

## RECUPERACIÓN SECUNDARIA

Para la descripción de la teoría en que se funda la recuperación secundaria existen muchos y excelentes libros, fundamentalmente la monografía clásica de Craig<sup>1</sup>, y el excelente libro de Willhite<sup>2</sup>, además de ser tratado en todos los libros de Ing. de Reservorio. Por esta razón el presente trabajo no supe las dos referencias anteriormente citadas y solo tiene un objetivo introductorio. Se prefirió seguir los lineamientos presentados por Dake<sup>3</sup>.

### Principales suposiciones del desplazamiento inmisible

#### 1.- El agua desplaza al petróleo en un reservorio mojable por agua

Cuando dos fluidos inmiscibles se ponen en contacto en la interfase fluido-roca, se forma un ángulo de contacto,  $\theta$ , si este ángulo es menor que  $90^\circ$  la roca se dice que es mojable por agua, y si es mayor la roca es mojable por petróleo.

Se define la **imbibición** como el proceso a través del cual se aumenta la saturación de la fase mojanete, y **drenaje** cuando esta fase disminuye.

El desplazamiento de petróleo a través de la inyección de agua es en general un fenómeno de imbibición, y las curvas de presión capilar y permeabilidades relativas utilizadas para describirlo deben hacerse bajo condiciones de imbibición.

La expresión general para calcular la presión capilar viene dada por la ecuación de Laplace

$$P_c = p_{nw} - p_w = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \dots (1)$$

donde

$P_c$  = es la presión capilar

$\sigma$  = es la tensión interfacial

$r_1$  y  $r_2$  son los radios de curvatura en cualquier punto de la interface donde las presiones de las fases mojanete ( $p_w$ ) y no mojanetes ( $p_{nw}$ ) se miden .

El estudio de las curvas de presión capilar se ha hecho anteriormente y por lo tanto no se explicará la técnica de laboratorio ni la forma de su cálculo para lo cual se remite al lector a un libro de texto de reservorios.

La forma típica de las curvas de presión capilar se muestran en la figura 1 y en donde debido a los fenómenos de histéresis las curvas de drenaje e imbibición no coinciden.

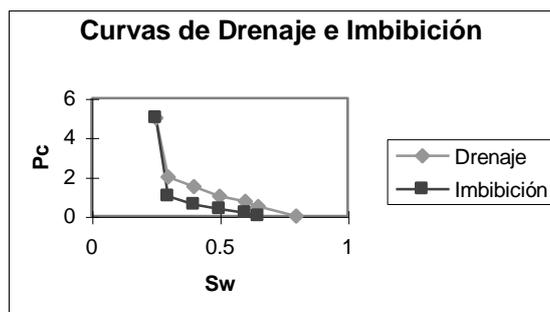


Figura 1: Curvas de Presión capilar

Desde el punto de vista del laboratorio nos interesa mas relacionar las curvas de presión capilar con la elevación de los fluidos en el reservorio considerándose que cuando la  $P_c = 0$  las presiones  $p_w = p_{nw}$ .

En ese punto se verifica

$$p_{nw} + \rho_{nw}gh = p$$

y

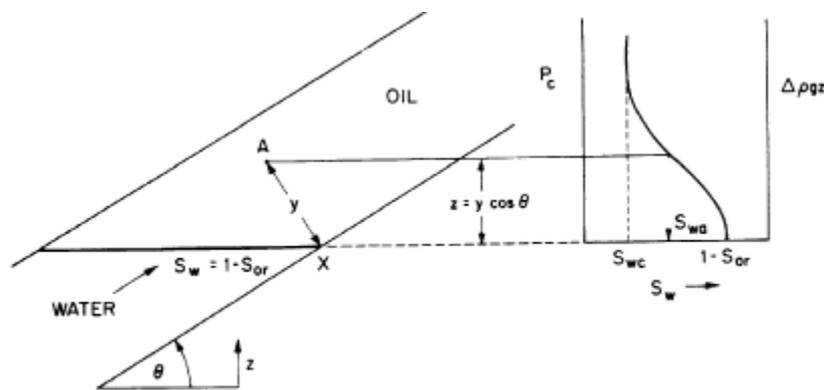
$$p_w + \rho_w gh = p$$

y restando

$$p_{nw} - p_w = P_c = \Delta\rho gh... (2)$$

donde  $\Delta\rho$  es la diferencia entre  $\rho_w$  y  $\rho_{nw}$ .

Para el desplazamiento de petróleo por agua, como dijimos anteriormente, las curvas que nos interesan son las de imbibición, en donde  $P_c = 0$  cuando  $s_w = 1 - S_{or}$ .



La fig.2 muestra la distribución de saturaciones en condiciones estáticas de equilibrio al iniciarse un barrido con agua, donde para la curva de presión capilar mostrada en la figura aparecerá una zona de transición cuya  $P_c$  se calcula con la ec (3) y la saturación de agua se obtiene de la curva de  $P_c$

$$p_{nw} - p_w = P_c(s_w) = \Delta\rho gy \cos \theta... (3)$$

La ec.3 en unidades Darcy con  $P_c$  (atm) se escribe

Fig.2: Determinación de la distribución de saturación en función de la curvas de presión capilar (de Dake<sup>3</sup>)

$$P_c(s_w) = \frac{\Delta\rho gy \cos \theta}{1.033 * 10^6} ... (4)$$

y en unidades de campo  $P_c$  (psi) se escribe

$$P_c(s_w) = 0.4335\Delta\gamma \cos \theta \dots (5)$$

donde  $\Delta\gamma$  es la diferencia entre las gravedades específicas del agua y el petróleo.

Es interesante señalar que a medida que el plano  $S_w = 1-S_{or}$  se mueve en la dirección del desplazamiento por agua, se generan nuevas distribuciones de agua, y este concepto es el que se aplica en el desplazamiento dinámico, el cual se ve como una serie de desplazamientos estáticos donde el plano  $S_w = 1-S_{or}$  se mueve a través del reservorio, y en donde a cada uno de estos planos le corresponde una distribución de saturación de agua dictada por la curva de presión capilar.

## 2.-El desplazamiento ocurre bajo condiciones de equilibrio vertical

La condición de equilibrio vertical implica que la distribución de la saturación de agua en ese sentido está dictada por la ec.4.

Es decir, cuando se produce el desplazamiento de petróleo por agua, las nuevas saturaciones de agua se distribuyen instantáneamente según (4), en otras palabras, la velocidad en que las dos fases se redistribuyen de acuerdo a la presión capilar es infinita en comparación con la velocidad de movimientos de los fluidos en el plano paralelo al reservorio resultado de las fuerzas de Darcy o viscosas.

Según Coats<sup>4</sup> las condiciones de equilibrio vertical aparecen cuando:

1. La permeabilidad vertical es grande
2. El espesor del reservorio es pequeño
3. Existe gran diferencia entre las densidades de los fluidos ( $\Delta\rho$ )
4. Importantes fuerzas capilares (una zona de transición marcada)
5. Bajas viscosidades de los fluidos
6. Bajos caudales de inyección

Coats sugiere que en el análisis del desplazamiento uno se ve obligado a aceptar o que el equilibrio vertical existe o hay una pérdida total del mismo. Esto último ocurre cuando los caudales de inyección son muy altos la velocidad de los componentes en los planos paralelos es mucho mayor que la componente perpendicular. En estas circunstancias la saturación de agua se distribuye uniformemente respecto al espesor.

## 3.- El desplazamiento se considera incompresible

Esta suposición implica que en cada punto del reservorio existen condiciones estacionarias, es decir, la presión permanece constante.

Matemáticamente

$$q_t = q_o + q_w = q_i \dots (6)$$

Esta suposición es bastante realista ya que durante la inyección se tiene bastante más control que durante la etapa de depletación del reservorio, al diseñarse el equipamiento de producción para inyección a caudal constante.

Simultáneamente, existen ventajas al mantener la presión constante, ya que el gas que evolucionaba del reservorio vuelve a solubilizarse, evitando que se vuelva una fase móvil.

## 4.- El desplazamiento se considera lineal

Simultáneamente se supone que tanto del productor como inyector está punzado en todo el intervalo de interés. No se toma en consideración la distorsión de las líneas de flujo (líneas

equipotenciales) en las vecindades de los pozos y las saturaciones, por lo tanto, están uniformemente distribuidas en el espesor de la capa.

## La ecuación del flujo fraccional

Vamos a suponer que el flujo se desarrolla bajo condiciones de flujo difuso, es decir, que las saturaciones de fluido están uniformemente distribuidas respecto al espesor. Esta suposición permitirá describir el flujo con un modelo unidimensional.

La ventaja de esta suposición está dada en que las permeabilidades relativas tanto del petróleo como el agua son función de la saturación, y por lo tanto el flujo de ambas fases puede modelarse usando un promedio del espesor relativo a las permeabilidades a lo largo de la línea que representa el centro de la capa.

Las condiciones de flujo difuso puede encontrarse bajo dos condiciones extremas:

- Cuando se usan caudales de inyección muy elevados, tal que la condición de equilibrio vertical no se satisface y por lo tanto los efectos de las fuerzas capilares y gravitatorias son despreciables.
- Cuando se usan caudales de inyección bajos y en donde la zona de transición que aparece en la curva de presión capilar excede largamente el espesor del reservorio ( $H \gg h$ ) y la condición de equilibrio vertical se satisface (figura 3). Bajo estas condiciones, aparece que la saturación de agua se presenta uniforme distribuida respecto al espesor.

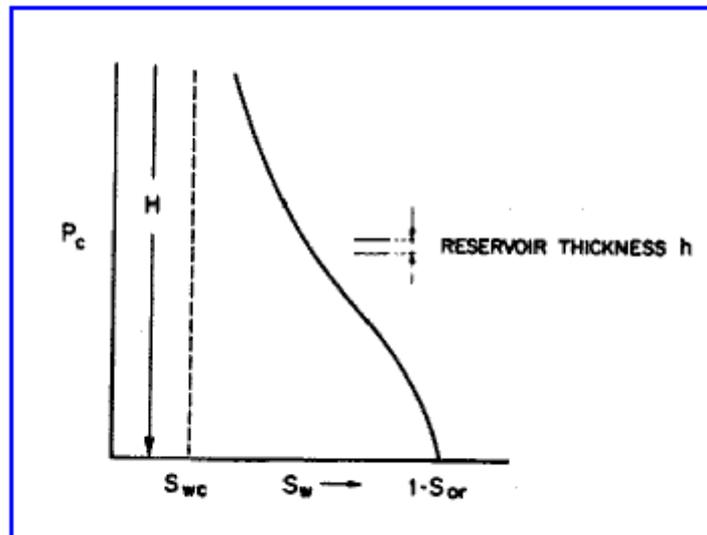


Fig.3: Condición de flujo difuso (de Dake<sup>3</sup>)

Debemos recordar que las permeabilidades relativas medidas en laboratorio se hacen bajo condiciones difusas, y por eso las mismas pueden usarse directamente en los cálculos.

