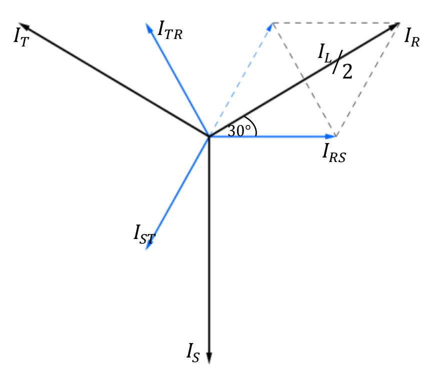


Tenemos ahora impedancias conectadas en triángulo, como se muestra en la figura. Entonces por la regla de las mallas tenemos que:

$$\overline{I_{RS}} = \overline{I_R} + \overline{I_{TR}} \Rightarrow \overline{I_R} = \overline{I_{RS}} - \overline{I_{TR}}$$

$$\overline{I_{ST}} = \overline{I_S} + \overline{I_{RS}} \Rightarrow \overline{I_S} = \overline{I_{ST}} - \overline{I_{RS}}$$

$$\overline{I_{TR}} = \overline{I_T} + \overline{I_{ST}} \Rightarrow \overline{I_T} = \overline{I_{TR}} - \overline{I_{ST}}$$



Del diagrama vectorial vemos que:

$$\frac{I_L}{2} = I_f \cdot \cos 30°$$

$$I_L = 2 \cdot I_f \cdot \cos 30° = 2 \cdot I_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$$

Así, para el triángulo, establecemos que:

$$\boxed{I_L = \sqrt{3} \cdot I_f} \qquad \boxed{U_f = U_L}$$

La potencia de cada impedancia será:
$P = U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$

Entonces la potencia trifásica en estrella será:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi$$

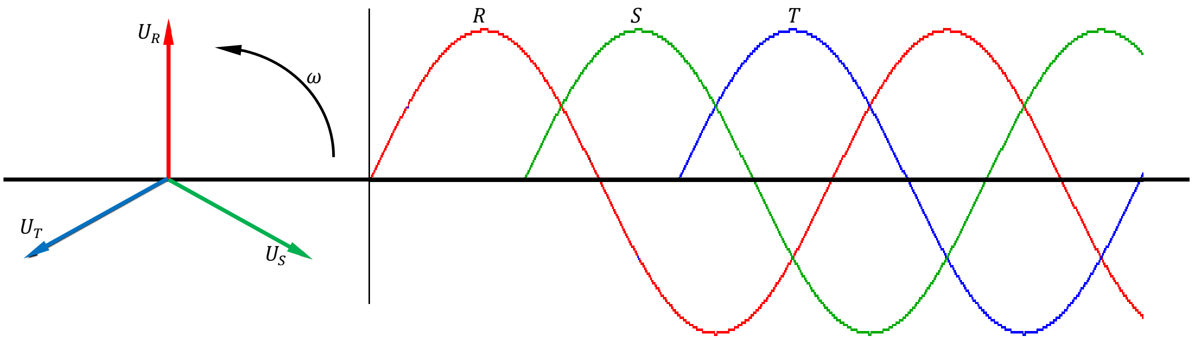
$$P = 3 \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot U_L \cdot \cos\varphi$$

$$\boxed{P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi}$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi}$$

Triángulo didáctico

En el tiempo, la terna de vectores U_R, U_S, U_T , girando con pulsación ω , representan las tensiones de fase. La secuencia positiva será RST=TRS=STR, que es el orden en que, un observador fijo, vería pasar los vectores. Y significa que las ondas alcanzan sus máximos en un cierto orden.



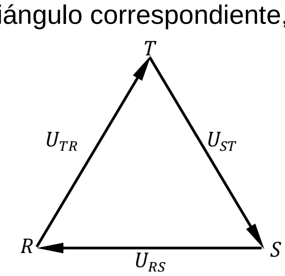
La secuencia negativa será RTS=SRT=TSR.

