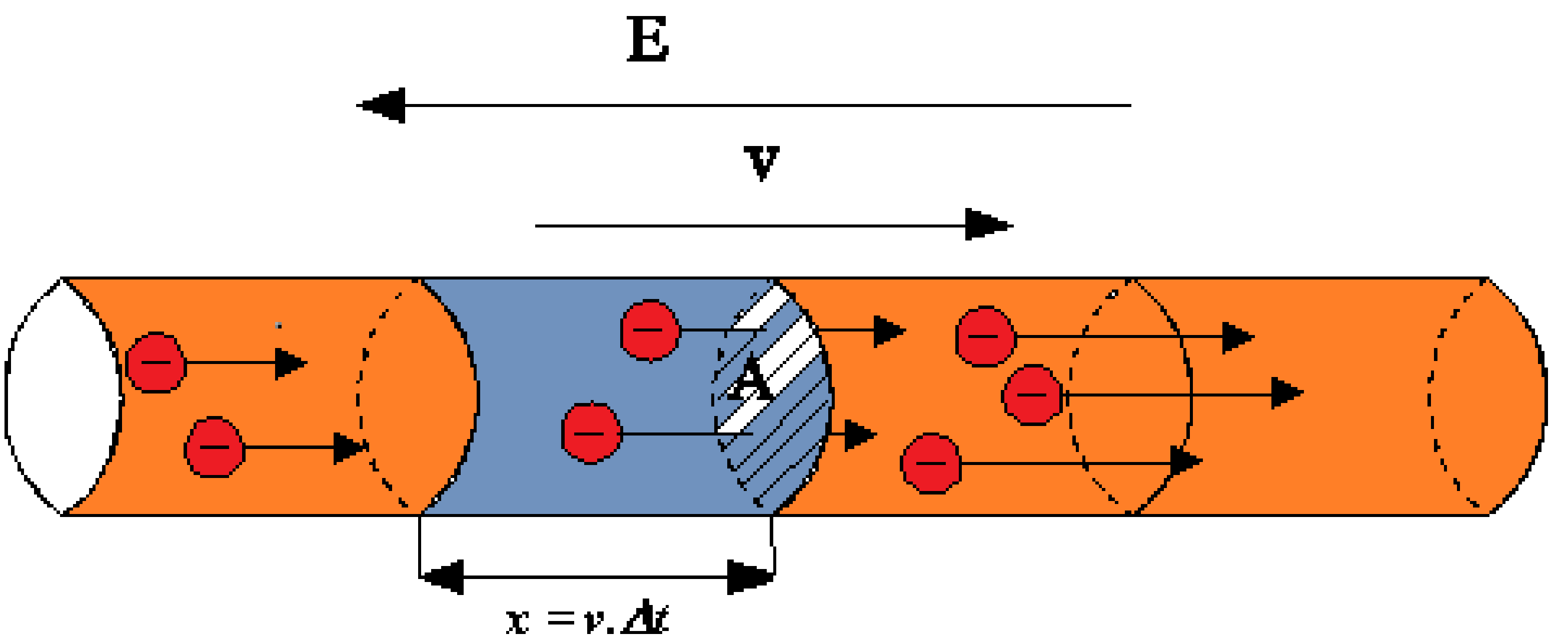
Corriente Alterna Monofásica

Electrotecnia y Máquinas Eléctricas

09/04/2021

• Corriente Continua

Las cargas eléctricas en un conductor metálico son electrones (cargas negativas) y las cargas libres en un electrolito son iones positivos o negativos. Si queremos que circule una corriente permanente en un conductor, debemos mantener continuamente un campo, o un gradiente de potencial dentro de él. Si el campo tiene siempre el mismo sentido, aunque pueda variar de intensidad, la corriente se denomina continua. Si el campo se invierte periódicamente, el flujo de cargas se invierte en la misma forma y la corriente es alterna.

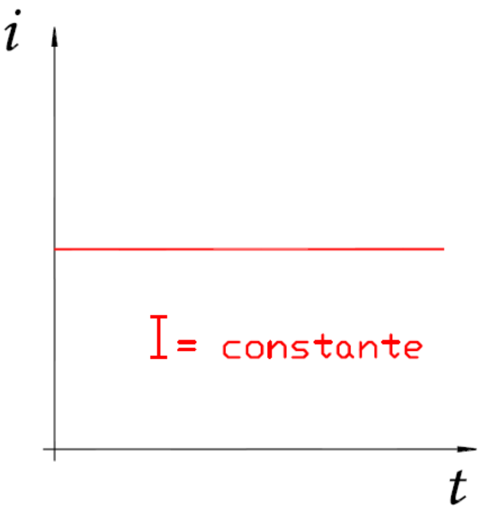


Corriente Continua

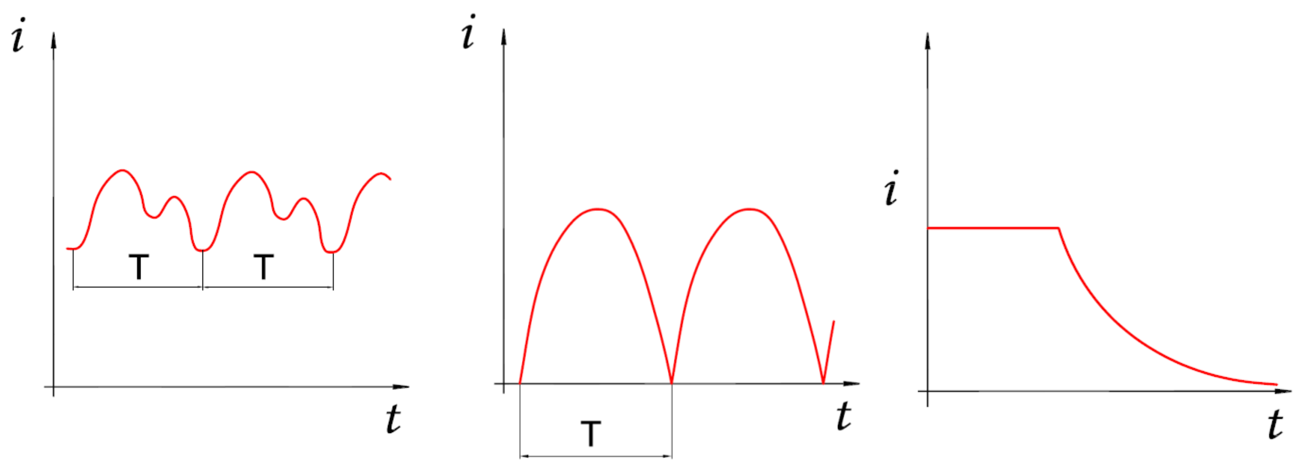
Circulación de electrones por un circuito, siempre en el mismo sentido, unidireccional, aunque su intensidad sea variable.

El sentido de circulación es invariable.

- C.C. pura:



- C.C. periódica, pulsante, transitoria



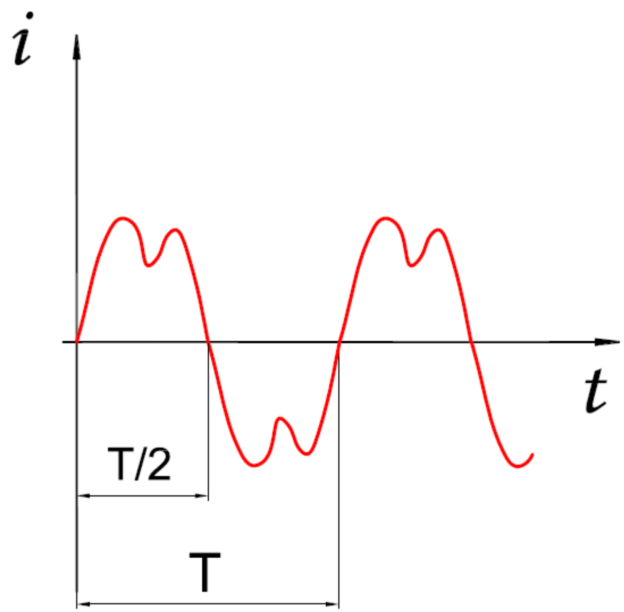
Período T
Frecuencia f

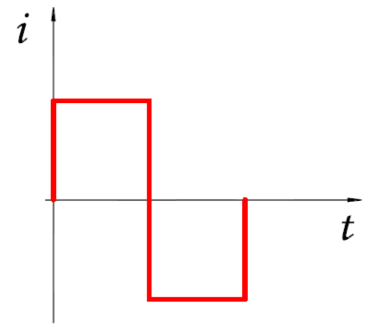
$$f = \frac{1}{T} \quad [Hz]$$

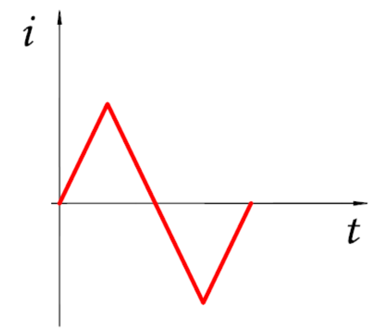
Corriente Alterna

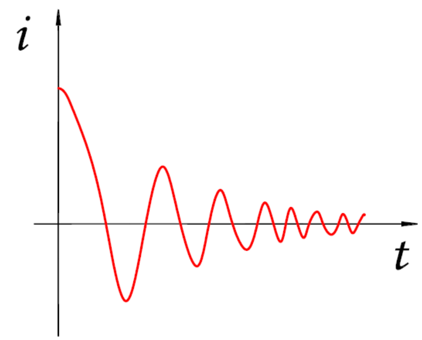
La circulación de electrones por un circuito cambia periódicamente de sentido. Cumple 2 condiciones:

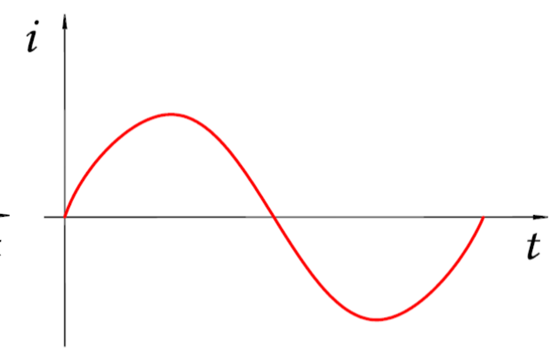
1. **Su periodo puede dividirse en 2 parte iguales (semi-períodos)**
2. **La sucesión de valores de un semi-período es igual a la del siguiente, pero con distinto signo (distinto sentido de circulación).**









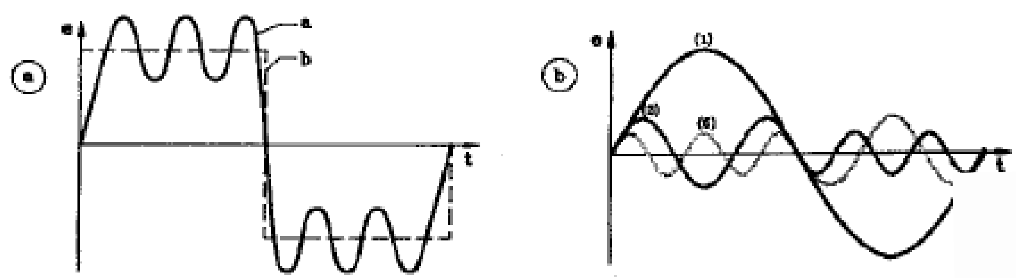


Corriente Alterna

¿Por qué se trabaja con la onda seno?

1. La función seno está perfectamente definida gráfica y matemáticamente.

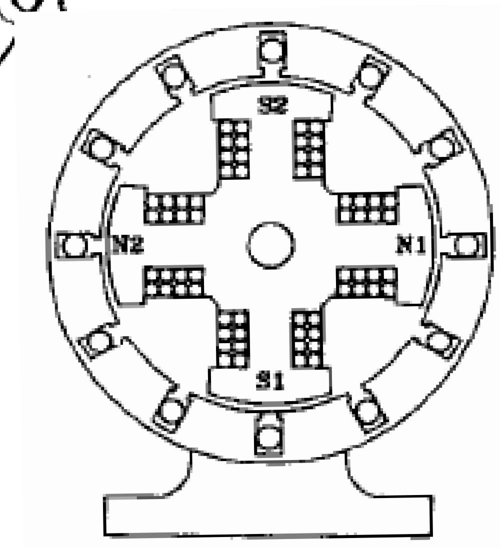
2. Las ondas periódicas no senoidales se descomponen en una serie de ondas senoidales de distintas frecuencias, y son operables mediante series de Fourier.



3. Son de fácil generación, y en magnitudes elevadas (alternadores trifásicos).

4. Son de fácil transformación en otras ondas de distinta magnitud (transformadores).

5. Son de fácil transporte y utilización.

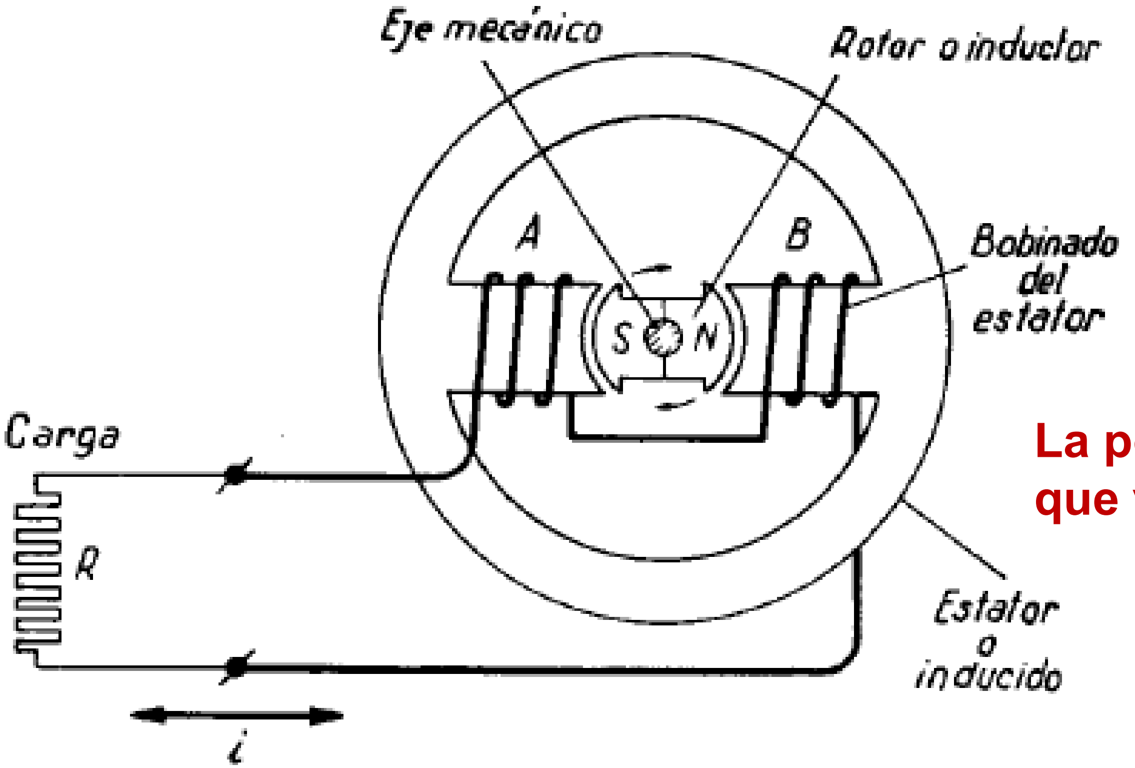


Generación de C.A. senoidal

1. **Rotor de polos magnéticos que giran con:**

$$\omega = cte$$

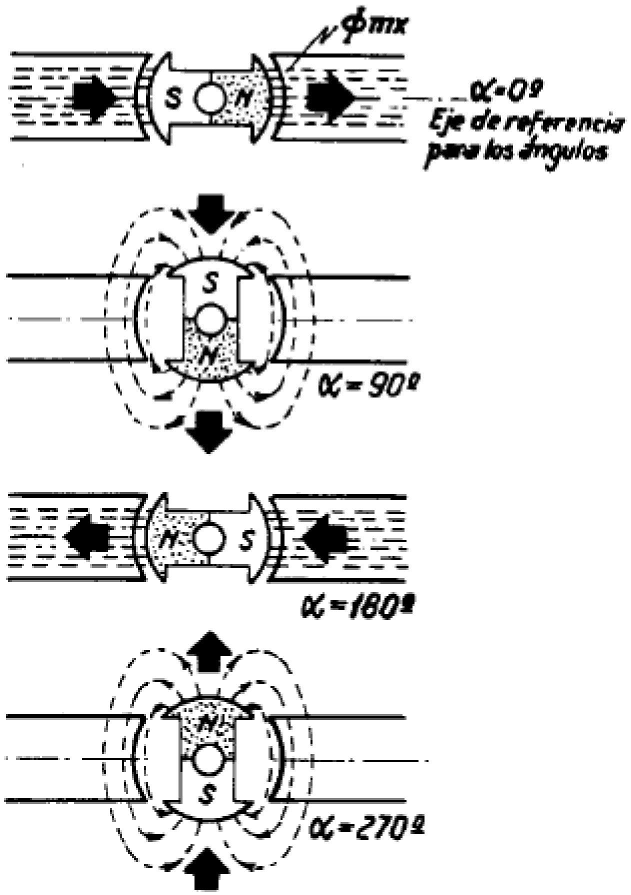
2. **Bobinas A y B en serie, igual sentido, y que juntas completan N vueltas.**



La polaridad no es fija, sino que va cambiando en el tiempo.

