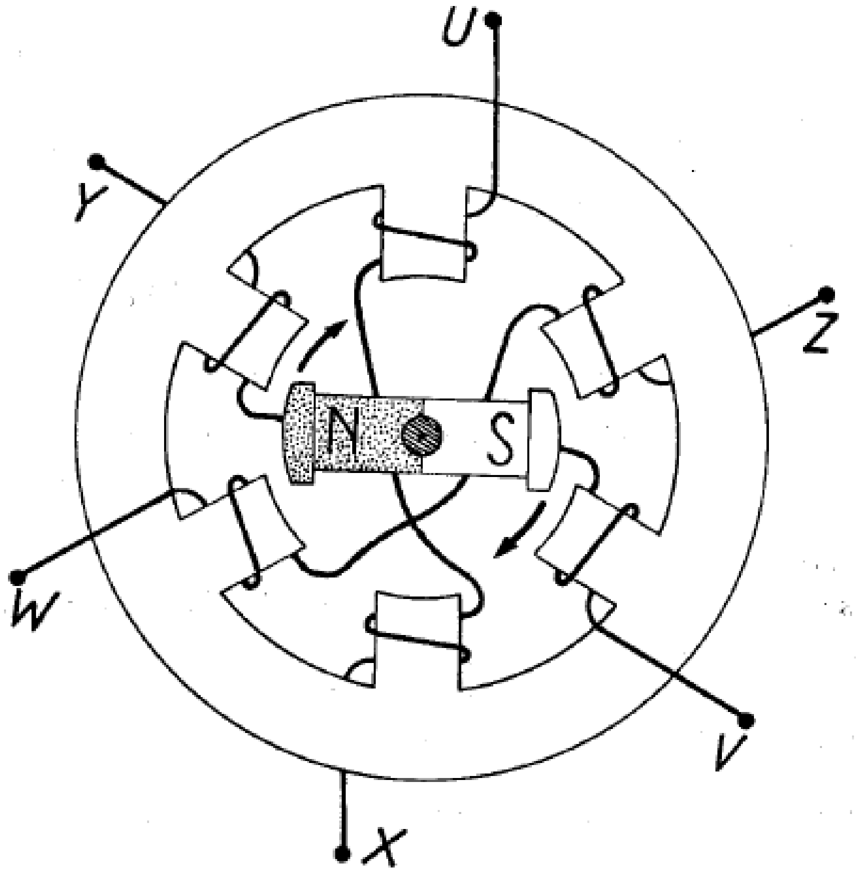
CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

Electrotecnia y Máquinas Eléctricas

20/02/2020

Generador Elemental de C.A. trifásica



- Es simétrico: bobinas iguales, igual n° de espiras N, distribuidas 120° entre sí.
- Lo que sucede en el circuito UX también sucede en el VY pero 120° después, y en el WZ pero 240° más tarde.
- Designación normalizada UX, VY y WZ.

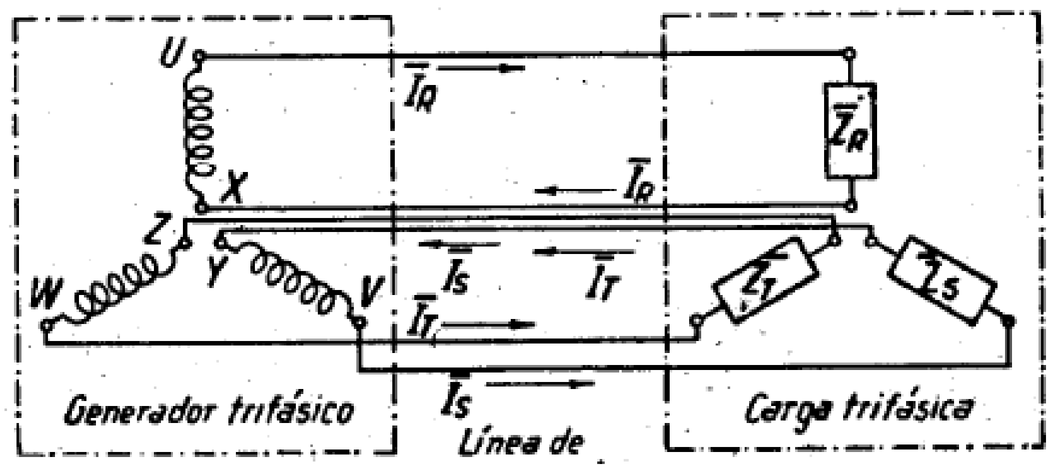
Generador Elemental de C.A. trifásica

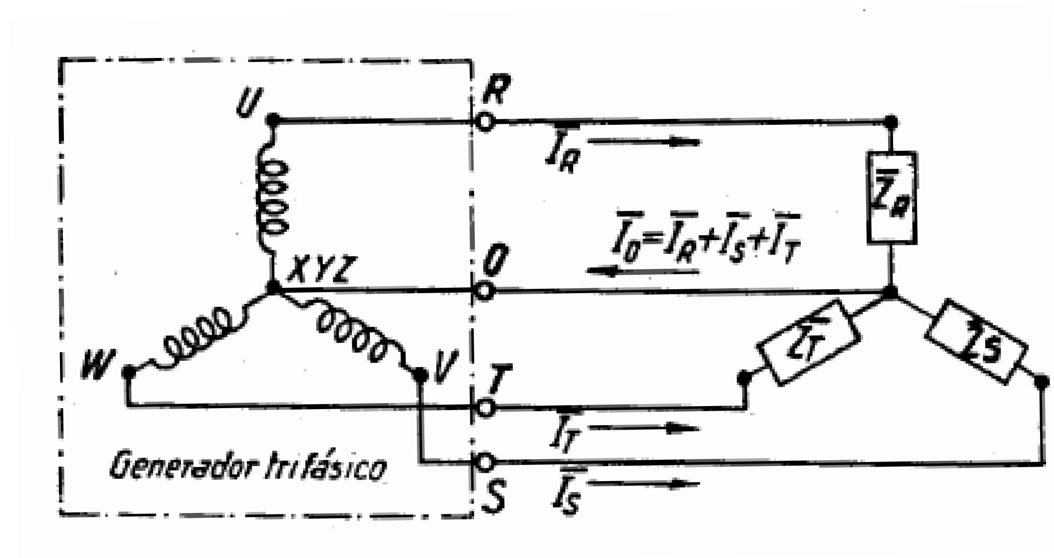
- **Las tres fases del generador, alimentan tres circuitos independientes, con sus respectivas cargas.**

- **Cada fase puede funcionar como circuito independiente.**

- **Los tres conductores centrales se agrupan en uno solo que transporta la corriente suma: POLO NEUTRO.**

- **Finales de fase:** XYZ
- **Principios de fase:** UVW





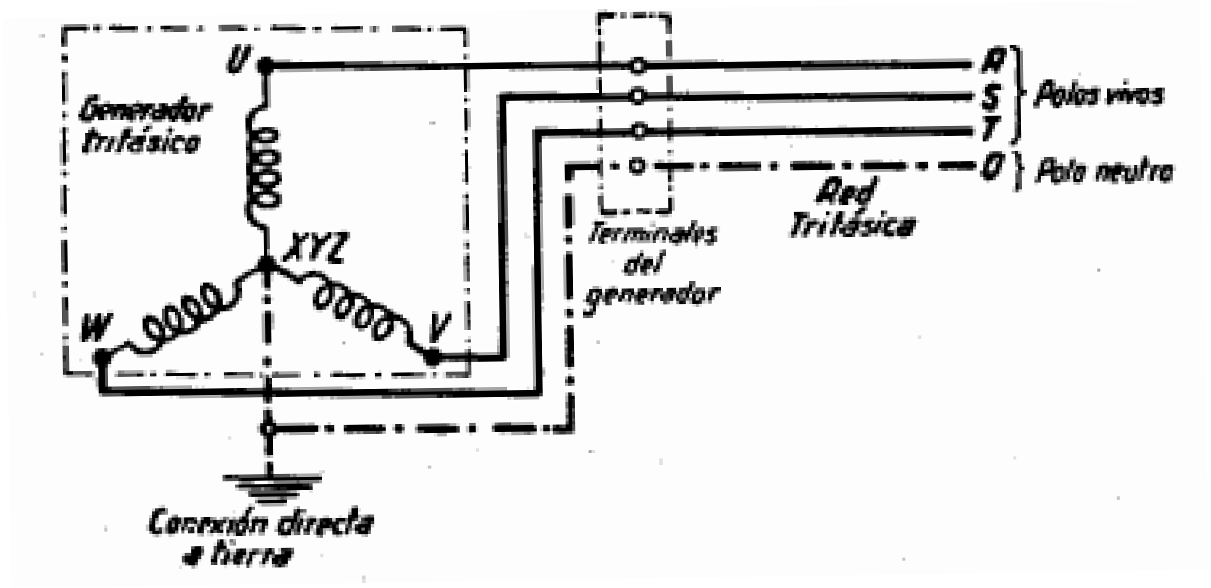
Generador Elemental de C.A. trifásica

- ***Neutro puesto a tierra*: medida de seguridad y prevención de accidentes. Menor sección que los polos vivos.

- **Generadores con neutro** → red tetrafilar, 3 polos vivos RST y 1 polo neutro O.

- **Generadores sin neutro** → red trifilar, 3 polos vivos RST.

- **Denominación normalizada:** R S T O.



Convenciones

- **Sistema simétrico en fase o "propio":**

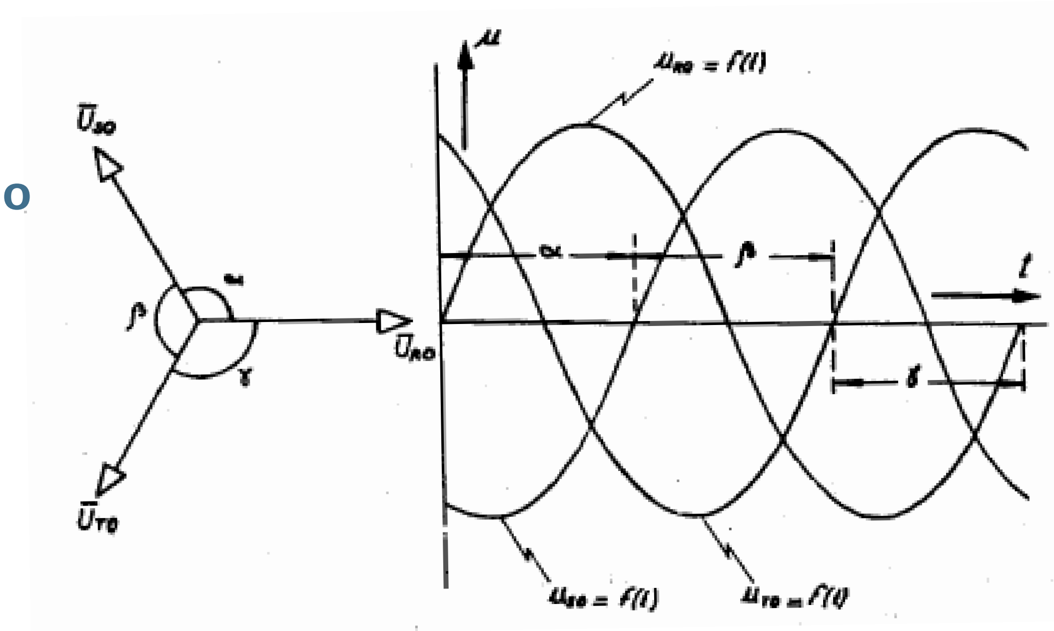
$$\alpha = \beta = \gamma = 120°$$

- **Sistema simétrico en magnitud o "regular":**

$$|U_{RO}| = |U_{SO}| = |U_{TO}|$$

- **Sistema equilibrado o perfecto:**

$$\overline{U}_{RO} + \overline{U}_{SO} + \overline{U}_{TO} = 0$$



- **Los sistemas trifásicos de tensiones que producen los generadores son equilibrados. Una red asimétrica es producto de una anormalidad de funcionamiento.**

- **Las corrientes que de dichas tensiones se deriven pueden o no ser equilibrados, según las características de las cargas conectadas.**

Convenciones

- **Sentido de giro de los vectores:** en sentido antihorario, de esa manera proyectan sobre un eje fijo vertical, las ordenadas instantáneas de una onda sinusoidal.

