

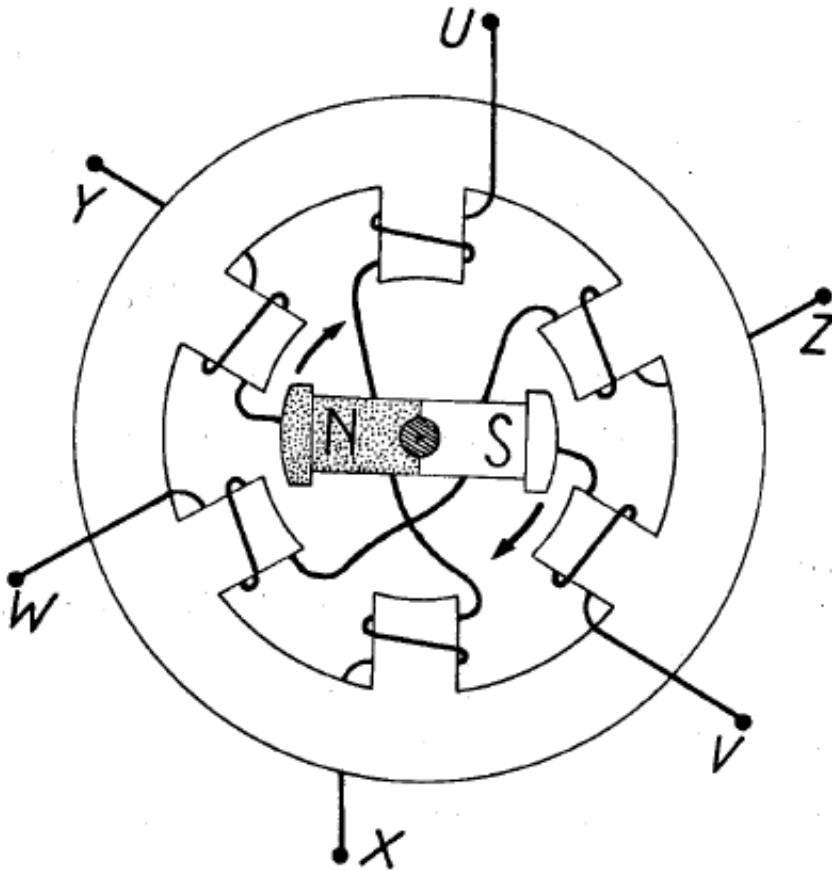
FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

Electrotecnia y Máquinas Eléctricas

08/04/2014

Generador Elemental de C.A. trifásica



- **Es simétrico: bobinas iguales, igual n° de espiras N, distribuidas 120° entre sí.**
- **Lo que sucede en el circuito UX también sucede en el VY pero 120° después, y en el WZ pero 240° más tarde.**
- **Designación normalizada UX, VY y WZ.**

Generador Elemental de C.A. trifásica

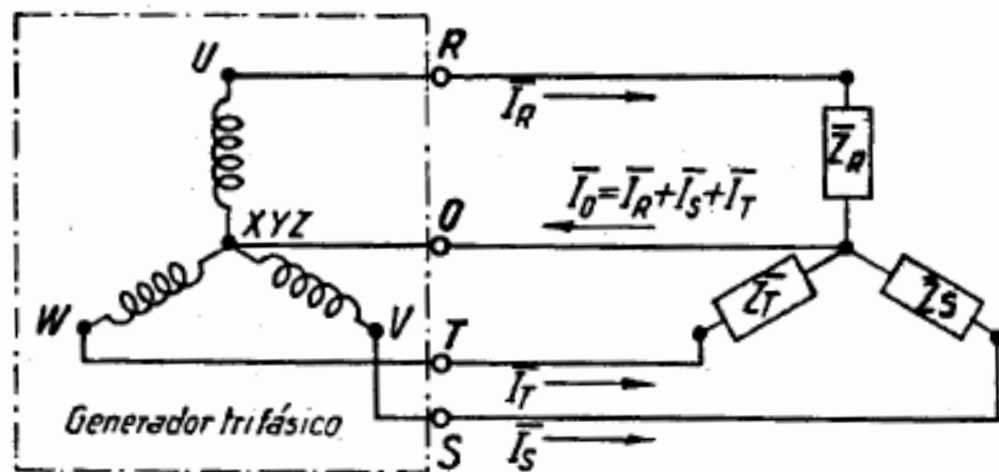
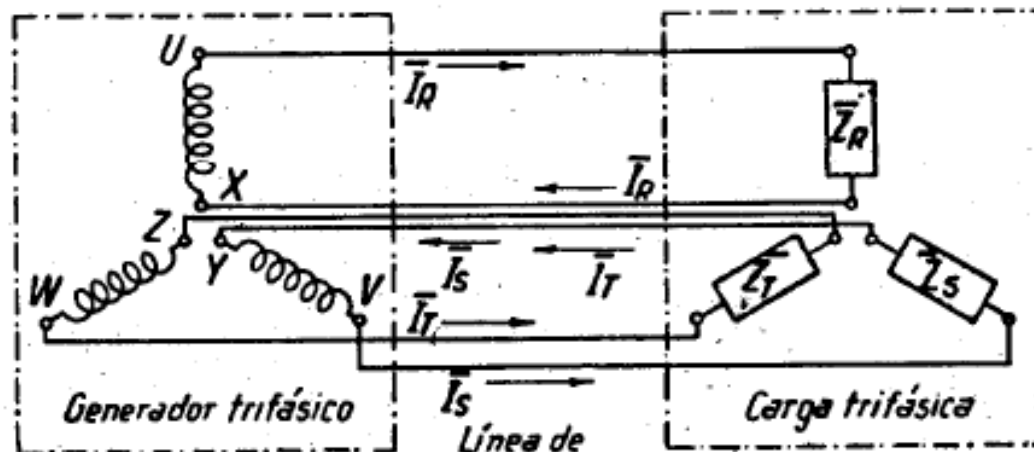
• Las tres fases del generador, alimentan tres circuitos independientes, con sus respectivas cargas.

• Cada fase puede funcionar como circuito independiente.

• Los tres conductores centrales se agrupan en uno solo que transporta la corriente suma: POLO NEUTRO.

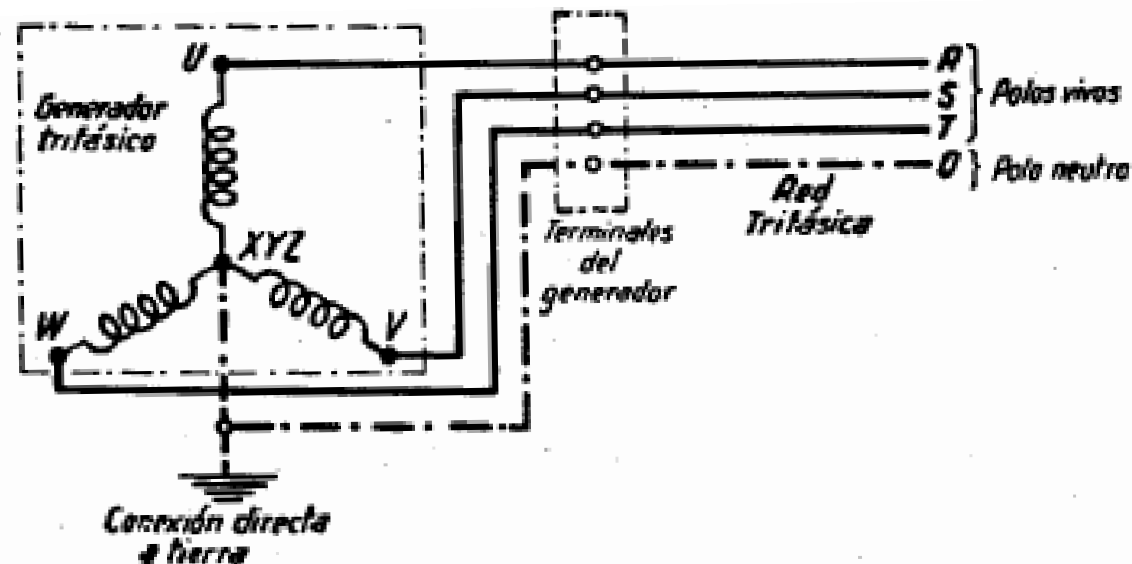
• Finales de fase: XYZ

• Principios de fase: UVW



Generador Elemental de C.A. trifásica

- **Neutro puesto a tierra:** medida de seguridad y prevención de accidentes. Menor sección que los polos vivos.
- **Generadores con neutro** → red tetrafilar, 3 polos vivos RST y 1 polo neutro O.
- **Generadores sin neutro** → red trifilar, 3 polos vivos RST.
- **Denominación normalizada:** R S T O.



Convenciones

- Sistema simétrico en fase o “propio”:

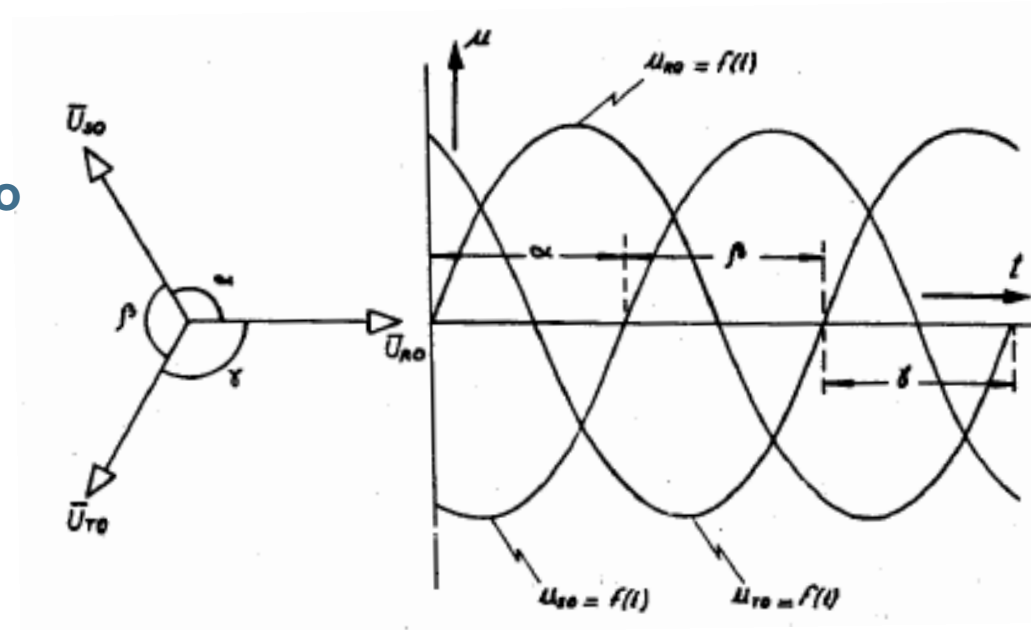
$$\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$$

- Sistema simétrico en magnitud o “regular”:

$$|U_{RO}| = |U_{SO}| = |U_{TO}|$$

- Sistema equilibrado o perfecto:

$$\bar{U}_{RO} + \bar{U}_{SO} + \bar{U}_{TO} = 0$$



- Los sistemas trifásicos de tensiones que producen los generadores son equilibrados. Una red asimétrica es producto de una anomalía de funcionamiento.

- Las corrientes que de dichas tensiones se deriven pueden o no ser equilibrados, según las características de las cargas conectadas.

Convenciones

- **Sentido de giro de los vectores:** en sentido antihorario, de esa manera proyectan sobre un eje fijo vertical, las ordenadas instantáneas de una onda sinusoidal.

- **Secuencia:** es el orden de sucesión de las fases frente a un observador fijo. Depende del sentido de rotación del rotor y la disposición de las bobinas, pero no del sentido de giro de los vectores.