Generación de C.A. senoidal

1. Flujo magnético que reciben las bobinas A y B por efecto del rotor:



$$\phi(t) = \Phi \cos wt$$

$$\Phi = \phi_{max}$$

Ángulo α recorrido por el rotor:

$$\alpha = \omega . t$$

siendo: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi f t$$

resulta:

$$\phi = \Phi \cos 2\pi f t$$

Generación de C.A. senoidal

2. **Fem.. inducida: en las bobinas A y B, debidas a variaciones en el flujo magnético, que según Faraday- Lenz:**

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} = \omega N \Phi sen\omega t$$

siendo:

$$E_{\max} = \omega N \Phi = 2\pi f N \Phi$$

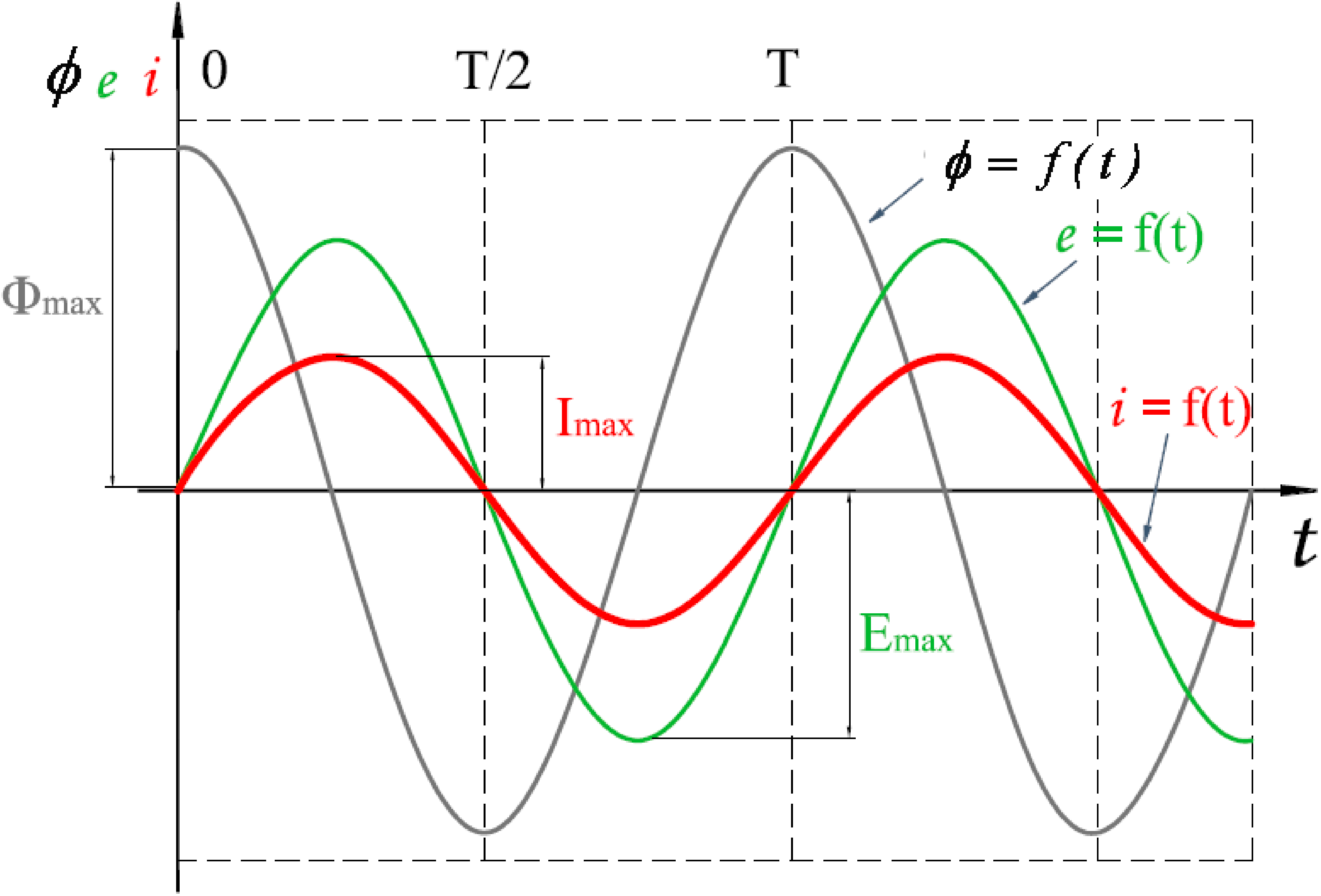
$$\boxed{e = \mathrm{E}_{max}.sen2\pi f t = \mathrm{E}_{max}.sen\omega t}$$

3. **Intensidad instantánea: que circula por la R, se obtiene aplicando Ley de Ohm a cada instante :**

$$\boxed{i = \frac{e}{R} = \frac{\mathrm{E}_{max}}{R} sen\omega t = \mathrm{I}_{max} sen\omega t}$$

siendo: $\mathrm{I}_{max} = \frac{\mathrm{E}_{max}}{R} = cte$

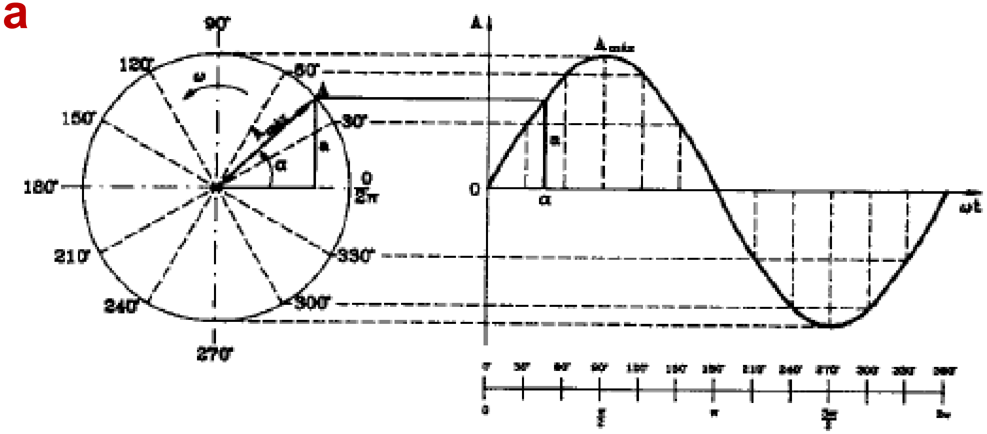
Generación de C.A. senoidal



Definición matemática y representación gráfica de una onda senoidal

- **Físicamente: la función seno se forma por movimiento vibratorio armónico.**

- **Matemáticamente: una senoide se forma por la proyección de un vector giratorio sobre un eje fijo.**



$$a = A_{max}.sen\omega t = A_{max}.sen2\pi ft$$

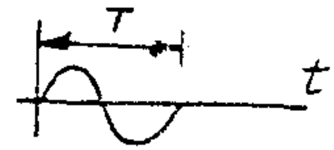
- **Ángulos eléctricos de la función seno:**
Son distintos a los ángulos geométricos (descriptos por la espira o rotor)

$$\alpha = \omega t = 2\pi ft \ \ [rad] \qquad (1\,rad = 57{,}2958°)$$

Parámetros de una onda seno

1. Período: **Es el tiempo transcurrido en realizar un ciclo. Tiempo que abarca una onda completa.**

$$T = \frac{1}{f}\ [s]$$

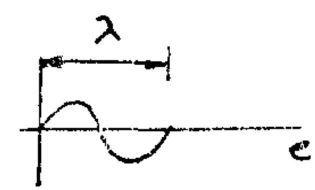


2. Velocidad angular (velocidad eléctrica o pulsación):

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = 2\pi f \quad [rad/s]$$

3. Longitud de onda **λ**: **espacio que abarca la onda completa.**

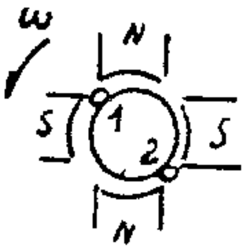
$$v = \frac{e}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



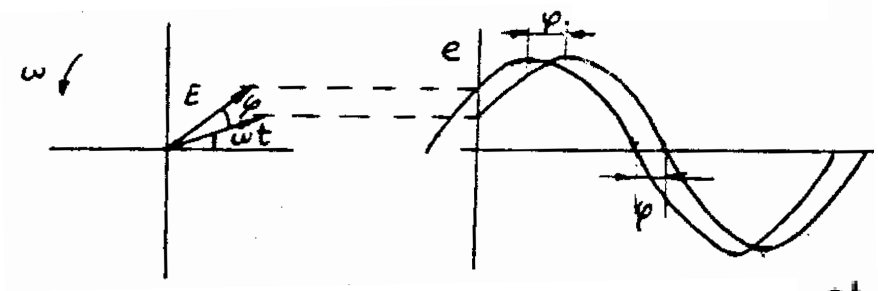
Parámetros de una onda seno

4. Frecuencia: **n° de ciclos o períodos comprendidos en un segundo.**

$$f = \frac{1}{T} \qquad f = \frac{\omega}{2\pi}\ [Hz] \qquad f = \frac{pn}{60}$$

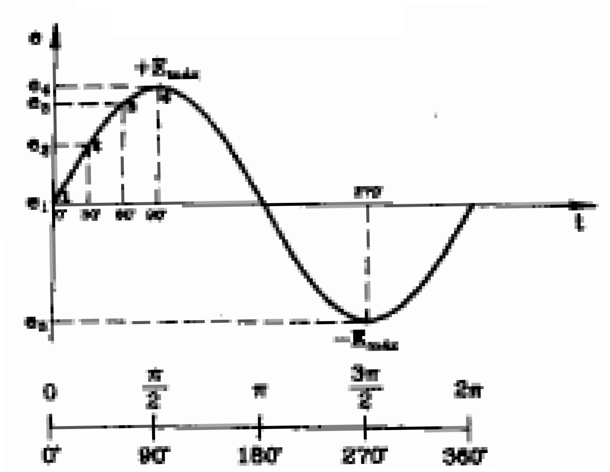


5. Desfase φ: **ángulo comprendido entre vectores o senoides.**



6. Valor instantáneo:
   Es el valor que toma la onda en un determinado instante. Se representa mediante letras minúsculas. Surge de sustituir en la expresión matemática, el valor de α correspondiente.

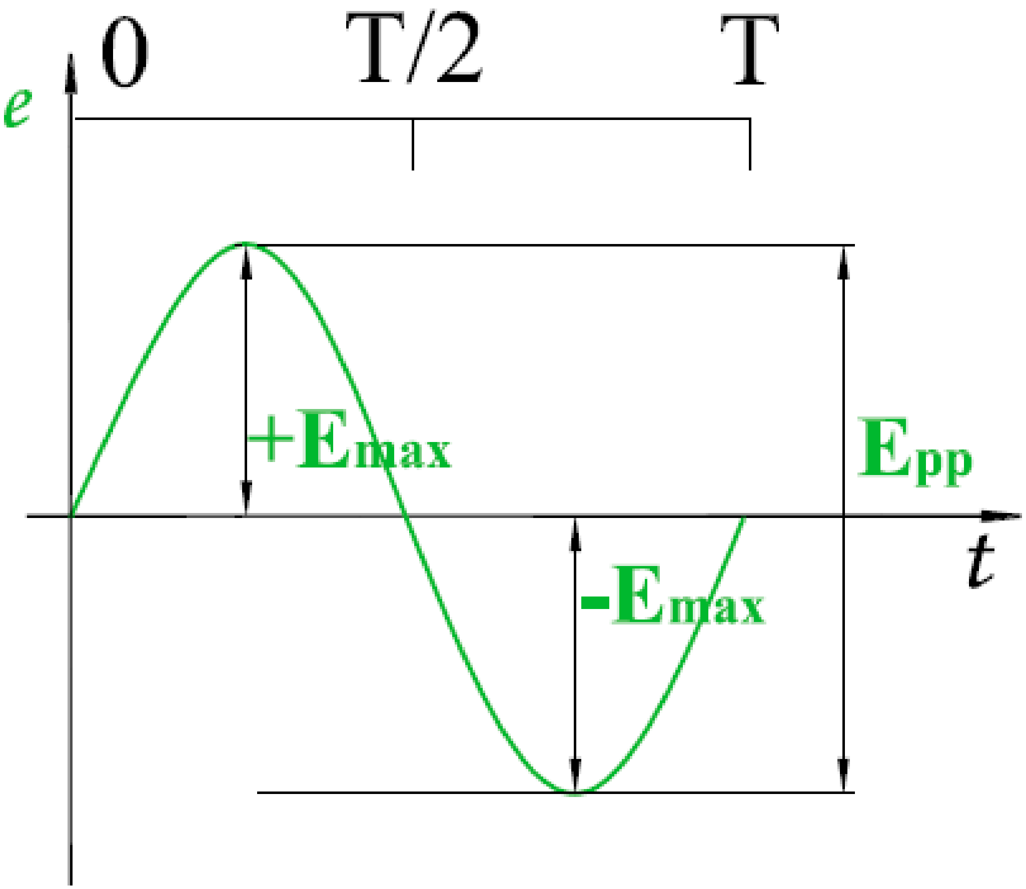
$$a = A_{max}.\,sen\omega t = A_{max}.\,sen2\pi f t$$



Parámetros de una onda seno

7. Valor máximo (amplitud): **valor que toma la ordenada máxima de la onda, en un período T.**

8. Valor pico a pico: **se define como dos veces el valor máximo.**

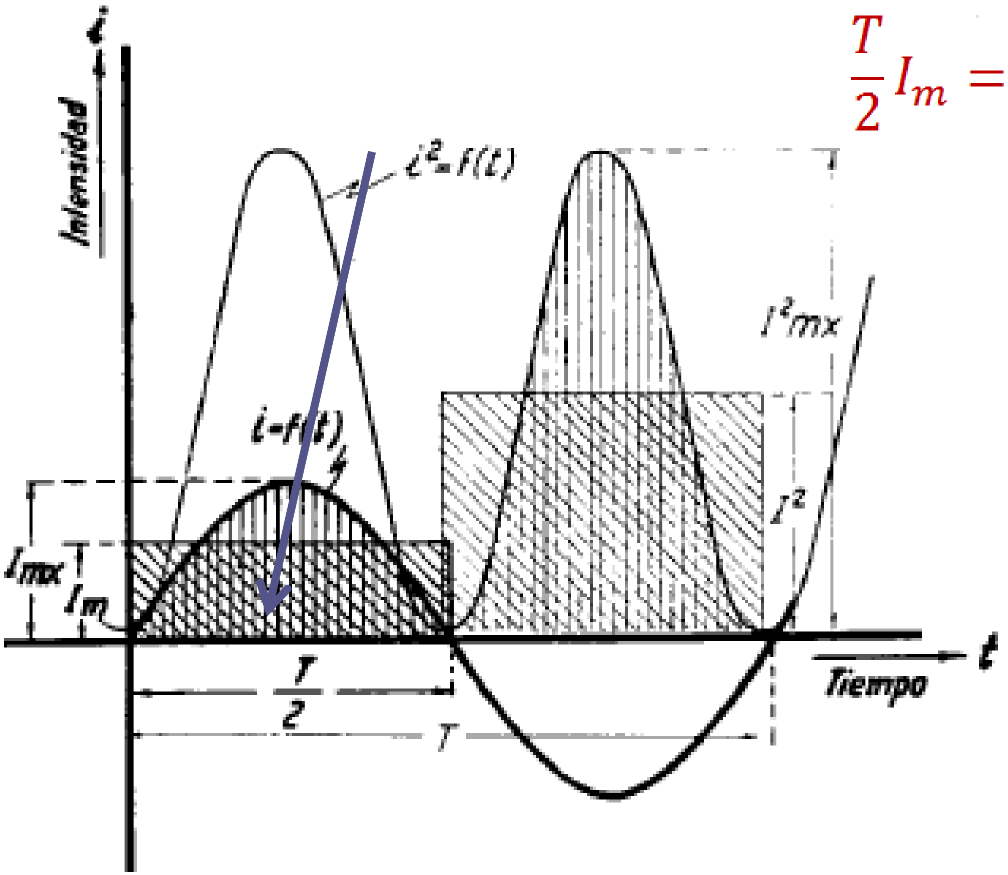


$$E_{pp} = 2E_{max}$$

Parámetros de una onda seno

9. Valor medio:

Se considera un rectángulo de base T/2 y altura I_{med}. Su superficie es igual a la encerrada por la semi-onda y el eje de los tiempos:



$$\frac{T}{2} I_m = \int_0^{T/2} i.dt$$

• **en forma general:**

$$\boxed{I_m = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i.dt}$$

•**para onda sinusoidal:**

$$I_m = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \mathrm{I}_{max}.sen\omega t\;.dt$$

$$I_m = \frac{2\mathrm{I}_{max}}{T}\left|-\frac{1}{\omega}cos\omega t\right|_0^{T/2}$$

