

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 1 DE 14 HOJAS

1 ¿Qué es un modelo?

El uso de modelos, a veces llamado "modelación", es un instrumento muy común en el estudio de sistemas de toda índole. El empleo de modelos facilita el estudio de los sistemas, aun cuando éstos puedan contener muchos componentes y mostrar numerosas interacciones como puede ocurrir si se trata de conjuntos bastante complejos y de gran tamaño. El trabajo de modelación constituye una actividad técnica como cualquiera otra, y dicha labor puede ser sencilla o compleja según el tipo de problema específico que deba analizarse.

Para definir un modelo primero debemos saber qué es un sistema. Un sistema es un conjunto de elementos que interactúan entre sí para llevar a cabo una función.

Un modelo, entonces, es una representación simplificada de un sistema, que permite estudiar la respuesta del sistema ante distintas acciones o eventos. Los modelos son muy útiles para describir, explicar o comprender mejor la realidad, cuando es imposible trabajar directamente en la realidad en sí.

1.1 Tipos de modelos

Hay diversos tipos de modelos en uso y difieren entre ellos según el propósito que se persiga. La diversidad va desde el más básico modelo físico como ser una estatua o maqueta, hasta modelos muy complicados que sólo pueden utilizarse empleando ordenadoras muy poderosas.

1. Conceptual, que representa una idea preliminar de un sistema, dónde se definen las características principales del sistema, su dinámica. Por ejemplo: bordes, entradas, salidas, materiales, etc.
2. Físico (a escala) – Icónico (maqueta), son modelos que representan físicamente a escala el sistema a estudiar.
3. Matemático, la respuesta del sistema se representa a través de una función matemática.
4. Numérico, son modelos que basados en una ecuación diferencial discretiza el espacio y el tiempo para resolverla.

1.2 Modelos Hidráulicos

Los modelos hidráulicos permiten atacar problemas donde no, hay métodos analíticos o numéricos adecuados. Generalmente, esto ocurre en tres casos:

- problemas en los que intervienen simultáneamente varios efectos en el escurrimiento, como por ejemplo en la modelación de vórtices, donde tanto la viscosidad como la tensión superficial pueden tener influencia;
- cuando el escurrimiento es tridimensional y
- problemas con condiciones de frontera complicadas.

Actualmente, casi todas las grandes obras hidráulicas, como presas, puertos y obras fluviales y marítimas, requieren estudios en modelo que permitan al diseñador probar

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 2 DE 14 HOJAS

su funcionamiento, detectar los problemas y hacer los cambios necesarios antes de iniciar las obras. Además, durante la construcción, se pueden presentar modificaciones imprevistas o desear datos adicionales; y aun ya terminada la obra, no es raro que aparezcan dudas en su operación o que sea necesario obtener curvas o gráficas del funcionamiento de cierto aspecto de la obra para diferentes condiciones hidráulicas, todo lo cual puede ser estudiado en el modelo.

Otro aspecto útil del modelo es su capacidad didáctica, pues muestra las características del escurrimiento para diferentes condiciones, no sólo al diseñador o a los constructores sino a cualquier observador o alumno, que posteriormente quiera utilizar esta experiencia

1.2.1 Modelo físico hidráulico

Es la simulación física de un fenómeno hidráulico, que ocurre en relación con una obra de ingeniería, en un sistema semejante simplificado que permite observarlo y controlarlo con facilidad, además confirmar la validez del diseño de la obra, optimizarla o tomar nota de los efectos colaterales, que deberán ser considerados durante la operación de la misma. Según las características propias de los modelos se pueden clasificar en:

a) *Clasificación respecto de la semejanza geométrica con el prototipo:*

- 1) Modelos geoméricamente semejantes: son aquellos en los que se conserva la semejanza de todas las variables geométricas. Existe un único factor de reducción o ampliación, llamado escala, de todas las magnitudes geométricas y las que se derivan de ellas, además de la igualdad de ángulos correspondientes entre el modelo y el prototipo. Dentro de estos tenemos: modelos de desarenadores, desgravadores, obra de tomas, canales. etc.
- 2) Modelos geoméricamente distorsionados: se conserva la semejanza con el prototipo, pero los factores a usar de reducción o ampliación son distintos para diferentes dimensiones del mismo. Es frecuente que las dimensiones horizontales tengan una escala o factor y las dimensiones verticales, otras. El uso de distorsiones resulta, muchas veces, necesario cuando el factor único produce una reducción demasiado grande en las dimensiones verticales, lo cual originaría efectos significativos en fuerzas que en el modelo son despreciables o inexistentes en el prototipo. Este tipo de modelos es usual en estructuras marítimas.