- Dos tipos: positiva, directa o dextrógira:

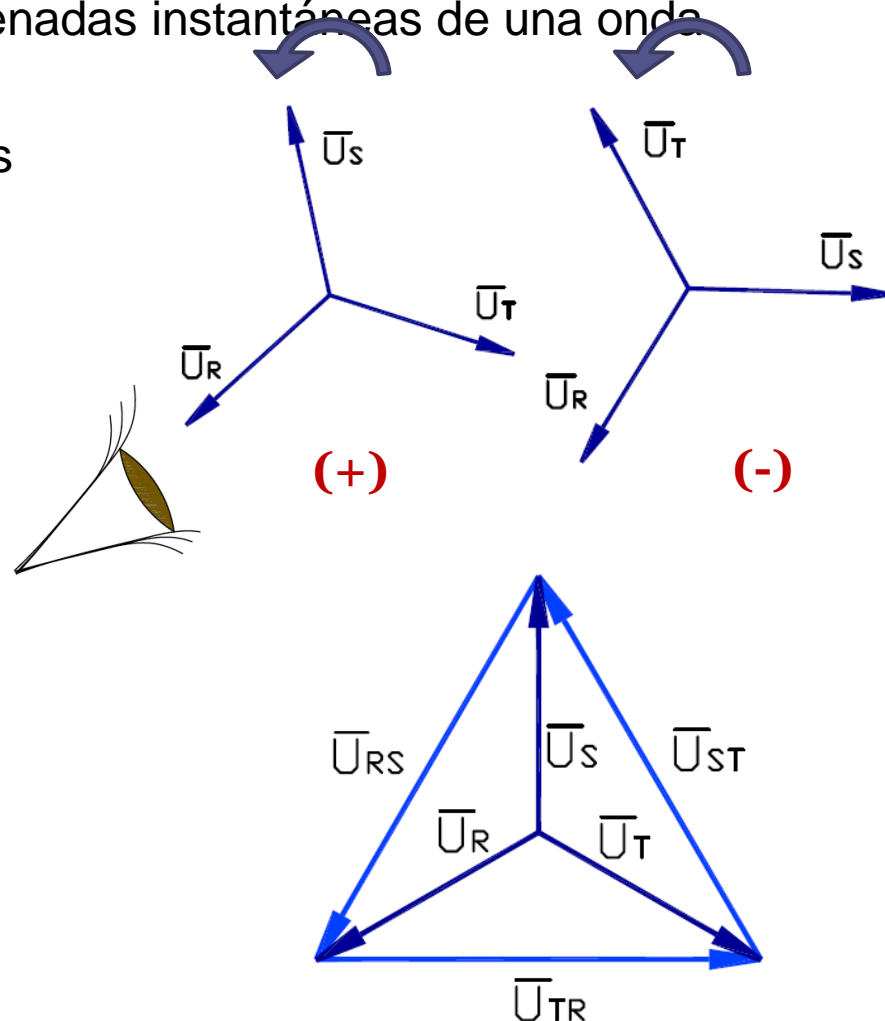
RST, TRS, STR

- negativa, inversa, o levógira:

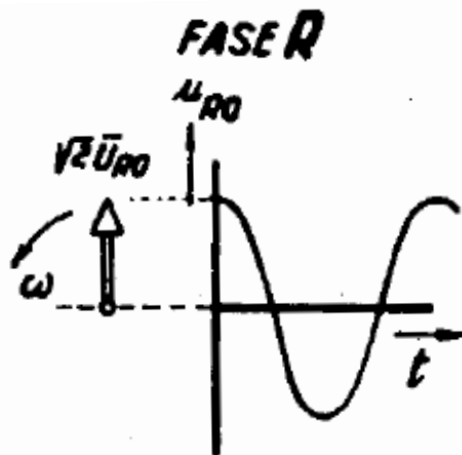
RTS, SRT, TSR

- **Triángulo didáctico:** triángulo equilátero, sus lados son las tensiones de línea.

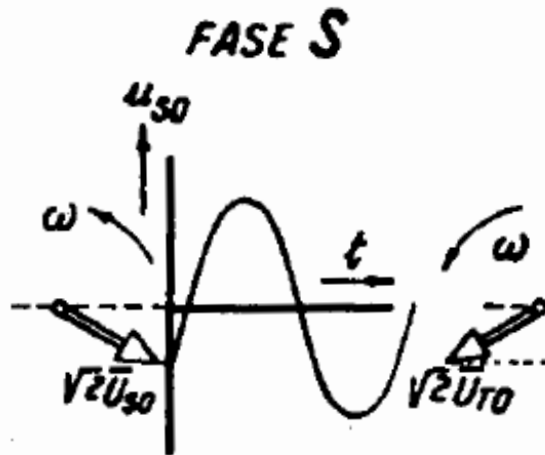
Se construye a partir de un vector de referencia y conociendo la secuencia.



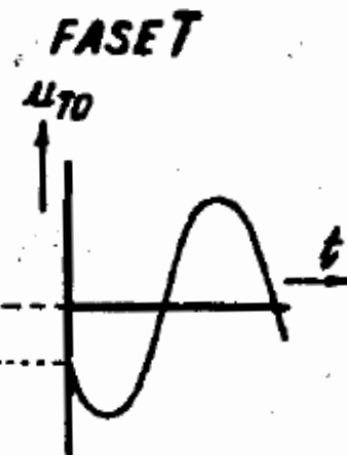
Tensiones en sistemas perfectos



Tensión producida por fase UX



Tensión producida por fase VY



Tensión producida por fase WZ

• Expresiones de los valores instantáneos

$$u_{RO} = \sqrt{2} U_{RO} \cdot \text{sen } \omega t$$

$$u_{SO} = \sqrt{2} U_{SO} \cdot \text{sen } (\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} U_{SO} \cdot \text{sen } (\omega t + 240^\circ)$$

$$u_{TO} = \sqrt{2} U_{RO} \cdot \text{sen } (\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2} U_{TO} \text{ sen } (\omega t + 120^\circ)$$

Tensiones en sistemas perfectos

- **Expresiones vectoriales de las tensiones, en valores eficaces.**

$$\bar{U}_{RO} = U \angle 90^\circ = U (\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = U (0 + j)$$

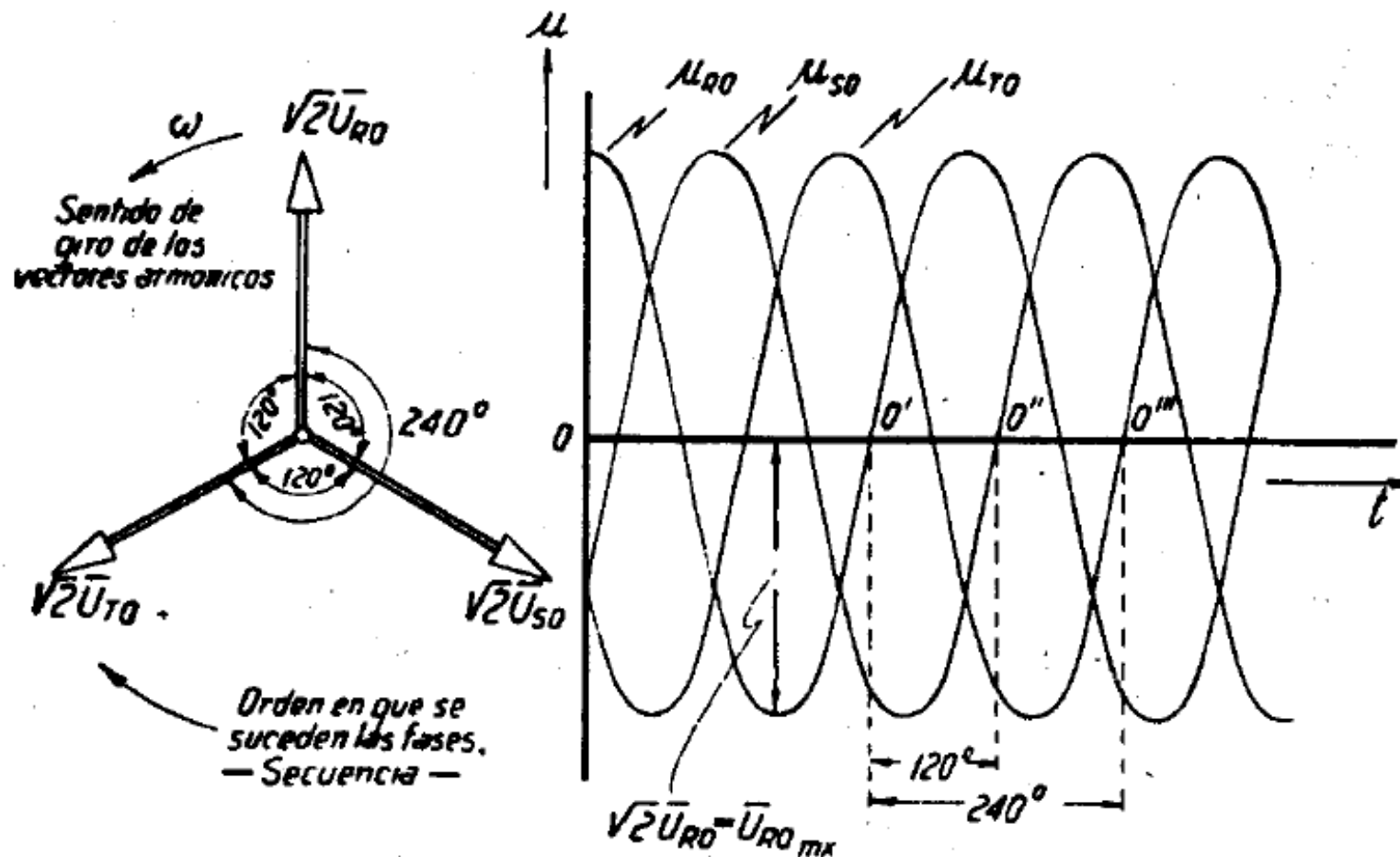
$$\bar{U}_{SO} = U \angle 330^\circ = U (\cos 330^\circ + j \sin 330^\circ) = U \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right)$$

$$\bar{U}_{TO} = U \angle 210^\circ = U (\cos 210^\circ + j \sin 210^\circ) = U \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right)$$

- **Su resultante es nula:**

$$\bar{U}_{RO} + \bar{U}_{SO} + \bar{U}_{TO} = jU + \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\frac{U}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\frac{U}{2} = 0$$

Tensiones en sistemas perfectos



Tensiones en sistemas perfectos

TENSIONES DE FASE O SIMPLES

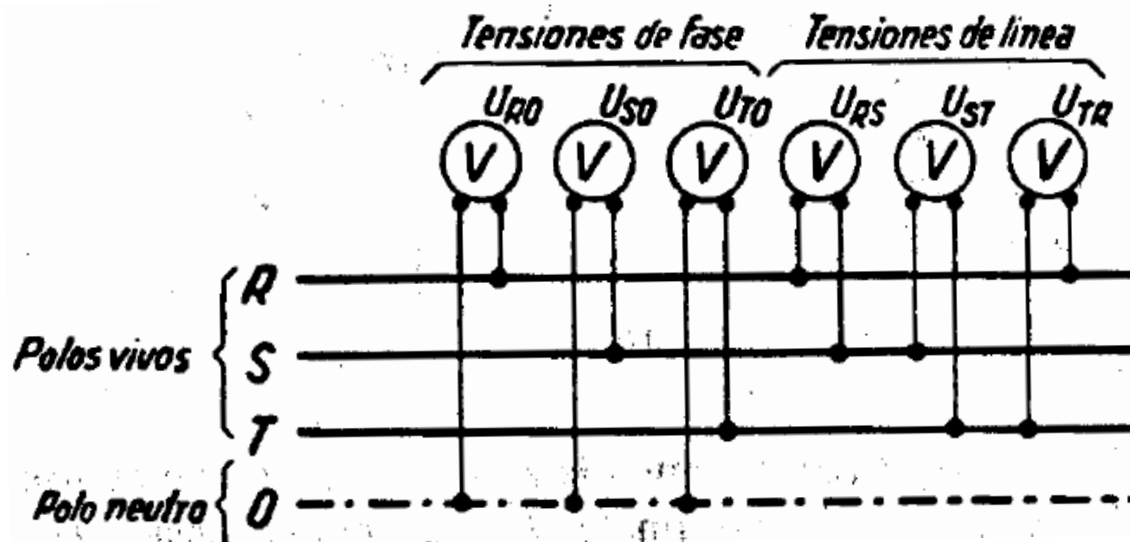
Tensiones existentes entre cualquiera de los vivos y el neutro.