Si definimos el flujo fraccional,  $f_w$ , como

$$f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} = \frac{q_w}{q_t}$$

Considerando el reservorio representado en la figura 4 el cual tiene una sección uniforme A, aplicando la Ley de Darcy para flujo lineal tenemos:

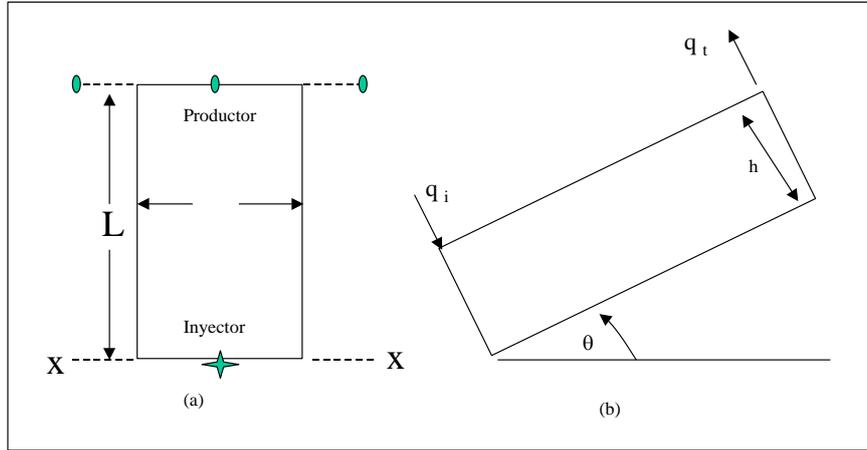


Fig4: (a) Vista en planta (b) Sección Transversal de un reservorio(de Dake<sup>3</sup>)

$$q_o = (1 - f_w)q_t = -\frac{kk_{ro}A\rho_o}{\mu_o} \left( \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \right) = -\frac{kk_{ro}A}{\mu_o} \left( \frac{\partial p_o}{\partial x} + \frac{\rho_o g \sin \theta}{1.033 * 10^6} \right)$$

lo que es igual a

$$-(1 - f_w) \frac{q_t \mu_o}{Akk_{ro}} = \frac{\partial p_o}{\partial x} + \rho_o g \sin \alpha \dots (7a)$$

y

$$q_w = f_w q_t = -\frac{kk_{rw}A\rho_w}{\mu_w} \left( \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} \right) = -\frac{kk_{rw}A}{\mu_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial x} + \frac{\rho_w g \sin \theta}{1.033 * 10^6} \right)$$

por lo que

$$-f_w \frac{q_t \mu_w}{Akk_{rw}} = \frac{\partial p_w}{\partial x} + \rho_w g \sin \alpha \dots (7b)$$

Restando las ecuaciones (7a) y (7b) se obtiene

$$-\frac{q_t \mu_o}{Akk_{ro}} + \frac{q_t f_w}{A} \left( \frac{\mu_w}{kk_{rw}} + \frac{\mu_o}{kk_{ro}} \right) = \left( \frac{\partial p_c}{\partial x} + \frac{\Delta \rho g \sin \theta}{1.033 * 10^6} \right) \dots (7c)$$

y reemplazando en (7) para obtener  $f_w$  se tiene

$$f_w = \frac{1 + \frac{kk_{ro}A}{q_t \mu_o} \left( \frac{\partial p_c}{\partial x} - \frac{\Delta \rho g \sin \theta}{1.033 * 10^6} \right)}{1 + \frac{\mu_w k_{ro}}{k_{rw} \mu_o}} \dots (8)$$

que en unidades de campo queda

$$f_w = \frac{1 + 1.127 * 10^{-3} \frac{k k_{ro} A}{q_t \mu_o} \left( \frac{\partial P_c}{\partial x} - 0.4335 \Delta \gamma \sin \theta \right)}{1 + \frac{\mu_w k_{ro}}{k_{rw} \mu_o}} \dots (9)$$

### Efecto del buzamiento de la formación

Teniendo en cuenta que  $\theta$  es el ángulo que forman entre la horizontal y la línea que indica la dirección de flujo, el término gravitatorio será positivo cuando se desplace petróleo en la dirección hacia arriba ( $0 < \theta < \pi$ ) y negativo en la dirección hacia abajo ( $\pi < \theta < 2\pi$ ).

De acuerdo a lo anterior, en (9) para todos los valores iguales,  $f_w$  es menor cuando desplazamos petróleo en dirección hacia arriba que cuando la inyección de agua es hacia abajo, ya que en el primer caso el término gravitatorio  $\Delta \gamma \sin \theta$  es positivo, por lo que los efectos gravitatorios tienden a disminuir  $f_w$ . En cambio si desplazamos el petróleo con gas, este último debe ser inyectado en la cresta del reservorio ya que  $\Delta \gamma$  es siempre negativo.

### Efecto de la presión capilar

El análisis del efecto de la presión capilar se puede analizar teniendo en cuenta que

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = \frac{dP_c}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial x}$$

donde el primer término del segundo miembro es la pendiente de la curva de presión capilar y siempre es negativa, mientras el segundo término es la pendiente del perfil de saturaciones cuya curva típica se muestra en la figura 5, y que también es negativa, por lo tanto el gradiente de la presión capilar tiende a incrementar el flujo fraccional de agua.

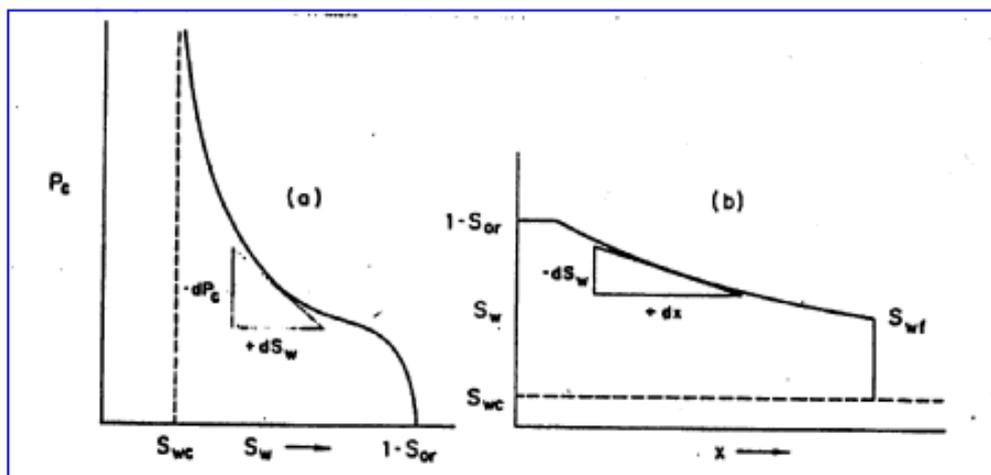


Fig 5: (a)Curva de presión capilar (b)Distribución de saturación de agua en función de la distancia (de Dake<sup>3</sup>)

Para un reservorio horizontal ( $\sin \theta=0$ ) y despreciando los efectos capilares la ecuación del flujo fraccional es

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_{ro}}{k_{rw} \mu_o}} \dots (10)$$

Se debe señalar que la suposición de despreciar los efectos capilares es realista en las experiencias de laboratorio donde se utilizan altos caudales de barrido, y aparece justificada en desplazamientos macroscópicos dentro del reservorio.

En la recuperación secundaria, tanto en el laboratorio como en el campo, dado que la presión en general, se la mantiene constante, la relación de viscosidades  $\mu_w/\mu_o$  es constante, por lo que  $f_w$  es una función estricta de la saturación de agua la cual depende de la relación de permeabilidades  $k_{ro}/k_{rw}$ .

Sin embargo se quiere resaltar que mucho más importante que las curvas de permeabilidades relativas es el concepto de **flujo fraccional** para la recuperación secundaria debido a:

- Es una función única, donde la forma de la misma revela todo acerca de la eficiencia de barrido, cosa que no ocurre con las curvas de permeabilidad relativa.
- Cuando se la aplica a la descripción del barrido de un reservorio, incorpora las **viscosidades reales del agua y del petróleo**, mientras que las curvas de permeabilidad relativa se obtienen con un petróleo sintético de alta viscosidad en la mayoría de los casos.

### Efecto de la mojabilidad

Para una saturación dada, la permeabilidad efectiva al agua,  $k_w$ , es menor para una roca mojable por agua que para una mojable por petróleo. Como consecuencia de lo anterior, el denominador en (9) será mayor y por lo tanto  $f_w$  menor. Por lo que se puede concluir que los reservorios mojables por agua tendrán una mayor eficiencia de desplazamiento y por lo tanto una mayor recuperación de petróleo que aquellos reservorios mojables por petróleo.

Anderson<sup>5</sup> (Cobb Sección 2) presentó las siguientes conclusiones sobre el efecto de la mojabilidad sobre la recuperación de petróleo:

- ⇒ La recuperación de petróleo durante el barrido con agua es función de la mojabilidad, la geometría poral, la distribución de los fluidos, la saturación, la historia de saturación y la relación de movilidades.
- ⇒ Para sistemas mojables por agua y relaciones de movilidad moderadas un gran porcentaje de la recuperación se produce antes del BT.
- ⇒ Para sistemas mojables por petróleo y aún con relaciones de movilidades moderadas el BT se produce rápidamente siendo recuperado la mayoría del petróleo después del BT.
- ⇒ A medida que se pasa de un sistema mojable por agua a otro mojable por petróleo se aumentan tanto el BT como la  $S_{or}$  con lo que la recuperación de petróleo disminuye. Para sistemas mojables por petróleo, pequeñas cantidades de petróleo se recuperan a altas WOR, por lo tanto la definición de la  $S_{or}$  debe dictarse en función de términos económicos. En el laboratorio en general se adopta el valor de la saturación existente cuando se han inyectado 10 VP. En el campo este es un valor inalcanzable.

### Efecto de las movilidades del petróleo y el agua

La recuperación puede incrementarse reduciendo la movilidad del agua o incrementando la del petróleo. Las permeabilidades efectivas del petróleo y del agua son función directa de las saturaciones existentes en el reservorio, y estas pueden ser controladas en cierta forma mediante el correcto manejo del reservorio. Como ejemplo se puede mencionar que si en el

reservorio se permite una depletación importante antes de iniciarse el waterflooding, se desarrolla una importante saturación de gas en la zona de petróleo al momento del barrido. El efecto de este gas será reducir la  $k_{ro}$ , con lo que se aumenta  $f_w$ . Este problema puede evitarse iniciando el barrido antes que se desarrolle la saturación de gas.

Debe señalarse sin embargo que diversos autores señalan que la presencia de pequeñas cantidades de gas atrapadas en el banco de petróleo pueden incrementar la recuperación en reservorios mojables por agua. Esto sería como consecuencia de variaciones en las características de las curvas de  $k_r$  y que el gas ocupa un espacio que de otra forma sería ocupado por el petróleo.

Craig<sup>1</sup> presenta correlaciones que relacionan la reducción de la  $S_{or}$  respecto a la  $S_g$  atrapado. Dake<sup>6</sup> opina en forma semejante aunque concluye que los operadores prefieren iniciar el barrido por encima del punto de burbuja.