b) *Clasificación respecto de la movilidad y deformabilidad del contorno:*

- 1) Modelos de contorno fijo: hay casos en que la deformabilidad del contorno no es relevante al fenómeno estricto, por tanto, puede representarse simplificada en el modelo como si fuera fijo o indeformable. Los modelos de este tipo serían, por ejemplo, sistemas de presión, canales revestidos o cursos naturales donde el fondo no experimente muchos cambios.
- 2) Modelos de contorno móvil: existen situaciones en que el modelo debe representar el contorno móvil en una forma fiel y confiable, ya que los fenómenos que ocurren, caso del escurrimiento vienen determinado por la movilidad y deformabilidad de la sección. Estos casos son frecuentes sobretodo en obras hidráulicas y de mecánica

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 3 DE 14 HOJAS

fluvial. El modelo puede tener sólo lecho móvil y las riberas o bordes fijos, o bien tener el perímetro móvil o lecho móvil por zonas.

1.3 Historia de los mismos.

Del año 4000 al 2000 A. C. los egipcios y los fenicios ya tenían experiencias en problemas de agua, en la construcción de sus barcos y sus puertos. En ese tiempo, China, India, Pakistán, Egipto y Mesopotamia iniciaron el desarrollo de los sistemas de riego. Los chinos también experimentaron en la protección contra inundaciones. Después del año 500 A. C. en la Grecia antigua se construyeron acueductos y se empezaron a desarrollar fórmulas para dichos sistemas; fue éste uno de los primeros intentos para la elaboración de un modelo matemático. Es posible que en la antigüedad se hayan hecho reproducciones de barcos e incluso de obras de riego y de drenaje, éstas no pasaban de ser maquetas que, a falta de leyes de similitud, únicamente darían indicaciones cualitativas del comportamiento del problema real.

Galileo Galilei en su obra “Diálogos acerca de dos ciencias nuevas” [1], publicado en 1683, hace notar que un cambio en su peso, vigor, resistencia, etc. O se, que cada propiedad se escala de acuerdo con una ley específica que depende de la naturaleza del problema y de la propiedad que interese. Así, por ejemplo, un gigante quedará aplastado por su propio peso ya que éste aumenta con el cubo del tamaño, y, en cambio, la resistencia de sus huesos, supuestos del mismo material que los de un hombre común, es proporcional sólo al cuadrado del tamaño; por lo que al aumentar éste llegará un momento en que los esfuerzos sobrepasan la resistencia y vendrá la fractura. O citándolo textualmente: “Para ponerlo ante los ojos, he dibujado un hueso cuyo largo natural se ha triplicado y cuyo grosor se ha multiplicado de suerte que, para un animal de tamaño proporcionalmente grande, pueda desempeñar la misma función que el hueso pequeño cumple para un animal pequeño también” (ver Fig....)

Antes que Galileo, a mediados del siglo XVI, Juanelo Turriano, italiano al servicio de España, quien fue encargado de construir un artificio para elevar el agua del Tajo a la ciudad de Toledo – tal vez la obra más famosa de ingeniería hidráulica de ese siglo-hizo previamente “su modelo en pequeña forma” y acabó la construcción de un primer artificio a mediados de 1569 y de un segundo, mayor que el primero, doce años después, capaz de elevar casi cien metros 16000 litros de agua por día, desde una distancia de 600 m [2].

Dos siglos después, en 1759, John Smeaton, ingeniero inglés, presentó un artículo donde, por primera vez, se describe un estudio en modelo [3]. En él se trataba del comportamiento de una rueda de paletas movida por agua (fig. 1.3).

En la segunda mitad del siglo XVII, un grupo de franceses: Jean Charles Borda, Charles Bossut y Pierre Pouis Georges Dubuat, continuaron utilizando modelos para estudiar diversos problemas hidráulicos [3], y en 1852, Ferdinand Reech, también francés, recomendaba hacer pruebas en modelos y, en sus cursos, presentaba la ley

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 4 DE 14 HOJAS

de semejanza cuando el efecto dominante es la gravedad, o sea el criterio conocido ahora como ley de Froude.