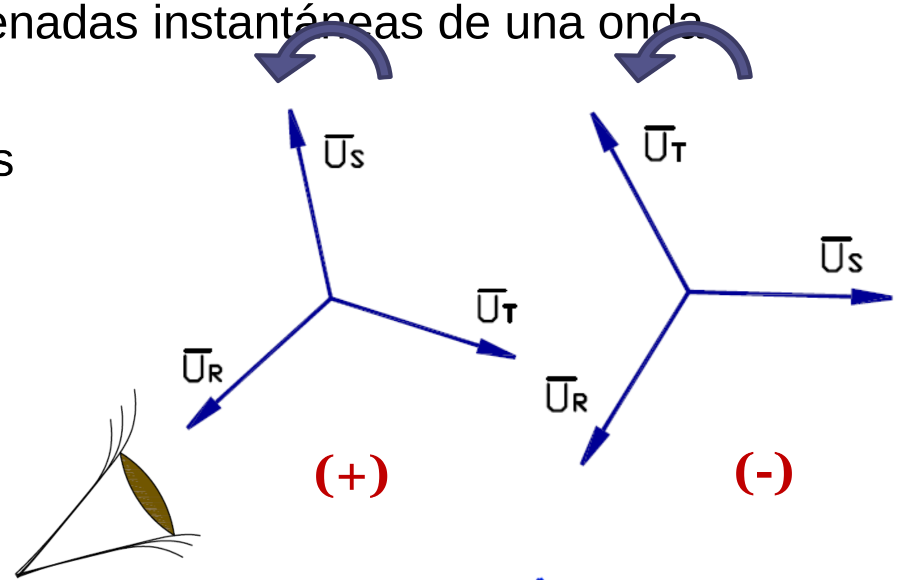
•**Secuencia:** es el orden de sucesión de las fases frente a un observador fijo. Depende del sentido de rotación del rotor y la disposición de las bobinas, pero no del sentido de giro de los vectores.

•Dos tipos: positiva, directa o dextrógira:

RST, TRS, STR

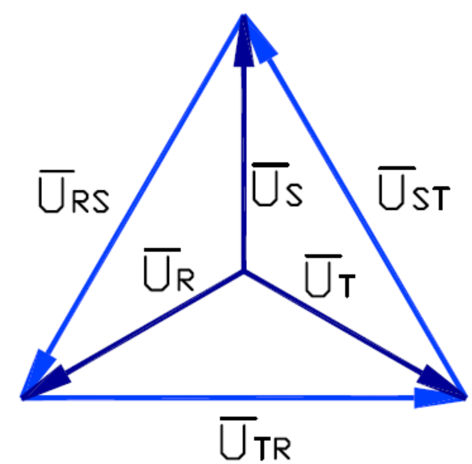
• negativa, inversa, o levógira:

RTS, SRT, TSR

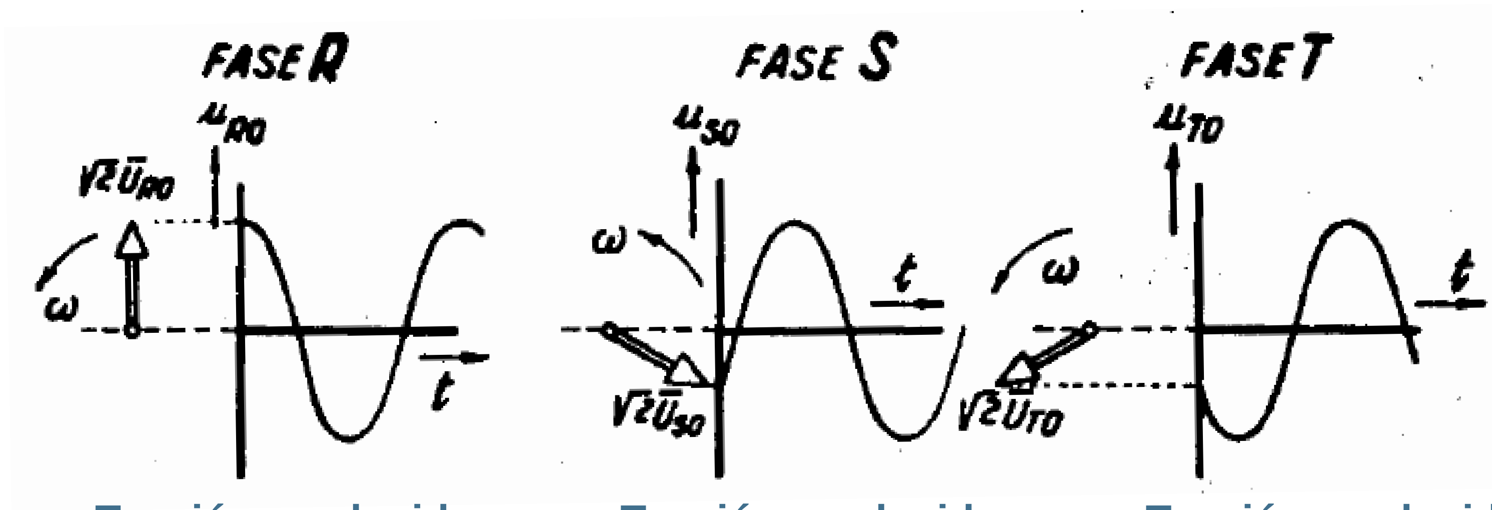


- **Triángulo didáctico:** triángulo equilátero, sus lados son las tensiones de línea.

Se construye a partir de un vector de referencia y conociendo la secuencia.



Tensiones en sistemas perfectos



Tensión producida por fase UX | **Tensión producida por fase VY** | **Tensión producida por fase WZ**

- **Expresiones de los valores instantáneos**

$$u_{RO} = \sqrt{2}\ U_{RO}\ .\ \text{sen}\ \omega\ t$$

$$u_{SO} = \sqrt{2}\ U_{SO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t - 120°) = \sqrt{2}\ U_{SO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t + 240)$$

$$u_{TO} = \sqrt{2}\ U_{RO}\ .\ \text{sen}\ (\omega t - 240°) = \sqrt{2}\ U_{TO}\ \text{sen}\ (\omega t + 120)$$

Tensiones en sistemas perfectos

- **Expresiones vectoriales de las tensiones, en valores eficaces.**

$$\overline{U}_{RO} = U \underline{|90°} = U(\cos 90° + j \text{ sen } 90°) = U(0 + j)$$

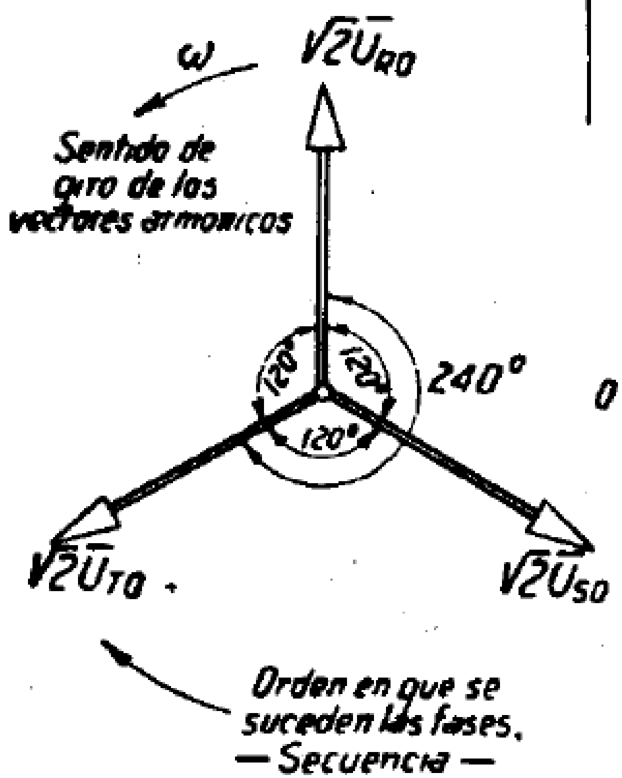
$$\overline{U}_{SO} = U \underline{|330°} = U(\cos 330° + j \text{ sen } 330°) = U\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$

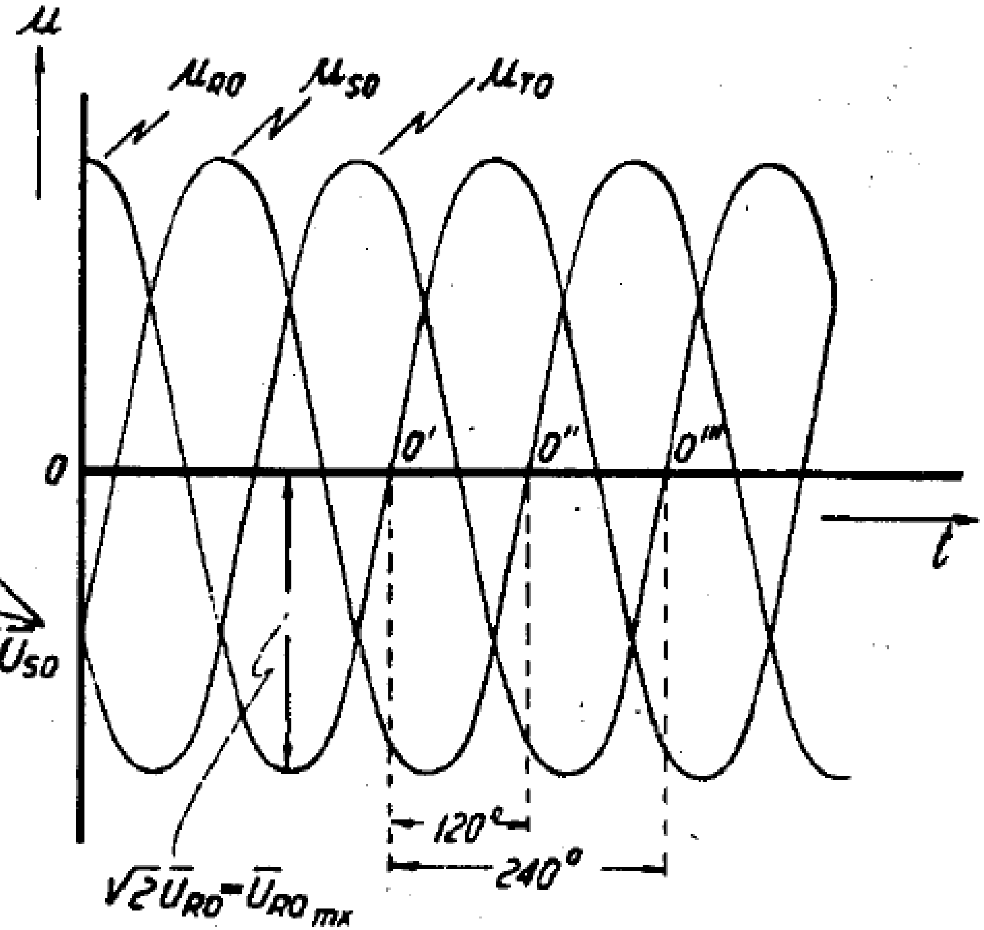
$$\overline{U}_{TO} = U \underline{|210°} = U(\cos 210° + j \text{ sen } 210°) = U\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$

- **Su resultante es nula:**

$$\overline{U}_{RO} + \overline{U}_{SO} + \overline{U}_{TO} = j\overline{U} + \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\frac{U}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}U - j\frac{U}{2} = 0$$

Tensiones en sistemas perfectos





Tensiones en sistemas perfectos

TENSIONES DE FASE O SIMPLES

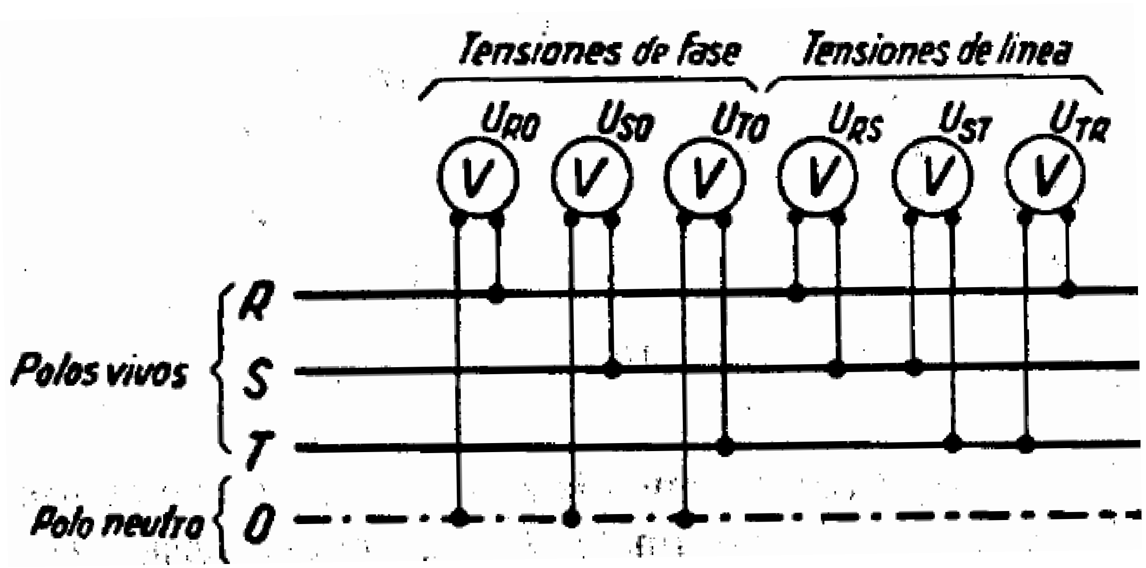
Tensiones existentes entre cualquiera de los vivos y el neutro.