$$U_{RO} = U_{SO} = U_{TO} = U_f$$

TENSIONES DE LÍNEA O COMPUESTAS

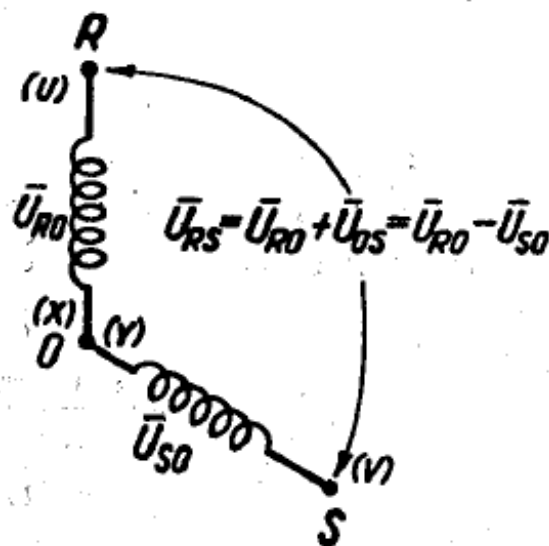
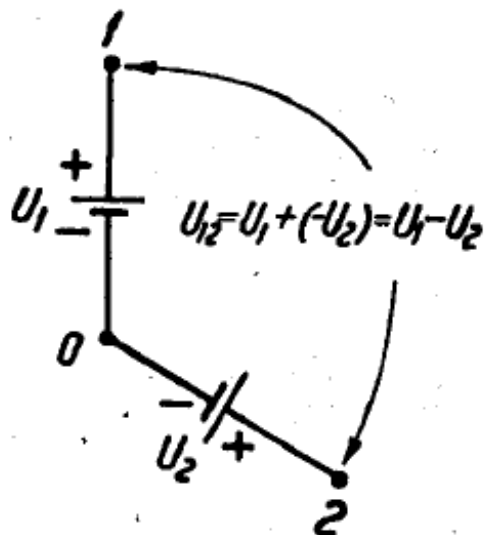
Tensiones existentes entre los vivos.

$$U_{RS} = U_{TR} = U_{ST} = U$$



Tensiones en sistemas perfectos

RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA



Entre R y S: $\bar{U}_{RS} = \bar{U}_{RO} + \bar{U}_{OS} = \bar{U}_{RO} - \bar{U}_{SO}$

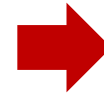
Entre T y R: $\bar{U}_{TR} = \bar{U}_{TO} + \bar{U}_{OR} = \bar{U}_{TO} - \bar{U}_{RO}$

Entre S y T: $\bar{U}_{ST} = \bar{U}_{SO} + \bar{U}_{OT} = \bar{U}_{SO} - \bar{U}_{TO}$

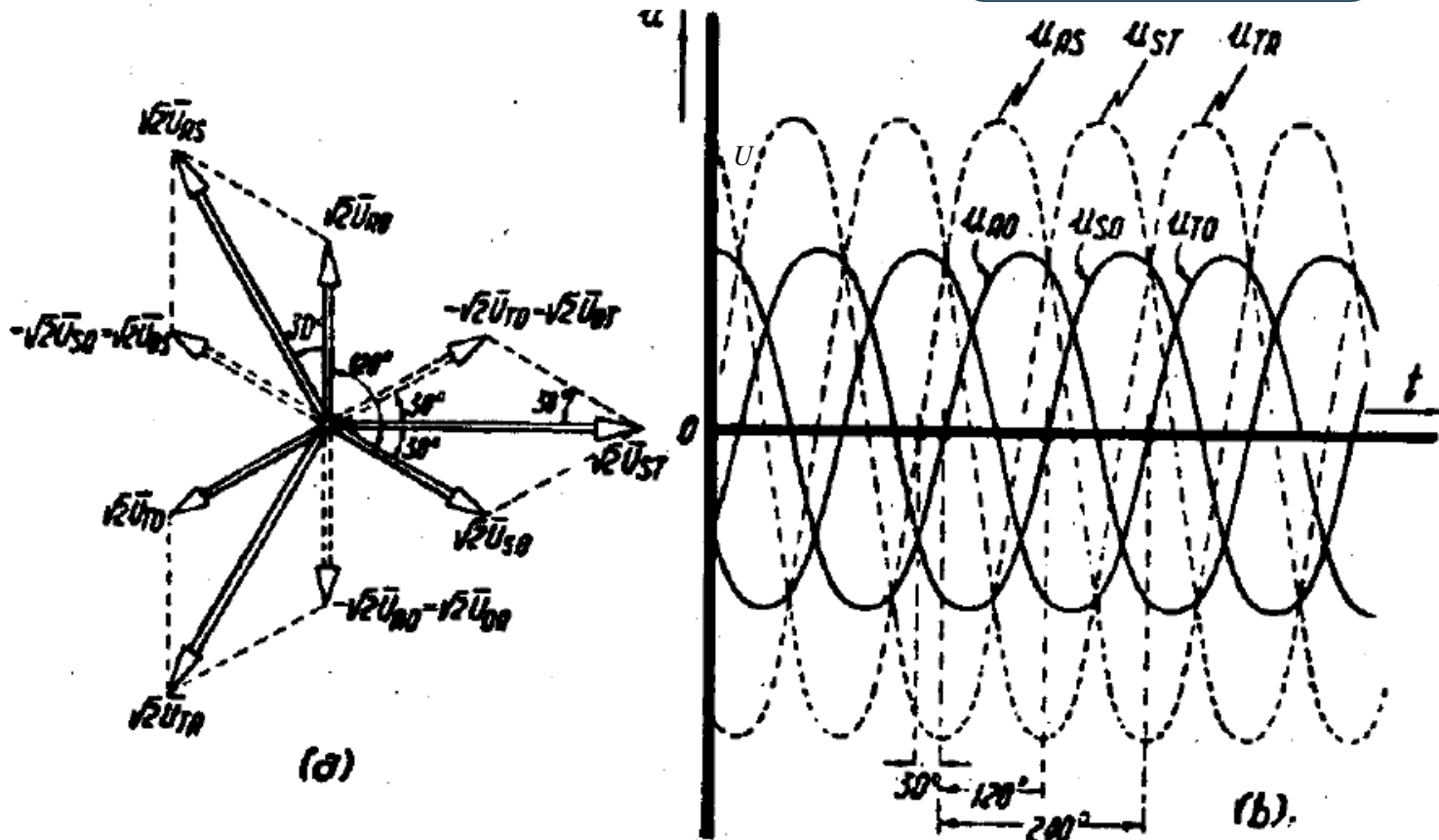
Tensiones en sistemas perfectos

RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA

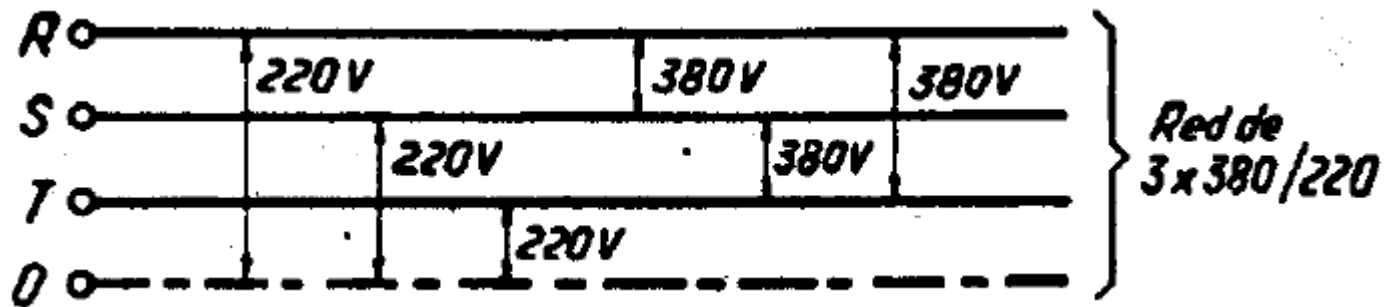
$$\frac{U}{2} = U_f \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_f$$



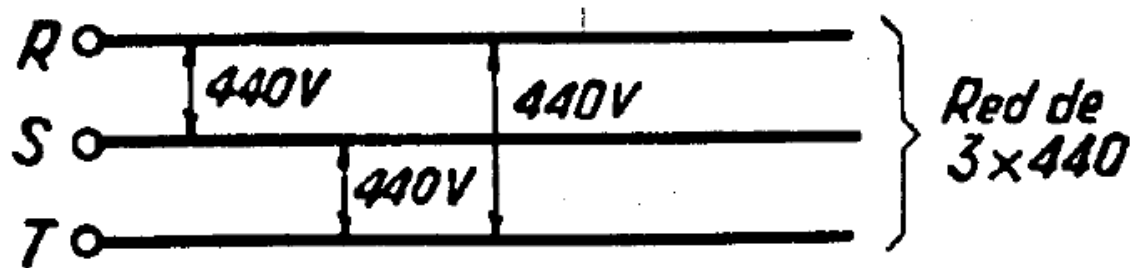
$$U = \sqrt{3} U_f$$



Denominación de redes



(Red tetrafilar)

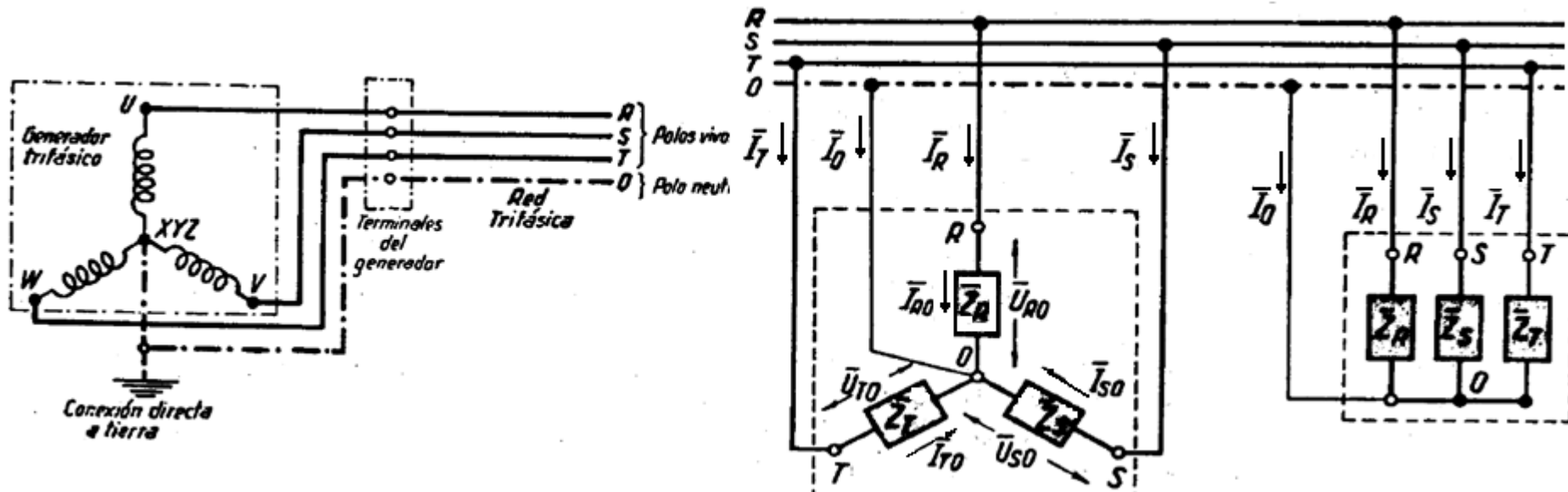


(Red trifilar)

Carga Equilibrada

Conexión estrella equilibrada

- Consiste en unir tres finales de fase para formar el polo neutro.
- Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía.
- Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.