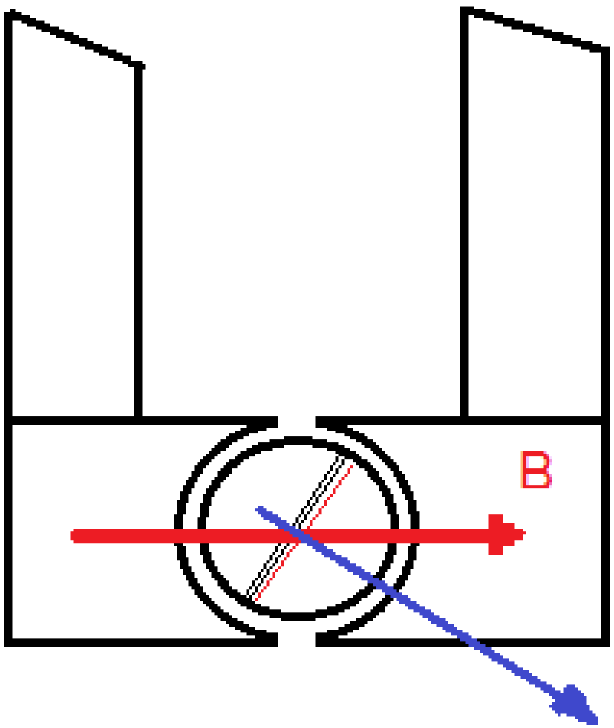
$$\boxed{I_m = \frac{2}{\pi}\mathrm{I}_{max} = 0{,}6366\ \mathrm{I}_{max}}$$

Parámetros de una onda seno

9. Valor medio:

- **Se emplea en el cálculo de la cantidad de electricidad para carga y descarga de baterías:** $$Q = I_{med}.t\ [Ah]$$

- **Instrumento de bobina móvil:** $$F = Bli$$ **dado que B = cte, la desviación es proporcional a la intensidad de corriente.**



- **Si el instrumento es de cero en el centro, una C.C. produce una desviación constante.**
- **Una C.A. lo haría oscilar alrededor del cero, si la frecuencia fuera baja.**
- **Intercalando un rectificador, la aguja se sitúa en una posición fija que depende del "valor medio" aritmético de las intensidades.**

Parámetros de una onda seno

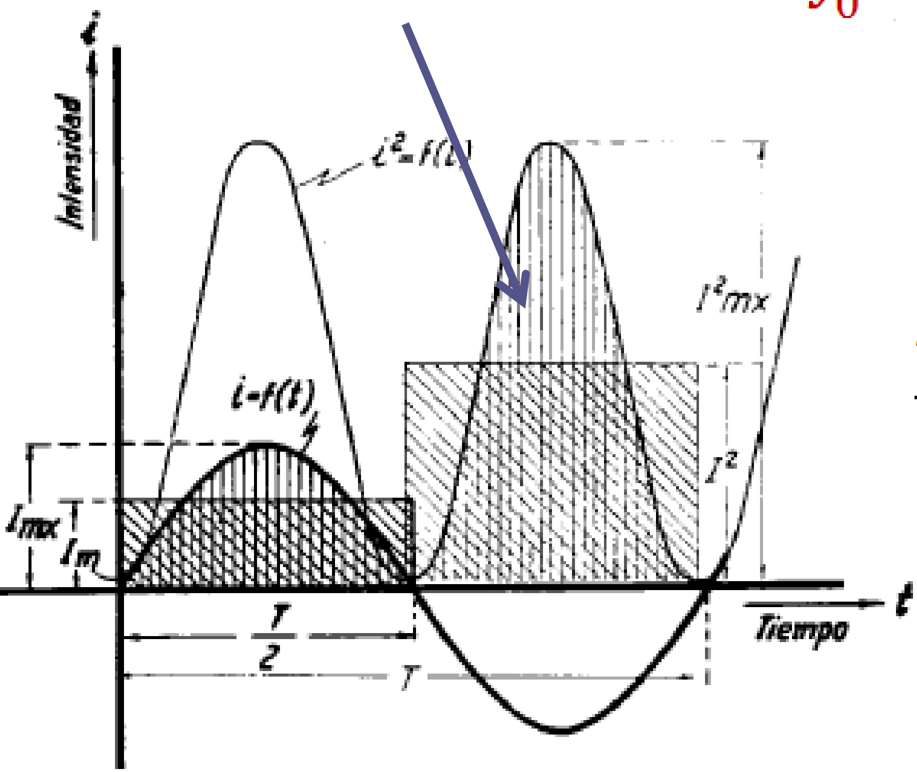
10. Valor eficaz:

El valor eficaz de una corriente (o una tensión) alternada, es un valor particular de la *corriente (o de la tensión) continua*, que producirá iguales efectos térmicos en una R dada.

$$\frac{T}{2} I^2 = \int_0^{T/2} i^2 . dt$$

• en forma general:

$$\boxed{I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T} i^2 . dt}}$$



•para onda sinusoidal:

$$\frac{T}{2} I^2 = \mathrm{I}_{max}{}^2 \int_0^{T/2} sen^2 \omega t . dt$$

$$\frac{T}{2} I^2 = \mathrm{I}_{max}{}^2 \left(\int_0^{T/2} \frac{1}{2} dt - \int_0^{T/2} \frac{\cos 2\omega t}{2} dt\right)$$

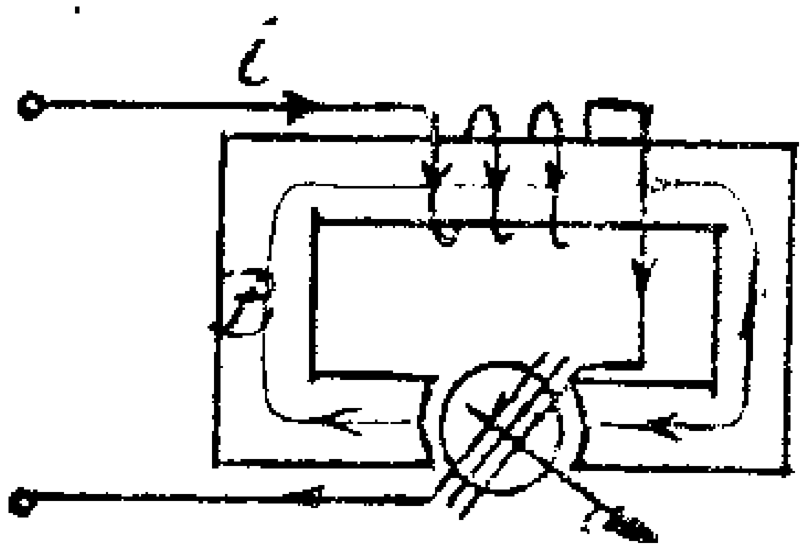
$$I^2 = \frac{\mathrm{I}_{max}{}^2}{2} \Rightarrow \boxed{I = \frac{\mathrm{I}_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 . \mathrm{I}_{max}}$$

Parámetros de una onda seno

10. Valor eficaz:

- **Instrumentos de acción cuadrática: se emplean para medir C.A. evitando tener que rectificarla. Sentido de desviación independiente del sentido de la corriente. Miden el valor medio cuadrático de los valores instantáneos.**

- **Instrumentos térmicos:** Ri^2
- **Instrumentos ferrodinámicos**
- **al circular por la bobina fija:** $B = f(i)$
- **al circular por la bobina móvil:** $F = Bli$
- **por lo tanto:** $F = f(i^2)$



Parámetros de una onda seno

11. Factor de amplitud:

- Cociente entre el valor máximo de una onda senoidal y su correspondiente valor eficaz.
- Dato necesario para juzgar rigidez dieléctrica, o tiempos de actuación de interruptores y fusibles frente a cortocircuitos.

$$K_a = \frac{E_{max}}{E} = \sqrt{2}$$

8. Factor de forma:

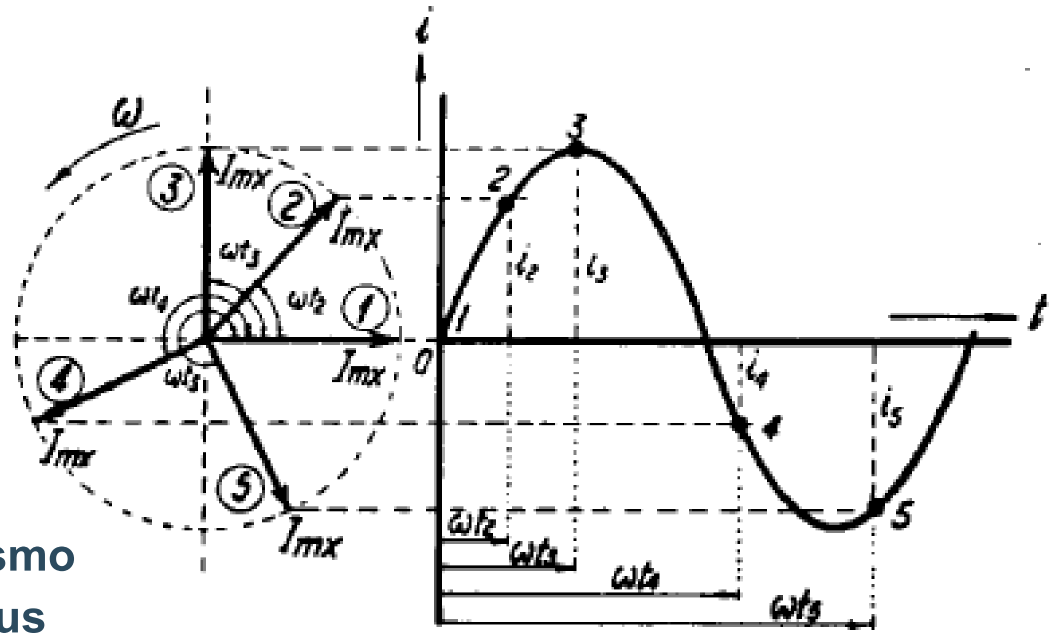
- Cociente entre el valor eficaz de una onda senoidal y su valor medio durante un semiperíodo.
- Da una idea de la forma de la onda.

$$K_f = \frac{E}{E_{med}} = 1{,}11$$

Factor \ Forma de onda	Senoidal	Rectangular	Semicircular	Triangular	Punta flecha dos semiparábolas	Semielíptica
Amplitud	$\sqrt{2}$	1,00	1,22	$\sqrt{3}$	2,22	1,22
Forma	1,11	1,00	1,04	1,15	1,35	1,04

Método vectorial

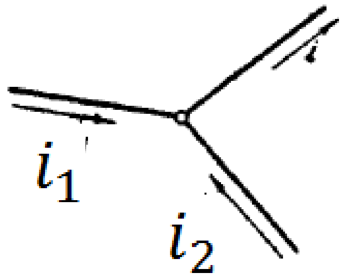
- **Sustituye a la <u>expresión gráfica</u> de una intensidad de corriente, tensión o f.e.m. mediante sinusoides en coordenadas cartesianas, por vectores giratorios denominados *vectores armónicos* o *fasores***
  - **A cada punto de una sinusoide le corresponde una posición dada de un fasor, tal que la proyección de ese fasor sobre un eje o pantalla vertical prefijado es el valor instantáneo.**



- **En un circuito de C.A. las *i , u, e* se vinculan mediante ctes, por lo que:**
- **tienen igual *f***
- **los fasores correspondientes a un mismo circuito giran a igual ω, y conservan sus posiciones relativas => se supone que están fijos.**

Método vectorial

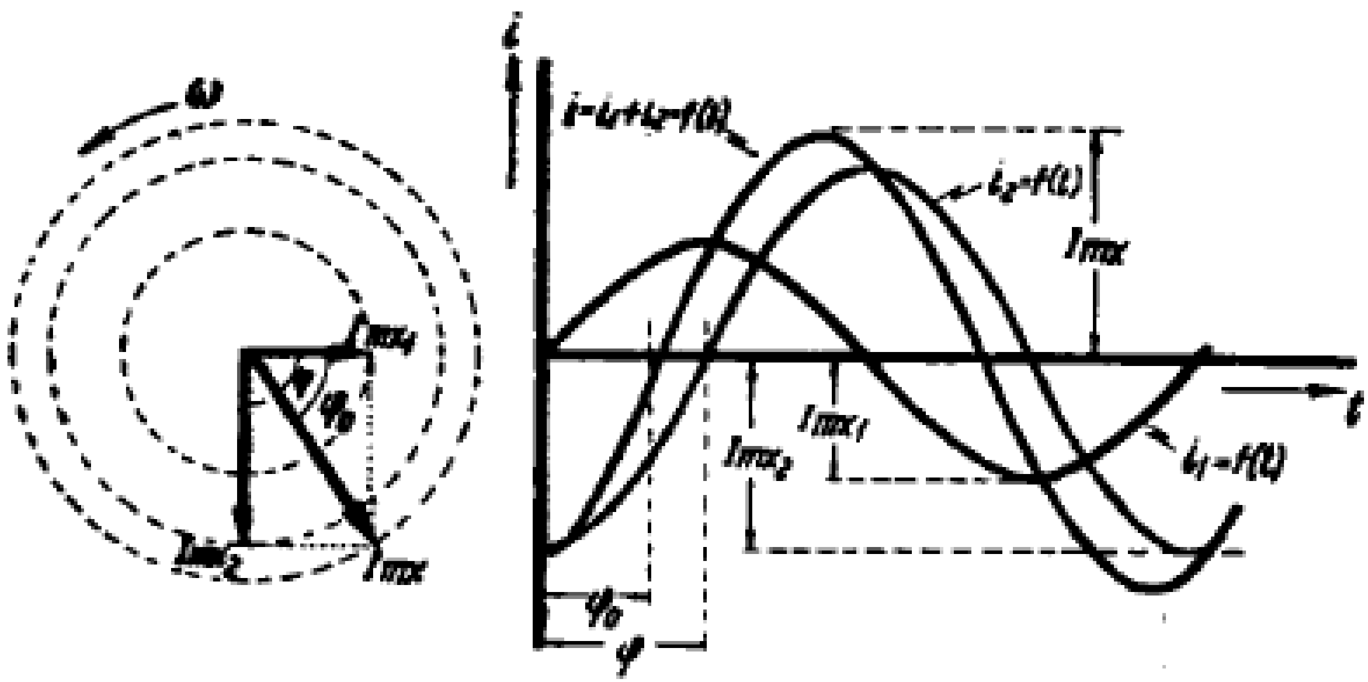
•Ejemplo: a un nodo llegan 2 corrientes alternas. $i = i_1 + i_2$ **(Kirchhoff)**



$$i_1 = \mathrm{I}_{max1} sen\omega t$$

$$i_2 = \mathrm{I}_{max2} sen(\omega t - \varphi)$$

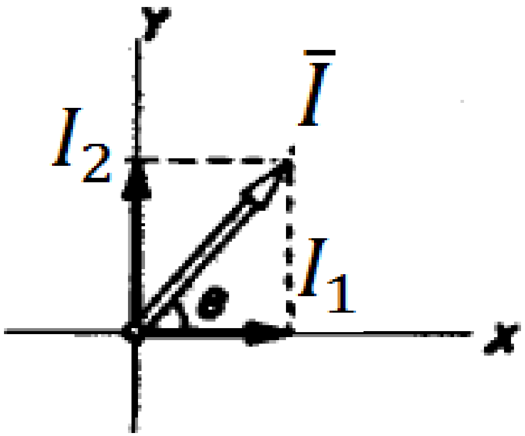
La representación vectorial es sencilla comparada con la representación gráfica sinusoidal:



Método simbólico

- **Sustituye a la <u>expresión analítica</u> trigonométrica de una intensidad de corriente, tensión o f.e.m. senoidal, por la representación de los *fasores* mediante números complejos.**

- **Hay 4 formas de representar un vector:**



1. **Forma cartesiana (o rectangular)** $$\bar{I} = I_1 + jI_2$$
2. **Forma trigonométrica** $$\bar{I} = I(\cos\theta + j sen\,\theta)$$
3. **Forma exponencial** $$\bar{I} = I e^{j\theta}$$
4. **Forma polar** $$\bar{I} = I \underline{/\theta}$$

•Vinculadas mediante:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$ **(módulo)**

$$\theta = ar\,tg \frac{I_2}{I_1}$$ **(argumento)**

$$I_1 = I \cos\theta$$

$$I_2 = I \operatorname{sen}\theta$$

Método simbólico

CONSIDERACIONES

- El operador imaginario $j = \sqrt{-1}$ es tal que:

$$Si \;\; jI_2 \;\Rightarrow\; I_2 \; adelanta \; 90° \; a \; OX$$

$$Si \;\; jjI_2 = j^2 I_2 \;\; \Rightarrow \; -I_2 \;\; \Rightarrow \; I_2 \; adelanta \; 180° \; a \; OX$$

Cada vez que se aplica el operador j, la cantidad afectada gira 90°.

- *Cantidades reales*: aquellas que coinciden con el eje OX.
- *Cantidades imaginarias*: aquellas que concuerdan con el eje OY.