De igual forma, el proceso puede mejorarse aumentando la viscosidad del agua o disminuyendo la del petróleo. El primer caso se logra adicionando polímeros al agua, la viscosidad del petróleo se disminuye entre otros métodos mediante procesos térmicos (combustion in situ, vapor), procesos miscibles (agregando  $CO_2$ )

**¿Dónde calcular M? (Dake Práctico 338)**

Es claro que las permeabilidades efectivas son función de la saturación y por lo tanto de la dirección de desplazamiento. Diversos autores plantean que  $k_{rw}$  se debe calcular para la  $S_{wmed}$  detrás del frente aunque otros postulan que los puntos realmente importantes para el cálculo de M son los puntos extremos de las curvas de permeabilidad relativa  $k'_{rw}$  para  $S_w = (1-S_{or})$  y  $k'_{ro}$  para  $S_w = S_{wi}$

**Efecto de la movilidad sobre la velocidad de barrido (Dake Práctico 339)**

Consideremos un testigo que se barre con un  $\Delta p$  constante, por lo tanto, aplicando Darcy para un desplazamiento tipo pistón se tiene

$$\Delta p = \Delta p_w + \Delta p_o$$

$$\frac{q\mu_{med}L}{k_{med}A} = \frac{q\mu_w L_w}{kk'_{rw}A} + \frac{q\mu_o L_o}{kk'_{ro}A} \quad (11)$$

donde  $L_w$  y  $L_o$  son las longitudes de los bancos de agua y petróleo en cualquier momento del barrido.

De (11) la velocidad promedio viene dada por

$$v = \frac{k_{med}\Delta p}{\mu_{med}L} = \frac{\Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{kk'_{rw}} + \frac{\mu_o L_o}{kk'_{ro}}} \quad (12)$$

o

$$v = \frac{kk'_{rw} \Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{L} + \frac{\mu_o L_o}{L}} \quad (13)$$

A la relación  $L_w/L=R$  la llamaremos relación de la longitud del agua, de igual forma a  $L_o/L=1-R$ .

Al comienzo del barrido, cuando el testigo está lleno de petróleo se tiene

$$v_i = \frac{kk'_{ro}}{\mu_o} \frac{\Delta p}{L} \quad (14)$$

Por lo que la relación entre la velocidad promedio y la inicial es

$$\frac{v}{v_i} = \frac{M}{R + M(1 - R)} \quad (15)$$

La ecuación (15) muestra que a medida que el flujo progresa  $R \rightarrow 1$  y por lo tanto  $v/v_i \rightarrow M$ .

La fig.6 muestra este análisis. Para  $M > 1$ , como el agua tiene mayor movilidad que el petróleo, es mas fácil inyectar agua a medida que aumenta el barrido. Lo opuesto también es válido, para  $M < 1$ , como el agua es menos móvil el barrido progresa mas lentamente.

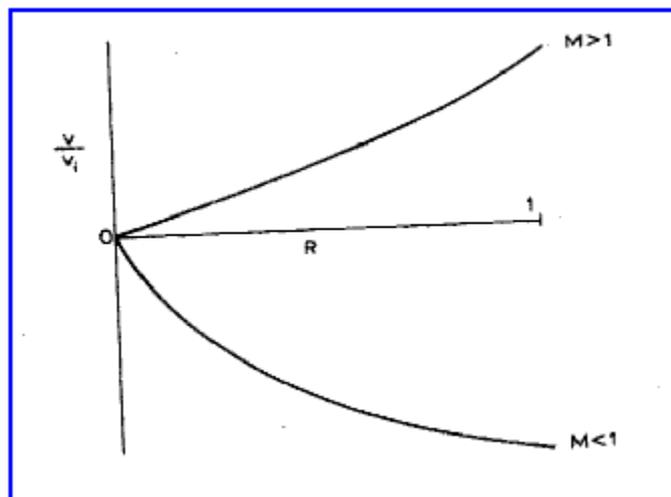


Fig.6: Efecto de la movilidad sobre la velocidad de barrido (de Dake<sup>6</sup>)

Se debe remarcar que aunque (15) es correcta teóricamente para el desplazamiento tipo pistón ( $M$  menor o igual a 1) no es estrictamente correcta para  $M > 1$  donde el desplazamiento es inestable, sin embargo, cualitativamente es cierto que la velocidad de desplazamiento se hace mayor a medida que progresa el barrido.

Desde el punto de vista operativo el análisis anterior significa que es conveniente inyectar agua periféricamente o por debajo de la columna de petróleo cuando  $M < 1$  dado que la permeabilidad relativa está próxima a 1 y por lo tanto ofrece poca resistencia. En cambio en reservorios fallados, donde no hay comunicación con el acuífero, o en reservorios de baja permeabilidad el agua se debe inyectar directamente en la columna de petróleo. Si  $M < 1$ , habrá una fuerte resistencia a la inyección, agravada por el hecho de que la presión cae en forma logarítmica a medida que nos alejamos del pozo inyector.

### Efecto de las heterogeneidades del reservorio

La presencia de heterogeneidades afectan la recuperación de petróleo al influenciar directamente las eficiencias de barrido tanto areales ( $E_A$ ) como verticales ( $E_v$ ).

La influencia de este tipo de heterogeneidades se estudiará en el capítulo 4,

Dake<sup>9</sup> presenta (Dake 366) una receta para la evaluación de la  $E_v$ , y recientemente Cobb<sup>7</sup> presentó un método simple para el cálculo de la eficiencia de barrido volumétrica.

Con el fin de ilustrar el efecto de las heterogeneidades sobre la eficiencia de barrido analizaremos el efecto de la permeabilidad vertical.

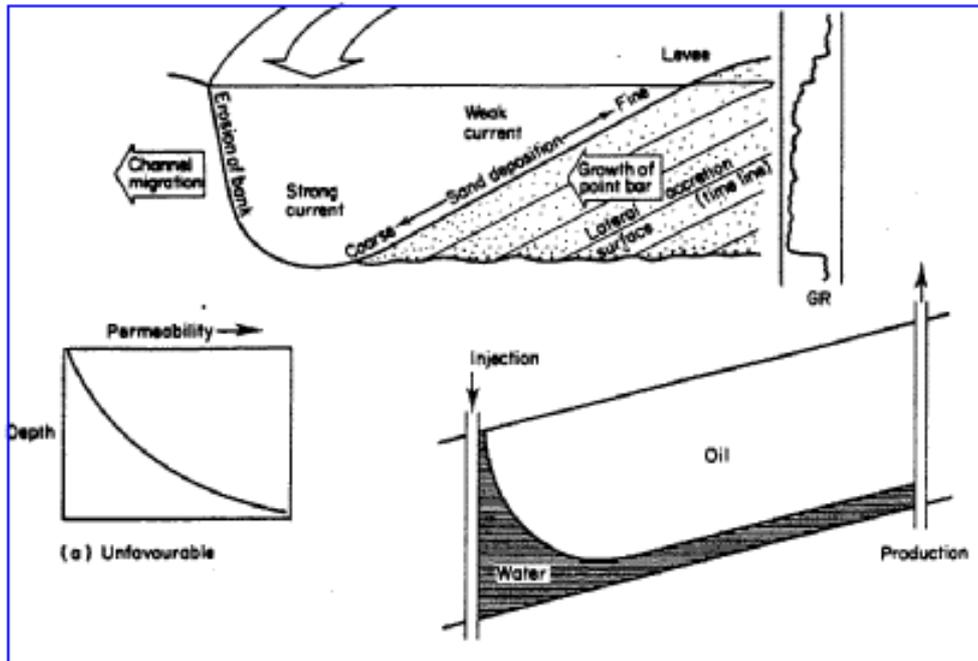


Fig.7: Efecto de una distribución de permeabilidades desfavorable sobre la inyección de agua(según Archer y Wall<sup>15</sup>)

La fig.7 muestra el ambiente de depositación de un canal desarrollado como una superficie lateral de acreción. El perfil de rayos gamma y la distribución de permeabilidades obtenida de la corona también se muestran en la figura. Si se divide el intervalo permeable en  $n$  subcapas se puede calcular el valor promedio  $k_{med}h$  como la sumatoria de los distinto  $k_j h_j$ . La inyección de agua probablemente resulte en la combinación de fuerzas viscosas y gravitatorias que conduzcan a una pobre  $E_v$ . Esta eficiencia de barrido estará muy influenciada por el contraste de permeabilidades de las distintas capas.

La fig.8 muestra el comportamiento de la misma capa pero con las arenas mas permeables en el tope. Este tipo de depositación es común en la formación de barras. Cuando se inicia el barrido con agua, las fuerzas viscosas y gravitatorias se contrarrestan conduciendo a un barrido mas eficiente.

En capítulos posteriores aprenderemos el uso de pseudocurvas para llevar este problema a uno de una capa equivalente.

## La ecuación de Buckley-Leverett (Dake Fundamentos 10.4, 356)

Esta ecuación determina la velocidad de un plano de saturación de agua constante viajando a través de un sistema lineal.

Suponiendo la condición de flujo difusa, la conservación de masa a través de un elemento de volumen  $A\phi dx$  puede expresarse

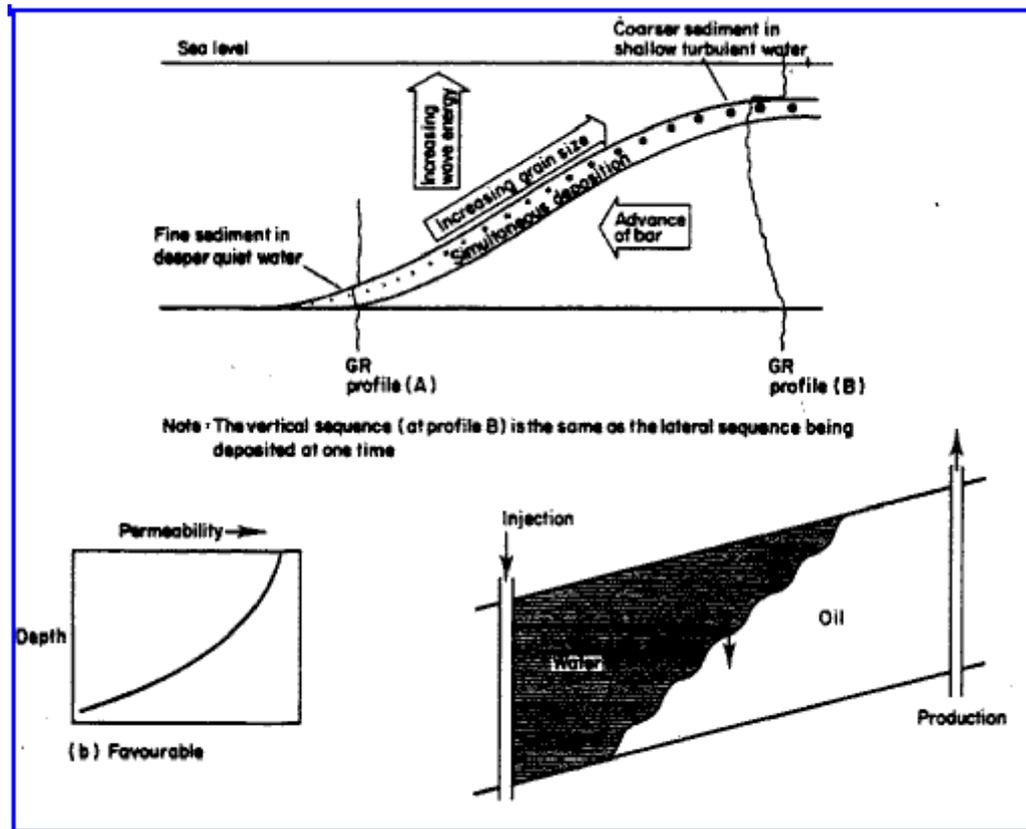


Fig.8:Distribución favorable de las permeabilidades (Según Archer y Wall<sup>15</sup>)

$$q_w \rho_w \Big|_x - q_w \rho_w \Big|_{x+dx} = A \phi dx \frac{\partial (\rho_w S_w)}{\partial t} \dots (16)$$

o

$$q_w \rho_w \Big|_x - \left( q_w \rho_w \Big|_x + \frac{\partial (q_w \rho_w)}{\partial x} dx \right) = A \phi dx \frac{\partial (\rho_w S_w)}{\partial t}$$

que se reduce teniendo en cuenta la condición de flujo incompresible ( $\rho_w \approx \text{cte}$ )

$$\frac{\partial q_w}{\partial x} \Big|_t = -A \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x$$

y por ser la  $S_w = f(x,t)$  se tiene

$$dS_w = \frac{\partial S_w}{\partial x} \Big|_t dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x dt$$

y como lo que interesa es estudiar el movimiento de un plano de saturación de agua constante ( $S_w = \text{cte}$ ), se tiene por lo tanto que  $dS_w = 0$

$$\left. \frac{\partial S_w}{\partial t} \right|_x = - \left. \frac{\partial S_w}{\partial x} \right|_t \frac{dx}{dt} \Big|_{S_w}$$

y además

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial x} \right|_t = \left( \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) \Big|_t$$