A pesar de algunos intentos para formular las leyes de básicas de similitud, no fue sino hasta después de mediados del siglo XIX que éstas fueron encontradas en Inglaterra. Así, William Froude y su hijo Robert Edmund, hicieron experimentos para encontrar la resistencia al avance de los barcos y, en la misma época, Osborne Reynolds encontró y aplicó escalas de semejanza, en forma correcta, durante experimentos hechos en 1885 sobre el río Mersey [3].

Finalmente, en este siglo quedó fuera de duda la capacidad predictiva y, en general, la utilidad de los modelos físicos en la hidráulica; lo que llevó al establecimiento de laboratorios especializados en todo el mundo, donde se ensaya las obras propuestas por los proyectistas para verificar su funcionamiento en diversas condiciones de escurrimiento – modificando y corrigiendo lo que haga falta – e inclusive se prueban las teorías novedosas desarrolladas por los investigadores.

2 Semejanza

Cuando se planifica una investigación en el modelo hidráulico se busca reproducir del mejor y más completo modo posible las condiciones que se encuentran en la naturaleza. Pero, esto no siempre es posible. El mundo natural es demasiado complejo y nunca puede lograrse la reproducción total y perfecta de un fenómeno que ocurra en ella. Por lo tanto, el camino que se debe seguir es el de la simplificación. Al no poder reproducir en su totalidad la complejidad del mundo natural, debemos buscar, por lo menos, la reproducción de una parte o aspecto de cada fenómeno, el más representativo y, tratar de lograr en esa parte la mayor semejanza posible que sea compatible con los fines prácticos que busquemos.

Por ejemplo; un río transporta agua, sólidos en suspensión, sólidos de fondo y cuerpos extraños. Ante las dificultades que se encontrarían para tratar de reproducir todo esto en un modelo se opta por la simplificación. Usualmente se reproduce junto con el flujo líquido el transporte sólido de fondo o de suspensión. La elección depende del problema que estemos estudiando. En consecuencia no nos queda otro camino que simplificar, que esquematizar.

La Hidráulica tiene la gran ventaja de poder representar físicamente, a escala, la mayor parte de sus modelos. Para lo cual se ha desarrollado una disciplina específica que es la Teoría de Modelos, la que consiste básicamente en aceptar el principio de similitud, llamado también de semejanza. El principio de similitud consiste en aceptar que las conclusiones obtenidas del análisis de un fenómeno son aplicables a otro fenómeno. Por ejemplo, del estudio del salto hidráulico que ocurre en un modelo se pueden obtener conclusiones aplicables al salto hidráulico que ocurre en la naturaleza, en este caso la participación está en la igualdad del Número Froude, en la existencia en el modelo de un grado aceptable de turbulencia, y en la similitud geométrica.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 5 DE 14 HOJAS

Un modelo no es una maqueta. La aplicación de un criterio de similitud o semejanza es lo que nos permite obtener resultados que puedan ser extrapolados al prototipo. Si no se cumple el criterio de similitud adecuado, el modelo no participará de las cualidades del prototipo cuya reproducción nos interesa. En este caso el modelo no sólo sería inútil, sino, además, engañoso.

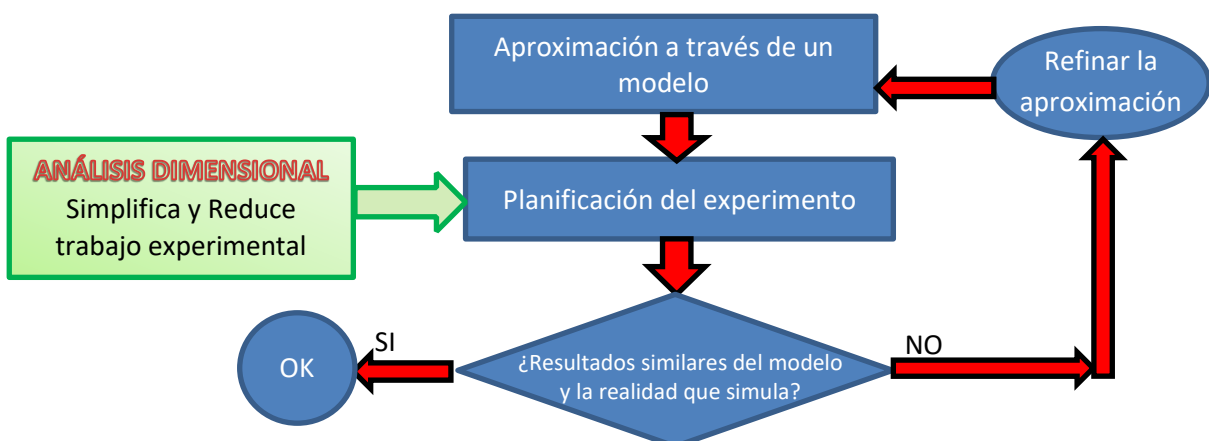
La aplicación del análisis dimensional y de la semejanza hidráulica permite al ingeniero organizar y simplificar las experiencias, así como el análisis de los resultados obtenidos.