Operaciones con vectores

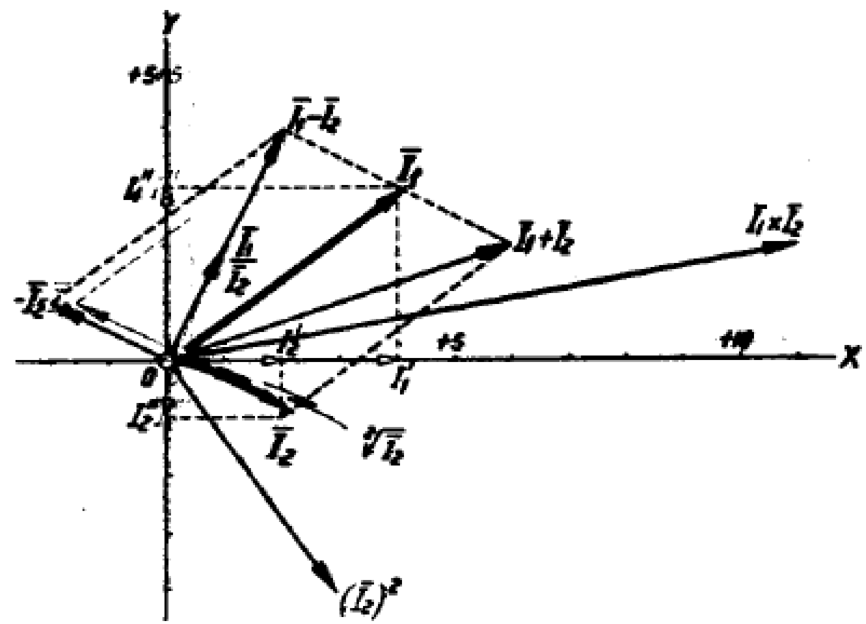
1. SUMA

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \left(I_1' + jI_1''\right) + \left(I_2' + jI_2''\right)$$

$$\bar{I} = \left(I_1' + I_2'\right) + j\left(I_1'' + I_2''\right)$$

$$\boxed{|I| = \sqrt{(I_1' + I_2')^2 + (I_1'' + I_2'')^2}}$$

$$\boxed{\theta = ar\,tg\,\frac{(I_1'' + I_2'')}{(I_1' + I_2')}}$$



Lo más conveniente es operar con la forma cartesiana.

Operaciones con vectores

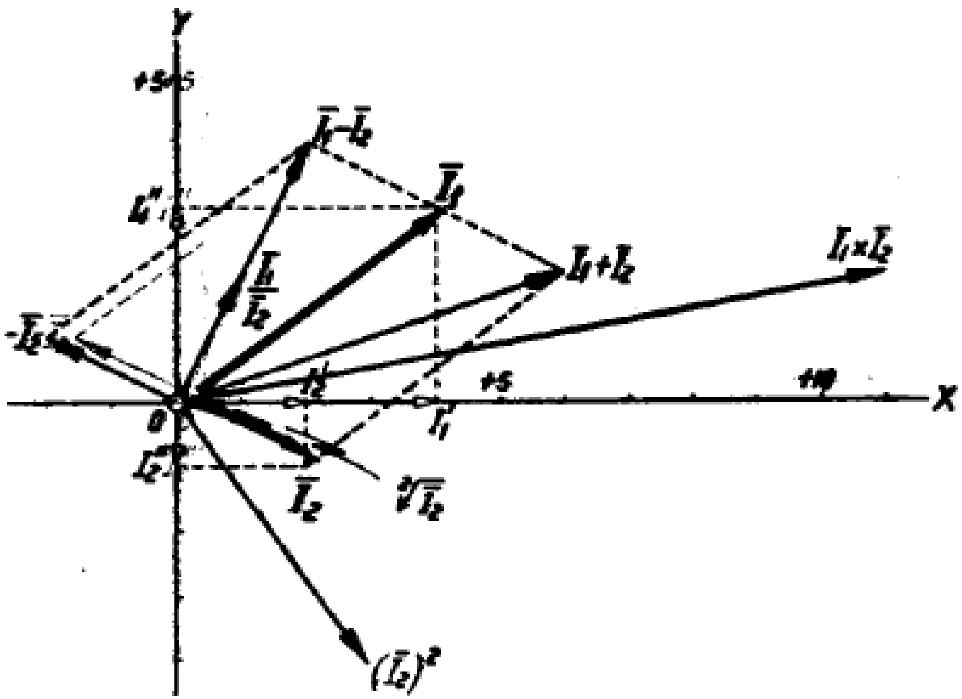
2. DIFERENCIA

$$\bar{I} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2 = (I_1' + jI_1'') - (I_2' + jI_2'')$$

$$\bar{I} = (I_1' - I_2') + j(I_1'' - I_2'')$$

$$\boxed{|I| = \sqrt{(I_1' - I_2')^2 + (I_1'' - I_2'')^2}}$$

$$\boxed{\theta = ar\,tg\frac{(I_1'' - I_2'')}{(I_1' - I_2')}}$$



Lo más conveniente es operar con la forma cartesiana.

Operaciones con vectores

3. GENERALIZACIÓN DE SUMA Y RESTA

$$\bar{I} = \bar{I_1} + \bar{I_2} + \cdots + \bar{I_n} = \sum_{i=1}^{i=n} I_n' + j\sum_{i=1}^{i=n} I_n''$$

Hay que observar los signos de las componentes reales I´ y de las componentes imaginarias I”, para el caso de que se trate de sumas y restas.

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 - \bar{I}_3 = (I_1' + j\,I_1'') + (I_2' + j\,I_2'') - (I_3' + j\,I_3'')$$

$$I = (I_1' + I_2' - I_3') + j\,(I_1'' + I_2'' - I_3'')$$

$$|I| = \sqrt{(I_1' + I_2' - I_3')^2 + (I_1'' + I_2'' - I_3'')^2}$$

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{I_1'' + I_2'' - I_3''}{I_1' + I_2' - I_3'}$$

Operaciones con vectores

4. MULTIPLICACIÓN

Forma cartesiana: $\bar{I} = \bar{I_1} * \bar{I_2} = \left(I_1' + jI_1''\right) * \left(I_2' + jI_2''\right)$

$$\boxed{|I| = \sqrt{(I_1'I_2' - I_1''I_2'')^2 + (I_2''I_1' + I_1''I_2')^2}}$$

$$\boxed{\theta = ar\,tg\frac{(I_2''I_1' + I_1''I_2')}{(I_1'I_2' - I_1''I_2'')}}$$

Forma polar: $\bar{I} = \bar{I_1} * \bar{I_2} = \mathrm{I}_1\underline{/\theta_1} * \mathrm{I}_2\underline{/\theta_2}$

$$\bar{I} = I_1 I_2 \underline{/(\theta_1 + \theta_2)}$$

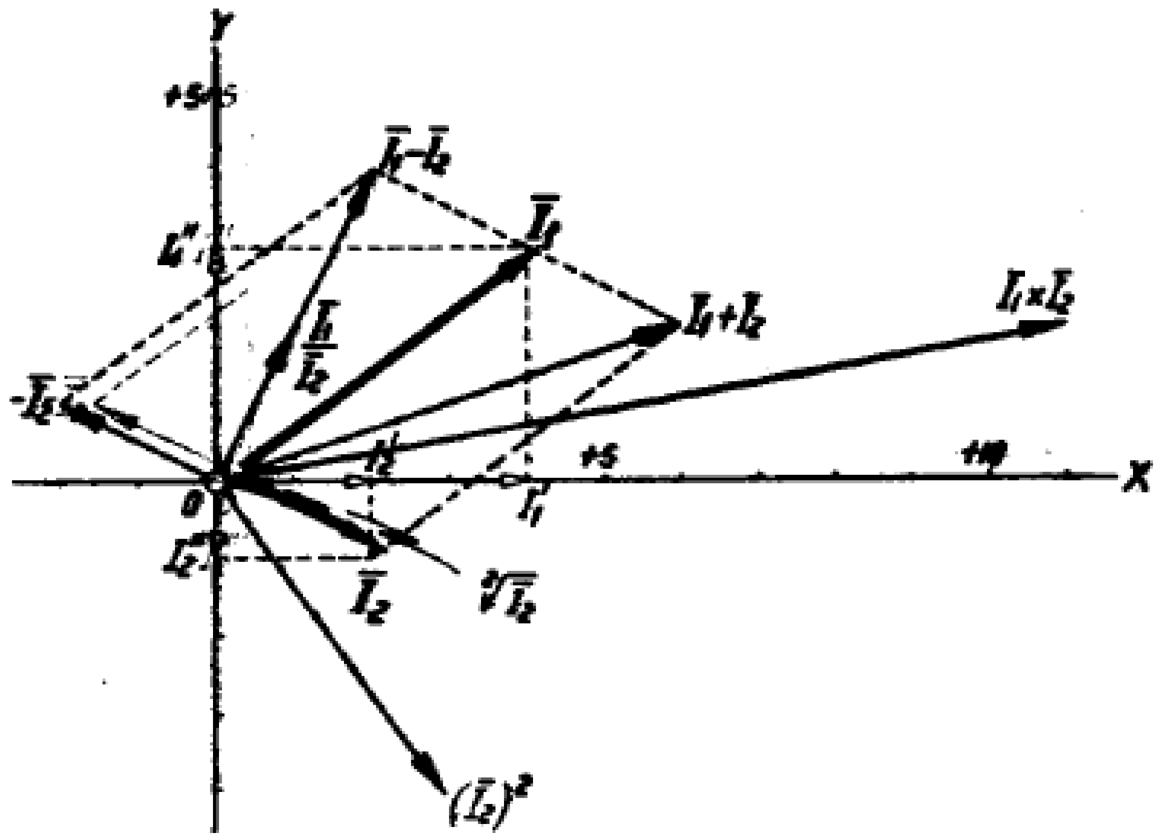
Operaciones con vectores

5. POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

Lo forma más conveniente para estas operaciones es la polar.

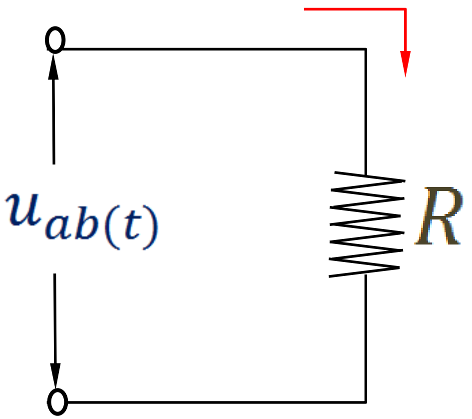
$$(\bar{I})^n = (I)^n \underline{/n\theta}$$

$$\sqrt[n]{\bar{I}} = \sqrt[n]{I}\,\underline{/(\theta/n)}$$



Circuito resistivo puro

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$



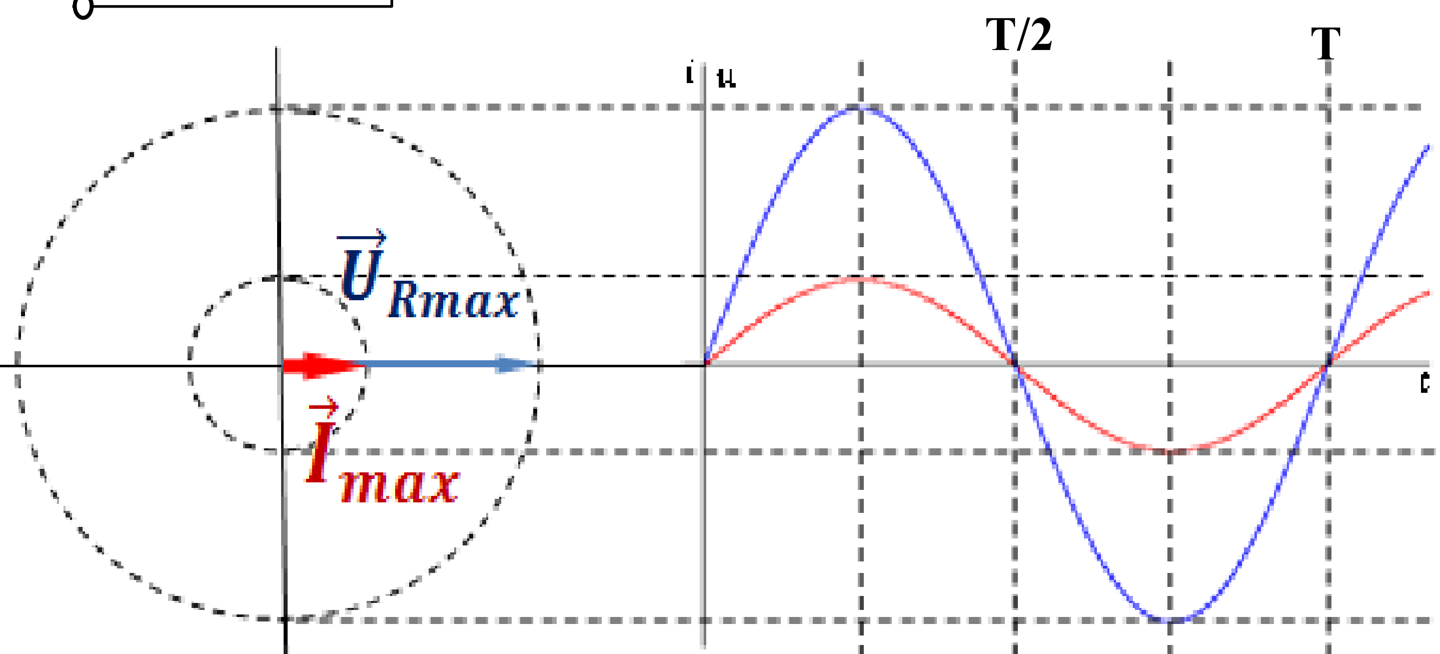
$$u_{r(t)} = R \cdot i_{(t)} = R \cdot I_{max} sen\omega t$$

siendo: $U_{max} = R \cdot I_{max}$

resulta: $u_{r(t)} = U_{max} sen\omega t$

Notación Simbólica

$$\boxed{\bar{U} = R\,\bar{I}}$$



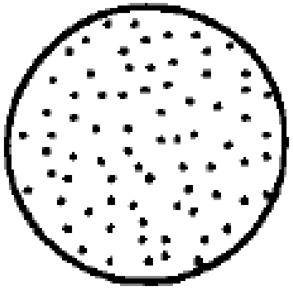
$$u_{(t)} = U_{max} sen\omega t$$

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$

Circuito resistivo puro

- **Resistencia óhmica o resistencia de C.C.**

Ofrecida por un conductor al circular por él una corriente no cambiante. Densidad de corriente constante en la sección. Las cargas libres en movimiento atraviesan la sección recta por todos sus puntos.



- **Resistencia efectiva o resistencia de C.A.**

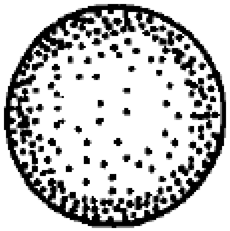
Resistencia total ofrecida al paso de la C.A., incluyendo la resistencia óhmica y resistencia debida a corrientes parásitas, por histéresis, dieléctricas, por efecto corona, y por efecto Kelvin.

Circuito resistivo puro

EFECTO PELICULAR O SKIN, O EFECTO KELVIN

En C.A. los conductores presentan mayor densidad de corriente en la superficie que en el centro.

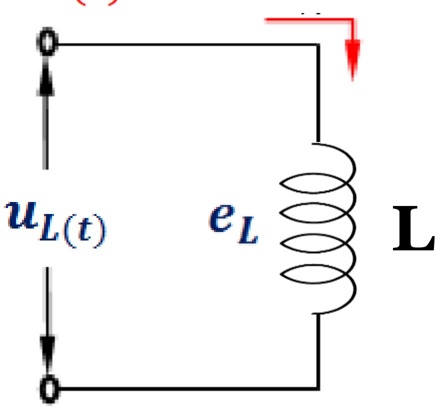
- **Causa**: En el centro existe una mayor reactancia inductiva dado que la variación del campo magnético $(d\Phi/dt)$ es mayor en el centro.



- Es mayor para conductores de grandes secciones, a mayores frecuencias, en conductores con cubierta metálica, o si están arrollados sobre núcleo ferromagnético.