$$U_{RO} = U_{SO} = U_{TO} = U_f$$

TENSIONES DE LÍNEA O COMPUESTAS

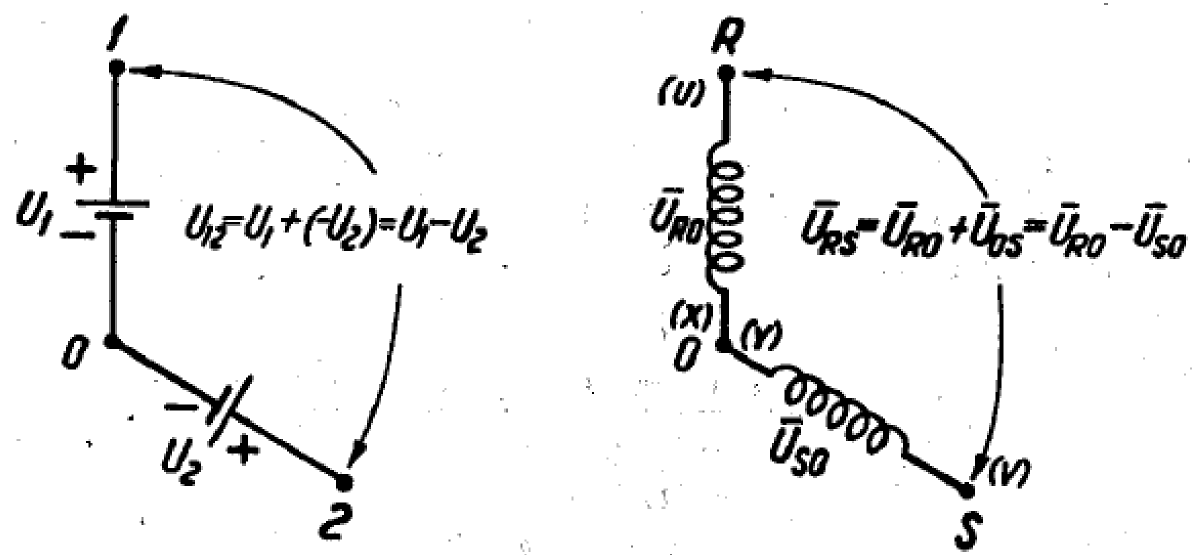
Tensiones existentes entre los vivos.

$$U_{RS} = U_{TR} = U_{ST} = U$$



Tensiones en sistemas perfectos

RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA



Entre R y S: $\overline{U}_{RS}=\overline{U}_{RO}+\overline{U}_{OS}=\overline{U}_{RO}-\overline{U}_{SO}$

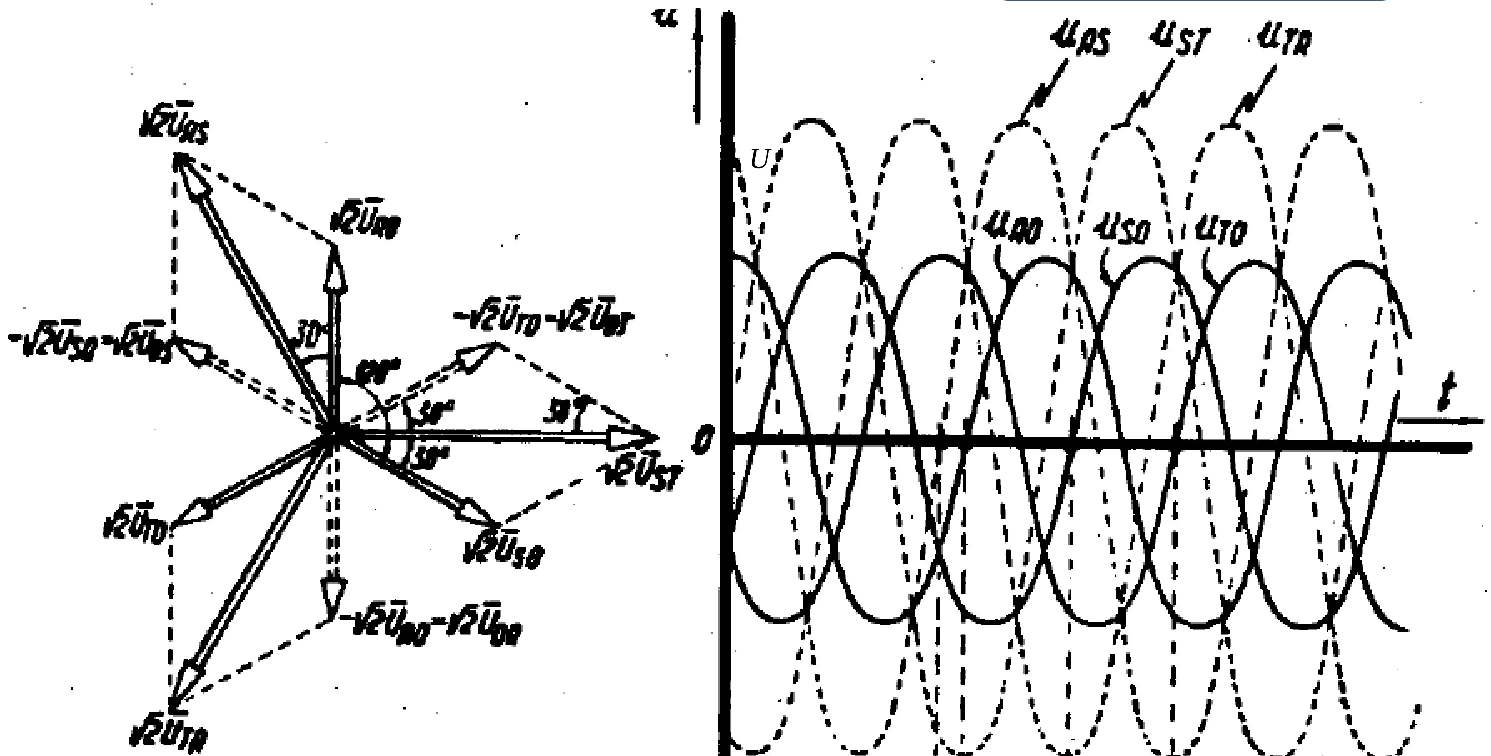
Entre T y R: $\overline{U}_{TR}=\overline{U}_{TO}+\overline{U}_{OR}=\overline{U}_{TO}-\overline{U}_{RO}$

Entre S y T: $\overline{U}_{ST}=\overline{U}_{SO}+\overline{U}_{OT}=\overline{U}_{SO}-\overline{U}_{TO}$

Tensiones en sistemas perfectos

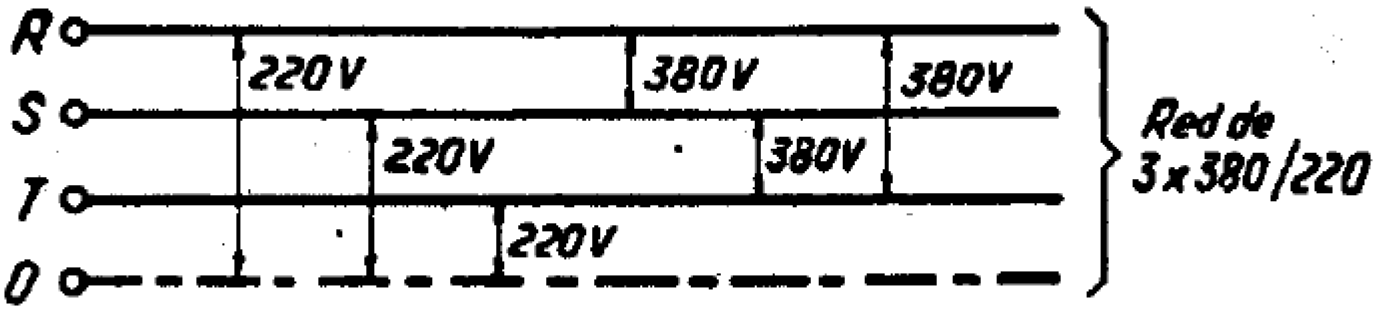
RELACIÓN ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA

$$\frac{U}{2} = U_f \cdot \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} U_f \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = \sqrt{3}\, U_f}$$

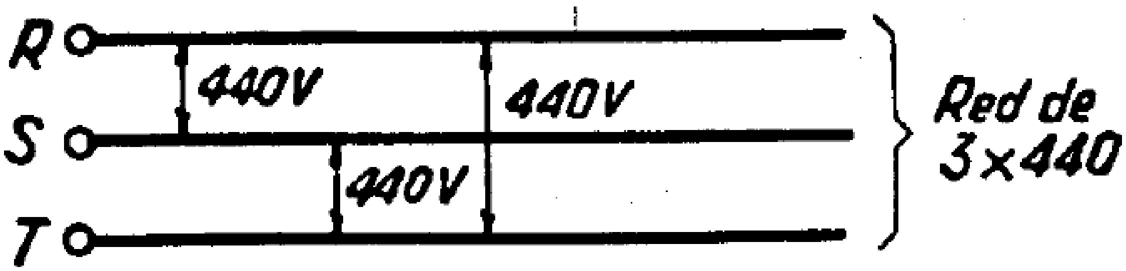


(a) (b).

Denominación de redes



(Red tetrafilar)



(Red trifilar)

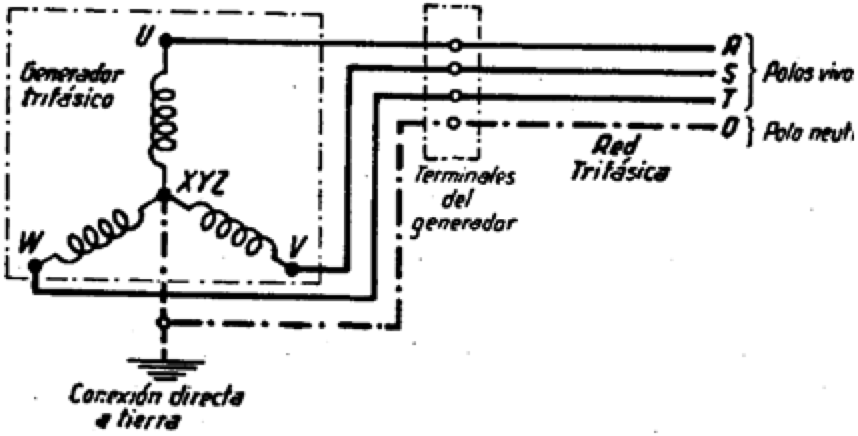
Carga Equilibrada

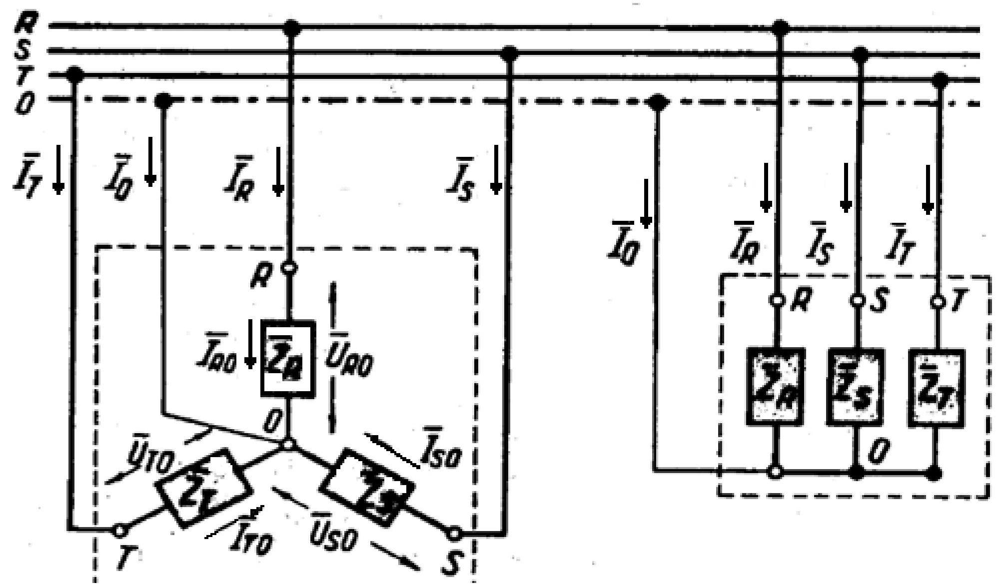
Conexión estrella equilibrada

- **Consiste en unir tres finales de fase pare formar el polo neutro.**

- **Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía.**

- **Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.**





Conexión estrella equilibrada

- **Las 3 impedancias de carga son iguales.**

$$\overline{Z_R} = \overline{Z_S} = \overline{Z_T} = \overline{Z_C} = Z_C \underline{|\varphi_C}$$

$$\varphi_R = \varphi_S = \varphi_T = \varphi_C$$

- **Tensiones de fase**

$$\overline{U_{RO}} = U_{RO} \underline{|90^\circ}$$

$$\overline{U_{SO}} = U_{SO} \underline{|330^\circ}$$

$$\overline{U_{TO}} = U_{TO} \underline{|210^\circ}$$

- **Tensiones de línea**

$$\overline{U_{RS}} = U_{RS} \underline{|120^\circ}$$

$$\overline{U_{TR}} = U_{TR} \underline{|240^\circ}$$

$$\overline{U_{ST}} = U_{ST} \underline{|0^\circ}$$

$$\boxed{U = \sqrt{3}\, U_f}$$

Conexión estrella equilibrada

CORRIENTES DE FASE

Son las corrientes que circulan por cada fase de la carga.