Si tenemos como dato una tensión de línea con su ángulo y la secuencia, podemos deducir rápidamente el resto de las tensiones, mediante el armado de un triángulo equilátero llamado triángulo didáctico. Entonces, dada, por ejemplo: $U_{RS} = 380V\llcorner 180°$, secuencia RTS

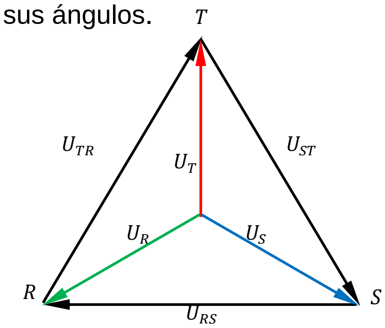
1°- Ubicamos el vector dado: $R \longleftarrow S$

2°- Establecemos los dos posibles triángulos y evaluamos, según la secuencia, cuál corresponde a nuestro caso:

3°- Una vez determinado el triángulo correspondiente, armamos los vectores correspondientes.



4°- Si se trata de cargas equilibradas, estableceremos entre cada vértice y el centro del triángulo, las tensiones de fase, quedándonos armado el triángulo didáctico, donde rápidamente podemos ubicar los vectores y sus ángulos.



Secuencia RTS:

$$U_{RS} = 380V\llcorner 180°$$
$$U_{ST} = 380V\llcorner -60°$$
$$U_{TR} = 380V\llcorner 60°$$
$$U_R = \frac{380}{\sqrt{3}}V\llcorner 210° = 220V\llcorner 210°$$
$$U_S = \frac{380}{\sqrt{3}}V\llcorner -30° = 220V\llcorner -30°$$
$$U_T = \frac{380}{\sqrt{3}}V\llcorner 90° = 220V\llcorner 90°$$

Comparación de las conexiones estrella triángulo a igual tensión.

Demostración que la potencia en triángulo es mayor que en estrella para igual tensión.

$$S_f = \frac{U^2}{Z}$$

En estrella:

$$S_{f\curlywedge} = \frac{{U_f}^2}{Z}$$
$$S_{f\curlywedge} = \frac{{U_L}^2}{(\sqrt{3})^2 Z}$$
$$S_{f\curlywedge} = \frac{{U_L}^2}{3 \cdot Z}$$
$$S_{III} = 3S_{f\curlywedge} = \frac{{U_L}^2}{Z}$$

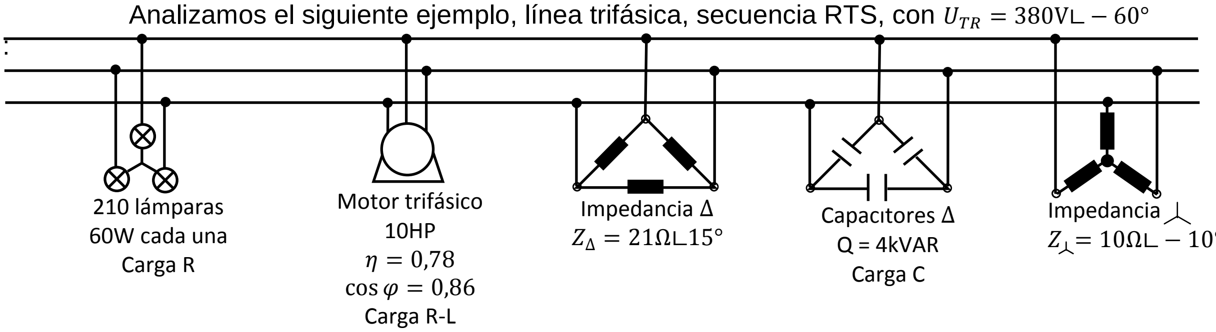
En triángulo:

$$S_{f\Delta} = \frac{{U_f}^2}{Z}$$
$$S_{f\Delta} = \frac{{U_L}^2}{Z}$$
$$S_{III\Delta} = 3S_{f\Delta} = 3 \cdot \frac{{U_L}^2}{Z}$$