Circuito inductivo puro

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$



$$e_L = -N\frac{d\emptyset}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

$$u_{L(t)} = -e_L = +L\,\frac{d(I_{max} sen\omega t)}{dt}$$

siendo: $X_L = \omega \cdot L$

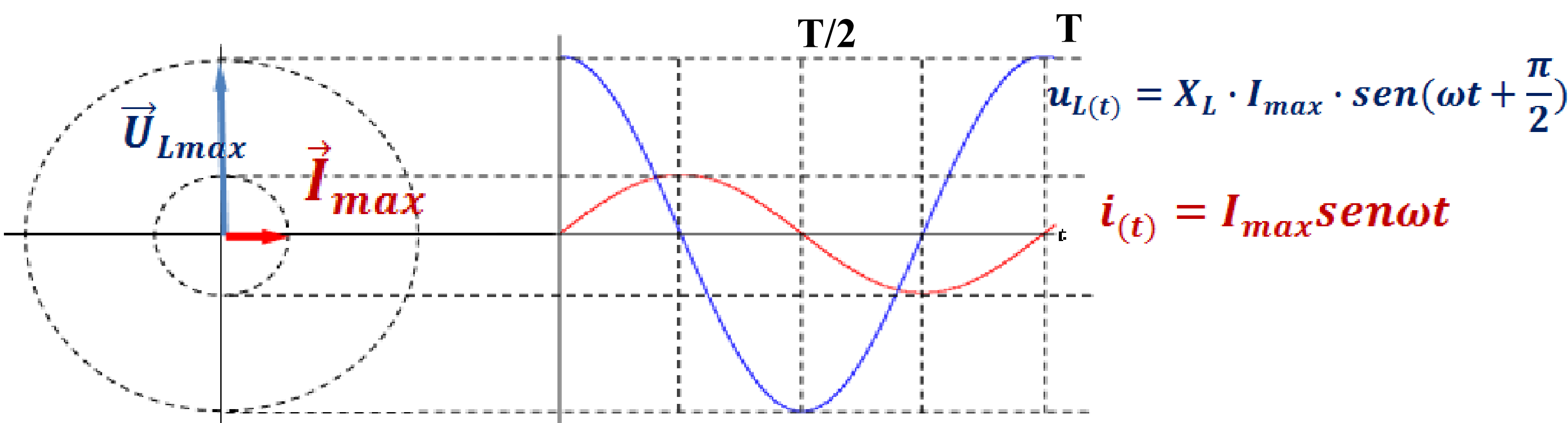
$$cos\omega t = \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U_{max} = X_L \cdot I_{max}$$

resulta: $u_{L(t)} = U_{max} sen(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$

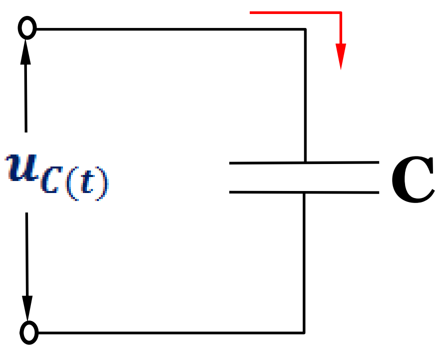
Notación Simbólica

$$\overline{U} = jX_L . \overline{I}$$



Circuito capacitivo puro

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$



$$du = \frac{1}{C} \cdot dq$$

$$dq = i \cdot dt$$

$$d_{u_C(t)} = \frac{1}{C} . i(t) = \frac{1}{C} . I_{Máx} . senwt. dt$$

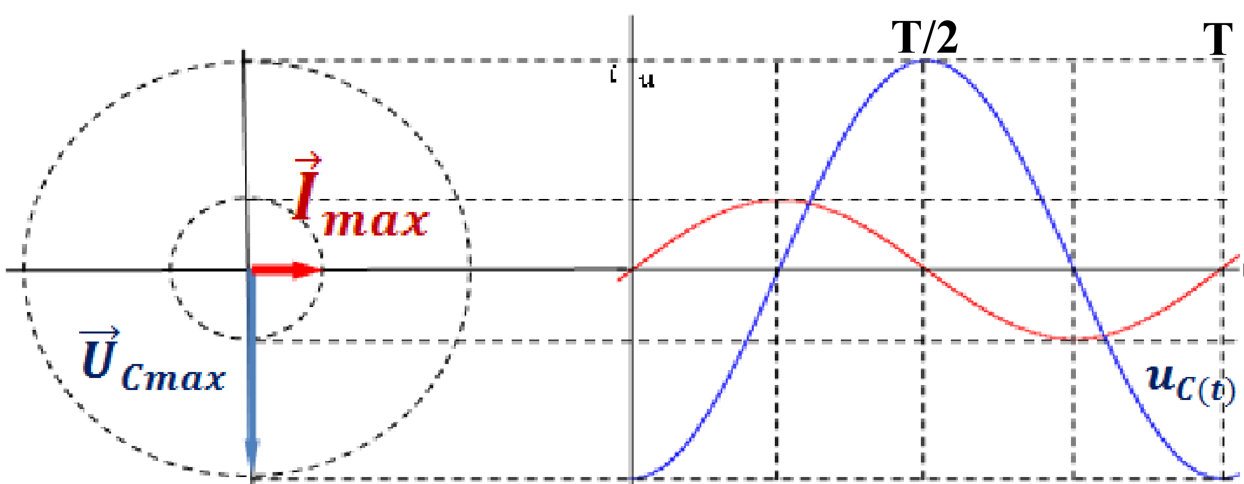
$$u_{C(t)} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_{max} \cdot \cos \omega t$$

siendo: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$

$$u_{C(t)} = X_C \cdot I_{max} \cdot \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Notación Simbólica

$$\boxed{\overline{U} = -jX_C \cdot \overline{I}}$$

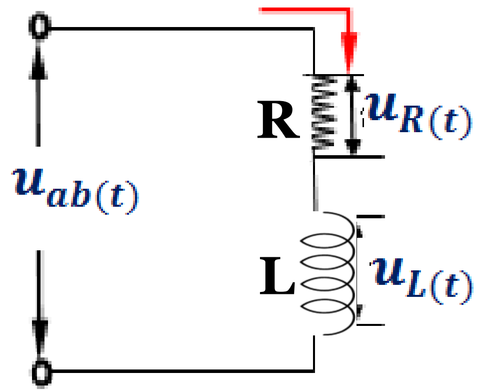


$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$

$$u_{C(t)} = X_C \cdot I_{max} \cdot sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Circuito R-L

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$



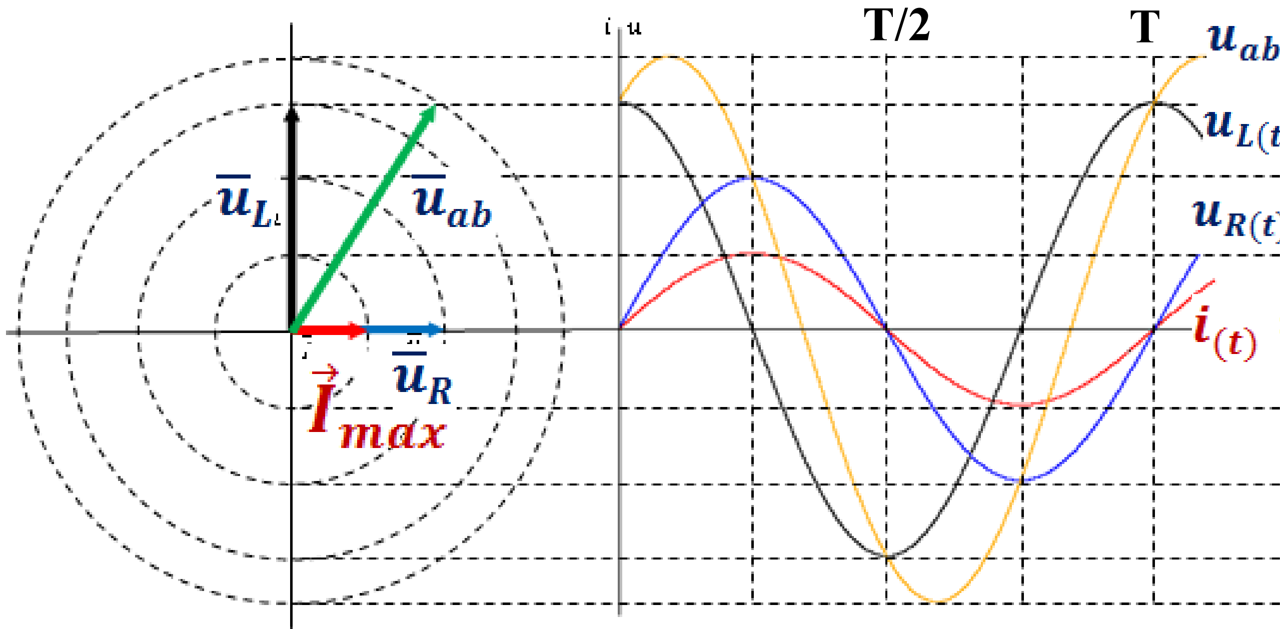
$$u_{ab(t)} = u_{r(t)} + u_{L(t)}$$

$$u_{ab(t)} = R \cdot I_{max} \cdot \operatorname{sen} \omega t + X_L \cdot I_{max} \cdot \cos \omega t$$

$$u_{ab(t)} = \sqrt{(R^2 + X_L^2)} \cdot I_{max} \cdot \operatorname{sen}\left(\omega t + arctg \frac{X_L}{R}\right)$$

$$\boxed{\overline{U} = (R + j \cdot X_L) \cdot \overline{I}}$$

Notación Simbólica



$$u_{ab(t)} = u_{r(t)} + u_{L(t)}$$

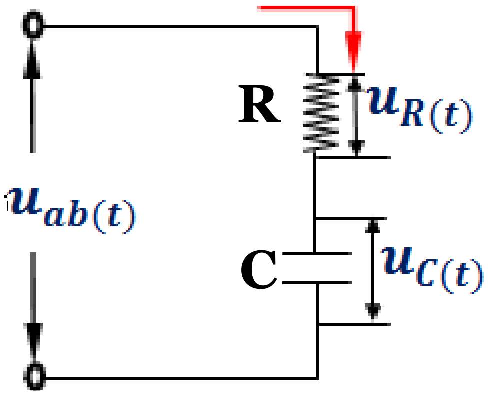
$$u_{L(t)} = X_L \cdot I_{max} sen\omega t$$

$$u_{R(t)} = R \cdot I_{max} sen\omega t$$

$$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$$

Circuito R-C

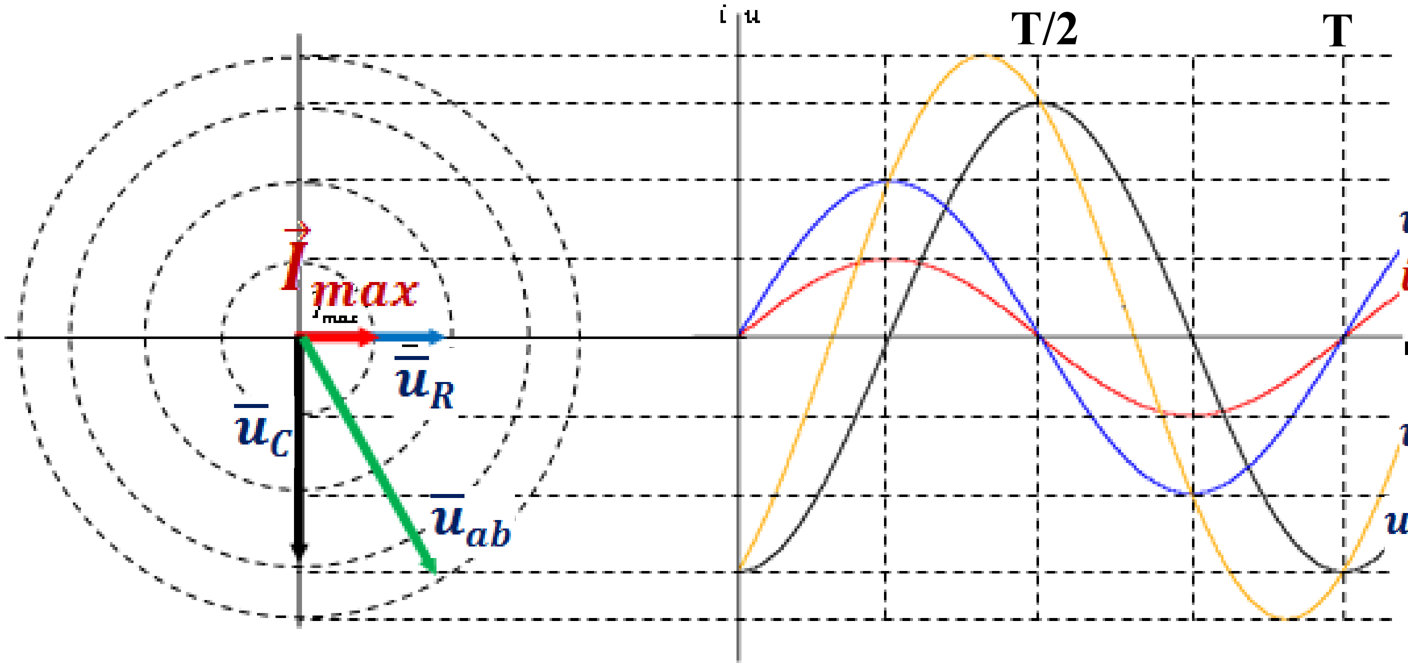
$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$



$$u_{ab\,(t)} = u_{r(t)} + u_{C(t)}$$

$$u_{ab(t)} = R \cdot I_{max} \cdot \operatorname{sen} \omega t - \frac{1}{C} \cdot \int I_{max} \cdot \operatorname{sen} \omega t \, dt$$

$$\boxed{\overline{U} = (R - j \cdot X_C) \cdot \overline{I}}$$



$u_{R(t)} = R \cdot I_{max} sen\omega t$

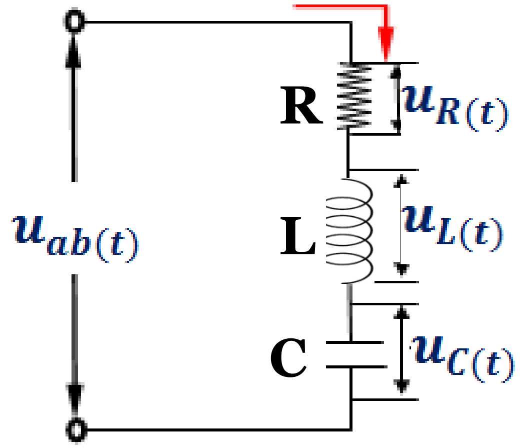
$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$

$u_{ab(t)} = u_{r(t)} + u_{C(t)}$

$u_{C(t)} = X_C \cdot I_{max} sen\omega t$

Circuito R-L-C serie

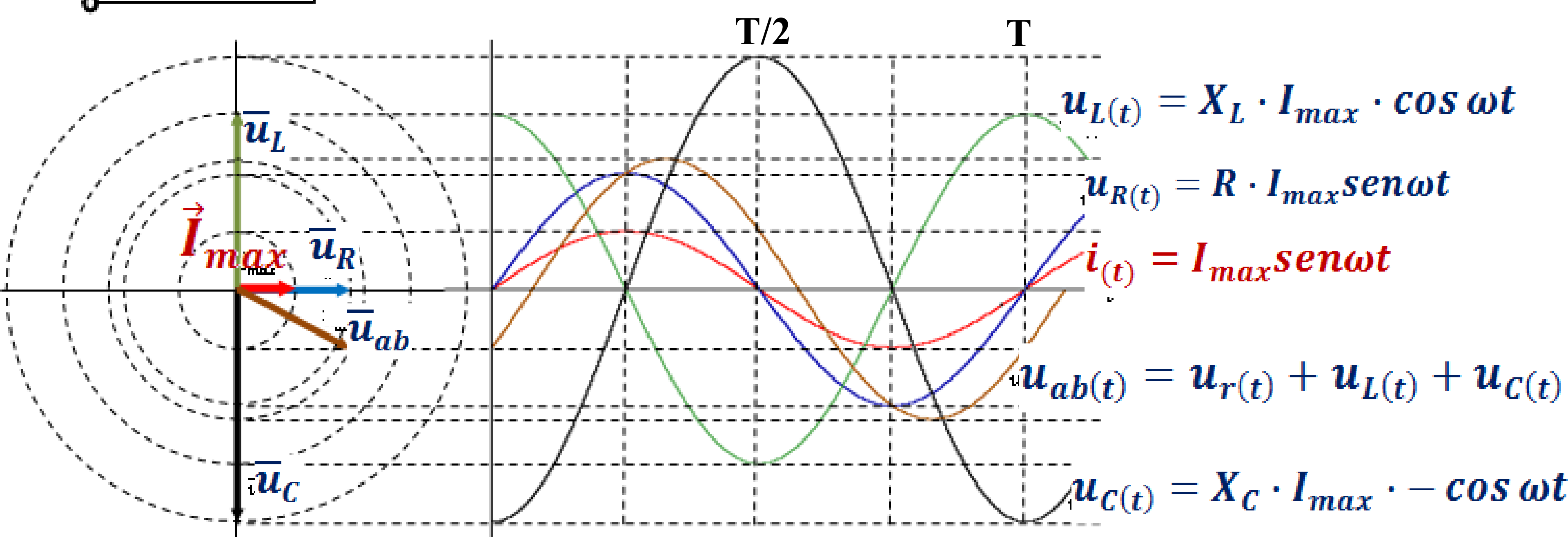
$i_{(t)} = I_{max} sen\omega t$



$$u_{ab(t)} = u_{R(t)} + u_{L(t)} + u_{C(t)}$$

$$u_{ab(t)} = R \cdot I_{max} \cdot \text{sen}\,\omega t + X_L \cdot I_{max} \cdot \cos\omega t - X_C \cdot I_{max} \cdot \cos\omega t$$

$$\boxed{\overline{U}_{ab} = [R + j \cdot (X_L - X_C)] \cdot \overline{I} = z \cdot \overline{I}}$$



Ley de Ohm en C.A.

$$Z = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} \quad [\Omega]$$

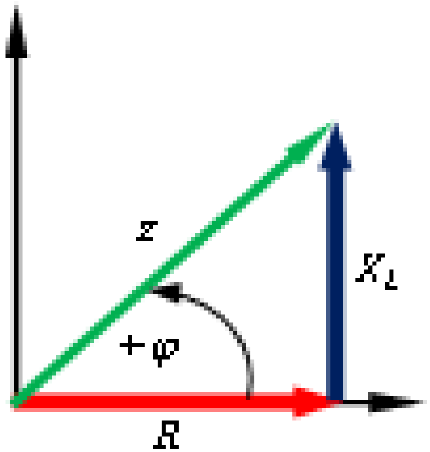
$$Z = R + jX$$

$$R = Z.\cos\varphi$$ (parte real)

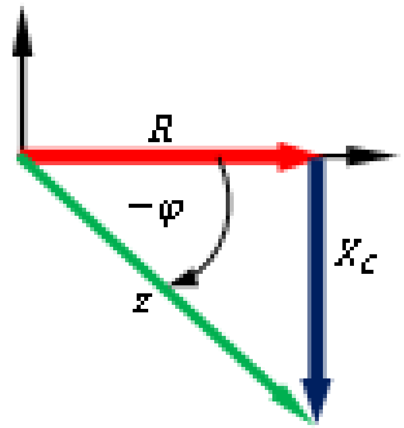
$$X = Z.sen\varphi$$ (parte imaginaria)

TRIÁNGULOS DE IMPEDANCIA:

Circuito Inductivo



Circuito Capacitivo



Ley de Ohm en C.A.