$$I_{RO},\ I_{SO}\ \text{é}\ I_{TO}$$

CORRIENTES DE LÍNEA

Son las corrientes que circulan hacia la carga, por las líneas de transmisión.

$$I_R,\ I_S\ \text{é}\ I_T$$

- **En conexión estrella equilibrada son iguales:**

$$\boxed{I = I_f = \frac{U_f}{Z_C}}$$

$$\overline{I_R} = \overline{I_{RO}} = \frac{\overline{U_{RO}}}{Z_R} \qquad \overline{I_S} = \overline{I_{SO}} = \frac{\overline{U_{SO}}}{Z_S} \qquad \overline{I_T} = \overline{I_{TO}} = \frac{\overline{U_{TO}}}{Z_T}$$

Conexión estrella equilibrada

- **Neutro**

Aplicando Ley de Kirchhoff al punto O:

$$\overline{I}_O + \overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T = 0$$

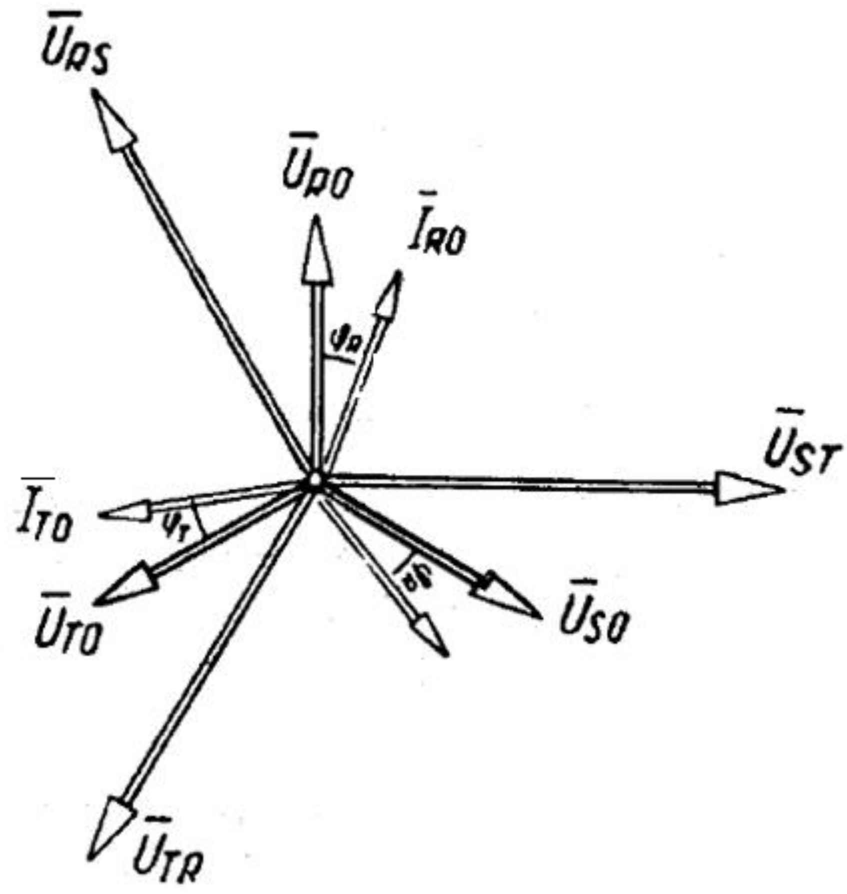
$$\overline{I}_O = -(\overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T)$$

En un sistema simétrico y equilibrado *la corriente en el neutro es nula*. En el caso de un desequilibrio sirve como válvula de escape para conservar la simetría de tensiones.

Conexión en estrella equilibrada

- **CONCLUSIONES**

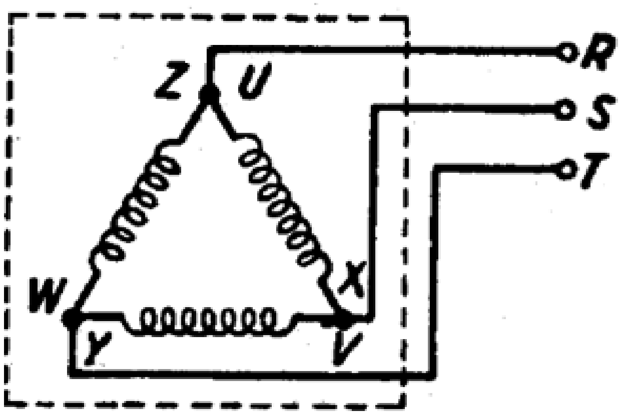
- Impedancias de carga iguales
- Corrientes de línea iguales a corrientes de fase.
- Corriente nula en el neutro.
- Tensión de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.

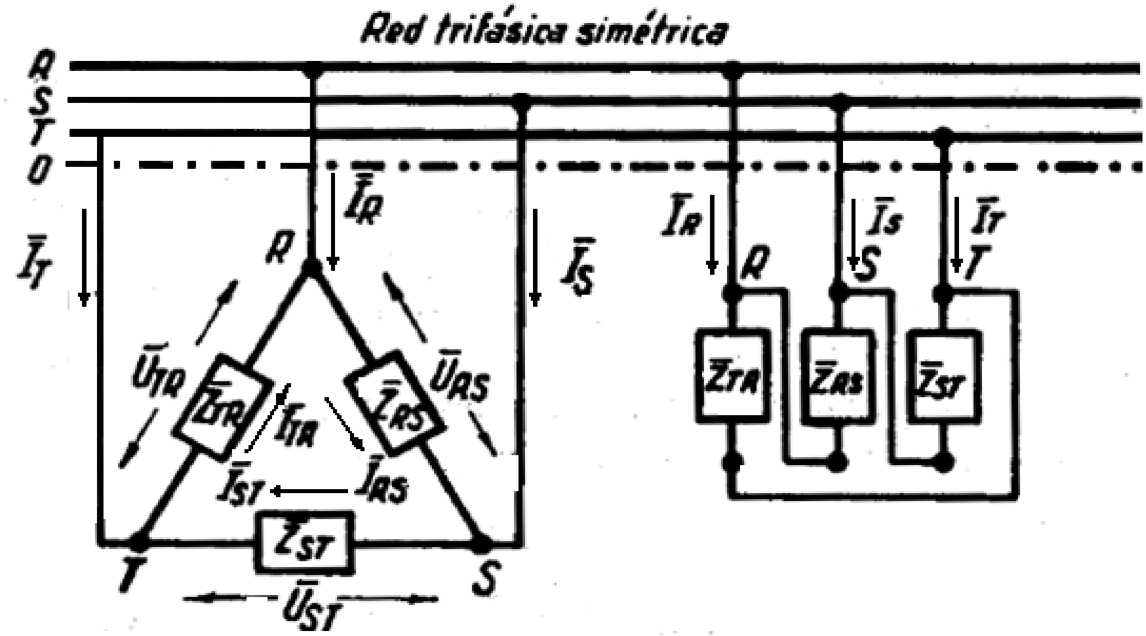


Conexión en triángulo equilibrado

- **Se puede adoptar tanto para generadores como para receptores de energía. Los generadores en triángulo crean redes sin neutro.**

- **Suponemos está conectada a una red trifásica simétrica.**





Conexión en triángulo equilibrado

- **Las 3 impedancias de carga son iguales.**

$$\overline{Z}_{RS} = \overline{Z}_{ST} = \overline{Z}_{TR} = \overline{Z}_{C} = Z_{C} \angle \varphi_{C} \qquad \varphi_{RS} = \varphi_{ST} = \varphi_{TR} = \varphi_{C}$$

- **Corrientes de fase**

$$\overline{I}_{RS} = \frac{\overline{U}_{RS}}{\overline{Z}_{RS}} \qquad \overline{I}_{TR} = \frac{\overline{U}_{TR}}{\overline{Z}_{TR}} \qquad \overline{I}_{ST} = \frac{\overline{U}_{ST}}{\overline{Z}_{ST}}$$

- **Aplicando Kirchhoff a los 3 nodos:**

(Nodo R) $\overline{I}_{R} = \overline{I}_{RS} - \overline{I}_{TR}$

(Nodo S) $\overline{I}_{S} = \overline{I}_{ST} - \overline{I}_{RS}$

(Nodo T) $\overline{I}_{T} = \overline{I}_{TR} - \overline{I}_{ST}$

$$\boxed{I = \sqrt{3}\, I_f}$$

Conexión en triángulo equilibrado

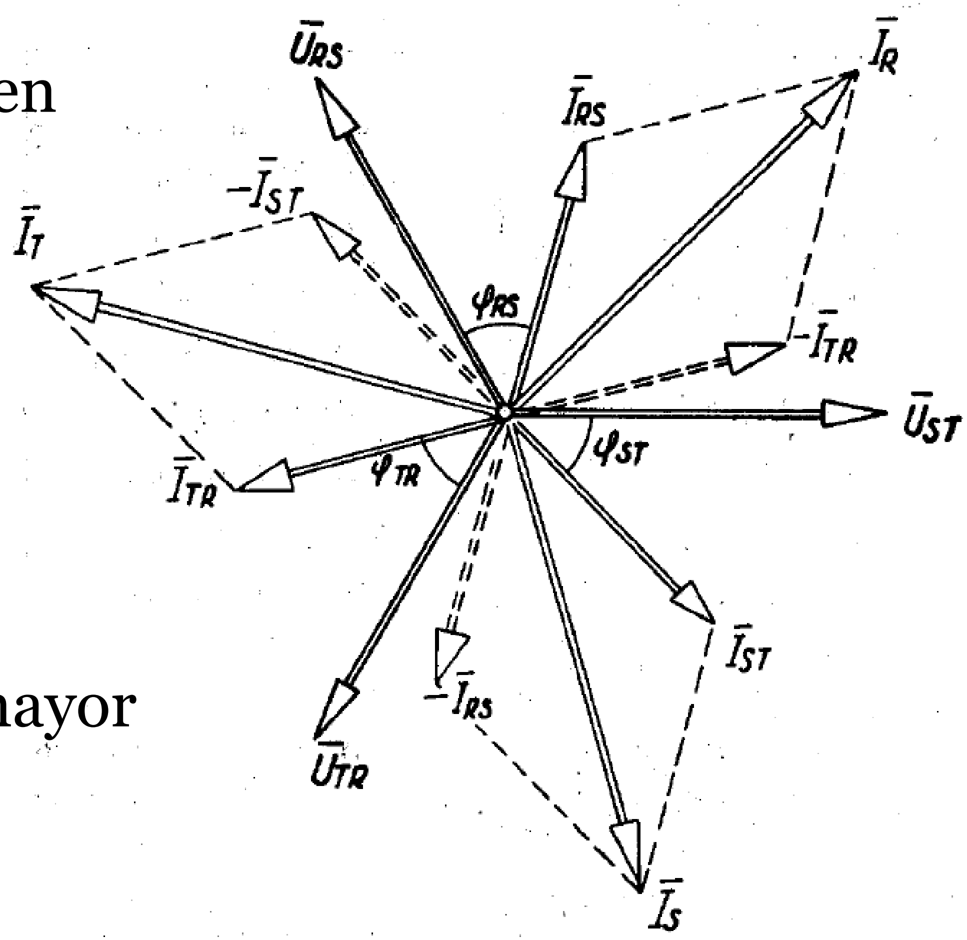
- **CONCLUSIONES**

- Impedancias de carga iguales en las 3 fases.

- Tensiones de fase iguales a tensiones de línea.

- Ausencia de punto neutro.

- Corriente de línea $\sqrt{3}$ veces mayor que la de fase.