Conexión estrella equilibrada

- Las 3 impedancias de carga son iguales.

$$\bar{Z}_R = \bar{Z}_S = \bar{Z}_T = \bar{Z}_C = Z_C \angle \varphi_C$$

$$\varphi_R = \varphi_S = \varphi_T = \varphi_C$$

- Tensiones de fase

$$\bar{U}_{RO} = U_{RO} \angle 90^\circ$$

$$\bar{U}_{SO} = U_{SO} \angle 330^\circ$$

$$\bar{U}_{TO} = U_{TO} \angle 210^\circ$$

- Tensiones de línea

$$\bar{U}_{RS} = U_{RS} \angle 120^\circ$$

$$\bar{U}_{TR} = U_{TR} \angle 240^\circ$$

$$\bar{U}_{ST} = U_{ST} \angle 0^\circ$$

$$U = \sqrt{3} U_f$$

Conexión estrella equilibrada

CORRIENTES DE FASE

Son las corrientes que circulan por cada fase de la carga.

$$I_{RO}, I_{SO} \text{ é } I_{TO}$$

CORRIENTES DE LÍNEA

Son las corrientes que circulan hacia la carga, por las líneas de transmisión.

$$I_R, I_S \text{ é } I_T$$

• **En conexión estrella equilibrada son iguales:**

$$I = I_f = \frac{U_f}{Z_C}$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RO} = \frac{\bar{U}_{RO}}{Z_R}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{SO} = \frac{\bar{U}_{SO}}{Z_S}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TO} = \frac{\bar{U}_{TO}}{Z_T}$$

Conexión estrella equilibrada

- **Neutro**

Aplicando Ley de Kirchhoff al punto O:

$$\bar{I}_O + \bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0$$

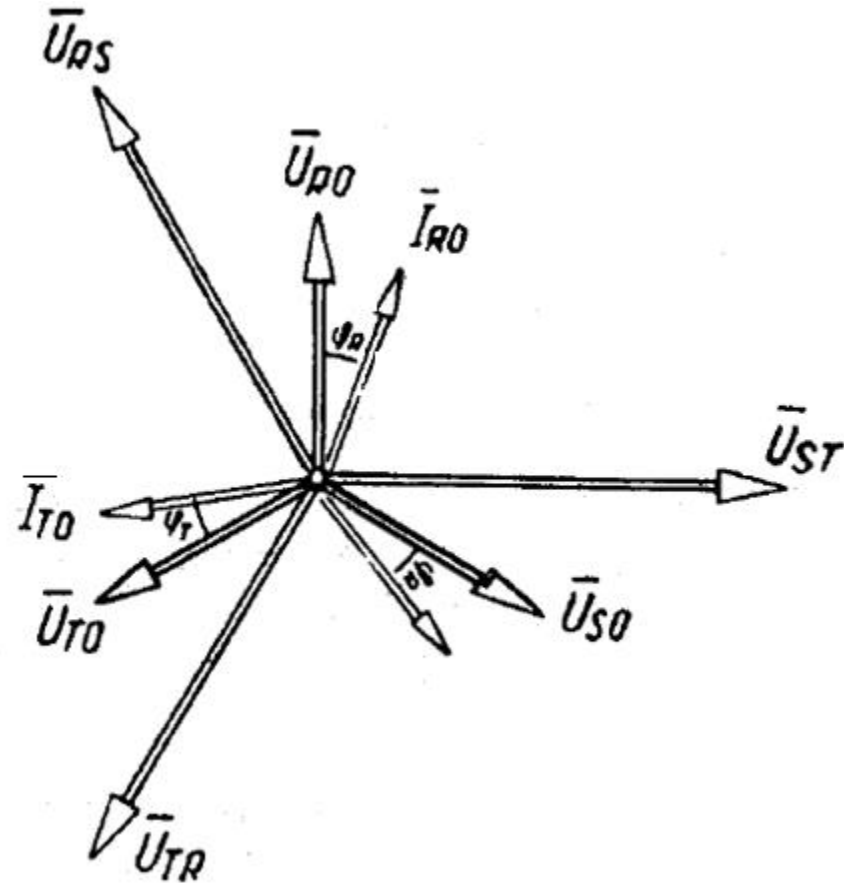
$$\bar{I}_O = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T)$$

En un sistema simétrico y equilibrado *la corriente en el neutro es nula*. En el caso de un desequilibrio sirve como válvula de escape para conservar la simetría de tensiones.

Conexión en estrella equilibrada

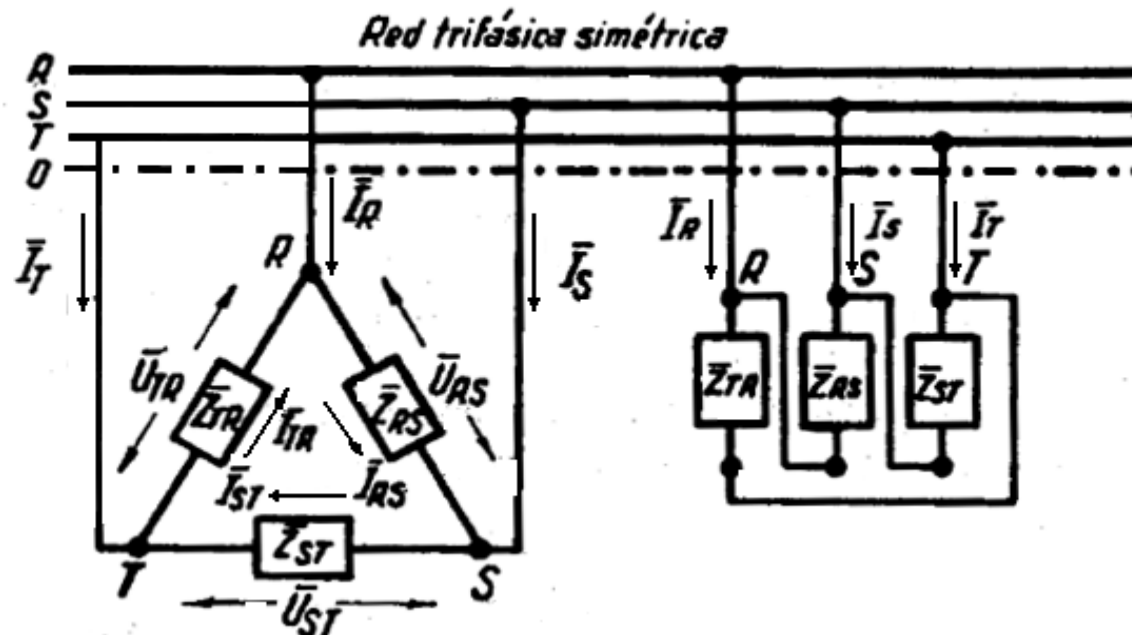
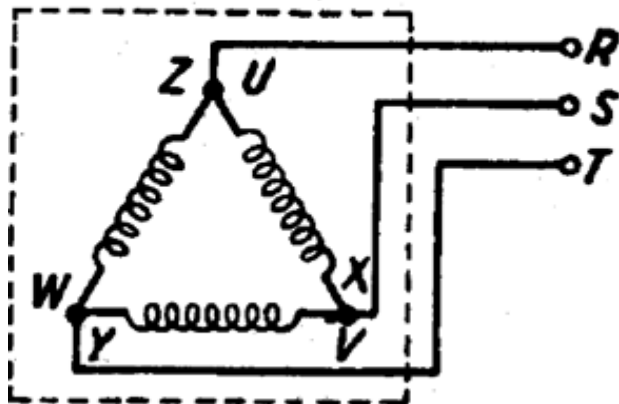
• CONCLUSIONES

- Impedancias de carga iguales
- Corrientes de línea iguales a corrientes de fase.
- Corriente nula en el neutro.
- Tensión de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.



Conexión en triángulo equilibrado

- Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía. Los generadores en triángulo crean redes sin neutro.
- Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.



Conexión en triángulo equilibrado

- Las 3 impedancias de carga son iguales.

$$\bar{Z}_{RS} = \bar{Z}_{ST} = \bar{Z}_{TR} = \bar{Z}_C = \underline{Z}_C \quad | \quad \underline{\varphi}_C \quad \varphi_{RS} = \varphi_{ST} = \varphi_{TR} = \varphi_C$$

- Corrientes de fase

$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{U}_{RS}}{\bar{Z}_{RS}} \quad \bar{I}_{TR} = \frac{\bar{U}_{TR}}{\bar{Z}_{TR}} \quad \bar{I}_{ST} = \frac{\bar{U}_{ST}}{\bar{Z}_{ST}}$$

- Aplicando Kirchhoff a los 3 nodos:

$$\text{(Nodo R)} \quad \bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR}$$

$$\text{(Nodo S)} \quad \bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS}$$

$$\text{(Nodo T)} \quad \bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST}$$

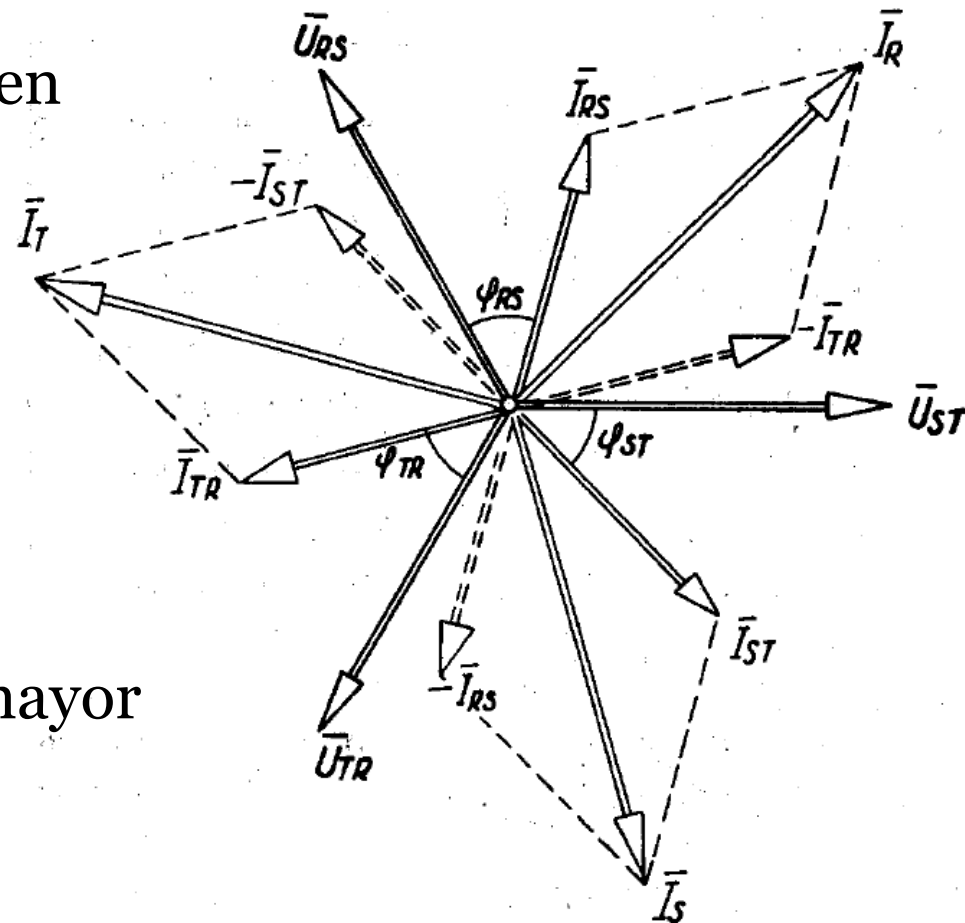


$$I = \sqrt{3} I_f$$

Conexión en triángulo equilibrado

• CONCLUSIONES

- Impedancias de carga iguales en las 3 fases.
- Tensiones de fase iguales a tensiones de línea.
- Ausencia de punto neutro.
- Corriente de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.



Cargas equilibradas

	Estrella	Triángulo
Corrientes	$I_f = I$	$I_f = 1/\sqrt{3} \cdot I$
Tensiones	$U_f = 1/\sqrt{3} U$	$U_f = U$

I_f = corriente de fase.

U_f = tensión de fase.

I = corriente de línea.

U = tensión de línea.