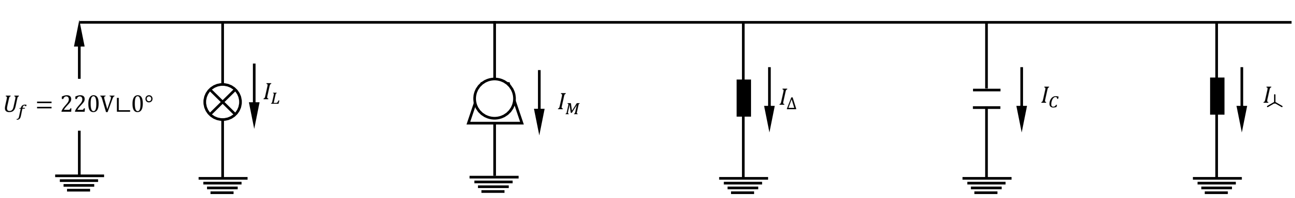
Como vemos, la potencia absorbida en Δ, es tres veces mayor que la absorbida en ⅄.

Cargas equilibradas en paralelo. Método del equivalente monofásico.

Analizamos el siguiente ejemplo, línea trifásica, secuencia RTS, con $U_{TR} = 380V\llcorner -60°$:



Si resolvemos uno por uno estos sistemas trifásicos, podríamos obtener cada una de las corrientes. Para ello, reducimos cada sistema a estrella, transformando los triángulos en estrella, y trabajamos como si estuviéramos en un sistema monofásico. Entonces:



Para las lámparas tenemos: $I_L = \frac{P}{\sqrt{3}\cdot U_L \cdot \cos\varphi} = \frac{210\cdot 60W}{\sqrt{3}\cdot 380V\cdot \cos 0°} = 19{,}1A\angle 0°$

Para el motor será: $\eta = \frac{P_{ced}}{P_{abs}} \Rightarrow P_{abs} = \frac{10HP}{0{,}78}\cdot\frac{746W}{1HP} = 9564{,}1W$

$$I_M = \frac{P}{\sqrt{3}\cdot U_L\cdot\cos\varphi} = \frac{9564{,}1W}{\sqrt{3}\cdot 380V\cdot 0{,}86} = 16{,}9A\angle -30°$$

Al triángulo lo debemos convertir o reducir a estrella, entonces operamos de la siguiente forma:

$Z'_{\curlywedge} = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{21\Omega\angle 15°}{3} = 7\Omega\angle 15°$ Entonces: $I'_{\curlywedge} = \frac{U_f}{Z'} = \frac{220V\angle 0°}{7\Omega\angle 15°} = 31{,}4A\angle -15°$

Para los capacitores, procedemos como si estuvieran en estrella:

$$I_C = \frac{Q}{\sqrt{3}\cdot U_L\cdot\sin\varphi} = \frac{4000VAR}{\sqrt{3}\cdot 380V\cdot\sin 90°} = 6{,}07A\angle 90°$$

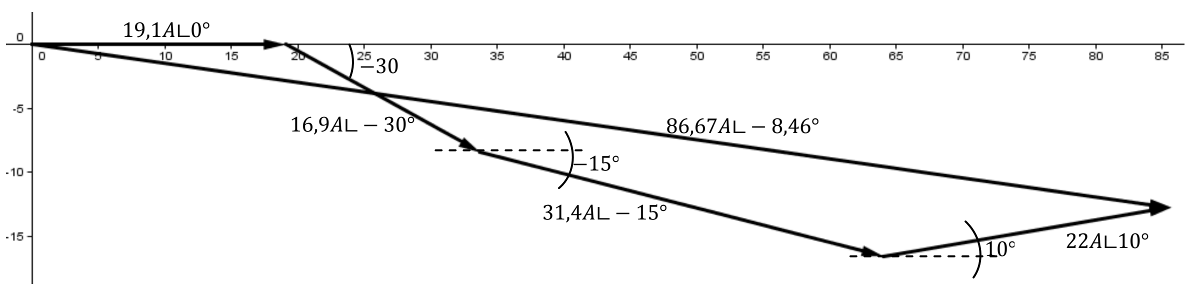
Para las impedancias en estrella: $I_{\curlywedge} = \frac{U_f}{Z} = \frac{220V\angle 0°}{10\Omega\angle -10°} = 22A\angle 10°$

Entonces la corriente total será la suma de todas las corrientes anteriores:

$$I_T = 19{,}1A\angle 0° + 16{,}9A\angle -30 + 31{,}4A\angle -15° + 22A\angle 10°$$

$$I_T = 86{,}67A\angle -8{,}46°$$

El diagrama vectorial del equivalente monofásico de intensidades:



Entonces con secuencia RTS, con $U_{TR} = 380V\angle -60°$, hacemos el diagrama vectorial trifásico:

Triángulo didáctico:

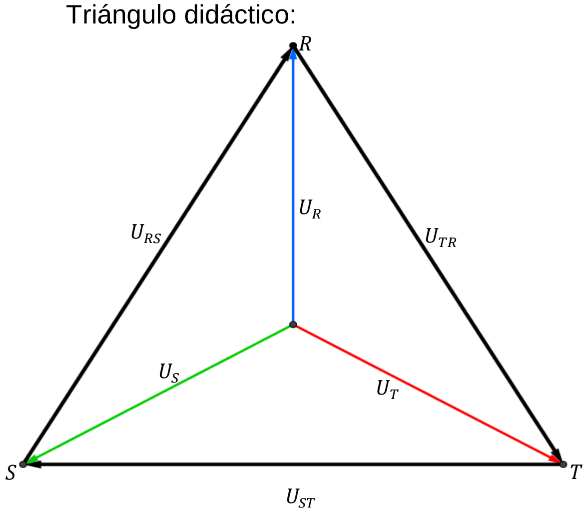
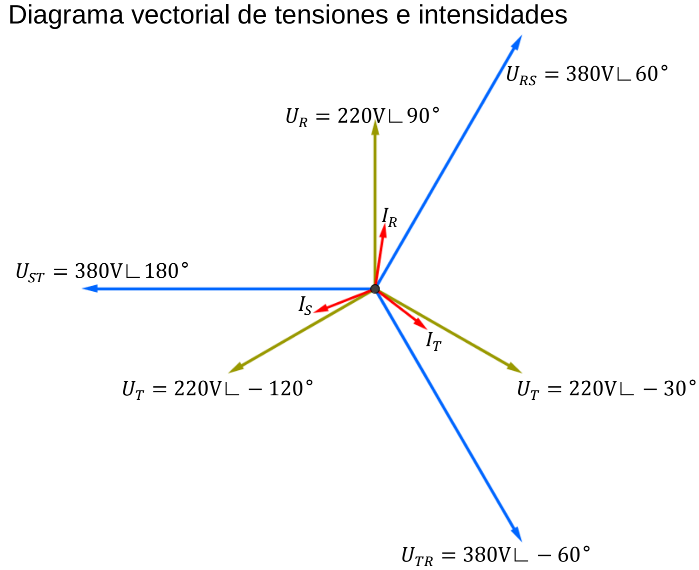
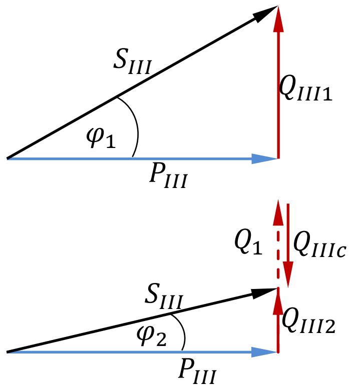


Diagrama vectorial de tensiones e intensidades



Corrección del factor de potencia

Para la corrección del factor de potencia en corriente alterna trifásica tenemos dos opciones, conectar los capacitores en triángulo o conectar los capacitores en estrella.



Pero $Q_{IIIC} = P_{III} \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$

$$Q_C = \frac{Q_{IIIC}}{3} = \frac{U^2}{X_C} = \frac{U^2}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot U^2$$

$$\frac{Q_{IIIC}}{3} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot U^2$$

$$C = \frac{Q_{IIIC}}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2} = \frac{Q_{IIIC}}{6 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2}$$

Pero dependiendo de cómo conectamos es que tendremos una tensión de fase o una tensión de línea:

$$C_{\perp} = \frac{Q_{IIIC}}{6 \cdot \pi \cdot f \cdot \left(\frac{U_L}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{Q_{IIIC}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot {U_L}^2}$$

$$C_\Delta = \frac{Q_{IIIC}}{6 \cdot \pi \cdot f \cdot {U_L}^2}$$

Y vemos que la capacidad en triángulo es tres veces menor que en estrella, por lo que implicará menores costos.