Cargas equilibradas

	Estrella	Triángulo
Corrientes	$I_f = I$	$I_f = 1/\sqrt{3} \cdot I$
Tensiones	$U_f = 1/\sqrt{3}\ U$	$U_f = U$

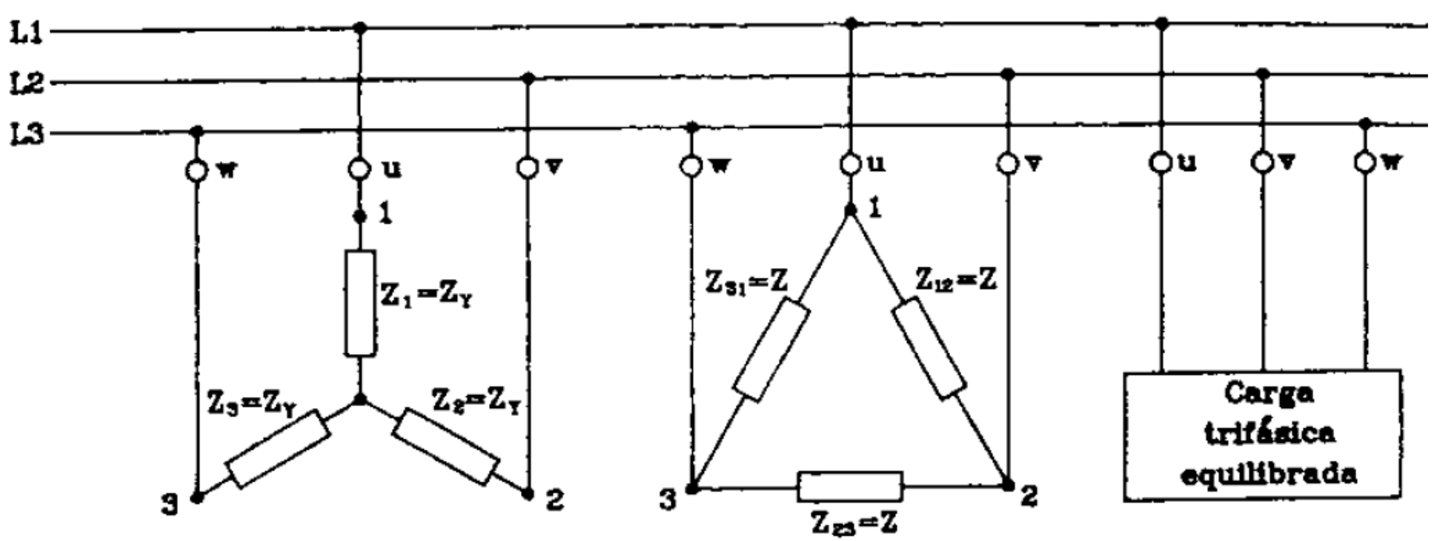
I_f = corriente de fase. I = corriente de línea.
U_f = tensión de fase. U = tensión de línea.

Estrella y triángulo equivalentes

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 = 2 \cdot Z_Y$$ (impedancia en bornes 1-2 de carga estrella)

$$Z_{12} = \frac{(Z_{13} + Z_{23}) \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} = \frac{2 \cdot Z_\Delta}{3 \cdot Z_\Delta} = \frac{2 \cdot Z_\Delta}{3}$$ (impedancia en bornes 1-2 de carga triángulo)

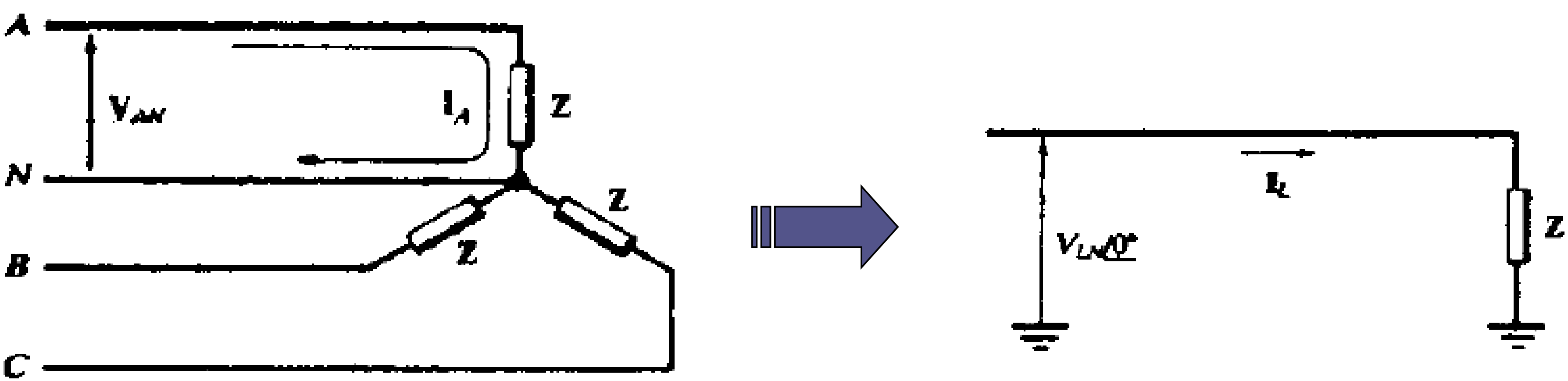
$$2 \cdot Z_Y = 2 \cdot Z_\Delta / 3 \Rightarrow \boxed{Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}}$$



Método del Equivalente Monofásico

- **Permite reducir un circuito trifásico equilibrado (carga equilibrada alimentada por un sistema equilibrado de tensiones) a un circuito monofásico equivalente.**

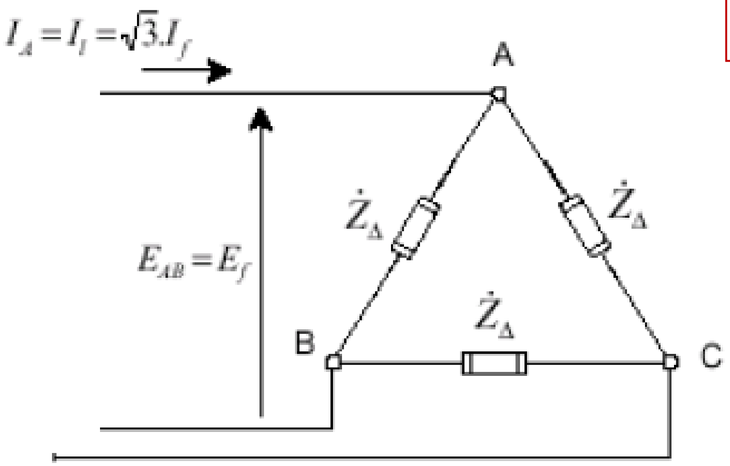
- **Es aplicable en forma directa a *cargas estrella* equilibradas.**

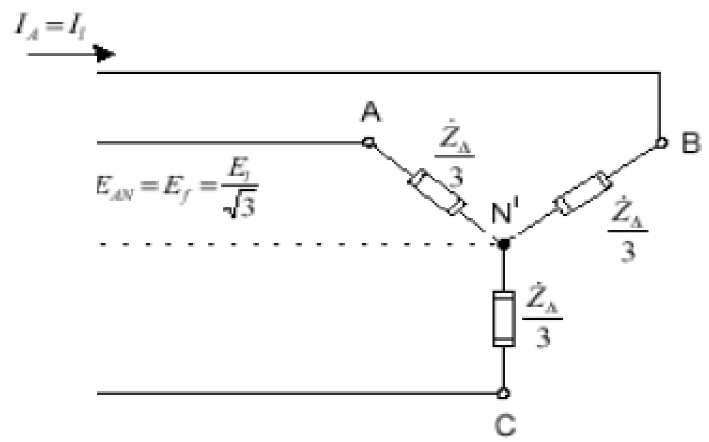


Método del Equivalente Monofásico

- **Las *cargas triangulo* equilibradas deben ser previamente convertidas a estrella.**

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

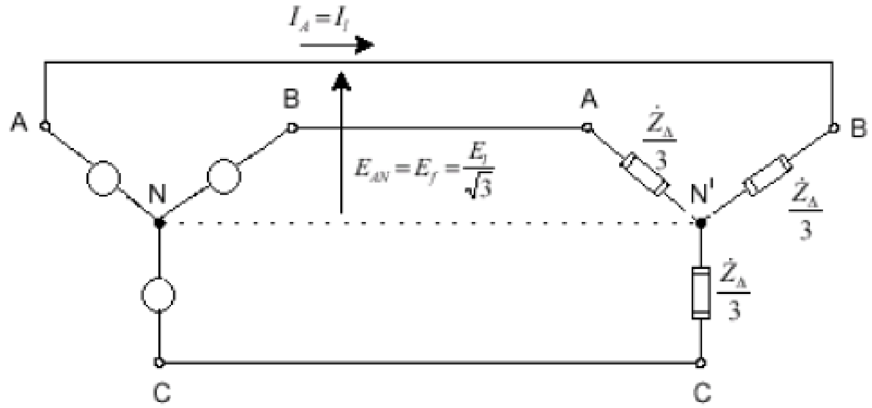




Método del Equivalente Monofásico

¿Por qué se puede representar mediante un circuito monofásico uno trifásico?

Porque el neutro del generador y el neutro de la carga se encuentran al mismo potencial.



$$\overline{V}_{AN} = \overline{Z}\overline{I}_A + \overline{V}_{N'N}$$
$$\overline{V}_{BN} = \overline{Z}\overline{I}_B + \overline{V}_{N'N}$$
$$\overline{V}_{CN} = \overline{Z}\overline{I}_C + \overline{V}_{N'N}$$

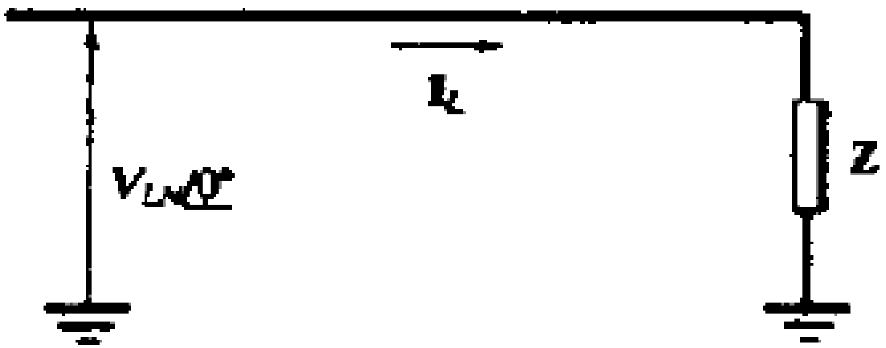
$$\underbrace{\overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN}}_{=0} = \overline{Z}\underbrace{\left(\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C\right)}_{=0} + 3\overline{V}_{N'N} \Rightarrow \overline{V}_N = \overline{V}_{N'}$$

Método del Equivalente Monofásico

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO TRIFÁSICO MEDIANTE EL M.E.M.

Características

- Tensión : $U_f \underline{/0°}$
- Corriente de Línea: $I=U/Z \underline{/\varphi}$
- I_R, I_S, I_T respecto U_R, U_S y U_T tienen φ también.



Método del Equivalente Monofásico

Dos cargas balanceadas conectadas en triángulo, con impedancias de 24/-20º y 15/45º, respectivamente, están conectadas en paralelo con un motor trifásico de 8 CV, cosφ=0,74 y rendimiento η=0,80 a un sistema trifásico de secuencia RST con U_{TR} = 212,1V /120º y 50 Hz. Aplique el Método del Equivalente Monofásico y obtenga las corrientes parciales y la total de línea.

- $U_F = 212{,}1/\sqrt{3} = 122{,}5V\ \underline{/0º}$
- En triángulo: $Z_1=(24/3)\underline{/-20º}$

  $Z_2=(15/3)\underline{/45º}$

122,5V/0º

$$\eta = \frac{P_{cedida}}{P_{absorbida}}$$

- Las corrientes parciales:

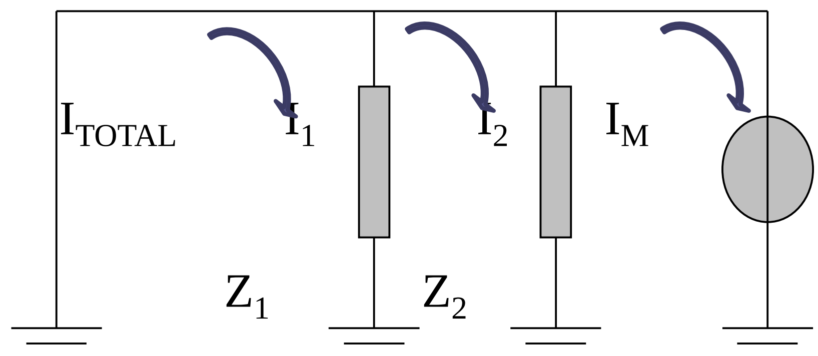
$$I_M = P/\sqrt{3}\eta U_L\cos\varphi=$$