ADMITANCIA: magnitud inversa a la impedancia.

$$Y_L = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX_L} = \frac{1}{R + jX_L} \cdot \frac{R - jX_L}{R - jX_L}$$

$$Y = \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{R}{Z^2} - j\frac{X_L}{Z^2} \quad Unidad \Rightarrow S\left[Siemens\right]$$

donde: $$G\,(conduc\tan cia) = \frac{R}{Z^2}$$ **CONDUCTANCIA**

$$B\,(sucep\tan cia) = \frac{X_L}{Z^2}$$ **SUSCEPTANCIA**

Potencia en C.A. monofásica

Potencia Instantánea y Potencia Activa

- **POTENCIA INSTANTÁNEA**

  - Está dada por:

$$p = u \cdot i$$

donde **u** e **i** son los valores instantáneos de la tensión y la intensidad

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \operatorname{sen} \omega t$$

(φ puede ser positivo, negativo o nulo)

  - El desfasaje φ depende de la impedancia de carga.

  - Reemplazando:

$$p = u.i = 2.U.I. \operatorname{sen}(\omega t + \varphi). \operatorname{sen} \omega t$$

Potencia Instantánea y Potencia Activa

- **POTENCIA INSTANTÁNEA**

$$p = 2.U.I\,[\mathrm{sen}^2\,\omega\,t.\ \cos\varphi + \mathrm{sen}\,\omega t.\cos\omega t.\ \mathrm{sen}\,\varphi]$$

siendo:

$$\mathrm{sen}^2\,\omega\,t = \frac{1-\cos 2\,\omega\,t}{2}$$

$$\mathrm{sen}\,\omega\,t.\ \cos\omega\,t = \frac{\mathrm{sen}\,2\,\omega\,t}{2}$$

$$p = U\,.\,I\,.\,[\cos\varphi - \cos 2\,\omega t.\cos\varphi + \mathrm{sen}\,2\,\omega\,t.\mathrm{sen}\,\varphi] \qquad \textbf{(A)}$$

$$\boxed{p = U\,.\,I\,.\,\cos\varphi - U\,.\,I\,.\,\cos(2\,\omega\,t + \varphi)}$$

Potencia Instantánea y Potencia Activa

- **POTENCIA INSTANTÁNEA**

- Cuando es (+) el circuito absorbe energía del generador.
- Cuando es (-), el circuito entrega energía al generador.
- Su expresión muestra valores muy relativos.

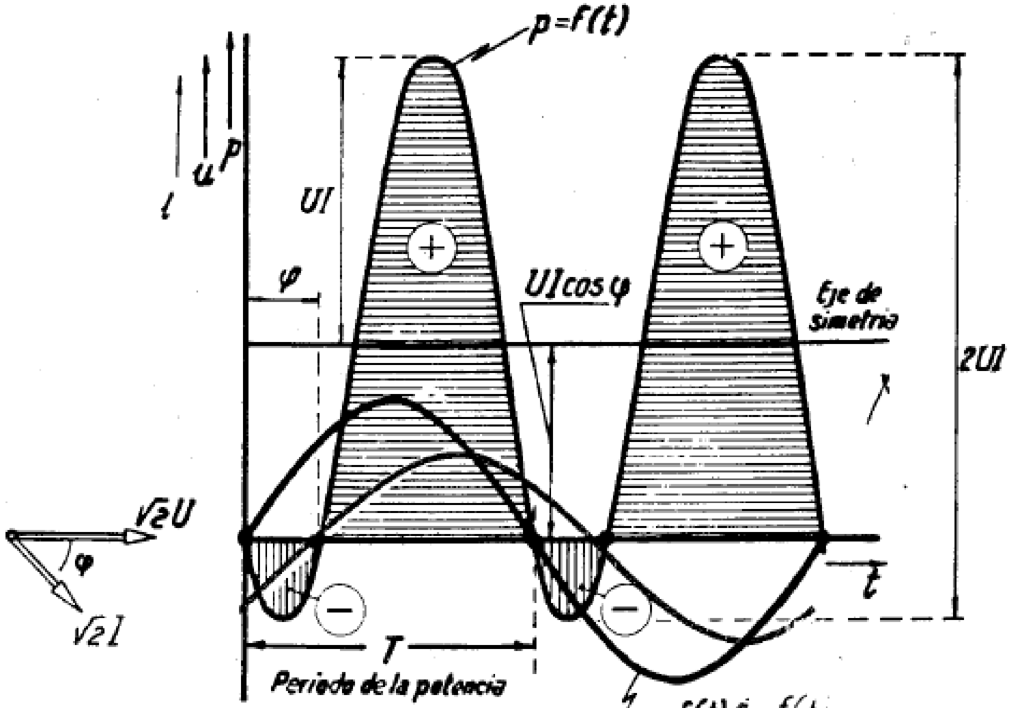


Fig. 05-01

Potencia Instantánea y Potencia Activa

• *POTENCIA MEDIA o POTENCIA ACTIVA*

• Es el balance entre lo que entra y sale de un circuito. Es el valor medio de la potencia instantánea:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{1}{T} U \,.\, I \,.\, \int_0^T [\cos\varphi - \cos(2\,\omega t + \varphi)]\,dt$$

$$P = U \,.\, I \,.\, \cos\varphi$$

$\boxed{\cos\varphi}$

$\boxed{\textit{factor de potencia}}$

(*U* e *I* en valores eficaces)

• Es la potencia que puede transformarse en alguna forma útil.

• Se mide en vatios [W] $10^3\ W = 1\ kW$ (kilowatt)

Potencia Reactiva y Potencia Aparente

- **POTENCIA REACTIVA**

  - Es la que se necesita para crear los campos magnéticos de las bobinas y los campos eléctricos de los capacitores, y que es restituida por los mismos al generador.

  - Componente que no produce trabajo ni otra forma útil de energía, pero juega un vaivén entre la carga y el generador.

  - Está dada por: $Q = U.I.sen\varphi$

  - Se mide en "Voltamperios reactivos" [VAR]

$$10^3\ VAR = 1kVAR\ (kilo\,Volt\,Amper\,\mathrm{Re}\,activo)$$

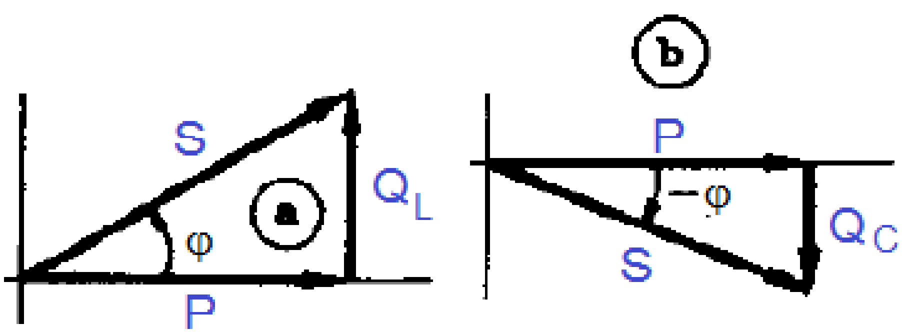
Potencia Reactiva y Potencia Aparente

- **POTENCIA APARENTE**
- No es una potencia en sentido estricto, es una definición. Se emplea para dimensionar máquinas y aparatos eléctricos (da idea de su capacidad máxima).

- Está dada por: $S = U.I$ $\quad 10^3\,VA = 1kVA \quad (kilovoltamper)$

- Se mide en "Volt Aamperios" [VA] $\quad P = S.\cos\varphi \quad Q = S.sen\varphi$

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad \frac{Q}{P} = tg\varphi$$



Triángulo de potencias de un circuito serie RLC:
(a) Predominio inductivo; (b) Predominio capacitivo.

Aspectos energéticos y matemáticos

$$p = U.I.\cos\varphi - U.I.\cos 2\omega t.\cos\varphi + U.I.\operatorname{sen} 2\omega t.\operatorname{sen}\varphi \qquad \textbf{(A)}$$

$$p = U.I.\cos\varphi\,(1 - \cos 2\omega t) + U.I.\operatorname{sen}\varphi.\operatorname{sen} 2\omega t$$

$$p_1 = U.I.\cos\varphi\,(1 - \cos 2\omega t)$$

$$p_2 = U.I.\operatorname{sen}\varphi.\operatorname{sen} 2\omega t$$

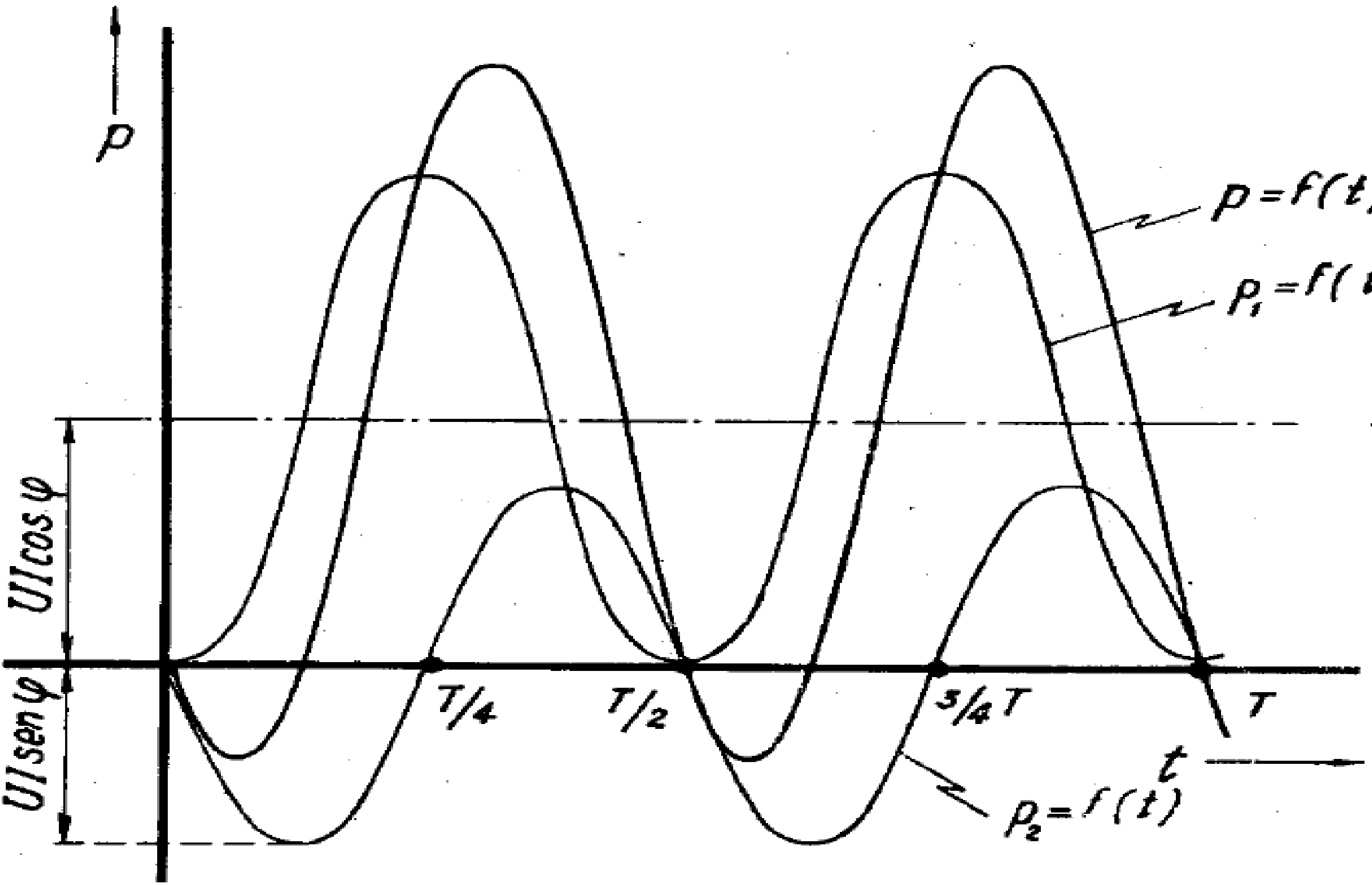
- Se puede demostrar que la onda p_1 es la potencia transformada en calor en el circuito: $p_1 = R\,I_{mx}^2\,\operatorname{sen}^2\omega t = R\,i^2$

- La p_2 es distinta para diferentes cuartos de período: cuando es (+) va del generador al receptor; cuando es (-), regresa del receptor al generador.

- La p_2 a lo largo de un ciclo completo en nula.

Aspectos energéticos y matemáticos

- Considerada aisladamente, la onda p_1 tiene un valor máximo $U.I.\cos\varphi$
- Considerada aisladamente, la onda p_2 tiene un valor máximo $U.I.\mathrm{sen}\,\varphi$



Ambos valores son los que hemos llamado potencia activa y reactiva.

Factor de potencia

- **Coseno del ángulo de desfase entre tensión e intensidad.**

  $Factor\ de\ Potencia = \cos\varphi$

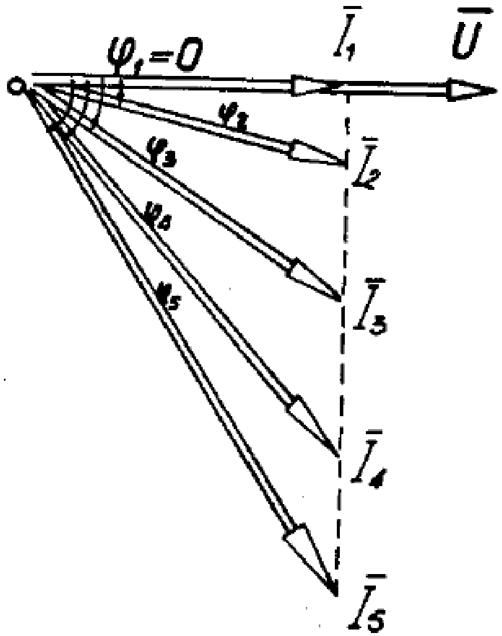
- De gran importancia en instalaciones de corriente alterna.

- Está determinado por el balance general de resistencias y reactancias de una instalación, y que constituyen la carga.

- Problema:

$$P = U I_1 \cos\varphi_1 = U I_2 \cos\varphi_2 = U I_3 \cos\varphi_3 =$$
$$= U I_4 \cos\varphi_4 = U I_5 \cos\varphi_5 = \text{cte.}$$

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{\text{Constante}}{\cos\varphi}$$



Triángulo de Potencias

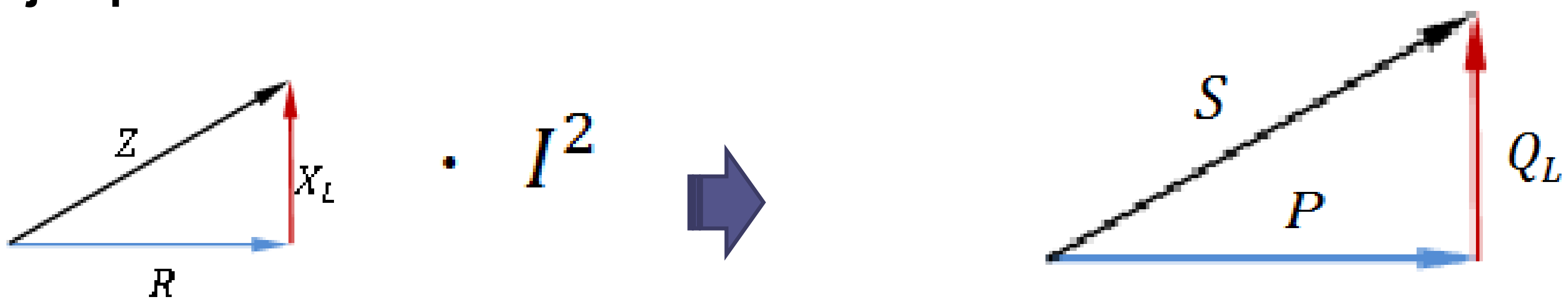
Surge de multiplicar el triángulo de impedancias por la intensidad al cuadrado.