2.1 ¿Qué es el Análisis Dimensional?

El análisis dimensional trata de las relaciones matemáticas de las dimensiones de las magnitudes físicas y constituye otra herramienta muy útil en la Hidráulica Experimental y en la moderna Mecánica de los Fluidos.

En la Hidráulica y en la Mecánica de los Fluidos el comportamiento de los fluidos puede caracterizarse mediante dos tipos de ecuaciones:

- Las ecuaciones teóricas directas, como la ecuación de Bernoulli, o la ecuación de conservación del momento, etc.
- Las ecuaciones experimentales, se emplean cuando no existen ecuaciones que modelen directamente los fenómenos que se quieren estudiar o entender.



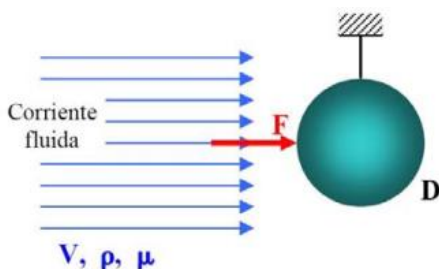
El Análisis Dimensional nos permite organizar el trabajo experimental de tal manera de reducir la experiencia de investigación, simplificándola y haciéndola más eficiente.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 6 DE 14 HOJAS

- ¿Cómo Organiza el Análisis Dimensional una investigación experimental?

Para contestar esta pregunta vamos a analizar un problema concreto.

Se quiere determinar experimentalmente la fuerza de arrastre F sobre una esfera lisa de diámetro D que se mueve en un medio fluido de densidad ρ y viscosidad μ , con velocidad uniforme V



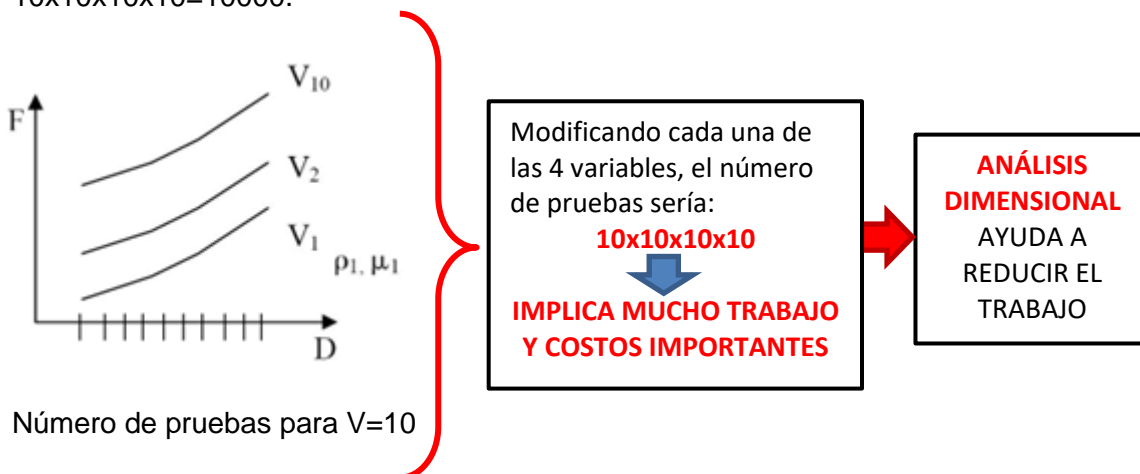
Se supone que la fuerza de arrastre F dependerá de la densidad del fluido o del medio en que se encuentra (ρ), de la viscosidad cinemática (μ), de la velocidad de la corriente (V), y del diámetro de la esfera (D). Por lo que podríamos expresar la ecuación general de la siguiente forma:

$$F = f(\rho, \mu, V, D)$$

Entonces debemos analizar cómo es la función f , para evaluar y conocer esta función se deberían seguir los siguientes pasos:

- Determinar la influencia de cada una de las 4 variables (ρ , μ , V , D) en F . Para esto se debe variar una de las variables mientras se mantienen fijos los valores de las 3 variables restantes.
- Repetir cada prueba al menos para 10 valores diferentes de la variable.