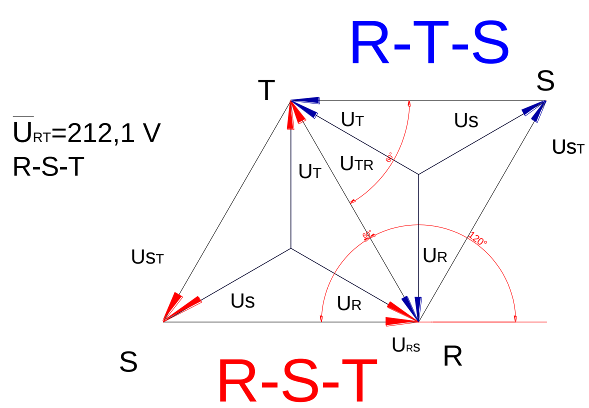
$$=8 * 736/0{,}8 * \sqrt{3} * 212{,}1 * 0{,}74=27{,}1A\ \underline{/-42{,}3º}$$

$$I_1 = U_F L0º/Z1 = 122{,}5L0º/(8L-20º)=15{,}31A\ \underline{/20º}$$

$$I_2= 122{,}5\ L0º/(5\ L45º)=24{,}5A\ \underline{/-45º}$$

- La corriente total: $I_T = I_1 + I_2 + I_M= 59{,}9^a\ \underline{/-30{,}4º}$





Carga Desequilibrada

Cargas desequilibradas

- **Las cargas se pueden conectar:**
  - **en estrella o triángulo.**

$$\bar{Z}_A \neq \bar{Z}_B \neq \bar{Z}_C$$

- **La red puede o no tener neutro.**

$$|Z_A| \neq |Z_B| \neq |Z_C|$$

- **Cada carga actúa independientemente de las otras.**

$$\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$$

Conexión estrella desequilibrada con neutro

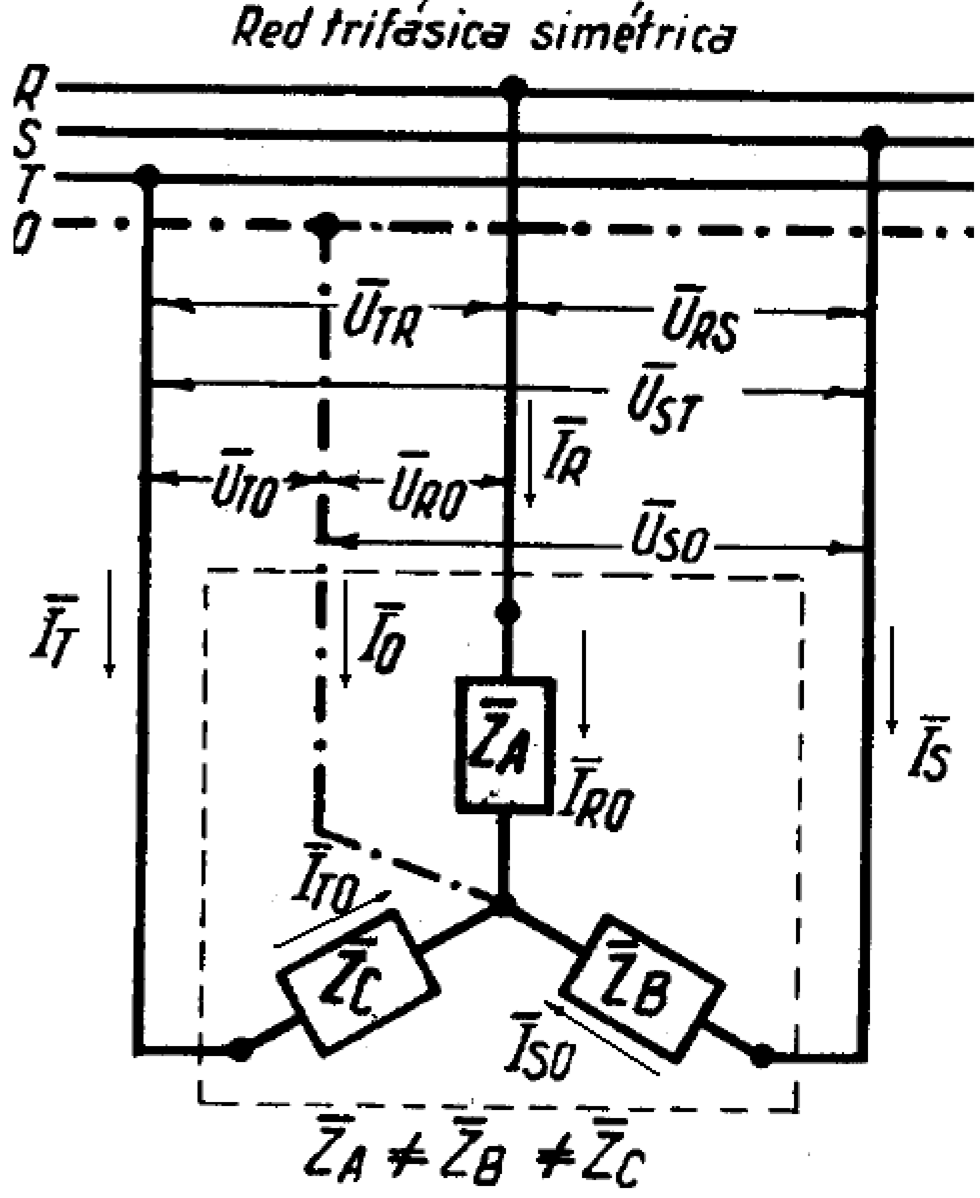
- **Tensiones**

$$\overline{U}_{RS}+\overline{U}_{ST}+\overline{U}_{TR}=0$$

$$\overline{U}_{RO}+\overline{U}_{SO}+\overline{U}_{TO}=0$$

$$|U_{RS}|=|U_{ST}|=|U_{TR}|$$

$$|U_{RO}|=|U_{SO}|=|U_{TO}|$$



Conexión estrella desequilibrada con neutro

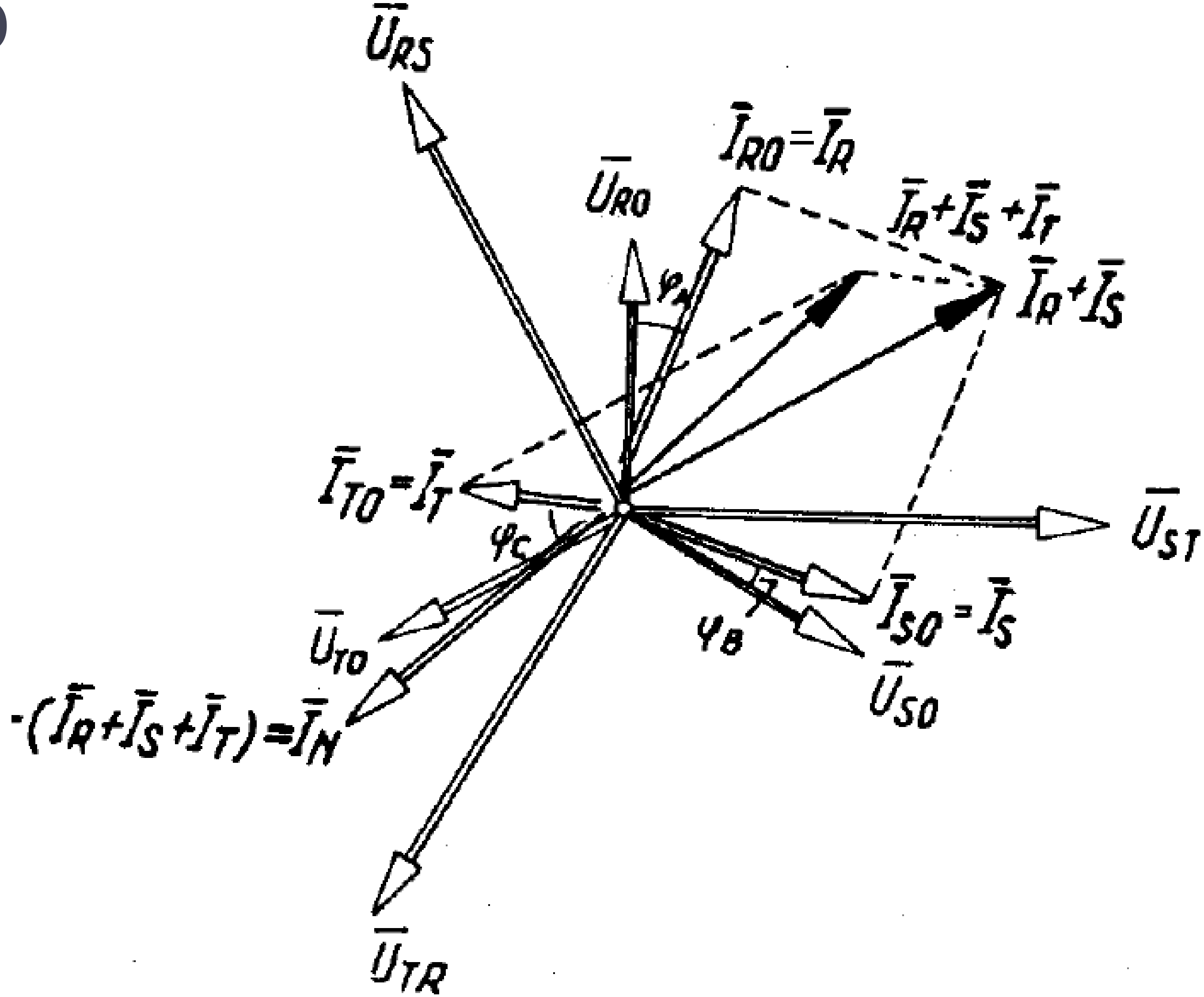
- **Corrientes**

$$\overline{I}_{RO} = \overline{I}_R = \frac{\overline{U}_{RO}}{\overline{Z}_A} \qquad \overline{I}_{SO} = \overline{I}_S = \frac{\overline{U}_{SO}}{\overline{Z}_B} \qquad \overline{I}_{TO} = \overline{I}_T = \frac{\overline{U}_{TO}}{\overline{Z}_C}$$

$$\overline{I}_0 = -(\overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T)$$ **(corriente del neutro no nula)**

- **El neutro transporta la corriente resultante del desequilibrio.**
- **En redes comunes de iluminación y fuerza motriz, I_0 es pequeña (10% de la I_{linea}).**

Conexión estrella desequilibrada con neutro

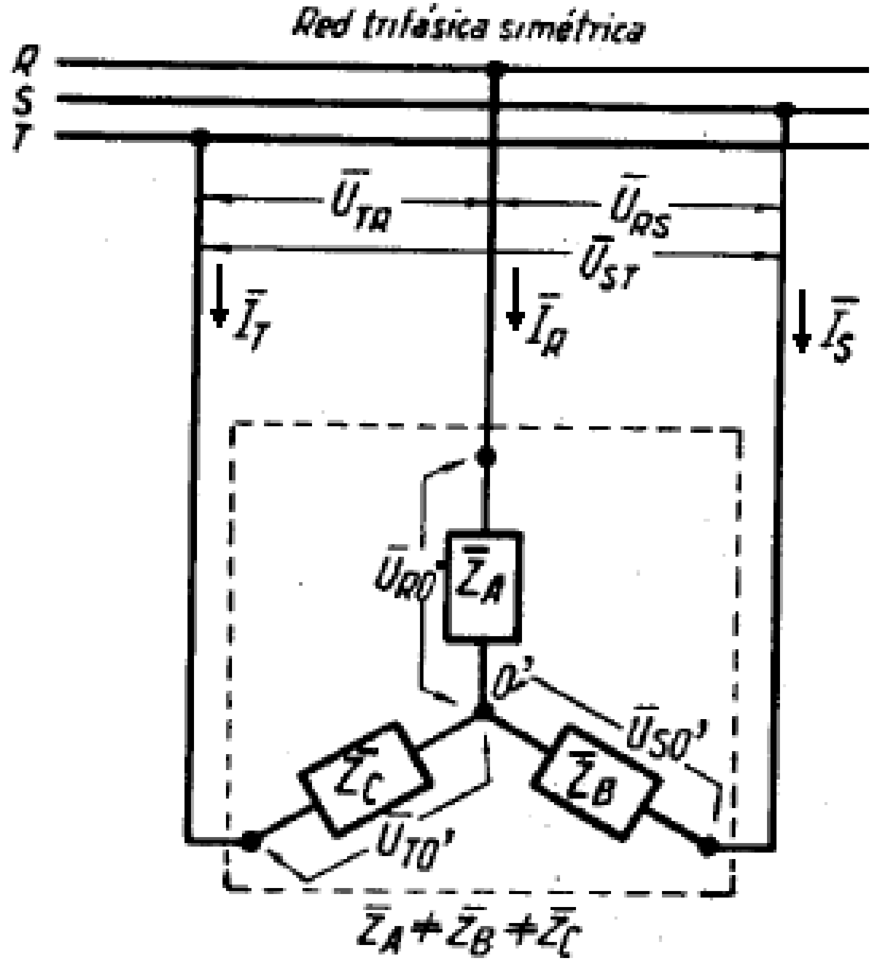


Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Las 3 tensiones de fase no son iguales ni simétricas, pero sumadas, dan las tensiones de línea.