Reemplazando estas dos últimas relaciones

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right|_t = A\phi \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w} \dots(17)$$

pero como el flujo es incompresible y  $q_w = f_w q_t$ , (17) puede escribirse

$$v_{S_w} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} = \dots(18)$$

Y esta es la ecuación de Buckley-Leverett (B-L) la cual establece que para un caudal de inyección constante, la velocidad de un plano de saturación de agua constante es directamente proporcional a la derivada del flujo fraccional evaluado para esa saturación.

Si se desprecia el gradiente de la presión capilar, el flujo fraccional es estrictamente una función de  $S_w$  independientemente de si se tiene o no en cuenta el término gravitacional.

Integrando (18)

$$x_{S_w} = \frac{1}{A\phi} \frac{df_w}{dS_w} \int_0^t q_t dt$$

o

$$x_{S_w} = \frac{W_i}{A\phi} \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} \dots(19)$$

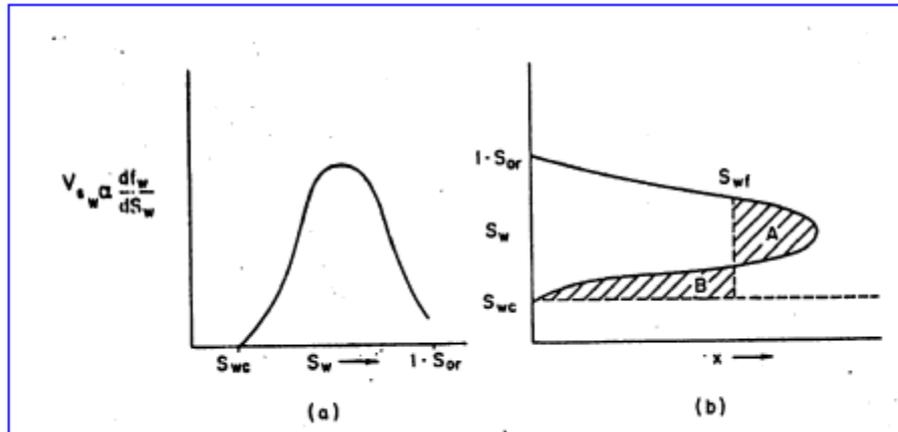
donde  $W_i$  es el volumen acumulado de agua inyectado. Cuando  $W_i = 0$ ;  $t = 0$ , y luego teniendo en cuenta que  $W_i = \text{cte}$  la posición de los diferentes planos de  $S_w$  pueden graficarse usando (19) calculando la pendiente de la curva del flujo fraccional para cada valor de  $S_w$ .

Sin embargo en la evaluación de la derivada aparece una dificultad matemática como consecuencia de que en la mayoría de los casos la curva del flujo fraccional tiene un punto de inflexión, la  $df_w/dS_w$  vs  $S_w$  tendrá un máximo como aparece en la figura 9.

Si graficamos de (19) conduce a la aparición de un perfil de saturaciones físicamente imposible ya que para una determinada distancia habría mas de una saturación. Lo que realmente está

pasando es que para los valores intermedios de saturación de agua, la velocidad es máxima, y por lo tanto tiende a sobrepasar las saturaciones menores apareciendo una discontinuidad en la saturación también llamado "**shock front**". Esta situación hace que la teoría de B-L, que supone que la  $S_w$  es continua y diferenciable, resulta inapropiada para describir la situación en el frente mismo.

Por detrás del frente, sin embargo, en el rango  $S_{wf} < S_w < 1 - S_{or}$  donde  $S_{wf}$  es la saturación en el frente donde se produce la discontinuidad, las ecuaciones (18) y (19) pueden aplicarse para determinar la velocidad del plano de saturación de agua y su posición. Además en ese rango, el gradiente de presión capilar suele ser despreciable por lo que el cálculo de  $f_w$  se hace



en su forma simplificada.

Fig.9: (a) Distribución de las velocidades (b) Distribución de saturaciones  
Mostrando la aparición de tres saturaciones para una misma distancia x

Usando la teoría de B-L la correcta definición del perfil de saturaciones requiere la igualación de las áreas sombreadas en la fig.9b, y en donde la línea punteada representa la discontinuidad en la saturación en el frente.

Durante años existió un debate sobre que es lo que está mal en la teoría de B-L. En efecto, al aparecer para una misma distancia tres saturaciones distintas (si se considerara la posibilidad de existencia también de  $S_{wi}$ ). B-L sugirieron que la discrepancia surgía como consecuencia de haber despreciado los efectos capilares al resolver la ecuación diferencial. Otros sugirieron que si se hubiera utilizado otro método de solución, como el de las características en conjunción con el concepto de "shock front", este punto triple tampoco aparecería.

Recientemente Dake<sup>6</sup> sugirió que este triple punto surge como consecuencia de que B-L tenían absoluta fe en las curvas de permeabilidad relativa definidas en todo el rango de saturaciones móviles. Si el valor fuera obtenido de otra forma la anomalía no aparecería. El análisis de las curvas de permeabilidad relativa lo diferiremos para el final del capítulo.

Con el objetivo de mostrar el uso de la ecuación (19) resolveremos el ejemplo presentado por Craft (pag. 450 - 455) *et al*<sup>8</sup>, para ello consideraremos un reservorio rectangular cuyo espesor es de 20 ft y su ancho 1320 ft y que presenta 3 pozos en la cresta del monoclin al produciendo cada uno 600 STB/D, el  $B_o$  del petróleo es 1.5 rb/STB y la porosidad es 25%, y donde la relación de viscosidades  $\mu_w / \mu_o = 0.5$  y la relación de permeabilidades relativas se representa con la ecuación

Los valores de  $S_w$  y  $k_o/k_w$  se encuentran en las columnas (1) y (2) de la tabla 1, y si se grafica la

$$\frac{k_o}{k_w} = ae^{-bS_w} \quad (20)$$

ecuación (20) en papel semilog se obtiene una recta de donde salen los valores de a y b que son

$$a = 540 \quad b = 11.5$$

Reemplazando valores en (19) y teniendo en cuenta que trabajamos en unidades de campo se tiene

$$x|_{S_w} = \frac{5.615 * 600 * 1.5 * t}{1320 * 20 * 0.25} \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_e} \quad (21)$$

Si definimos  $x = 0$  la base de la zona de transición, se puede calcular con (ii) la distancia que se han desplazado los planos de saturación para distintos días, por ejemplo para 60; 120 y 240 días con lo que (21) queda

$$\begin{aligned} x|_{60d} &= 46 \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_w} \\ x|_{120d} &= 92 \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_w} \\ x|_{240d} &= 184 \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_w} \end{aligned} \quad (22)$$

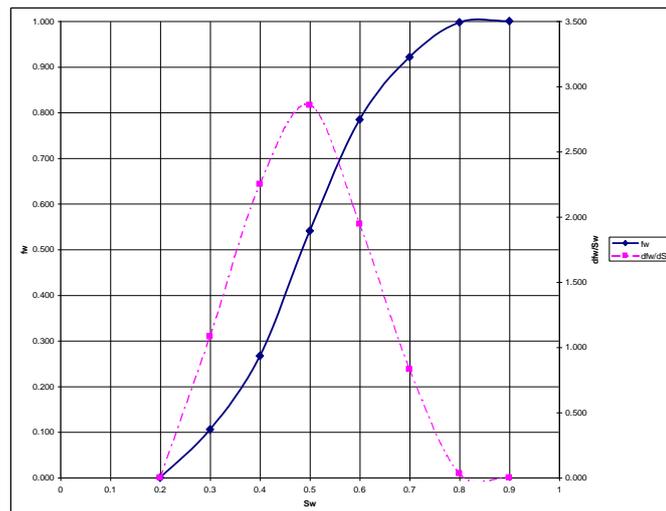


Fig.10:  $f_w$  y  $df_w/dS_w$  para el ejemplo de cálculo de B-L

La tabla 1 resume los cálculos realizados para un plano de  $S_w = 0.4$  donde  $f_w$  se calculó con(10) y la derivada puede obtenerse tanto gráfica como analíticamente si se tiene la función como en este caso. La figura 10 muestra la curva del  $f_w$  como su derivada la cual se calculó con

$$\frac{\partial f_w}{\partial S_w} = \frac{(\mu_w / \mu_o) b a e^{-b S_w}}{[1 + ((\mu_w / \mu_o) a e^{-b S_w})]^2} = \frac{(\mu_w / \mu_o) b k_o / k_w}{[1 + (\mu_w / \mu_o) k_o / k_w]^2} = \frac{0.50 * 11.5 * 5.50}{[1 + 0.50 * 5.5]^2} = 2.25$$

La fig.11 muestra la distribución inicial de saturaciones en el cuerpo lineal que se está estudiando. Por encima de la zona de transición la saturación de agua es constante e igual a  $S_{wc}$ . Los valores de la tabla 1 se utilizaron para construir la curva de avance frontal para los distintos días y en este gráfico puede apreciarse la característica de que para una distancia dada existen múltiples valores de saturación. Gráficamente la saturación correcta se encuentra balanceando las áreas a la izquierda y derecha al trazar la perpendicular a la distancia deseada.

La fig.12 muestra muestra la distribución de petróleo y agua inicial y después de 240 días de barrido. El área a la derecha del frente se la llama **banco de petróleo**, el área entre  $S_w = 0.90$  y la saturación de agua representa el petróleo ya recuperado. El área por encima de  $S_w$  mayor que 0.90 representa el petróleo que no se puede recuperar ya que  $S_{or} = 0.10$ .