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad [W]$$

$$Q = X \cdot I^2 = U \cdot I \cdot \operatorname{sen}\varphi \qquad [VAr]$$

$$S = Z \cdot I^2 = U \cdot I \qquad [VA]$$

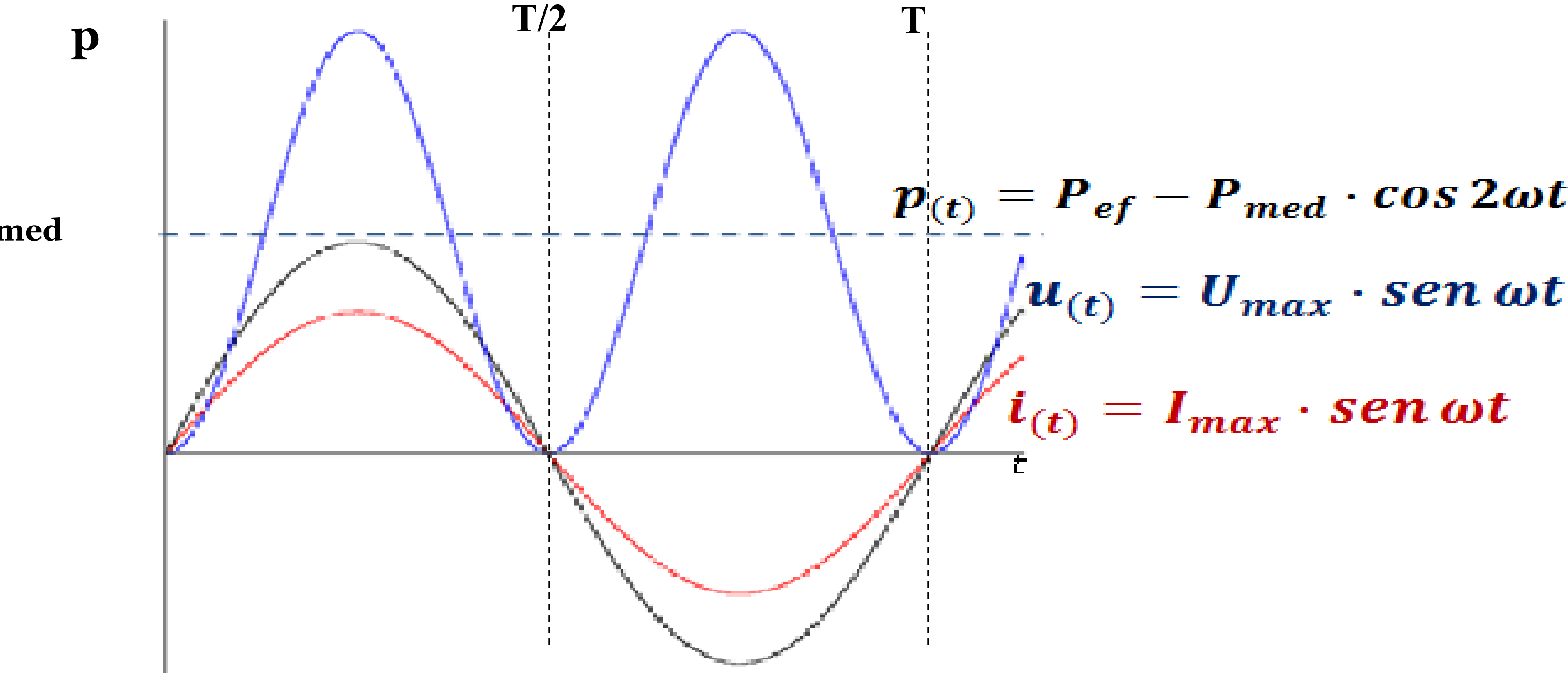
Ejemplo:



Potencia en circuito R-L

Circuito Resistivo Puro

$$\begin{cases} i_{(t)} = I_{max} \cdot \text{sen}\,\omega t \\ u_{(t)} = U_{max} \cdot \text{sen}\,\omega t \end{cases} \Rightarrow \boxed{P_{med} = \frac{U_{max} \cdot I_{max}}{2} = U_{ef} \cdot I_{ef} = R \cdot I_{ef}^{\,2}}$$



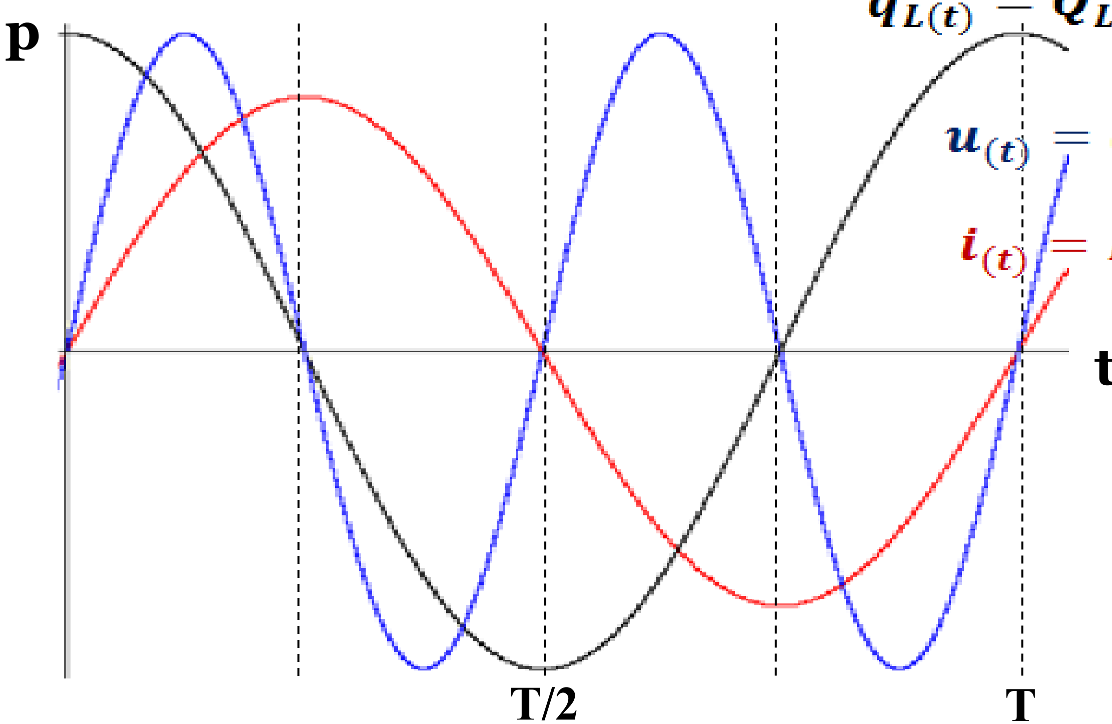
Existe una energía cedida por unidad de tiempo desde la fuente al circuito, que se disipa en la resistencia en forma de calor.

Circuito Inductivo Puro

$$\begin{cases} i_{(t)} = I_{max} \cdot \operatorname{sen} \omega t \\ u_{(t)} = U_{max} \cdot \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{Lmed} = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T Q_{Lmax} \cdot \operatorname{sen} 2\omega t \cdot dt}_{energía} = 0}$$

$$q_{L(t)} = Q_{Lmax} \cdot sen\, 2\omega t$$



$$u_{(t)} = U_{max} \cdot sen\, \omega t$$

$$i_{(t)} = I_{max} \cdot sen\, \omega t$$

- *La potencia inductiva es una potencia reactiva que se manifiesta en un intercambio de energía entre la red y el inductor.*

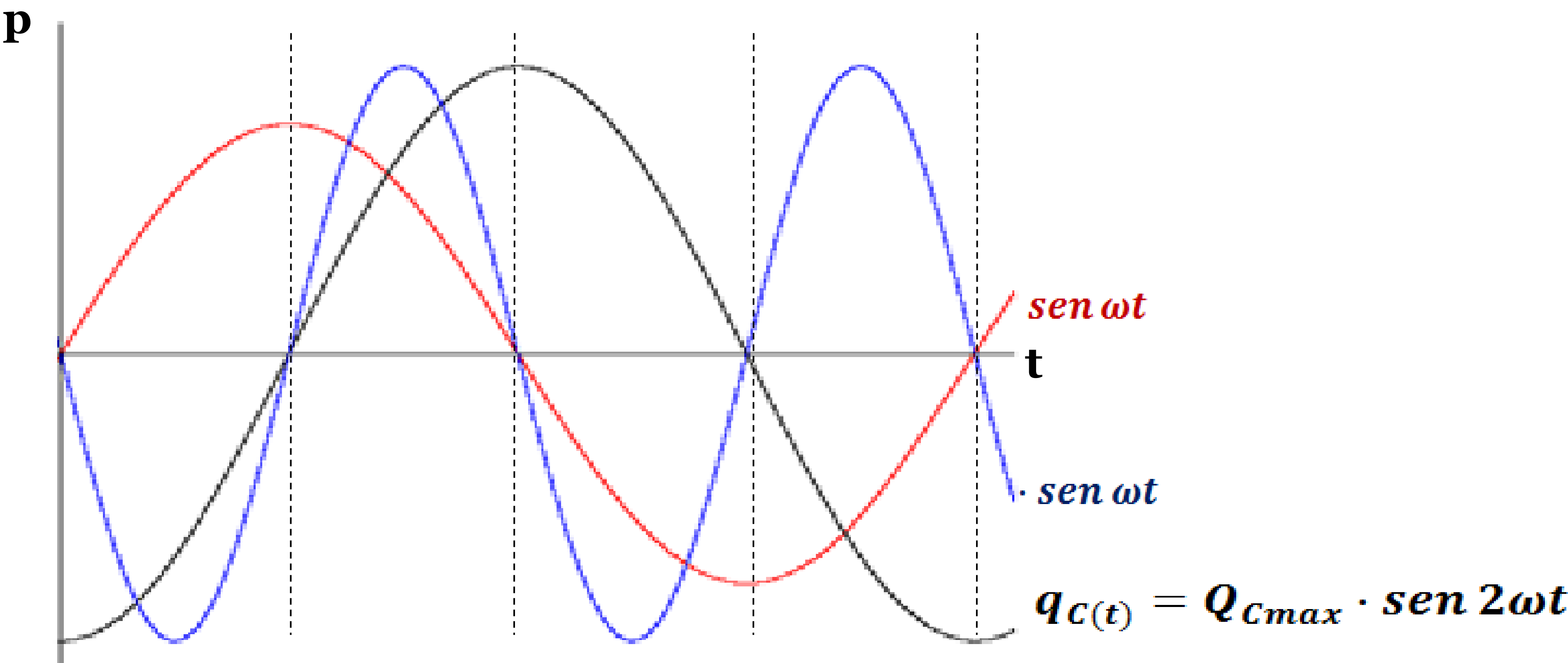
•*No determina un gasto neto, por lo que no tiene un valor comercial.*

Circuito Capacitivo Puro

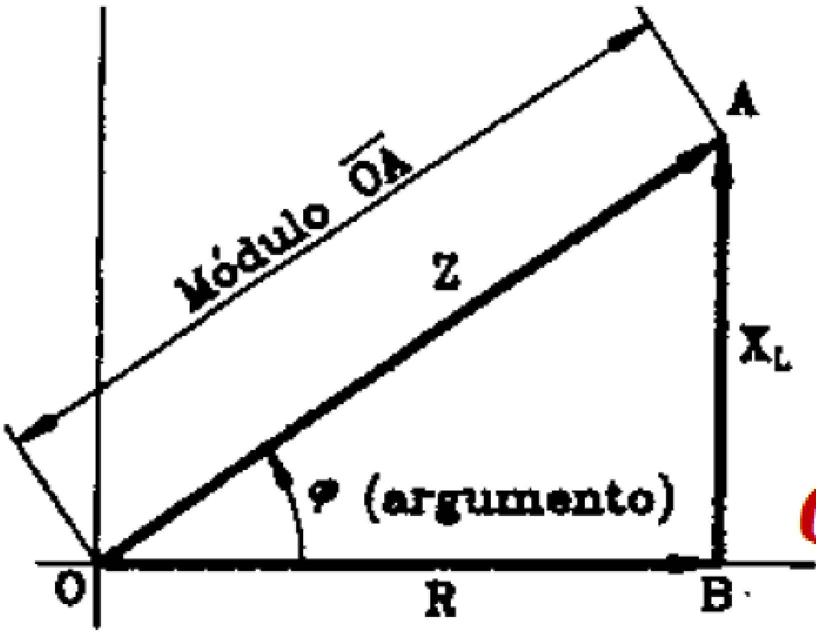
$$i_{(t)} = I_{max} \cdot \operatorname{sen} \omega t$$
$$u_{(t)} = -U_{max} \cdot \cos \omega t$$

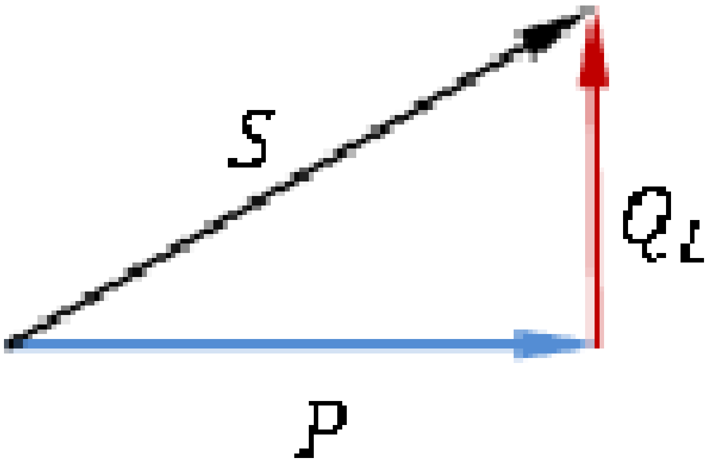
$$Q_{Cmed} = \underbrace{-\frac{1}{T} \int_0^T Q_{Cmax} \cdot \operatorname{sen} 2\omega t \cdot dt}_{energía} = 0$$

El valor medio de esta onda seno a lo largo de un período es cero, es decir que la energía neta disipada es cero.



Circuito R-L



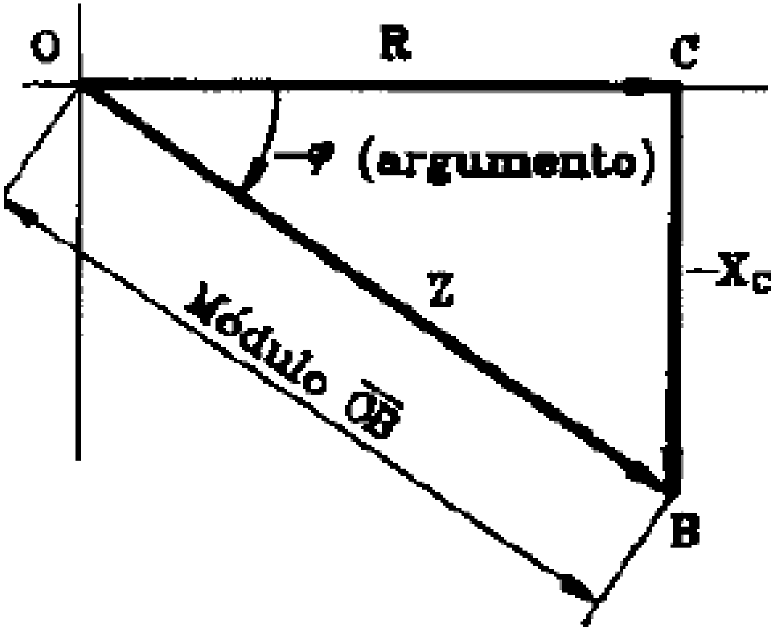


$$Q_L = U \cdot I \cdot sen\varphi = X_L \cdot I^2$$

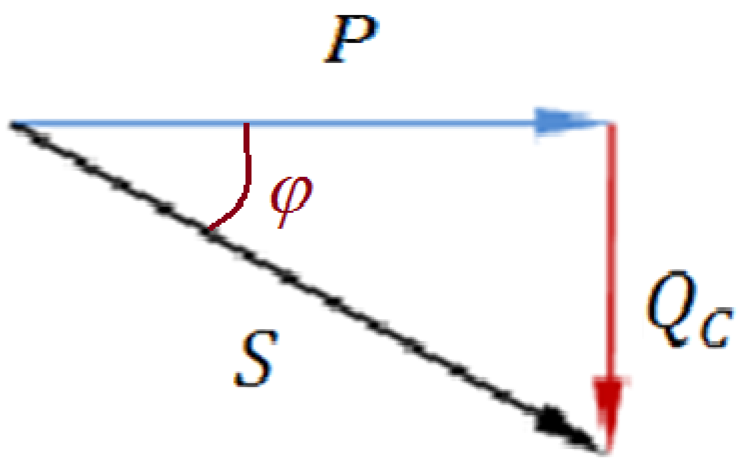
$$P = U \cdot I \cdot cos\varphi = R \cdot I^2$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Circuito RC