- El desequilibrio se manifiesta en las tensiones de fase y mediante la modificación del punto neutro:

“el neutro está flotando”



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Para el punto neutro O´:

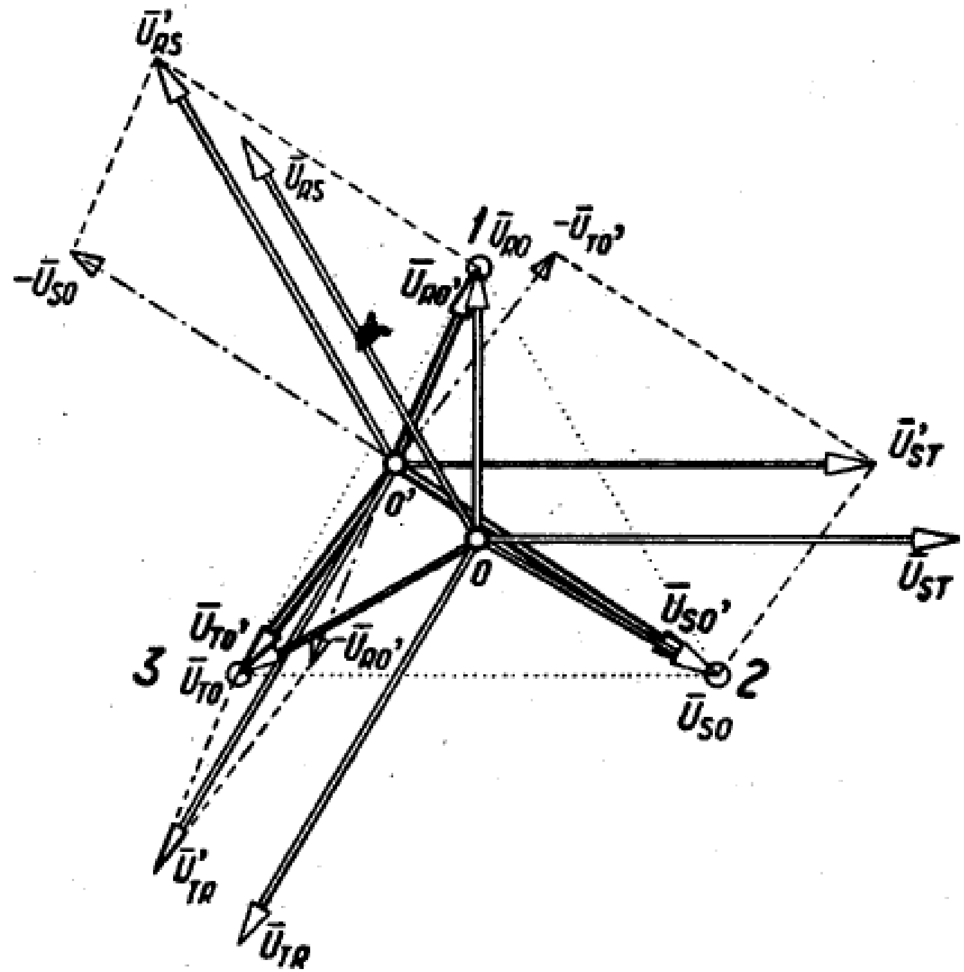
$$\overline{U}_{RS} = \overline{U}_{RO'} - \overline{U}_{SO'} = \overline{U}'_{RS}$$

$$\overline{U}_{TR} = \overline{U}_{TO'} - \overline{U}_{RO'} = \overline{U}'_{TR}$$

$$\overline{U}_{ST} = \overline{U}_{SO'} - \overline{U}_{TO'} = \overline{U}'_{ST}$$

- También se da:

$$\overline{U}_{RO'} + \overline{U}_{SO'} + \overline{U}_{TO'} \neq 0$$



Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Posición del punto neutro O:

$$\overline{U}_{RO'} = \overline{U}_{RO} - \overline{U}_{O'O}$$

$$\overline{U}_{SO'} = \overline{U}_{SO} - \overline{U}_{O'O}$$

$$\overline{U}_{TO'} = \overline{U}_{TO} - \overline{U}_{O'O}$$

- Multiplicando por admitancias de fase:

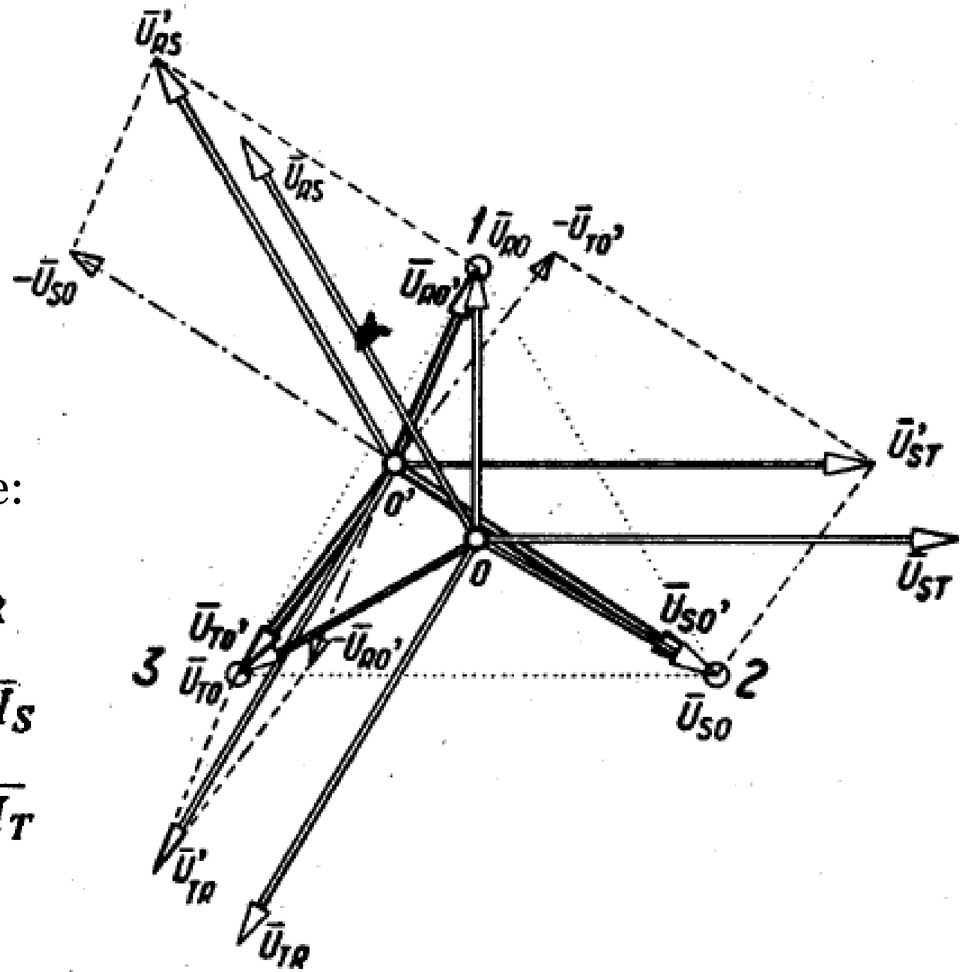
$$\overline{U}_{RO'}\,\overline{Y}_A = \overline{U}_{RO}\,\overline{Y}_A - \overline{U}_{O'O}\overline{Y}_A = \overline{I}_{RO'} = \overline{I}_R$$

$$\overline{U}_{SO'}\,\overline{Y}_A = \overline{U}_{SO}\,\overline{Y}_B - \overline{U}_{O'O}\overline{Y}_B = \overline{I}_{SO'} = \overline{I}_S$$

$$\overline{U}_{TO'}\,\overline{Y}_C = \overline{U}_{TO}\,\overline{Y}_C - \overline{U}_{O'O}\overline{Y}_C = \overline{I}_{TO'} = \overline{I}_T$$

- Considerando que no hay neutro:

$$\overline{I}_R + \overline{I}_S + \overline{I}_T = 0$$



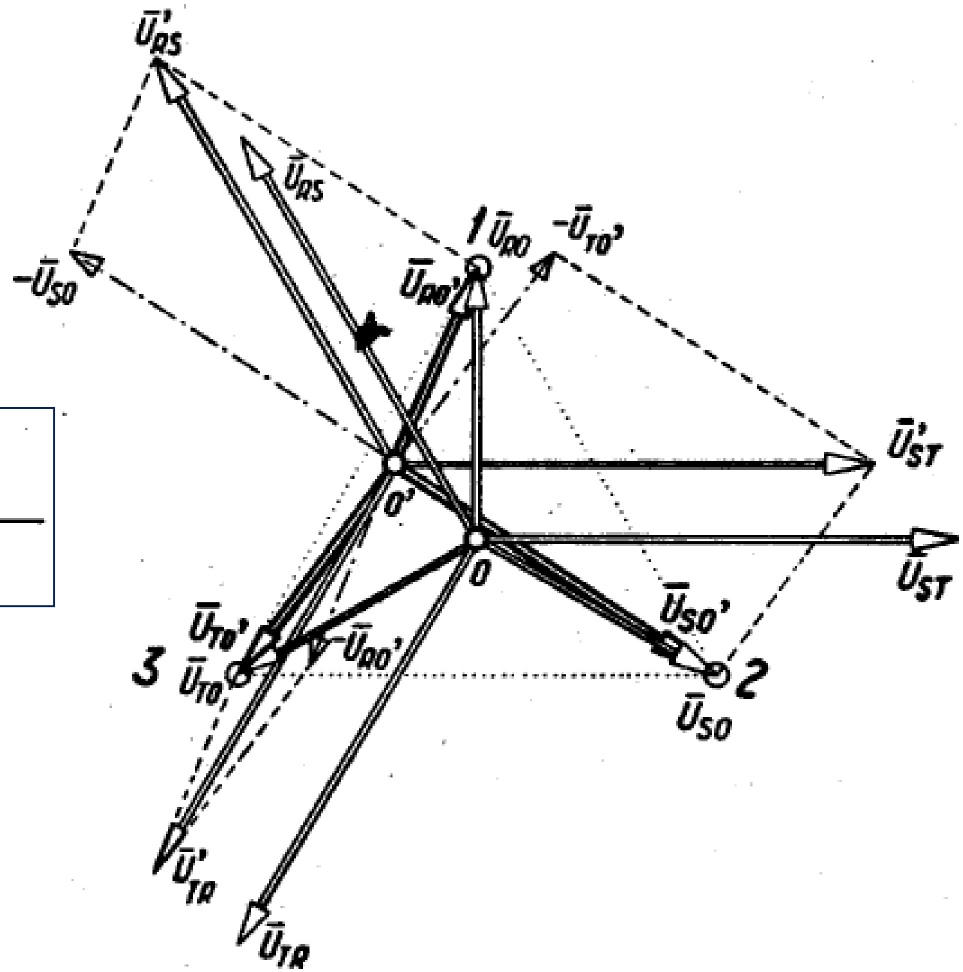
Conexión estrella desequilibrada sin neutro

- Reemplazando:

$$\overline{U}_{RO}\ \overline{Y}_A + \overline{U}_{SO}\ \overline{Y}_B + \overline{U}_{TO}\ \overline{Y}_C - $$
$$- \overline{U}_{O'O}(\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C) = 0$$

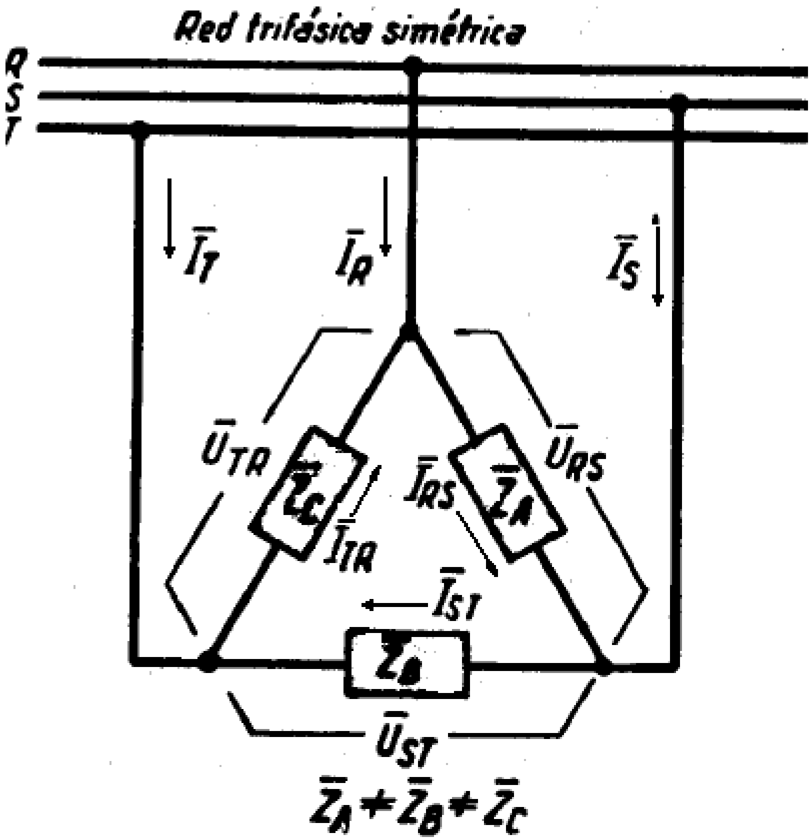
$$\boxed{\overline{U}_{O'O} = \frac{\overline{U}_{RO}\ \overline{Y}_A + \overline{U}_{SO}\ \overline{Y}_B + \overline{U}_{TO}\ \overline{Y}_C}{\overline{Y}_A + \overline{Y}_B + \overline{Y}_C}}$$