Estrella y triángulo equivalentes

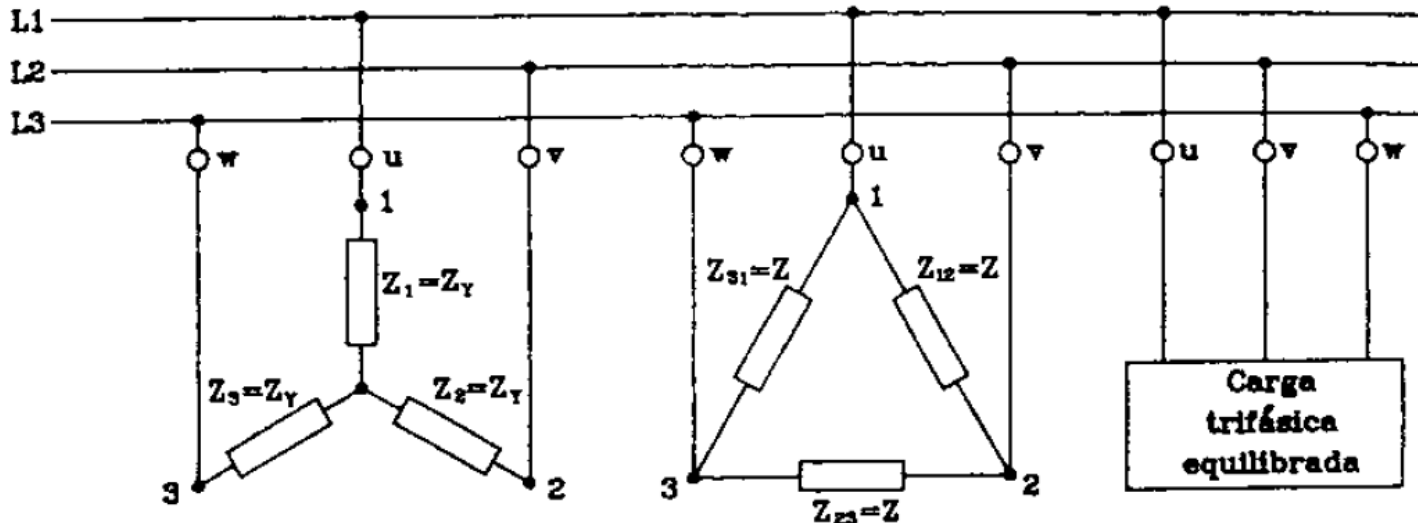
$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 = 2 \cdot Z_Y \quad (\text{impedancia en bornes 1-2 de carga estrella})$$

$$Z_{12} = \frac{(Z_{13} + Z_{23}) \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} = \frac{2 \cdot Z_{\Delta}}{3 \cdot Z_{\Delta}} = \frac{2 \cdot Z_{\Delta}}{3} \quad (\text{impedancia en bornes 1-2 de carga triángulo})$$

$$2 \cdot Z_Y = 2 \cdot Z_{\Delta} / 3$$

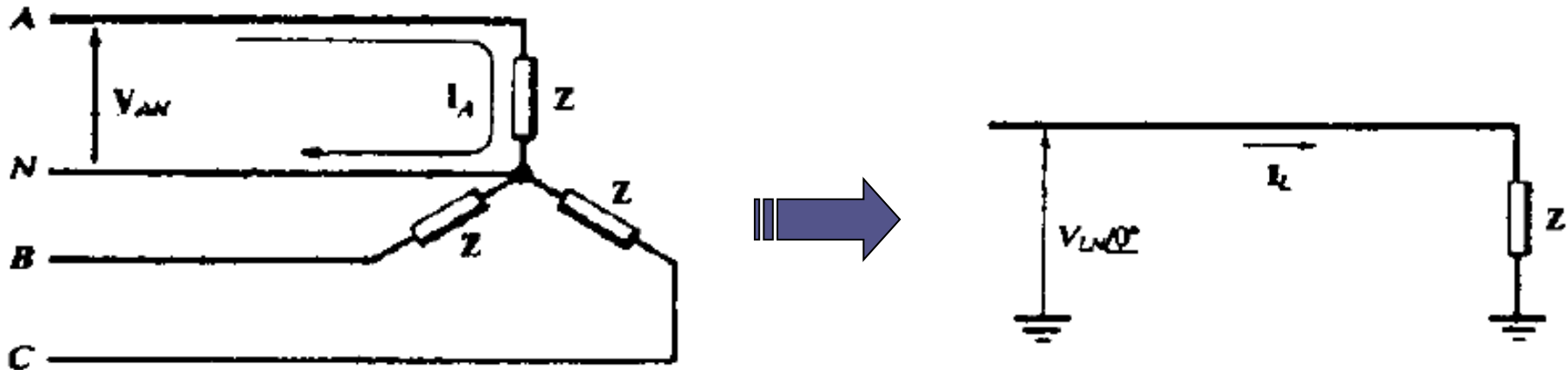


$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$



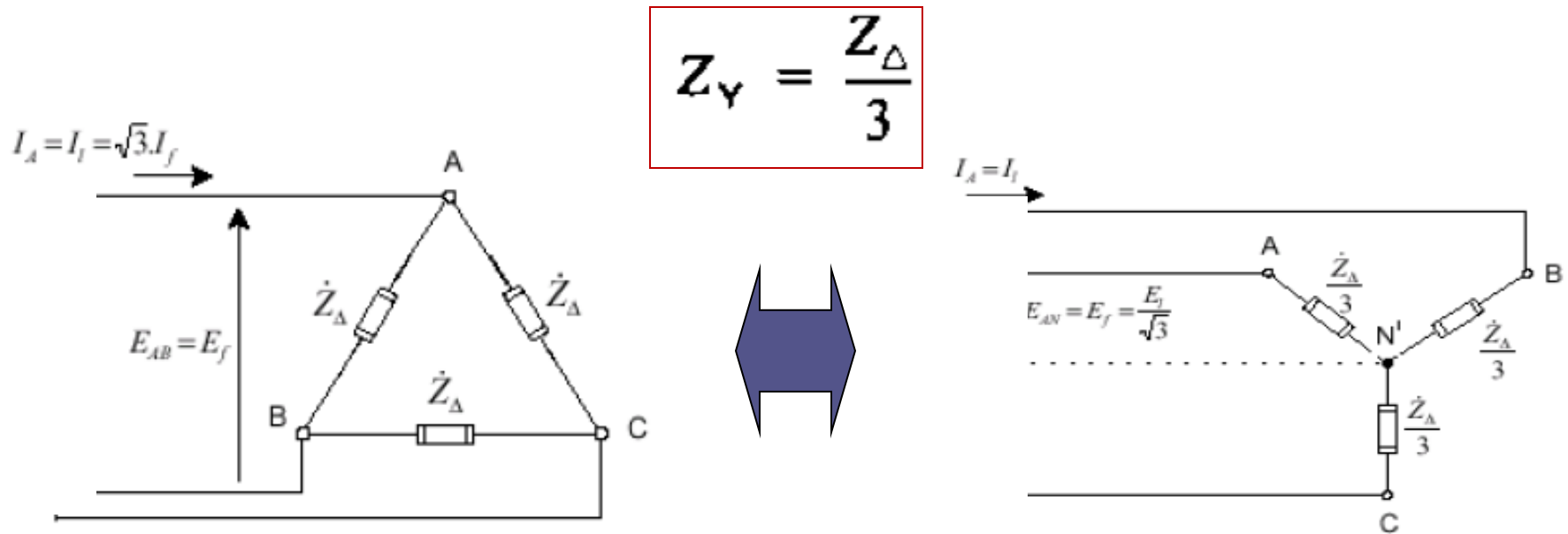
Método del Equivalente Monofásico

- **Permite reducir un circuito trifásico equilibrado (carga equilibrada alimentada por un sistema equilibrado de tensiones) a un circuito monofásico equivalente.**
- Es aplicable en forma directa a *cargas estrella* equilibradas.



Método del Equivalente Monofásico

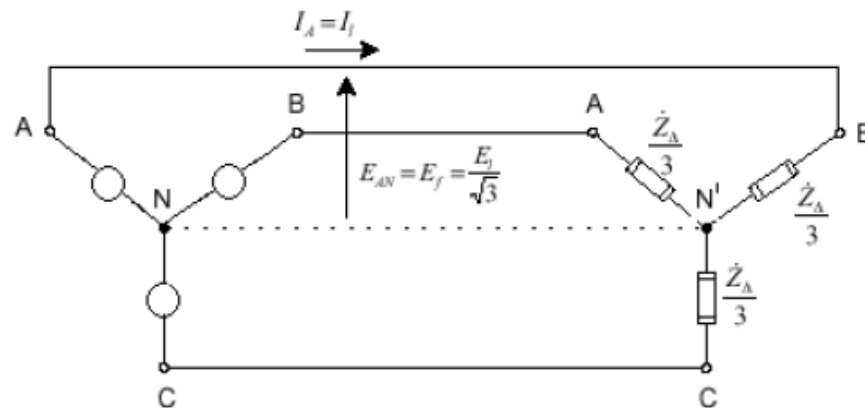
- Las *cargas triángulo* equilibradas deben ser previamente convertidas a estrella.



Método del Equivalente Monofásico

¿Por qué se puede representar mediante un circuito monofásico uno trifásico?

Porque el neutro del generador y el neutro de la carga se encuentran al mismo potencial.



$$\bar{V}_{AN} = \bar{Z}\bar{I}_A + \bar{V}_{N'N}$$

$$\bar{V}_{BN} = \bar{Z}\bar{I}_B + \bar{V}_{N'N}$$

$$\bar{V}_{CN} = \bar{Z}\bar{I}_C + \bar{V}_{N'N}$$

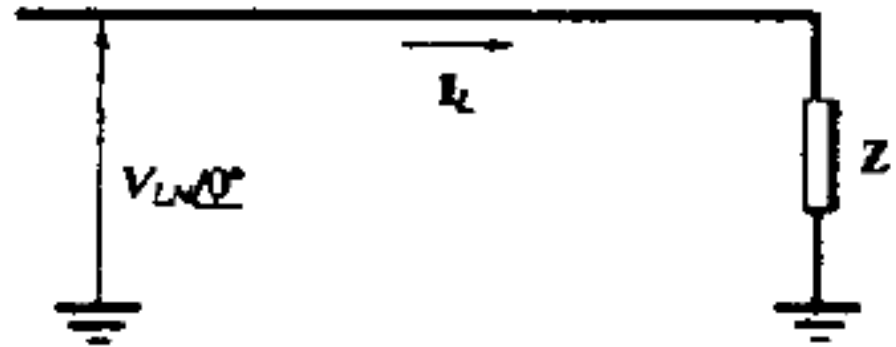
$$\underbrace{\bar{V}_{AN} + \bar{V}_{BN} + \bar{V}_{CN}}_{=0} = \bar{Z} \underbrace{(\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C)}_{=0} + 3\bar{V}_{N'N} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_N = \bar{V}_{N'}$$

Método del Equivalente Monofásico

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO TRIFÁSICO MEDIANTE EL M.E.M.

Características

- Tensión : $U_f \angle 0^\circ$
- Corriente de Línea: $I = U/Z \angle \varphi$
- I_R, I_S, I_T respecto U_R, U_S y U_T tienen φ también.



Método del Equivalente Monofásico

Dos cargas balanceadas conectadas en triángulo, con impedancias de $24/\underline{20^\circ}$ y $15/\underline{45^\circ}$, respectivamente, están conectadas en paralelo con un motor trifásico de 8 CV, $\cos\varphi=0,74$ y rendimiento $\eta=0,80$ a un sistema trifásico de secuencia RST con $U_{TR} = 212,1V \underline{/120^\circ}$ y 50 Hz. Aplique el Método del Equivalente Monofásico y obtenga las corrientes parciales y la total de línea.

- $U_F = 212,1/\sqrt{3} = 122,5V \underline{/0^\circ}$

- En triángulo: $Z_1=(24/3)\underline{/20^\circ}$
 $Z_2=(15/3)\underline{/45^\circ}$

$$\eta = \frac{P_{cedida}}{P_{absorbida}}$$

- Las corrientes parciales:

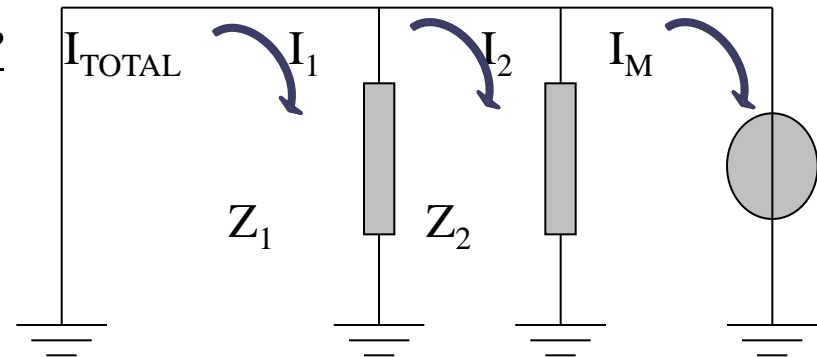
$$I_M = P/\sqrt{3}\eta U_L \cos\varphi =$$

$$= 8 * 736 / 0,8 * \sqrt{3} * 212,1 * 0,74 = 27,1A \underline{/42,3^\circ}$$

$$I_1 = U_F L 0^\circ / Z_1 = 122,5 L 0^\circ / (8 L - 20^\circ) = 15,31A \underline{/20^\circ}$$

$$I_2 = 122,5 L 0^\circ / (5 L 45^\circ) = 24,5A \underline{/45^\circ}$$

- La corriente total: $I_T = I_1 + I_2 + I_M = 59,9^a \underline{/30,4^\circ}$



Carga Desequilibrada

Cargas desequilibradas

- Las cargas se pueden conectar:
 - en estrella o triángulo.
- La red puede o no tener neutro.
- Cada carga actúa independientemente de las otras.