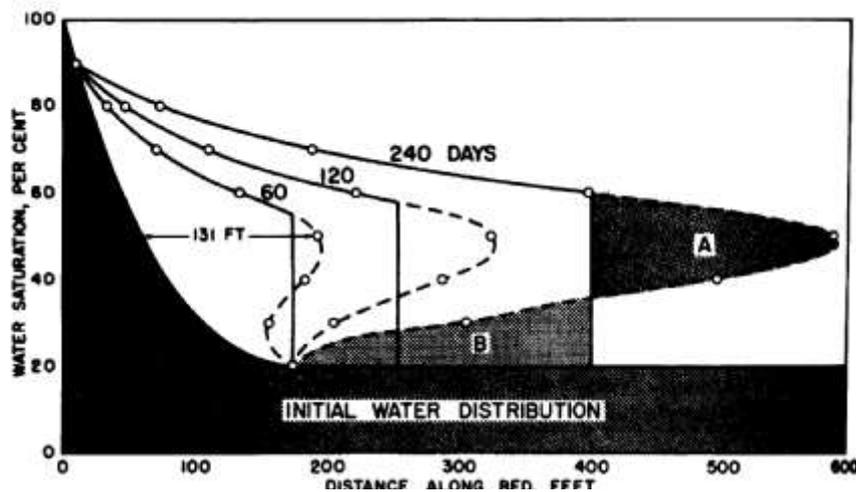


Fig.11: Distribución de las saturaciones inicial y a los 60; 120 y 240 días (de Craft *et al.*<sup>8</sup>)

Tabla 1 :Cálculos según la teoría de B-L

$S_w$	$k_o/k_w$	$f_w$	$df_w/dS_w$	$x$		
				$a= 60 d$	$b= 120d$	$c= 240d$
0.2		0.000	0.000	0	0	0
0.3	17	0.105	1.083	50	100	199
0.4	5.5	0.267	2.249	103	207	414
0.5	1.7	0.541	2.856	131	263	526
0.6	0.55	0.784	1.945	89	179	358
0.7	0.17	0.922	0.830	38	76	153
0.8	0.0055	0.997	0.031	1	3	6
0.9	0	1.000	0.000	0	0	0

En el análisis precedente se consideraron despreciables las fuerzas capilares y gravitatorias. Su presencia modifican la forma del frente en la manera indicada en la figura..

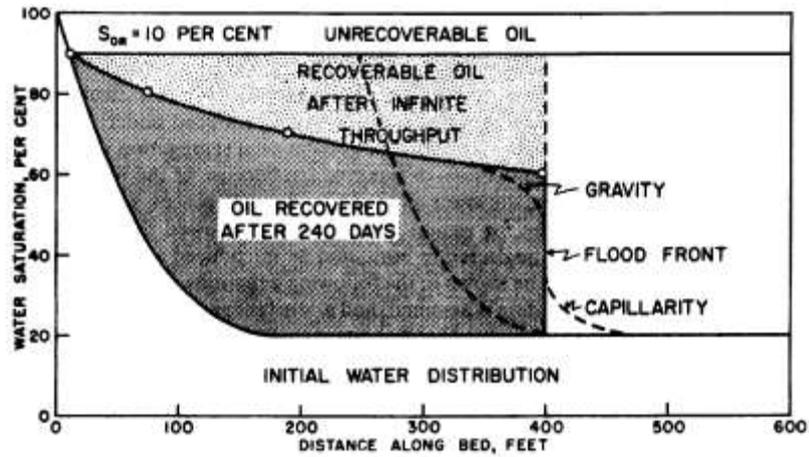


Fig.12: Distribución de petróleo y agua inicial y a los 240 días (de Craff *et al.*)

Otra conclusión importante de la fig.12 es que el pozo productor produce petróleo sin agua hasta que el frente llegue hasta él. Una vez producido el BT, el WOR se incrementa rápidamente por lo que sigue un período de producción con altos cortes de agua. En la fig. se puede ver que detrás del frente la saturación de agua sube de 20% a alrededor del 60% ( $f_w = 78.4\%$ ).

### La solución de Welge

Welge planteó una solución mas simple y efectiva para solucionar el problema que aparece en el método de B-L. Para ello integra la distribución de saturaciones sobre la distancia entre el inyector y el frente y obteniendo la saturación de agua promedio por detrás del frente,  $S_{wm}$ .

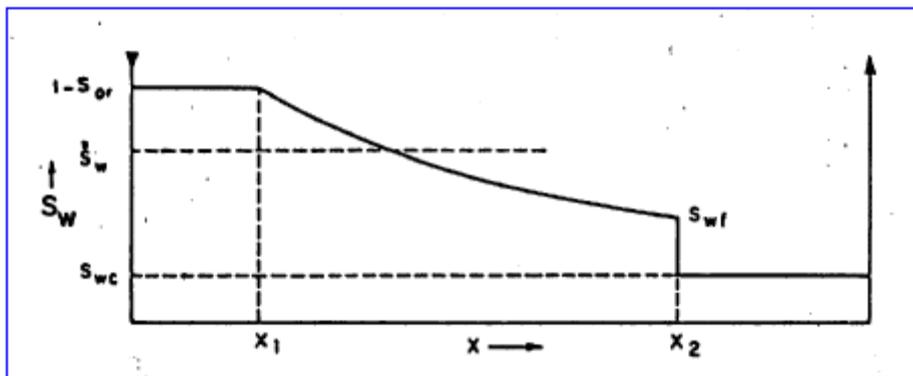


Fig.13: Distribución de  $S_w$  en función de la distancia

La figura 13 muestra el método, donde para un tiempo dado, y para una cantidad de inyección  $W_i$ , donde el frente se ha movido una distancia  $x_1$ , y la saturación de agua es en esa zona  $S_w = 1 - S_{or}$ , siendo su velocidad de desplazamiento proporcional a la pendiente a la curva del flujo fraccional a la máxima saturación. En el frente, la saturación es  $S_{wf}$  y se localiza en  $x_2$ .

Haciendo un balance de masa

$$W_i = x_2 A \phi (S_{wm} - S_{wc}) \Rightarrow (S_{wm} - S_{wc}) = \frac{W_i}{x_2 A \phi}$$

y usando (19) que es aplicable hasta el frente en  $x_2$

$$(S_{wm} - S_{wc}) = \frac{W_i}{x_2 A \phi} = \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}}} \dots (23)$$

También se puede obtener el valor de la saturación media detrás del frente por integración directa del perfil de saturaciones como

$$S_{wm} = \frac{(1 - S_{or})x_1 + \int_{x_1}^{x_2} S_w dx}{x_2} \dots (24)$$

y como

$$x_{S_w} \propto \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w}$$

para un volumen inyectado de agua y para  $S_w \geq S_{wf}$ , (24) puede escribirse

$$S_{wm} = \frac{(1 - S_{or}) \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{1-S_{or}} + \int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} S_w d \left( \frac{df_w}{dS_w} \right)}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}}} \dots (25)$$

La solución de (25) se hace integrando por partes siendo el resultado

$$S_{wm} = S_{wf} + \frac{(1 - f_w|_{S_{wf}})}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}}} \dots (26)$$

en donde  $f_w$  y su derivada son evaluadas a la saturación de agua en el frente,  $S_{wf}$ . Igualando (23) y (26)

$$\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{(1 - f_w|_{S_{wf}})}{S_{wm} - S_{wf}} = \frac{1}{S_{wm} - S_{wc}} \dots (27)$$

La figura 14 muestra la importancia de (27).

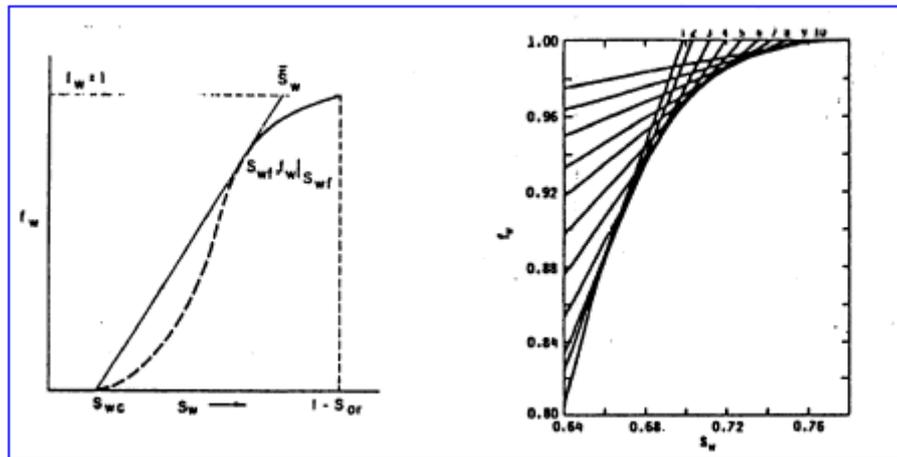


Fig.14: Método de cálculo de Welge donde se muestra la construcción De la tangente. A la derecha la curva expandida (tomado de Willhite<sup>2</sup> pag. 60 - 67)

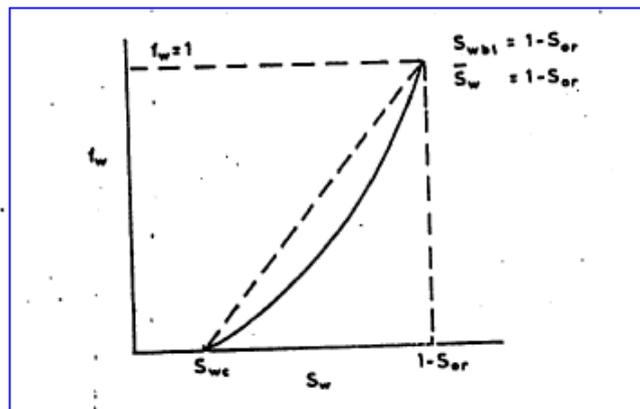
Para satisfacer (27), la tangente a la curva del flujo fraccional, a partir del punto  $S_w = S_{wc}$ ;  $f_w = 0$ , con un punto de tangencia en las coordenadas  $S_w = S_{wf}$ ;  $f_w = f_w(S_{wf})$ , y si extrapolamos esa tangente hasta la línea  $f_w = 1$ ;  $S_w = S_{wm}$ .

Este método para determinar  $S_{wf}$ ,  $f_w(S_{wf})$  y  $S_{wm}$  requiere que la curva del flujo fraccional se grafique en el rango completo de saturaciones  $S_{wc} < S_w < 1 - S_{or}$ .

Se debe recordar que cuando se calcula el flujo fraccional y se ignoran los efectos capilares, esto es sólo posible por detrás del frente, es decir para  $S_{wf} < S_w < 1 - S_{or}$ .

La parte de la curva del flujo fraccional para saturaciones menores que  $S_{wf}$  es virtual, siendo el primer punto real el de coordenadas  $S_{wf}$ ;  $f_w(S_{wf})$ , que corresponde al "shock front". Es decir todas las saturaciones entre  $S_{wc} < S_w < S_{wb}$  no pueden moverse independientemente, quedando todas atrapadas en la discontinuidad de saturaciones en el frente.

(Dake Prác. 350) Para hacer mas simple la presentación, la curva de flujo fraccional que se utilizó para describir el método de Welge es cuando la relación de movilidades es desfavorable



(M>1).