De esta manera si se analiza cómo varía F en función del tamaño del Diámetro para distintos valores de velocidad, tendremos que realizar 10 curvas con distintas velocidades, con 10 valores distintos de D en cada curva de velocidad. Por lo tanto el número de ensayos en este caso será de $10 \times 10 = 100$. Si se hace lo mismo con las otras dos variables, se tendrán entonces el siguiente número de ensayos: $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$.



FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 7 DE 14 HOJAS

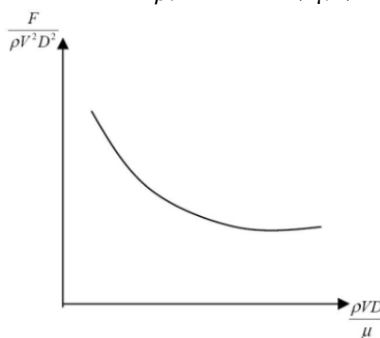
(valores de ρ , D y μ fijos!!!)

El **ANÁLISIS DIMENSIONAL** permite agrupar las variables implicadas en un fenómeno en **parámetros adimensionales**, y expresar el problema en términos de la relación funcional de estos parámetros.

En el caso anterior, solo hay dos parámetros adimensionales independientes, que como se verá después, son:

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} \quad y \quad \frac{\rho V D}{\mu}$$

Se puede entonces escribir la relación $\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$



La forma de la función **f** se puede determinar con mucho menos trabajo experimental, ya que se reduce en número de variables independientes (en este caso de 4 a 1). Para variar el parámetro independiente, es suficiente variar la velocidad de la corriente de fluido, y basta con usar solo un fluido (por ejemplo el aire) y un solo tamaño de esfera.

El **ANÁLISIS DIMENSIONAL** ha reducido el número de pruebas inicial de 10000 a 10

- **¿Qué es un parámetro adimensional?**

Un **parámetro adimensional** es un conjunto de variables agrupadas de tal forma que su dimensión es 1, es decir, no tiene dimensiones.

Cada una de las magnitudes utilizadas en hidráulica o mecánica de los fluidos está asociada con una dimensión física. Tenemos magnitudes;

- Magnitudes Fundamentales que son: Masa (M), Longitud (L) y Tiempo (T)
- Y Magnitudes derivadas que son: Velocidad (M/T), Presión (M/LT²) y Viscosidad (M/LT)

- **¿En qué se fundamenta el Análisis Dimensional?**

El Análisis Dimensional se fundamenta en el **Principio de Homogeneidad Dimensional (PHD)**, que establece que cualquier ecuación que describe un fenómeno físico debe ser dimensionalmente homogénea, es decir que debe cumplirse que:

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 8 DE 14 HOJAS

- 1) Las dimensiones en ambos lados de la ecuación deben ser las mismas.
- 2) Las dimensiones de todos los términos de la ecuación deben ser iguales.

Aplicando este Principio en la Ecuación de Bernoulli, tenemos:

$$H_T = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$$

Dividiendo por la cota (z), tenemos:

$$\frac{H_T}{z} = 1 + \frac{p}{z\rho g} + \frac{V^2}{2gz}$$

Analizando la expresión dimensional de esta ecuación quedaría:

$$\frac{H_T [L]}{z [L]} = 1 + \frac{p \left[\frac{MLT^{-2}}{L^2} \right]}{z\rho g \left[L \cdot \left(\frac{M}{L^3} \right) \cdot \left(\frac{L}{T^2} \right) \right]} + \frac{V^2 \left[\frac{L}{T} \right]^2}{2gz \left[\frac{L^2}{T^2} \right]}$$

El **Principio de Homogeneidad Dimensional** implica que:

- 1) Se pueden obtener parámetros adimensionales a partir de una ecuación teórica que relacione las variables que intervienen en un fenómeno físico dado.
- 2) La homogeneidad dimensional se podrá emplear para plantear las ecuaciones experimentales a resolver mediante el análisis dimensional.