$$\bar{Z}_A \neq \bar{Z}_B \neq \bar{Z}_C$$

$$|Z_A| \neq |Z_B| \neq |Z_C|$$

$$\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$$

Conexión estrella desequilibrada con neutro

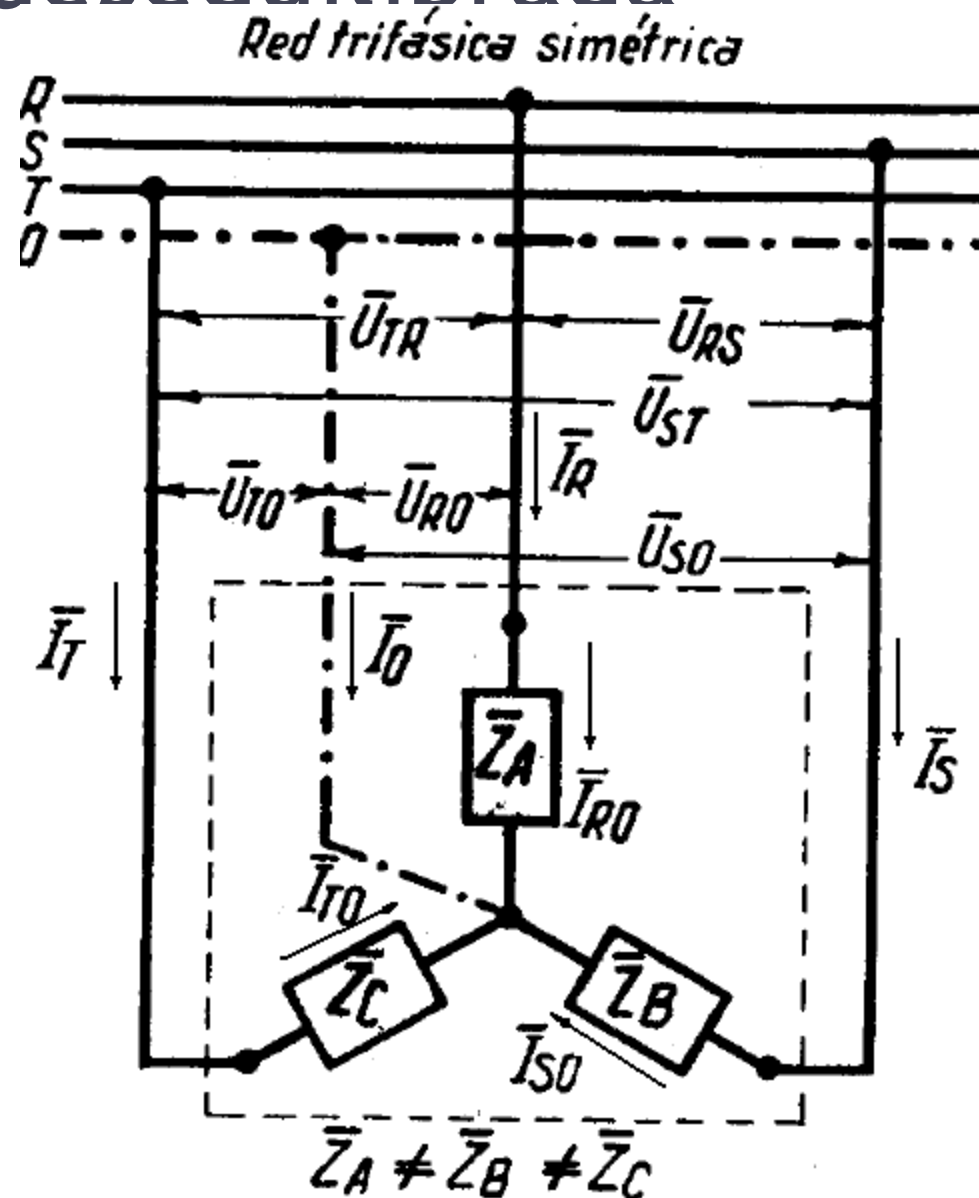
• Tensiones

$$\bar{U}_{RS} + \bar{U}_{ST} + \bar{U}_{TR} = 0$$

$$\bar{U}_{RO} + \bar{U}_{SO} + \bar{U}_{TO} = 0$$

$$|U_{RS}| = |U_{ST}| = |U_{TR}|$$

$$|U_{RO}| = |U_{SO}| = |U_{TO}|$$



Conexión estrella desequilibrada con neutro

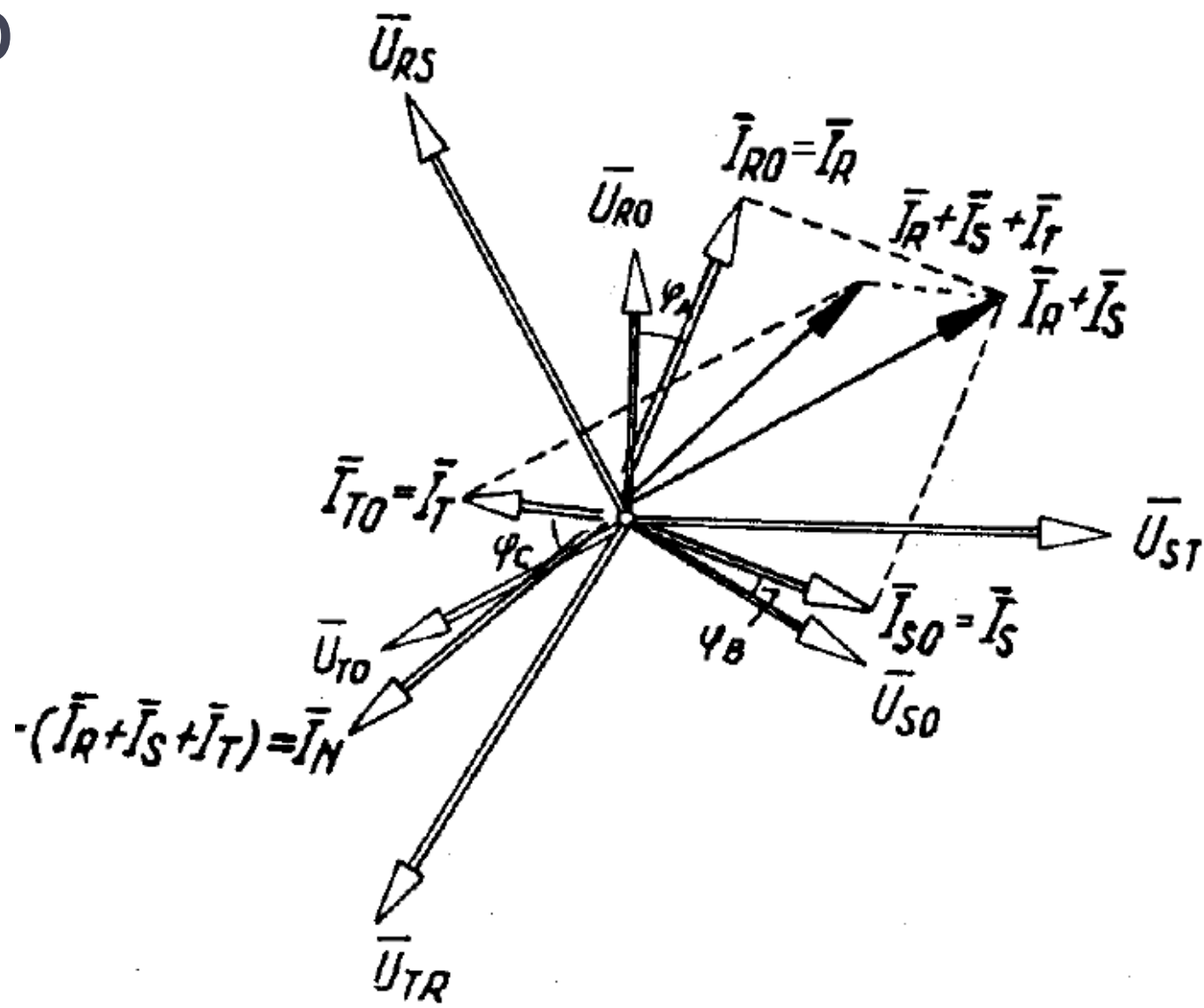
- Corrientes

$$\bar{I}_{RO} = \bar{I}_R = \frac{\bar{U}_{RO}}{\bar{Z}_A} \quad \bar{I}_{SO} = \bar{I}_S = \frac{\bar{U}_{SO}}{\bar{Z}_B} \quad \bar{I}_{TO} = \bar{I}_T = \frac{\bar{U}_{TO}}{\bar{Z}_C}$$

$$\bar{I}_0 = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) \quad \text{(corriente del neutro no nula)}$$

- El neutro transporta la corriente resultante del desequilibrio.
- En redes comunes de iluminación y fuerza motriz, I_0 es pequeña (10% de la I_{linea}).

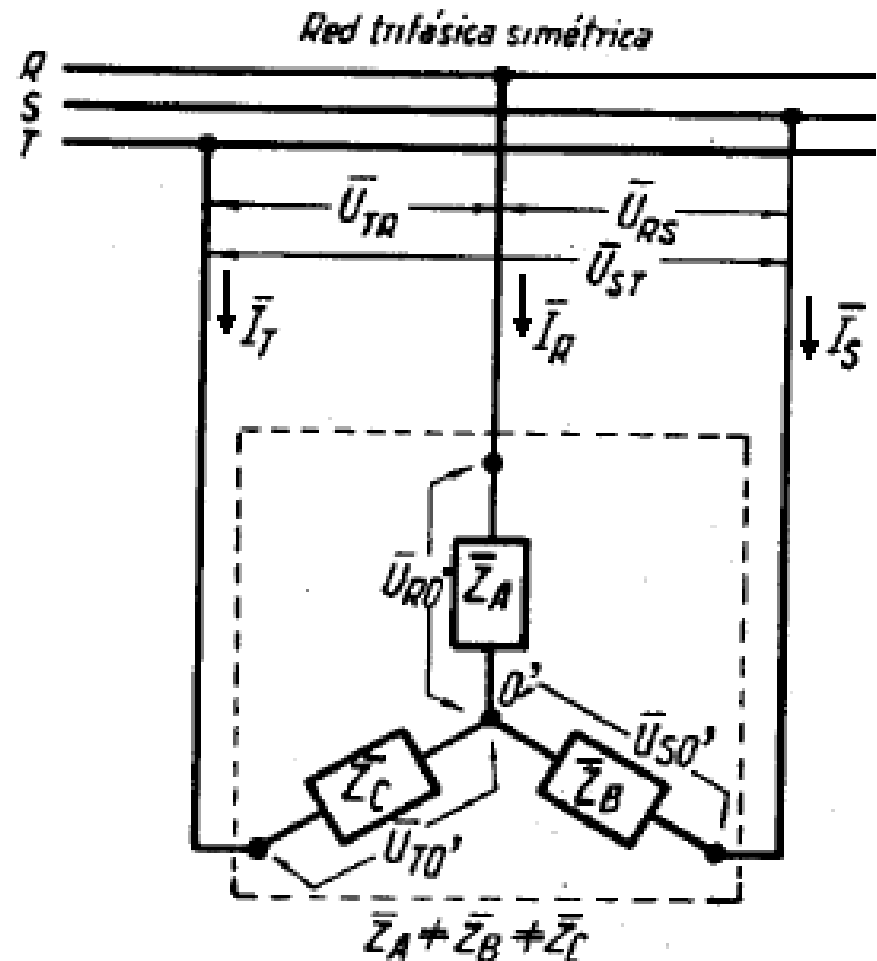
Conexión estrella desequilibrada con neutro



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Las 3 tensiones de fase no son iguales ni simétricas, pero sumadas, dan las tensiones de línea.
- El desequilibrio se manifiesta en las tensiones de fase y mediante la modificación del punto neutro:

“el neutro está flotando”



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Para el punto neutro O' :