Fig.15: Curva de flujo fraccional cuando M<1

(desplazamiento tipo pistón)

Sin embargo, los reservorios candidatos a elección para secundaria son aquellos donde esta relación es favorable ( $M \leq 1$ ), los cuales generan un desplazamiento semejante al flujo pistón y en donde la forma de la curva del flujo fraccional es cóncava hacia arriba en todo el rango de saturaciones móviles (fig.15). En esta curva es imposible trazar la tangente. La construcción equivalente se logra trazando la cuerda que une  $S_w$  con  $1 - S_{or}$ . Esta es, sin embargo, la saturación en el BT y que se produce con un desplazamiento tipo pistón donde para  $f_w = 1$  la saturación media  $S_{wm}$  detrás del frente es  $S_{wm} = 1 - S_{or}$  y que genera la recuperación máxima de petróleo (1 MOV) al momento del BT en la forma mas eficiente de desplazamiento.

Este tipo de curvas, cóncavas hacia arriba, está señalando que ninguna de las saturaciones en el rango móvil ( $1 - S_{or} - S_{wc}$ ) es capaz de moverse independientemente, siendo todas ellas capturadas por el "shock front".

Esta técnica de Welge tiene múltiples aplicaciones en los cálculos de recuperación de petróleo como veremos a continuación.

### Cálculos de recuperación de petróleo (Dake Fund. 362)

Antes de la irrupción del frente en el productor ( BT) la ecuación (14) se aplica para obtener los planos de saturación constante para  $S_{wf} < S_w < 1 - S_{or}$ , a medida que se barre el reservorio y por lo tanto el perfil de saturación. Cuando se produce el BT y posteriormente, esta ecuación se usa de manera diferente para estudiar el efecto del aumento de la saturación de agua en el productor. En efecto,  $x = L$  el largo del bloque del reservorio, el cual permanecerá constante y por lo tanto (19) será

$$\frac{W_i}{LA\phi} = \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{we}}} = W_{id} \dots (28)$$

donde  $S_{we}$  es la saturación actual en el productor, y  $W_{id}$  es un número volúmenes porales adimensionales inyectados (figura 16).

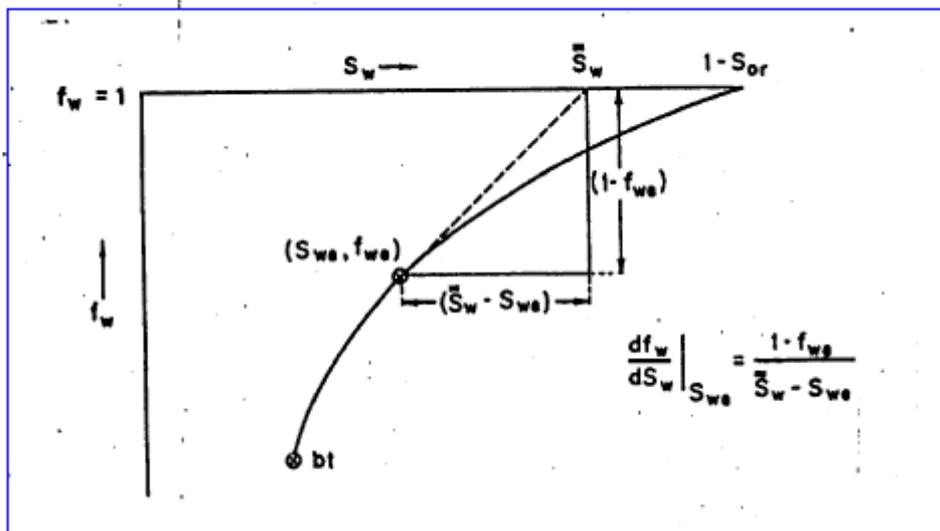


Fig.16: Aplicación del método gráfico de Welge

Antes del BT el cálculo de recuperación de petróleo es trivial. El petróleo recuperado cuando el desplazamiento es incompresible, es simplemente igual a los volúmenes de agua inyectados, no habiendo producción de agua durante esta fase. En el momento del BT, la saturación en el frente  $S_{wf} = S_{wbt}$ , alcanza el productor incrementándose el corte de agua rápidamente desde cero a  $f_{wbt} = f_w(S_{wf})$ . En ese momento (23) puede interpretarse como (28) para dar

$$N_{pd_{BT}} = W_{id} = q_{id} t_{BT} = (S_{wm} - S_{wc}) = \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{we}}} \dots (29)$$

en donde todos los volúmenes están expresados en forma adimensional, en particular el caudal adimensional,  $q_i / (L\phi A)$  el cual facilita los cálculos de tiempo a los cuales ocurre el BT como

$$t_{BT} = \frac{W_{id_{BT}}}{q_{id}} \dots (30)$$

Luego del BT,  $L$  se mantiene constante en (28) y  $S_{we}$  y  $f_{we}$ , la saturación de agua y el flujo fraccional gradualmente se incrementa a medida que barrido se mueve a través del reservorio como lo muestra la figura 14. Durante esta fase de los cálculos de recuperación de petróleo es mas complejo y se basa en la aplicación de la ecuación de Welge (26) como

$$S_{wm} = S_{we} + \frac{(1 - f_{we}|_{S_{we}})}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{we}}} \dots (31)$$

y teniendo en cuenta (28), (31) puede expresarse

$$S_{wm} = S_{we} + (1 - f_{we})W_{id} \dots (32)$$

y si a ambos lados de (32) se le resta m. a m.  $S_{wc}$  se obtiene la ecuación que permite calcular la recuperación de petróleo

$$N_{pd} = S_{wm} - S_{wc} = (S_{we} - S_{wc}) + (1 - f_{we})W_{id} \dots (33)$$

La manera en que las ecuaciones (29) y (33) se usan es:

1. Graficar la ecuación del flujo fraccional, teniendo en cuenta los efectos gravitatorios si fuera necesario, pero despreciando los gradientes capilares
2. Dibujar la tangente a la curva desde el punto  $S_w = S_{wc}$ ;  $f_w = 0$  y cortar la curva en  $f_w = 1$  dando la saturación media por detrás del frente en el momento del BT  $S_{wm} = S_{wBT}$ . Las ecuaciones (29) y (30) pueden usarse para calcular la recuperación de petróleo al momento del BT.
3. Eligiendo luego distintas  $S_{we}$  como variable independiente, haciéndola incrementar por ejemplo un 5% por encima de la saturación del BT, donde cada punto de la curva del flujo fraccional para  $S_{we} > S_{wBT}$ , con coordenadas  $S_w = S_{we}$ ;  $f_w = f_{we}$  y aplicando (31) en la figura 14 demostrando que la tangente a la curva del flujo fraccional intersecta a la línea de  $f_w = 1$  dar así los valores de las  $S_{wm}$ .

Para cada valor de  $S_{we}$ , su correspondiente  $S_{wm}$  se determina graficamente calculándose la recuperación de petróleo con

$$N_{pd} = S_{wm} - S_{wc}$$

La inversa de la pendiente de la curva del flujo fraccional para cada valor de  $S_{we}$  da  $W_{id}$ , el número de volúmenes inyectados de agua, lo cual permite de esta forma disponer de una escala de tiempo a través de

$$W_{id} = q_{id}t$$

La ecuación (33) puede usarse directamente para calcular la recuperación de petróleo determinando  $f_w$  y  $W_{id}$  a partir de la curva de flujo fraccional para cada valor de  $S_{we}$ .

### Análisis de las permeabilidades relativas<sup>6</sup> (Dake Prác.)

Para la determinación de las permeabilidades relativas, los laboratorios utilizan un petróleo sintético (vaselina) de mas de 10 cp, utilizando luego el método de Jones-Rozelle<sup>9</sup> o de Jhonson, Bossler y Naumann<sup>10</sup> para obtener las curvas de permeabilidad relativa aplicando la teoría de B-L y la técnica de Welge.

El método consiste en la obtención de un BT prematuro seguido del paso de varios volúmenes de agua con el fin de recuperar todo el petróleo ( $N_{pd} = 1MOV$ ). Luego se resuelve la ecuación de Welge para determinar  $f_w$  cuya característica es que prácticamente no presenta inflexión (es decir no se forma el shock front, por lo cual todas las saturaciones son móviles, con lo que  $S_{wbt} = S_{wc}$ ) obteniéndose como paso final el set de permeabilidades relativas en donde, por supuesto, todos los puntos en el rango de saturaciones es móvil y por lo tanto libre de moverse (figura 17).

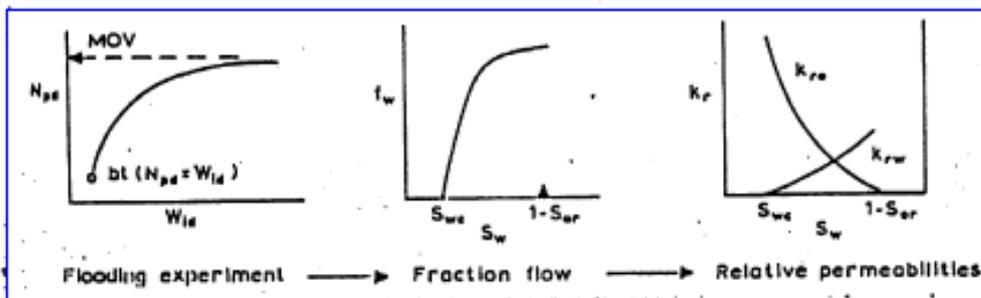


Fig.17: Obtención de las curvas de permeabilidad relativa utilizando un petróleo altamente viscosos (tomado de Dake<sup>6</sup>)

Ahora bien, ¿ que ocurre si nuestro reservorio tiene una relación de movilidades menor que 1 y para el que se ha visto el desplazamiento es tipo pistón?. ¿Como afectan estos valores de  $k_r$ , obtenidos utilizando petróleos de alta viscosidad, los resultados cuando  $M < 1$ ?. ¿Que resultados se obtendrían en el laboratorio si se utilizara el petróleo real de baja viscosidad?.

La respuesta a la última pregunta puede verse en la figura 18.

El barrido del testigo genera un solo punto y en donde todo el petróleo es recuperado por la inyección de un volumen equivalente de agua, señalando la existencia de un desplazamiento tipo pistón. La figura 18b muestra una función escalón donde puede verse que el agua no fluye hasta que el pistón alcanza el final del testigo produciéndose un flujo completo. La curva de permeabilidad relativa queda reducida a un punto,  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$ , los puntos extremos (figura 18c).

La respuesta a la segunda pregunta sobre como afecta el uso de permeabilidades relativas calculadas para  $M > 1$  a reservorios de baja viscosidad, se debe señalar que si se aplican los métodos analíticos, los mismos incorporan el concepto de flujo fraccional, por lo tanto no se

producen errores ya que en la misma se incluyen las viscosidades reales tanto del petróleo como del agua.

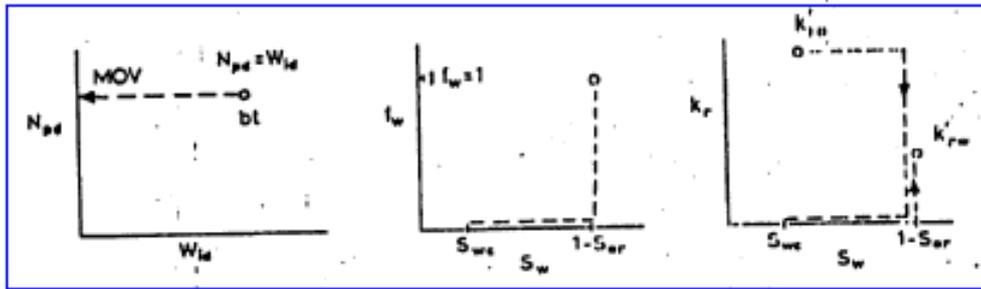


Fig.18: Generación de curvas de permeabilidad relativa utilizando un petróleo de baja viscosidad (tomada de Dake<sup>6</sup>)

Ahora bien si esta curvas de permeabilidad relativa se incorporan directamente en los modelos de simulación numérica, ahí si se pueden cometer errores importantes.