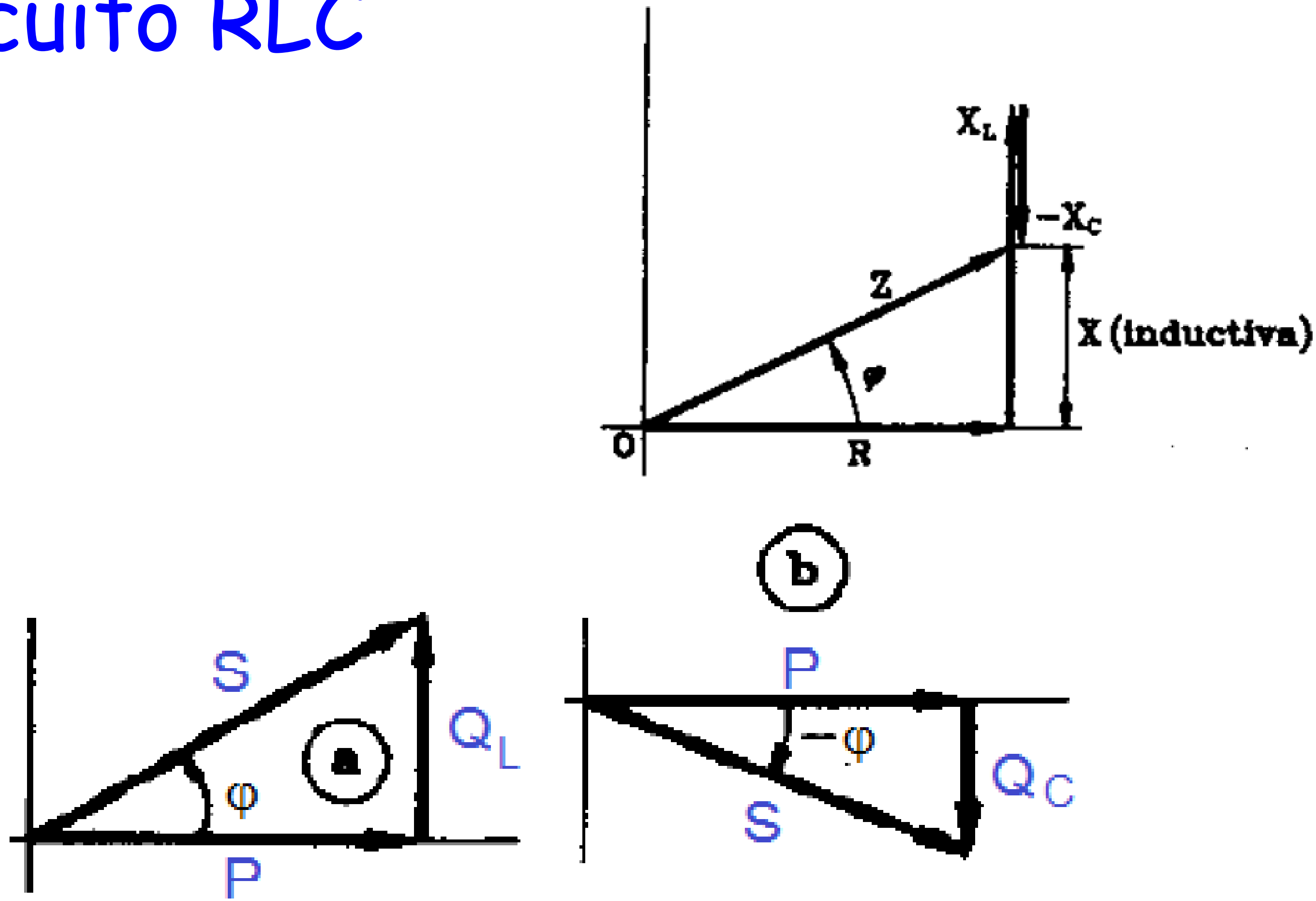
$$Q_L = U \cdot I \cdot sen\varphi = X_C \cdot I^2$$



$$P = U \cdot I \cdot cos\varphi = R \cdot I^2$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Circuito RLC



Triángulo de potencias de un circuito serie RLC:
(a) Predominio inductivo; (b) Predominio capacitivo.

Factor de Pérdidas de una bobina

- **Problema:** en bobinas reales existen pérdidas debidas a:
  - resistencia de los conductores;
  - histéresis magnética y corrientes de Foucault en núcleo magnético.

- **Consecuencia:** ángulo de desfase entre U e I se hace inferior a 90°.

$$\boxed{\delta = 90 - \varphi}$$

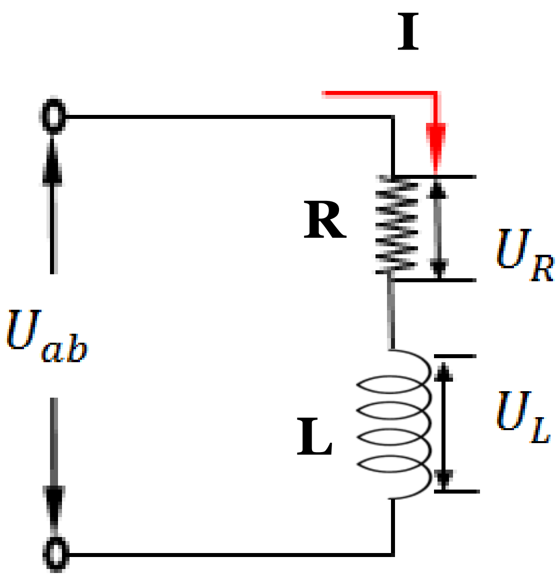
Ángulo de pérdidas

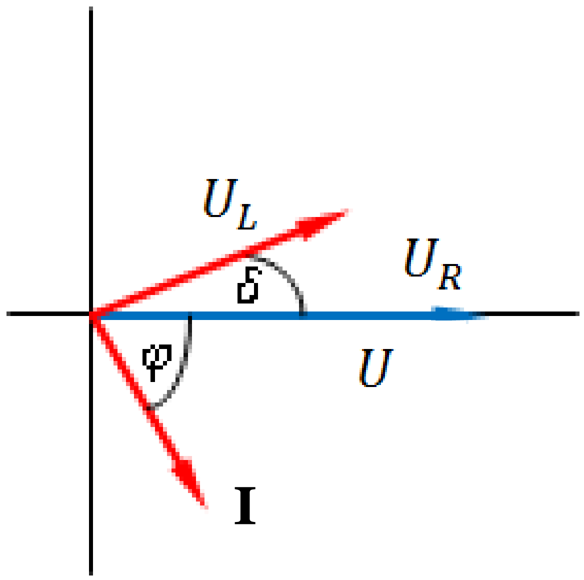
$$\boxed{tan\delta = tan(90 - \varphi)}$$

Factor de pérdidas

Factor de Pérdidas de una bobina

Representación de una bobina real: en serie o paralelo



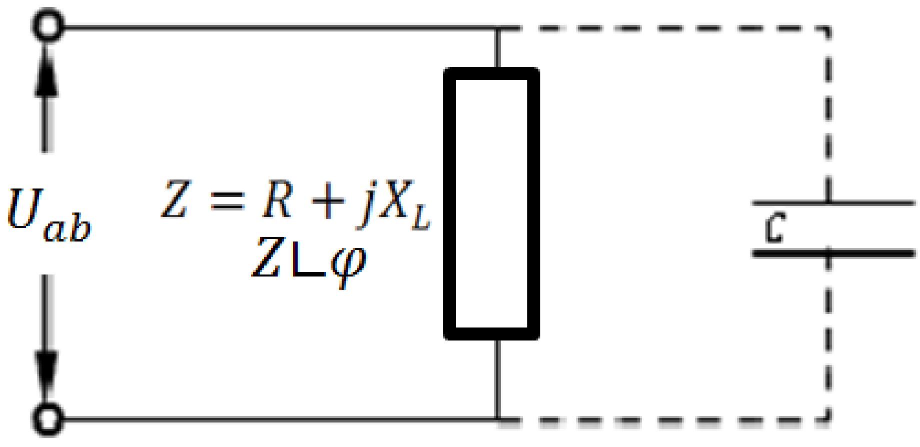


Corrección del factor de potencia

- Por un criterio económico, para una misma potencia útil o activa, nos interesa que el factor de potencia sea lo más próximo a la unidad.

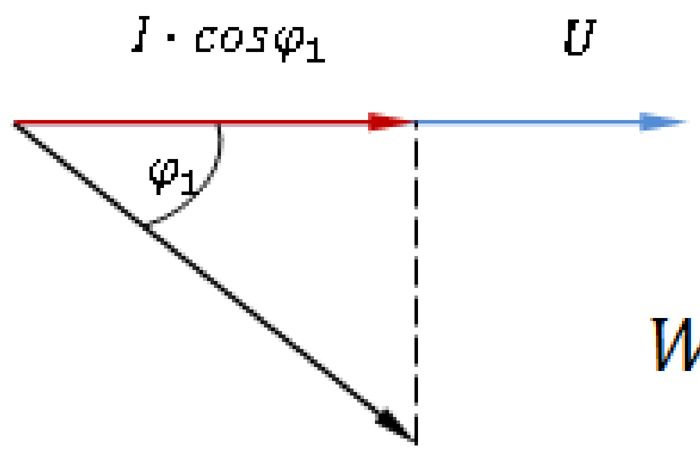
- Ello se logra mediante la instalación de condensadores en paralelo con la carga.

- La empresa distribuidora restringe a ciertos parámetros de potencia reactiva, para lo cual obliga a corregir el factor de potencia con una batería de capacitores.



Corrección del factor de potencia

•φ_1 **inicial**. Como usuarios, estamos consumiendo *I* pero estamos ***pagando su proyección sobre la tensión***:



$$P = U \cdot I \cdot cos\varphi_1 \quad [kW]$$

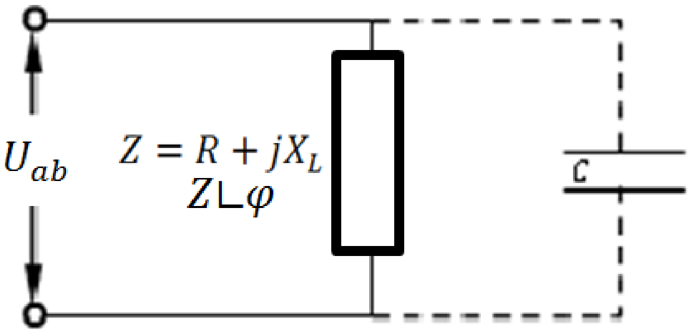
$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot cos\varphi_1 \cdot t \quad [kWh]$$

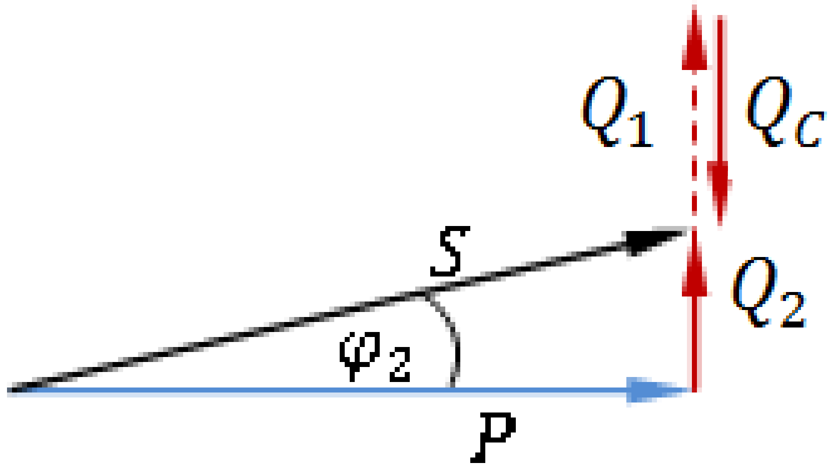
• **Inconvenientes:** una I tan desfasada ocupa conductores de gran sección y provoca caídas de tensión y potencia:

$$\Delta U = R_L \cdot I \qquad \Delta P_L = R_L \cdot I^2$$

Corrección del factor de potencia

- **Solución:** conectar en paralelo una *batería de* **capacitores.**





$$Q_C = P(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)$$

La potencia reactiva en capacitores necesaria

La capacidad necesaria es:

$$\boxed{C = \frac{P \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2}}$$

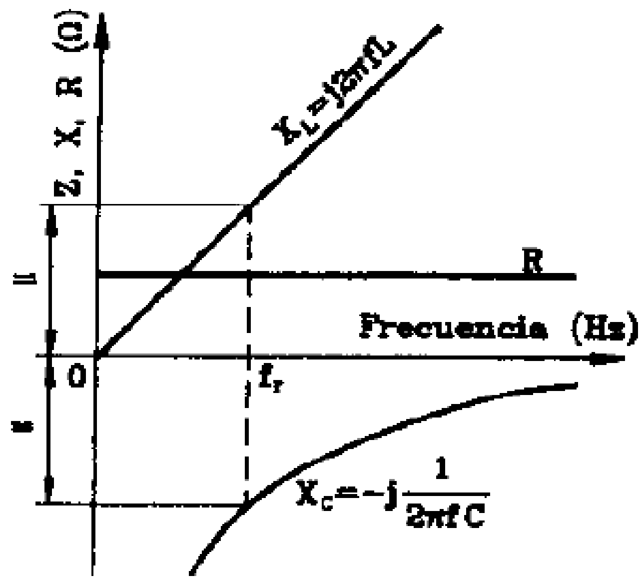
Resonancia

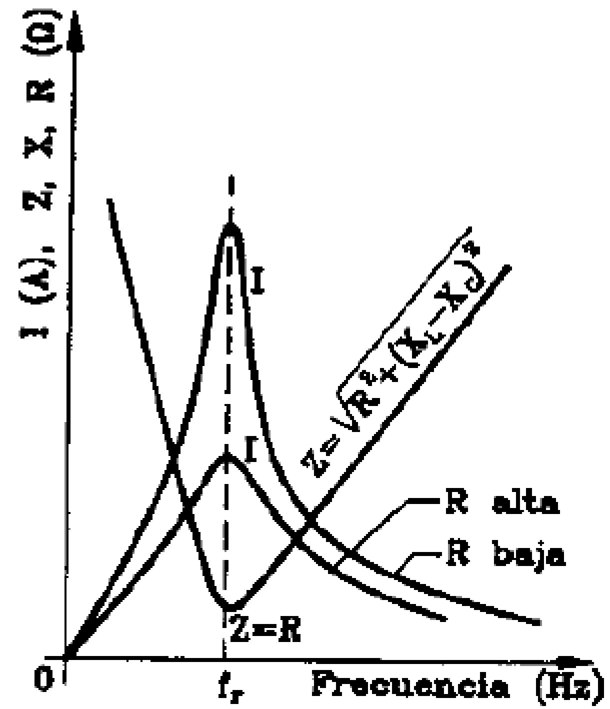
Es un estado en el cual el circuito absorbe la máxima intensidad de corriente (factor de potencia unidad) para una frecuencia tal que:

$$X_L = X_C$$

$$2\pi.f.L = \frac{1}{2\pi.f.C}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}\left[Hz\right]$$

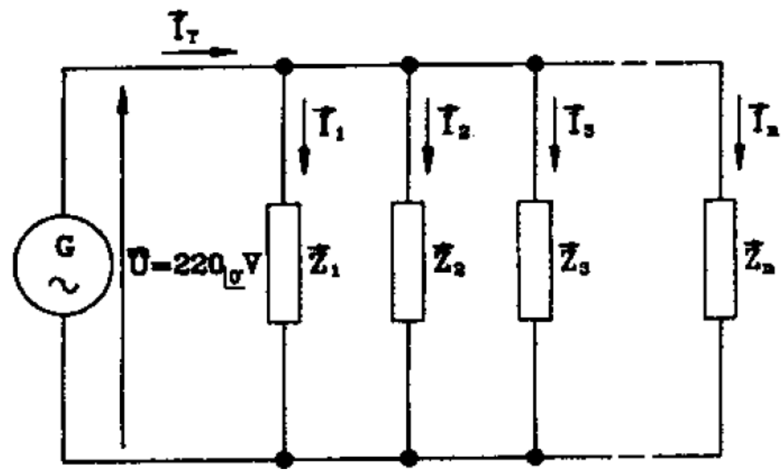




Circuitos paralelos

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots.. + I_n$$

$$I = \frac{U}{Z_1} + \frac{U}{Z_2} + \frac{U}{Z_3} + \ldots + \frac{U}{Z_n}$$



$$I = U\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \ldots + \frac{1}{Z_n}\right)$$

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n$$

$$I = U.Y_{eq}$$

Las magnitudes complejas representan magnitudes vectoriales y estas al girar son representación de magnitudes variables en el tiempo

$$Y_{eq} = G_{eq} \pm jB_{eq} \quad ; G_{eq} = \sum G_i \quad ; B_{eq} = \sum B_i$$

ANEXO CIRCUITO RL

-
  - $u_{ab(t)} = R.I_{máx}.sen(wt) + x_L.I_{máx}.sen\left(wt + \frac{\pi}{2}\right)$ ***1***
- Y también la tensión en los bornes ab puede expresarse en función del tiempo y para un defasaje φ cualquiera dado por la carga RL, será:
- $u_{ab(t)} = U_{máx}.sen(wt + \varphi) = U_{máx}.sen(wt).cos\varphi + U_{máx}.sen\varphi.cos(wt)$ ***2***
- Comparamos la ***1*** y ***2,*** se tiene:
- $U_{máx}.cos\varphi = R.I_{máx}$ ***3***
- $U_{máx}.sen\varphi = x_L.I_{máx}$ ***4***
- Elevando al cuadrado ***3*** y ***4*** y sumando, tenemos:

ANEXO RLVOLVER A RL

- $U^2_{máx} = (R^2 + X_L^2).I^2_{máx}$
- $U_{máx} = \sqrt{(R^2 + X_L^2)}.I_{máx}$
- $Haciendo\ el\ cociente\ de\ 3\ y\ 4\ ;$
- $\frac{U_{máx}.sen\varphi}{U_{máx}.cos\varphi} = \frac{X_L.I_{máx}}{R.I_{máx}}; tg\varphi = \frac{X_L}{R}; \varphi = arctg\left(\frac{X_L}{R}\right)$
- Y en términos en función del tiempo, queda:
- $u_{ab(t)=}\sqrt{(R^2 + X_L^2)}.I_{máx}.sen(wt + arctg\frac{X_L}{R})$
- Volver a circuito RL