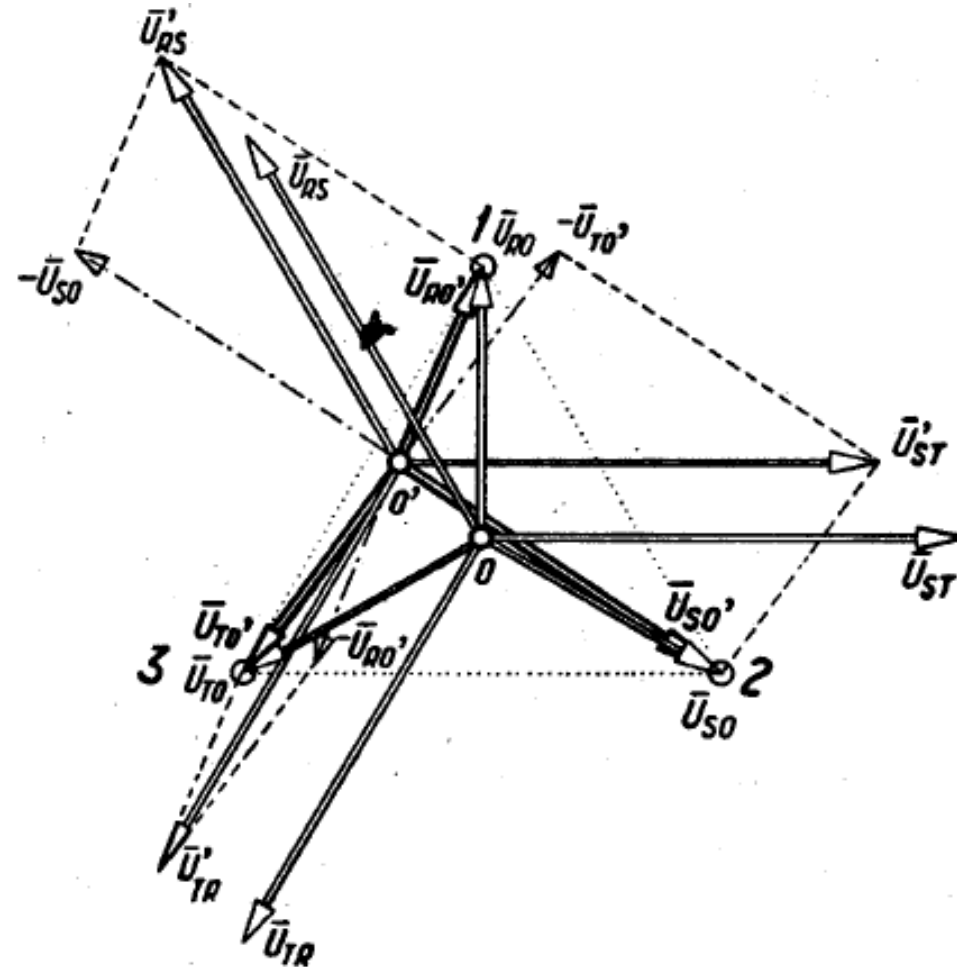
$$\bar{U}_{RS} = \bar{U}_{RO'} - \bar{U}_{SO'} = \bar{U}'_{RS}$$

$$\bar{U}_{TR} = \bar{U}_{TO'} - \bar{U}_{RO'} = \bar{U}'_{TR}$$

$$\bar{U}_{ST} = \bar{U}_{SO'} - \bar{U}_{TO'} = \bar{U}'_{ST}$$

- También se da:

$$\bar{U}_{RO'} + \bar{U}_{SO'} + \bar{U}_{TO'} \neq 0$$



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Posición del punto neutro O:

$$\bar{U}_{RO'} = \bar{U}_{RO} - \bar{U}_{O'O}$$

$$\bar{U}_{SO'} = \bar{U}_{SO} - \bar{U}_{O'O}$$

$$\bar{U}_{TO'} = \bar{U}_{TO} - \bar{U}_{O'O}$$

- Multiplicando por admitancias de fase:

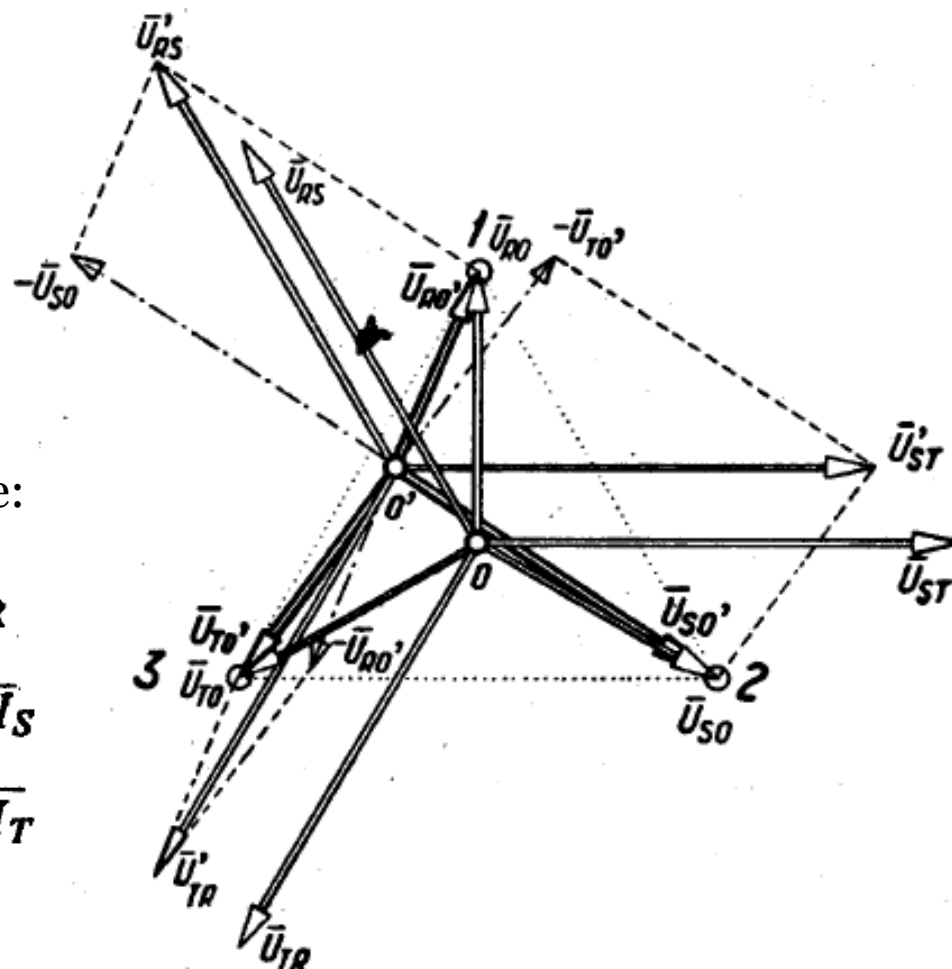
$$\bar{U}_{RO'} \bar{Y}_A = \bar{U}_{RO} \bar{Y}_A - \bar{U}_{O'O} \bar{Y}_A = \bar{I}_{RO'} = \bar{I}_R$$

$$\bar{U}_{SO'} \bar{Y}_B = \bar{U}_{SO} \bar{Y}_B - \bar{U}_{O'O} \bar{Y}_B = \bar{I}_{SO'} = \bar{I}_S$$

$$\bar{U}_{TO'} \bar{Y}_C = \bar{U}_{TO} \bar{Y}_C - \bar{U}_{O'O} \bar{Y}_C = \bar{I}_{TO'} = \bar{I}_T$$

- Considerando que no hay neutro:

$$\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0$$



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

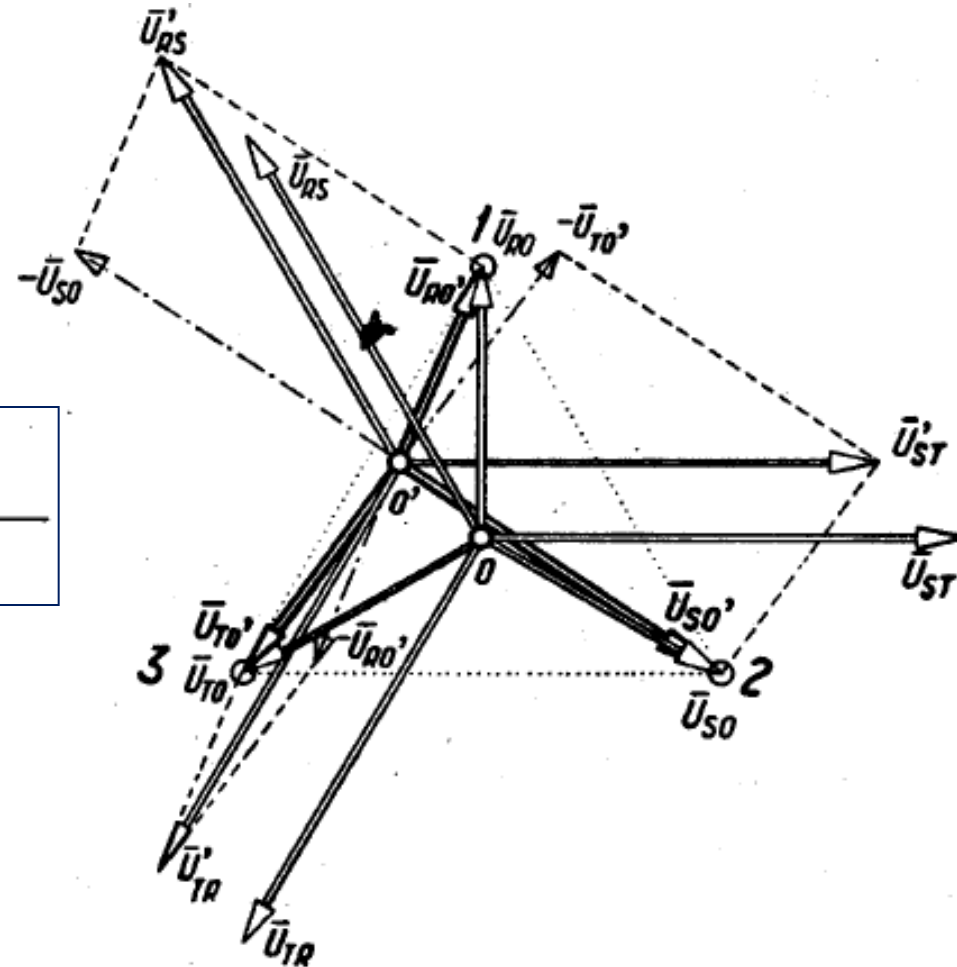
- Reemplazando:

$$\bar{U}_{RO} \bar{Y}_A + \bar{U}_{SO} \bar{Y}_B + \bar{U}_{TO} \bar{Y}_C -$$

$$-\bar{U}_{O'O}(\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_C) = 0$$

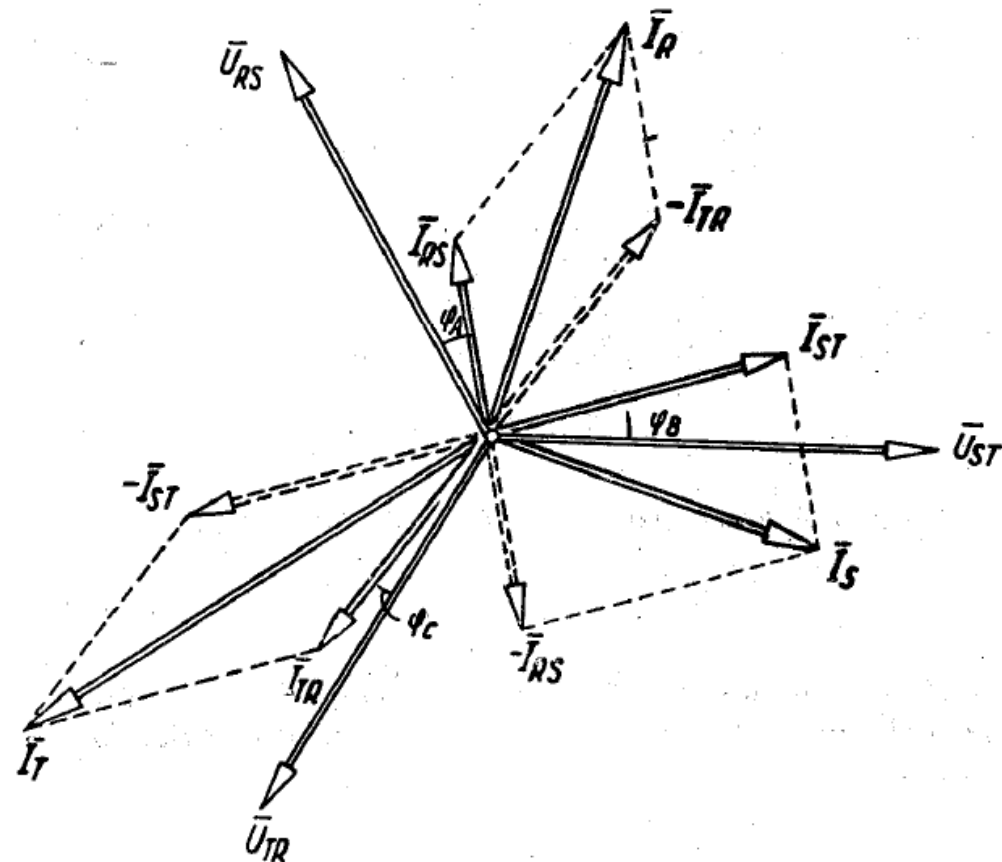
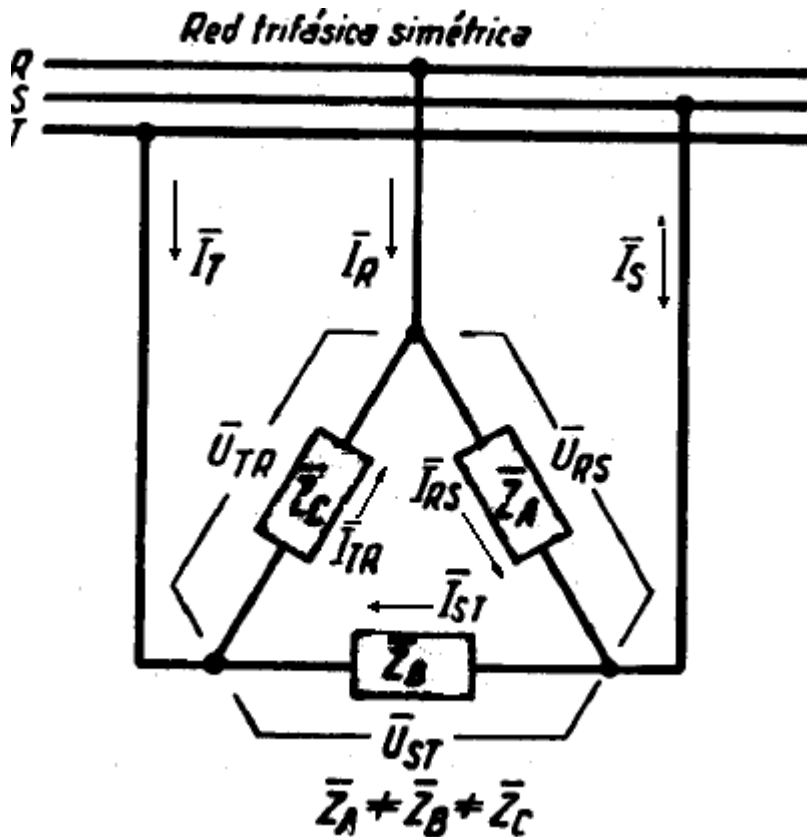
$$\bar{U}_{O'O} = \frac{\bar{U}_{RO} \bar{Y}_A + \bar{U}_{SO} \bar{Y}_B + \bar{U}_{TO} \bar{Y}_C}{\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_C}$$

- Con $\bar{U}_{O'O}$ se puede ubicar O' en el plano, y con él U_{RO} , U_{SO} , U_{TO} .



Conexión triángulo desequilibrado

- Para el cálculo de las corrientes se sigue igual procedimiento que el triángulo equilibrado.



Potencia en circuitos trifásicos

Potencia Activa

$$P = \sum_{i=1}^{i=3} P_i = P_A + P_B + P_C$$

$$= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

- Cargas desequilibradas:

$$P = U_{RO} I_R \cos \varphi_A + U_{SO} I_S \cos \varphi_B + U_{TO} I_T \cos \varphi_C$$

(estrella)

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos \varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos \varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos \varphi_C$$

(triángulo)

Potencia Activa

- Cargas equilibradas:

$$P_Y = 3 U_f I_f \cos \varphi_f \quad \text{(estrella)}$$

$$P_\Delta = 3 U_f I_f \cos \varphi_f \quad \text{(triángulo)}$$

- Reemplazando respectivamente:

$$U_f = U/\sqrt{3} \text{ é } I_f = I \quad \rightarrow \quad P_Y = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \cos \varphi_f$$

$$U_f = U \text{ é } I_f = I/\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad P_\Delta = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi_f$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Tensión U de línea, corriente I de línea y factor de potencia $\cos \varphi_f$ de una cualquiera de las fases.

vatios [W]

Potencia Reactiva

$$\begin{aligned} Q &= Q_A + Q_B + Q_C = \\ &= U_A I_A \operatorname{sen} \varphi_A + U_B I_B \operatorname{sen} \varphi_B + U_C I_C \operatorname{sen} \varphi_C \end{aligned}$$

Procedimiento análogo a P.Activa, y se llega a:

$$Q = \sqrt{3} U I \operatorname{sen} \varphi$$

voltamperios reactivos [VAr]

Potencia Aparente

$$S = \sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}$$

Para el caso simétrico y equilibrado:

$$S = \sqrt{3} U I$$

voltamperios [VA]

Cargas desequilibradas

$$P = U_{RO} I_R \cos \varphi_A + U_{SO} I_S \cos \varphi_B + U_{TO} I_T \cos \varphi_C \quad \text{(estrella)}$$

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos \varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos \varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos \varphi_C \quad \text{(triángulo)}$$

FACTOR DE POTENCIA

Se encuentran tres desfases entre tensiones e intensidades de fase.

Se determina un factor de potencia medio:

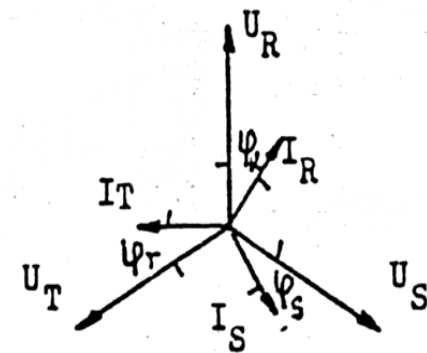
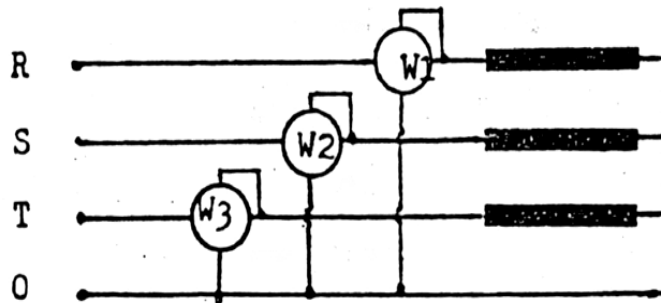
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{\sum P_i}{\sum S_i} = \frac{U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C}{\sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

MÉTODO DE Aaron



Medida de la Potencia



Demostración

Para demostrar el método de Aaron partimos de la consideración de que la potencia activa, con los vatímetros W_1 conectado entre las fases R y T y el vatímetro 2 entre las fases S y T y además en el sistema eliminamos el neutro, tenemos que las lecturas de los vatímetros será:

$$P = W_{RT} \pm W_{ST}$$

$$W_{RT} = U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos(\angle U_{RT}, I_R)$$

$$W_{ST} = U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos(\angle U_{ST}, I_S)$$

La suma de las corrientes por la primera ley de Kirchoff, vale:

$$\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0 \Rightarrow \bar{I}_T = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S)$$

Que reemplazamos en la expresión de la potencia, entonces:

$$P = \bar{U}_R \cdot \bar{I}_R + \bar{U}_S \cdot \bar{I}_S + \bar{U}_T \cdot (-\bar{I}_R - \bar{I}_S) = \bar{I}_R \cdot (\bar{U}_R - \bar{U}_T) + \bar{I}_S \cdot (\bar{U}_S - \bar{U}_T)$$

Y las tensiones compuestas o de línea:

$$\bar{U}_{RT} = \bar{U}_R - \bar{U}_T$$

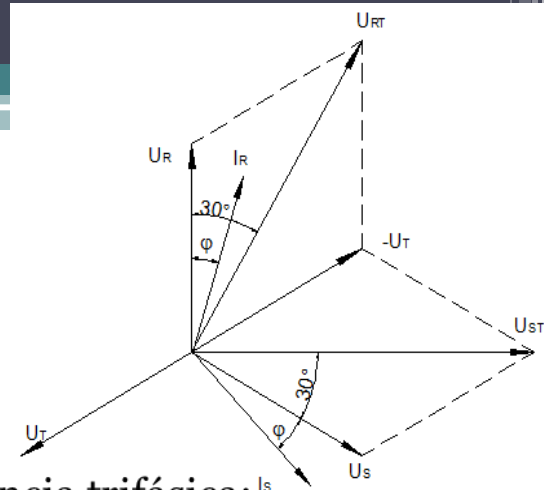
$$\bar{U}_{ST} = \bar{U}_S - \bar{U}_T$$

$$P = \bar{U}_{RT} \cdot \bar{I}_R + \bar{U}_{ST} \cdot \bar{I}_S \quad \textcircled{\underline{1}}$$

Condiciones del Método de Aaron

- De donde se demuestra que la potencia activa trifásica, es igual a la suma de las lecturas de los dos vatímetros: $P = W_{RT} + W_{ST}$
- Esta expresión general, nos permite concluir que el método de Arón se aplicará a todo sistema ***equilibrado o no, simétrico o no***, pero sin ***neutro accesible***.

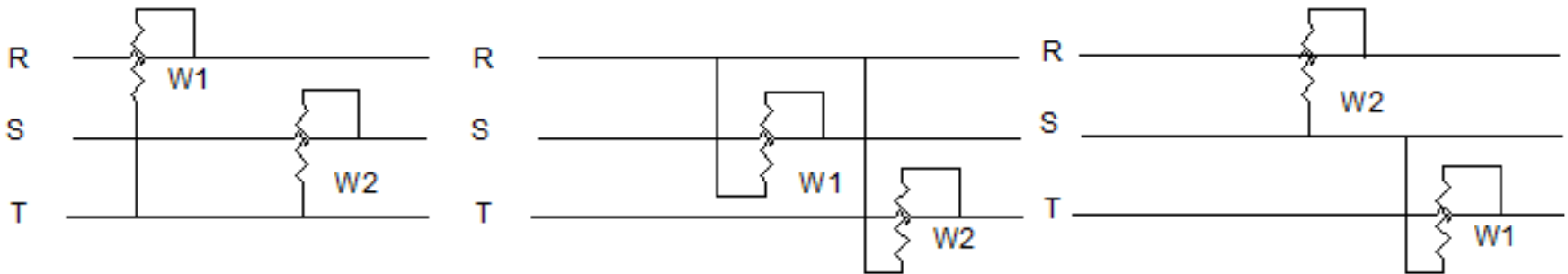
Cargas equilibradas y simétricas



- Tomaremos carga RL equilibrada
- Como:
- $U_{RT} = U_{ST} = U_L$
- $I_R = I_S = I_L$
- Como la suma de las lecturas de los dos vatímetros es la potencia trifásica: I_S
- $P = W_1 + W_2$
- $P = U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos(\phi - 30^\circ) + U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos(\phi + 30^\circ)$
- Resolviendo y extrayendo Factor Común U_L e I_L
- $P = U_L \cdot I_L \cdot (\cos\phi \cdot \cos 30^\circ + \sin\phi \cdot \sin 30^\circ + \cos\phi \cdot \cos 30^\circ - \sin\phi \cdot \sin 30^\circ) = U_L \cdot I_L \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\phi = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$
- O sea $P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\phi$ Potencia Activa Trifásica para sist. Equilibrados
- De la misma manera demostraremos para:
- $W_1 - W_2 = U_{RT} \cdot I_R \cdot \cos(\phi - 30^\circ) - U_{ST} \cdot I_S \cdot \cos(\phi + 30^\circ)$
- Resolviendo y extrayendo Factor Común U_L e I_L
- $W_1 - W_2 = U_L \cdot I_L \cdot (\cos\phi \cdot \cos 30^\circ + \sin\phi \cdot \sin 30^\circ - \cos\phi \cdot \cos 30^\circ + \sin\phi \cdot \sin 30^\circ) = U_L \cdot I_L \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\phi = U_L \cdot I_L \cdot \sin\phi$; por lo que si multiplicamos por el factor $\sqrt{3}$ tenemos la Potencia Reactiva Trifásica.
- $Q = \sqrt{3} \cdot (W_1 - W_2) = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\phi$

Permutación de los Vatímetros

- Sec R-S-T



R	S	T
W1	W2	
	W1	W2
W2		W1

- Ej: Sec RST
- Conectados en R y S; R-S-T ; W1 en R y W2 en S
- Conectados en R y T; R-S-T-R-S-T; W1 en T y W2 en R