En efecto, el simulador permitirá las movilidades de todas las saturaciones, cosa que como vimos, cuando la viscosidad es baja, físicamente no ocurre y esto genera un fenómeno que se conoce como **dispersión numérica**.

La dispersión numérica se produce por una doble paradoja; primero debido a que el simulador conserva la masa pero lo hace en el lugar inadecuado y en el tiempo incorrecto y segundo debido a que se ingresaron curvas continuas para las permeabilidades relativas por un lado y por otro en los datos PVT se ingresa la viscosidad del fluido obtenida en el laboratorio o por correlación y que, por ejemplo, es 0.5 cp. Esto conduce a la incongruencia de que para los cálculos de dinámica de flujo del simulador no se tomará en cuenta la viscosidad real del fluido sino la utilizada para la construcción de las curvas de permeabilidad relativa.

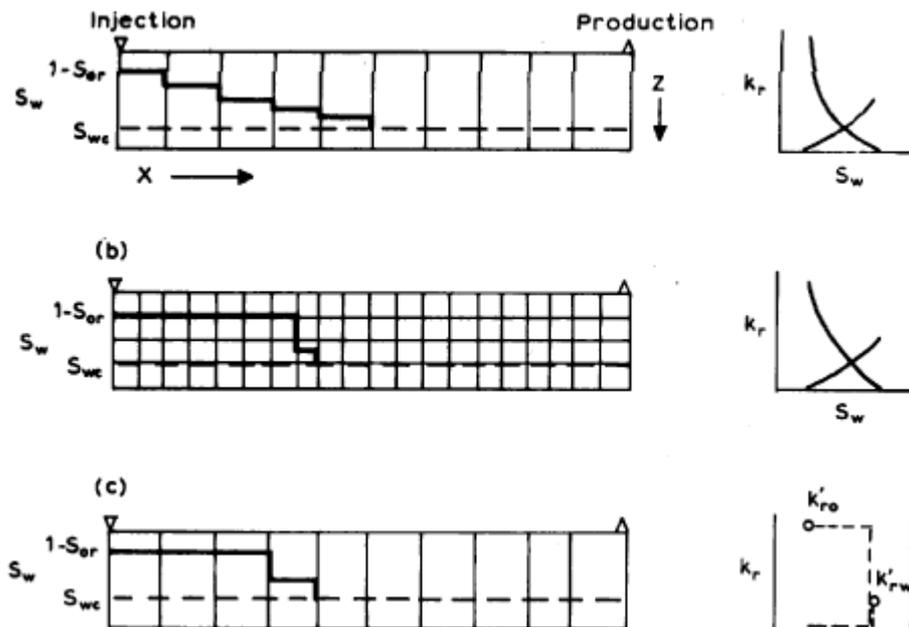


Fig.19: Simulación numérica del barrido de un testigo cuando la relación de movilidades es menor que 1 (tomado de Dake<sup>6</sup>)

La figura 19 muestra el comportamiento de un simulador para el desplazamiento de petróleo por agua cuando  $M < 1$  y en donde se ingresaron las curvas de  $k_r$ , tal que permiten la movilidad de todas las saturaciones tan pronto como  $S_w > S_{wc}$  en la grilla de inyección, las cuales se dispersan en las siguientes grillas aguas abajo, pudiéndose alcanzar dispersiones de varios metros con una distorsión total del frente.

Una forma de evitar este error sería estructurar el modelo lineal con un número mayor de grillas tanto en la dirección  $x$  como en la dirección  $z$  (modelo 2D). Este aumento en el número de mallas permiten un mejor modelado en el espacio de tal forma que la discontinuidad prevista por B-L se satisface. De hecho lo que está ocurriendo es que si bien las curvas de permeabilidad relativa permiten la dispersión en la dirección  $x$ , la misma es compensada por la dispersión en la dirección  $z$  lo que promueve un frente frontal tipo B-L (figura 19b).

Otra forma de evitar la dispersión numérica es introducir no las curvas de permeabilidades relativas sino los puntos extremos solamente con sus respectivas saturaciones mediante funciones escalón (figura 19c), de esta forma, aunque se utilice una grilla semejante a la figura 19, la forma de las funciones inhibe el movimiento de agua de una grilla a la siguiente hasta que el bloque aguas arriba permita el flujo.

El problema es que simular mediante un modelo detallado 2D (figura 19b) o mediante funciones escalón (figura 1c) son formas caras de modelar el shock front.

A lo anterior es importante puntualizar que no todos los simuladores comerciales son capaces de permitir el uso de funciones escalón.

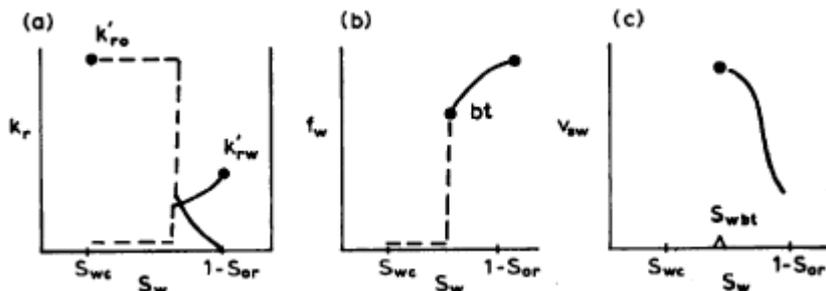


Fig.20:(a)Permeabilidades relativas; (b) Curva de flujo fraccional; (c)Distribución De velocidades en función de la saturación para  $M > 1$  (según Dake<sup>6</sup>)

Para finalizar el estudio de la importancia del correcto análisis de las curvas de permeabilidad relativa, volvamos al estudio de B-L y el problema del triple punto de saturación, pero ahora supongamos que el desarrollo de la teoría se hace con los resultados de una curva obtenida a partir de un petróleo con una viscosidad de 5 cp ( $M > 1$ ) tal que genera cierto "shock front" y donde los resultados de laboratorio se muestran en la figura 20, que como puede verse modela cierta función escalón para una saturación  $S_{wbt}$ .

La curva del flujo fraccional que corresponde a esa situación se muestra en la figura 20b y que solo tiene valores finitos para  $S_w > S_{wbt}$ .

Finalmente, si se calculara la velocidad del plano de saturación de agua se obtendría la figura 20c, con lo que no aparecería el problema del triple punto de saturación.

Todo el análisis anterior no implica que los ensayos de laboratorio para la determinación de permeabilidades relativas deban medirse obligatoriamente con la relación de viscosidades reales de reservorio ya que eso es innecesario y caro. **Lo que el ingeniero debe recordar es que si usa las herramientas de la teoría del flujo fraccional, se ingresan las viscosidades**

**reales y esto permite discriminar las saturaciones que son libres de moverse o no de acuerdo al método de Welge.**

### **Algunos aspectos prácticos sobre permeabilidades relativas**

Las fuentes de los datos de permeabilidades relativas son :

- ⇒ Resultados de mediciones de laboratorio utilizando métodos de estado no estacionario o estacionario
- ⇒ Datos provenientes de reservorios con características similares
- ⇒ Correlaciones
- ⇒ Modelos matemáticos

Los primeros constituyen un capítulo muy importante de ingeniería de reservorio y su discusión escapa a este trabajo remitiendo al lector a la bibliografía especializada (Amix *et al*<sup>11</sup>; Honarpur *et al*<sup>12</sup>, Tiab y Donaldson<sup>13</sup>)

Pero una vez que se disponen las curvas nos encontramos con el dilema de disponer para el problema en estudio de varias curvas con datos algunas veces muy diferentes incluyendo variaciones de las saturaciones finales ( $S_{or}$  y  $S_{wi}$ ).

Las siguientes recomendaciones son tomadas de Schneider<sup>14</sup>

Antes de obtener una curva promedio las distintas curvas se deben normalizar respecto a las saturaciones, con lo cual los cambios de saturación se reducen a analizar ahora la fracción de petróleo desplazable.

Al normalizar las curvas se logra:

1. Remover el efecto de las variaciones de  $S_{or}$  y  $S_{wi}$  en las distintas curvas pero manteniendo la forma de las mismas.
2. Permite promediar los valores de  $S_o$  y  $S_w$  para valores seleccionados de  $k_r$  con lo cual se obtiene una sola curva de  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$ .
3. La curva promedio luego puede desplazarse a las  $S_{or}$  y  $S_{wi}$  que se consideran representativas del reservorio.

El procedimiento para convertir los datos a otra  $S_{wi}$  es el siguiente:

- (a) Una vez obtenida la curva de permeabilidad relativa promedio, se leen valores de  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  a diferentes valores de  $S_w$ .
- (b) Se multiplica cada saturación leída en (a) por  $(S_w - S_{wi}) / (1 - S_{wi} - S_{or})$
- (c) Se grafican las  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  vs las saturaciones normalizadas calculadas en (b)
- (d) Usando la curva normalizada obtenida en (c), los datos de permeabilidad pueden desplazarse sobre la base del volumen poral usando cualquier valor de  $S_{wi}$  al multiplicar la saturación normalizada por  $(1 - S_{wi} - S_{or}) + S_{wi}$ .

El ejemplo siguiente está tomado del trabajo citado de Scheiner, donde los datos se presentan en la tabla 2

**Tabla 2: Normalización de Curvas de Permeabilidad Relativa (de Scheneider op cit)**

Curva 1				Curva 2				Curva 3			
Sw	k <sub>ro</sub>	k <sub>rw</sub>	S*w	Sw	K <sub>ro</sub>	k <sub>rw</sub>	S*w	Sw	k <sub>ro</sub>	k <sub>rw</sub>	S*w
0.1	1	0	0.000	0.2	1	0	0.000	0.3	1	0	0.000
0.25	0.27	0.005	0.242	0.35	0.26	0.007	0.278	0.4	0.4	0.0043	0.208
0.4	0.06	0.022	0.484	0.5	0.06	0.035	0.556	0.5	0.15	0.016	0.417
0.55	0.0043	0.08	0.726	0.6	0.013	0.092	0.741	0.6	0.048	0.05	0.625
0.6	0.001	0.125	0.806	0.7	0.001	0.23	0.926	0.7	0.008	0.15	0.833
0.72	0	0.35	1.000	0.74	0	0.35	1.000	0.78	0	0.35	1.000
k = 100 md				k = 50 md				k = 25 md			

La fig. 21 muestra las curvas normalizadas, y la fig.22 muestra la curva normalizada promedio.

Para la construcción de esta curva se fueron tomando valores de  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  obteniéndose los distintos valores de  $S^*w$  que luego se promediaron aritméticamente tanto para  $k_{ro}$  como para  $k_{rw}$

Una vez calculada la curva normalizada promedio, se puede obtener la curva de campo desplazando la curva a las  $S_{wi}$  y  $S_{or}$  que se considere mas representativa del reservorio.