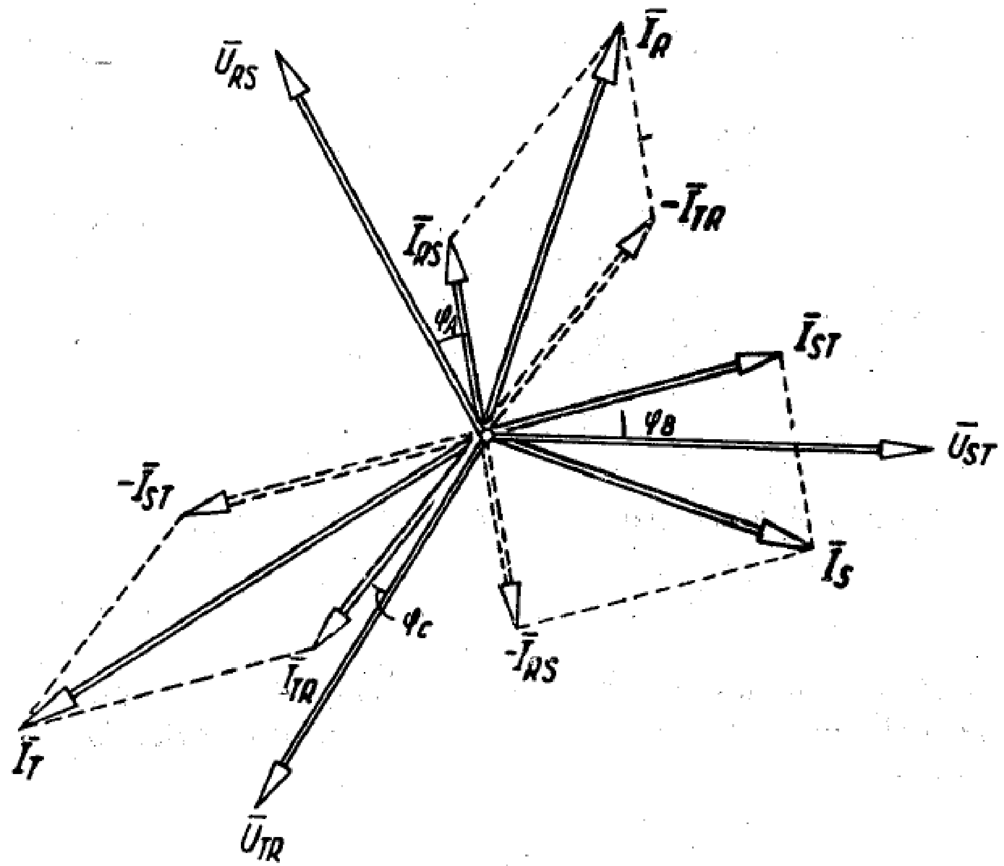
- Con $\overline{U}_{O'O}$ se puede ubicar $0'$ en el plano, y con él $U_{RO'}$, $U_{SO'}$, $U_{TO'}$



Conexión triángulo desequilibrado

- Para el cálculo de las corrientes se sigue igual procedimiento que el triángulo equilibrado.





Potencia en circuitos trifásicos

Potencia Activa

$$P = \sum_{i=1}^{i=3} P_i = P_A + P_B + P_C$$

$$= U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

- Cargas desequilibradas:

$$P = U_{RO} I_R \cos\varphi_A + U_{SO} I_S \cos\varphi_B + U_{TO} I_T \cos\varphi_C \qquad \textbf{(estrella)}$$

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos\varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos\varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos\varphi_C \qquad \textbf{(triángulo)}$$

Potencia Activa

- Cargas equilibradas:

$P_Y = 3\ U_f\ I_f \cos\varphi_f$ **(estrella)**

$P_\Delta = 3\ U_f\ I_f \cos\varphi_f$ **(triángulo)**

- Reemplazando respectivamente:

$U_f = U/\sqrt{3}$ é $I_f = I$ $\Rightarrow$ $P_Y = \sqrt{3}\ U\ .\ I\ .\ \cos\varphi_f$

$U_f = U$ é $I_f = I/\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $P_\Delta = \sqrt{3}\ .\ U\ .\ I\ .\ \cos\varphi_f$

$$\boxed{P = \sqrt{3}\ .\ U\ .\ I\ .\ \cos\varphi}$$

Tensión U de línea , corriente I de línea y factor de potencia $\cos\varphi_f$ de una cualquiera de las fases.

vatios [W]

Potencia Reactiva

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C =$$

$$= U_A I_A \operatorname{sen}\varphi_A + U_B I_B \operatorname{sen}\varphi_B + U_C I_C \operatorname{sen}\varphi_C$$

Procedimiento análogo a P.Activa, y se llega a:

$$\boxed{Q = \sqrt{3}\, U\, I \operatorname{sen}\varphi}$$

voltamperios reactivos [VAr]

Potencia Aparente

$$S = \sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}$$

Para el caso simétrico y equilibrado:

$$\boxed{S = \sqrt{3}\, U\, I}$$

voltamperios [VA]

Cargas desequilibradas

$$P = U_{RO} I_R \cos\varphi_A + U_{SO} I_S \cos\varphi_B + U_{TO} I_T \cos\varphi_C$$ **(estrella)**

$$P = U_{RS} I_{RS} \cos\varphi_A + U_{ST} I_{ST} \cos\varphi_B + U_{TR} I_{TR} \cos\varphi_C$$ **(triángulo)**

FACTOR DE POTENCIA

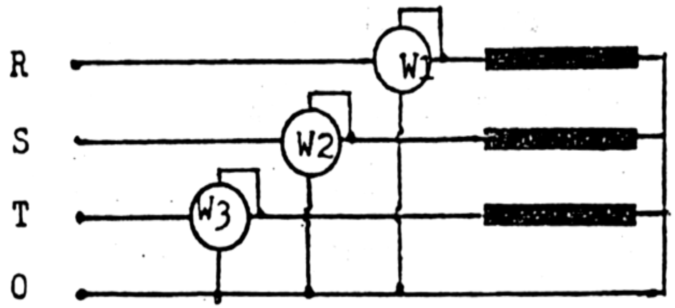
Se encuentran tres desfases entre tensiones e intensidades de fase. Se determina un factor de potencia medio:

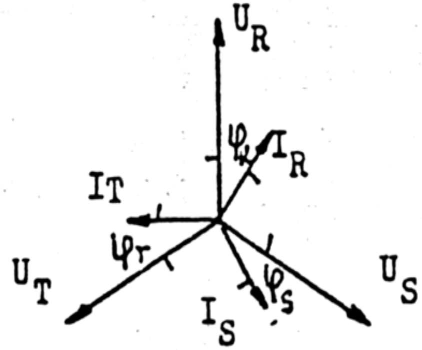
$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{\Sigma P_i}{\Sigma S_i} = \frac{U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C}{\sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}}$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}}$$

MÉTODO DE Aaron

Medida de la Potencia





Demostración

Para demostrar el método de Aaron partimos de la consideración de que la potencia activa, con los vatímetros W_1 conectado entre las fases R y T y el vatímetro 2 entre las fases S y T y además en el sistema eliminamos el neutro, tenemos que las lecturas de los vatímetros será:

$$P = W_{RT} \pm W_{ST}$$

$$W_{RT} = U_{RT} . I_R . \cos\left(U_{RT,} I_R\right)$$

$$W_{ST} = U_{ST.} I_S . \cos(U_{ST,} I_S)$$

La suma de las corrientes por la primera ley de Kircchoff, vale:

$$\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0 \Rightarrow \bar{I}_T = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S)$$

Que reemplazamos en la expresión de la potencia, entonces:

$$P = \bar{U}_R . \bar{I}_R + \bar{U}_S . \bar{I}_S + \bar{U}_T .(-\bar{I}_R - \bar{I}_S) = \bar{I}_R .(\bar{U}_R - \bar{U}_T) + \bar{I}_S .(\bar{U}_S - \bar{U}_T)$$

Y las tensiones compuestas o de línea:

$$\bar{U}_{RT} = \bar{U}_R - \bar{U}_T$$

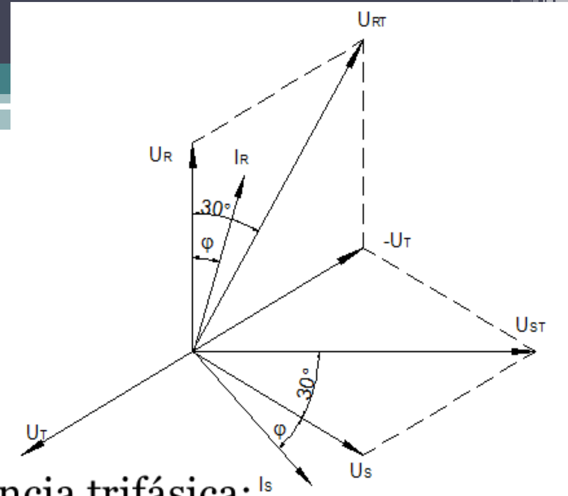
$$\bar{U}_{ST} = \bar{U}_S - \bar{U}_T$$

$$P = \bar{U}_{RT} . \bar{I}_R + \bar{U}_{ST} . \bar{I}_S \qquad \underline{1}$$

Condiciones del Método de Aaron

- De donde se demuestra que la potencia activa trifásica, es igual a la suma de las lecturas de los dos vatímetros: $P = W_{RT} + W_{ST}$
- Esta expresión general, nos permite concluir que el método de Arón se aplicará a todo sistema ***equilibrado o no***, ***simétrico o no***, pero sin ***neutro accesible***.

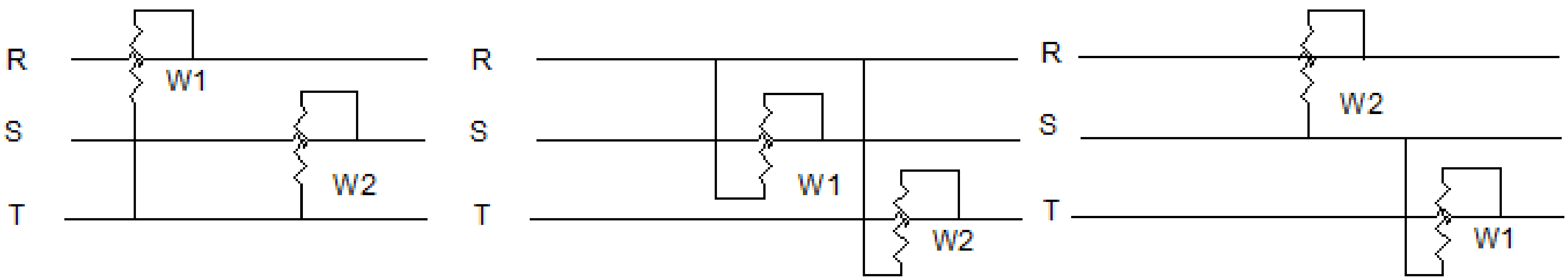
Cargas equilibradas y simétricas



- Tomaremos carga RL equilibrada
- Como:
- U_{RT}=U_{ST} =U_L
- I_R=I_S =I_L
- Como la suma de las lecturas de los dos vatímetros es la potencia trifásica:
- $P = W_1 + W_2$
- P=$U_{RT}.I_R.\cos(\varphi - 30) + U_{ST}.I_S.\cos(\varphi + 30)$
- Resolviendo y extrayendo Factor Común U_L e I_L
- $P = U_L.I_L.(cos\varphi.cos30° + \text{sen}\varphi.sen30° + cos\varphi.cos30° - sen\varphi.sen30°) = U_L.I_L.2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\varphi = \sqrt{3}.U_L.I_L.cos\varphi$
- O sea $P = \sqrt{3}.U_L.I_L.cos\varphi$ Potencia Activa Trifásica para sist. Equilibrados
- De la misma manera demostraremos para:
- $W_1 - W_2 = U_{RT}.I_R.\cos(\varphi - 30°) - U_{ST}.I_S.\cos(\varphi + 30°)$
- Resolviendo y extrayendo Factor Común U_L e I_L
- $W_1 - W_2 = U_L.I_L.(cos\varphi.cos30° + \text{sen}\varphi.sen30° - cos\varphi.cos30° + sen\varphi.sen30°) = U_L.I_L.2.\frac{1}{2}.sen\varphi = U_L.I_L.sen\varphi$; por lo que si multiplicamos por el factor $\sqrt{3}$ tenemos la Potencia Reactiva Trifásica.
- $Q = \sqrt{3}.(W_1 - W_2) = \sqrt{3}.U_L.I_L.sen\varphi$

Permutación de los Vatímetros

- Sec R-S-T



R	S	T
W1	W2	
	W1	W2
W2		W1

- Ej: Sec RST
- Conectados en R y S; R-S-T ; W1 en R y W2 en S
- Conectados en R y T; R-S-T-R-S-T; W1 en T y W2 en R