La fig.23 muestra la curva promedio de campo considerando que  $S_{wi} = 0.25$  y la  $S_{or} = 0.30$

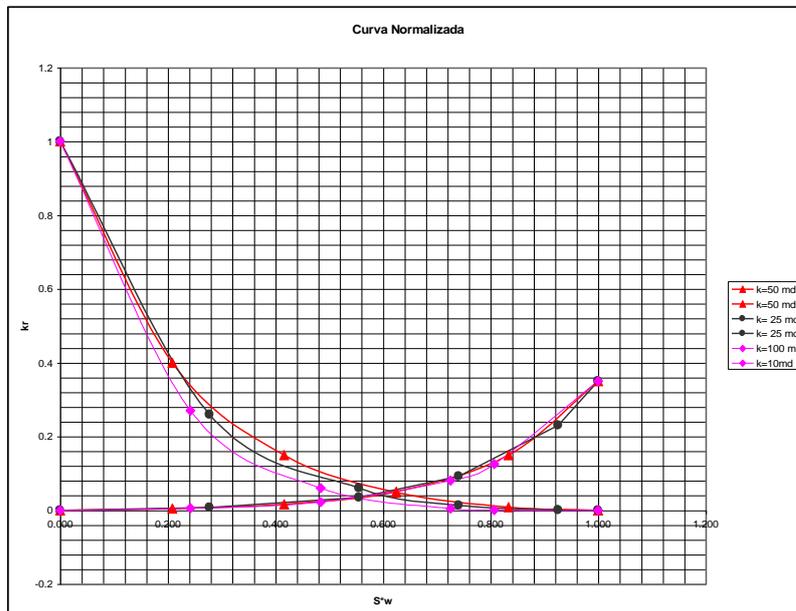


Fig.21: Curvas normalizadas según los valores de la tabla 2

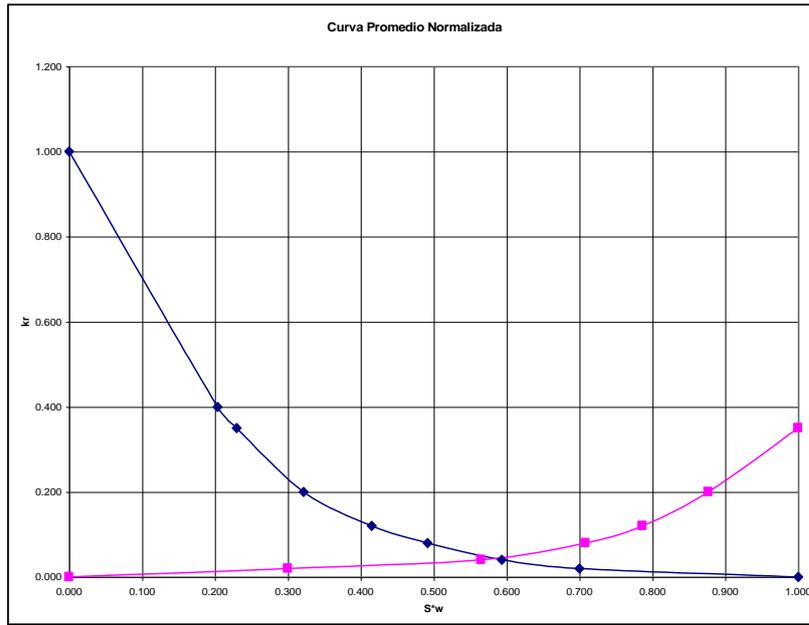


Fig.22: Curva Promedio Normalizada

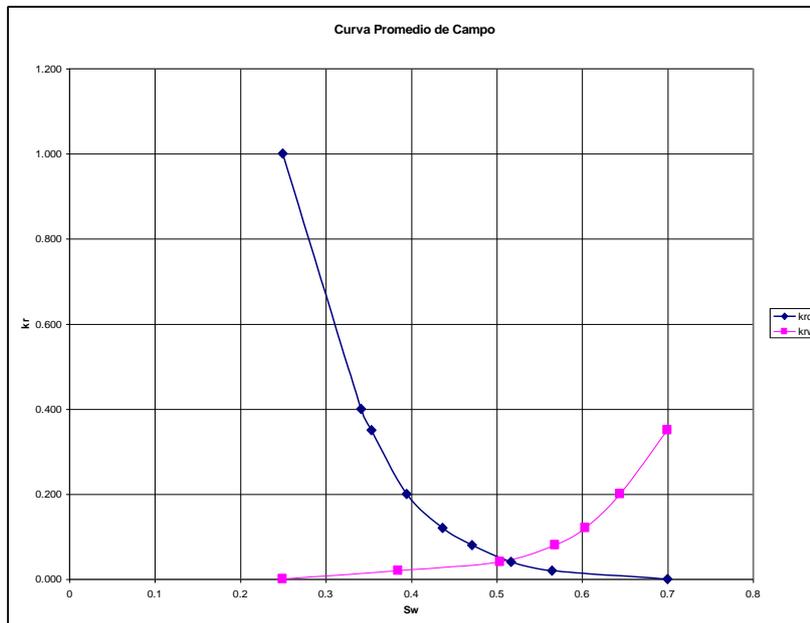


Fig.23: Curva promedio de campo

**Correlaciones mas comunes para el cálculo de permeabilidades relativas**

Si bien la fuente primera de permeabilidades relativas son los datos provenientes de laboratorio, estos no siempre están disponibles. Simultáneamente y como expresamos con anterioridad un mismo reservorio puede presentar distintas curvas. Frente a este problema muchos autores sostienen que el error que se introduciría no sería muy diferente al que aparece cuando se usan las curvas de laboratorio.

Se desarrollaron modelos idealizados con el fin de obtener correlaciones que permitan calcular las permeabilidades relativas.

Desde el punto de vista conceptual el modelo de drenaje es el mas sencillo dando en general resultados aceptables, el caso de imbibición es mas difícil de representar, y sus resultados son menos satisfactorios.

Las correlaciones mas comunes utilizadas son:

**Correlación de permeabilidad para la fase mojante:**

**a.- Drenaje**

$$k_{rw} = (S_w^*)^a \quad (34)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= 4 \text{ ( Modelo de Corey )} \\ a &= 10/3 \text{ (Modelo estadístico)} \end{aligned}$$

y

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \quad (35)$$

Pirson tiene un modelo alternativo cuya ecuación es

$$k_{rw} = S_w^3 (S_w^*)^{3/2} \quad (36)$$

**b.- Imbibición**

$$k_{rw} = (S_w^*)_{imb}^4 \quad (37)$$

$$(S_w^*)_{imb} k_{rw} = \left( \frac{S_w^*}{(S_w^*)_{drenaje}} \right)^4 (S_w^*)_{drenaje}^{0.5} - 1/2 \left( \frac{S_w^*}{(S_w^*)_{drenaje}} \right)^2 \quad (38)$$

o

**Correlación de permeabilidad para la fase no mojante**

**a.- Drenaje**

$$k_{rnw} = (1 - S_w^*)^3 (1 + 2S_w^*)$$

o

$$k_{rnw} = (1 - S_w^*) \left[ 1 - (S_w^*)^{0.5} (S_w^*)^{0.5} \right]^{0.5} \quad (40)$$

### b.\* Imbibición

$$k_{r_{nw}} = \left\{ \left\{ 1 - \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_r} \right\} \right\} \quad (41)$$

donde  $S_r$  es la saturación residual de la fase no mojante

La ventaja del uso de correlaciones radica en que con un muy limitado número de datos ( $S_{wi}$ ,  $S_r$  y las permeabilidades de las fases a esas saturaciones) estas funciones permiten obtener un set de permeabilidades completo.

### Conclusiones sobre los datos de permeabilidad relativa y su uso en los cálculos

Los datos de permeabilidad obtenidos en el laboratorio reflejan hechos que están relacionados con el manejo de las coronas o los testigos y que no necesariamente reflejan el comportamiento del reservorio. Entre los principales problemas podemos incluir

- ⇒ Cambios en la mojabilidad asociados con los fluidos utilizados al obtener la corona, durante el almacenamiento o la obtención de los testigos para hacer los ensayos.
- ⇒ Tipos de fluidos utilizados en los ensayos
- ⇒ Método utilizado para obtener los valores (estacionario o no estacionario)

Tener presente las anteriores limitaciones, junto a la selección de testigos representativos del reservorio minimizan los problemas de los datos de permeabilidad relativa para su posterior uso en cálculos.

No existen reglas infalibles para obtener permeabilidades relativas que luego puedan usarse en los modelos. Los experimentos de laboratorio pueden explorar la sensibilidad de las muestras al caudal o la histéresis, como así también prevenir alteraciones por histéresis. En lo posible se recomienda hacer los ensayos en condiciones de reservorio.

Archer y Wong<sup>15</sup> recomiendan el siguiente procedimiento: Los resultados de los ensayos de flujo se procesan usando el mismo simulador que el del modelo de reservorio con lo que se asegura que la curva introducida reproduce la recuperación de fluidos y la distribución de presiones medida en el laboratorio.

En el curso de simulación numérica se analizarán otros métodos de ingresar correctamente las permeabilidades relativas para evitar los problemas aquí analizados.

### Referencias

- 1.- **Craig, F.F.:**"The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding", SPE Monograph Series, 1971
- 2.- **Willhite, G.P.:**"Waterflooding", SPE Textbook Series, 1986
- 3.- **Dake, L.P.:**"Fundamentals of Reservoir Engineering", Elsevier, 1978
- 4.- **Coats, K.H.; Dempsey, J.R. y Henderson, J.H.:**"The Use of Vertical Equilibrium in Two Dimensional Simulation of Three Dimeesimal Reservoir Performance", S.P.E.J.(March 1971), 63/71

- 5.- **Anderson, W.G.:** "Wettability Literature Survey-Part6: The Effects of Wettability on Waterflooding", *JPT*(Dec.1987)1605/22
- 6.- **Dake, L.P.:** "The Practice of Reservoir Engineering", Elsevier, 1994.
- 7.- Cobb,
- 8.- **Craft, B.C.; Hawkins, M and Terry, R.E.:** "Applied Petroleum Reservoir Engineering", *Prentice-Hall*, 1990
- 9.- **Jones, S.C. y Roszelles, W.O.:** "Graphical Technique for Determining Relative Permeabilities from Displacement Experiments", *JPT*(May 1978), 807-17
- 10.- **Johnson, E.F; Bossler, D.P. y Naumann, V.O.:** "Calculation of Relative Permeability from Displacement Experiments", *Trans.AIME* (1959)370
- 11.- **Amix, J.W.; Bass, D.M.Jr. y Whiting, R.L.:** *Petroleum Reservoir Engineering*, McGraw-Hill Book Company (1960)
- 12.- **Honarpour, M. Koederitz, L y Harvey, A.H.:** *Relative Permeability of Petroleum Reservoirs* Gulf (1986)
- 13.- **Tiab, D. Y Donaldson, E.C.:** *Petrophysics* Gulf (1996)
- 14.- **Schneider, F.N.:** "Three Procedures Enhance Relative Permeability Data", *Oil & Gas Journal*, (May4, 1987) 48/51.
- 15.- **Archer, J.S. y Wong, S.W.:** "Use of a Reservoir Simulator to interpret Laboratory Waterflood Data" *S.P.E.J.*(Dec.1973)343 y ss