- **Obtención de Parámetros Adimensionales y el Teorema Pi**

Para saber cuántos parámetros adimensionales hay en cada problema se puede aplicar el Teorema de Pi de Buckingham.

Teorema de Pi de Buckingham

“Existe un número de parámetros adimensionales independientes fijo para un problema dado, y es igual a la diferencia entre número total de variables menos el número de dimensiones fundamentales.”

Es decir :

$$I = N - R$$

Donde:

I: número de parámetros adimensionales independientes

N: número de variables implicadas en el problema

R: número de dimensionales fundamentales (Ej: Masa, Longitud, Tiempo)

Es importante mencionar que:

- 1) El teorema Pi sólo sienta la base teórica para afirmar que la reducción de N a R parámetros se puede hacer, pero no indica cómo hacerla, ni cuánto vale R. Ni siquiera existe una única reducción para cada problema.
- 2) El conjunto de parámetro adimensionales debe escogerse de manera que sean INDEPENDIENTES. Aunque existe un número fijo de estos parámetros para cada problema, éstos se pueden combinar formando nuevos parámetros también adimensionales, pero que en este caso NO serán independientes

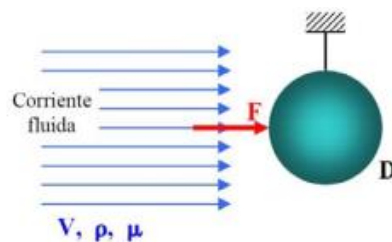
FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 9 DE 14 HOJAS

- ¿Cómo se aplica el Teorema Pi?

Para aplicar el Teorema de Pi, se debe:

- 1) Elaborar un listado con las variables significativas implicadas en el problema.
- 2) Calcular la expresión dimensional equivalente de cada una de las variables obtenidas en el punto 1.
- 3) Determinar las dimensiones fundamentales usadas en las variables del problema.
- 4) Determinar el número de parámetros adimensionales independientes en los que se pueden agrupar las variables del problema mediante el Teorema de Π .
- 5) Generar los parámetros adimensionales.
- 6) Comprobar que cada parámetro adimensional obtenido no tiene dimensiones

Ejemplo de cómo se aplica el Teorema de Pi para determinar los parámetros adimensionales formados con las variables involucradas en el flujo de un fluido sobre un cuerpo sólido de forma esférica.



1) Listado de variables significativas:

Fuerza de arrastre F , diámetro del cuerpo esférico D , densidad ρ , viscosidad μ y velocidad V del fluido. ($N=5$)

2) Expresión dimensionales equivalentes de cada variable:

Variable	Dimensiones
Fuerza	MLT^{-2}
Diámetro	L
Densidad	ML^{-3}
Viscosidad	$ML^{-1}T^{-1}$
Velocidad	LT^{-1}

3) Dimensiones fundamentales usadas:

DIMENSIÓN	SÍMBOLO
<i>Longitud</i>	L
<i>Masa</i>	M
<i>Tiempo</i>	T

$$R = 3$$

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 10 DE 14 HOJAS

4) Número de parámetros adimensionales independientes:

$$I = N - R = 5 - 3 = 2$$

5) Determinación de parámetros adimensionales

- La variable de estudio, **F**, puede ser expresada como función exponencial de las 4 restantes:

$$F = K \cdot \rho^a \cdot \mu^b \cdot D^c \cdot V^d \quad (1)$$

- La expresión dimensional de (1) es:
 $MLT^{-2} = (ML^{-3})^a \cdot (ML^{-1}T^{-1})^b \cdot L^c \cdot (LT^{-1})^d \quad (2)$

- Agrupando los exponentes de la misma base

$$MLT^{-2} = (M^{a+b})(L^{-3a-b+c+d})(T^{-b-d}) \quad (3)$$

- Igualando exponentes a ambos lados, se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = a + b \\ 1 = -3a - b + c + d \\ -2 = -b - d \end{array} \right.$$

- Resolviendo el sistema para a, d y c

$$a = 1 - b$$

$$d = 2 - b$$

$$c = 2 - b$$

- Sustituyendo en (1) y reagrupando

$$F = K \cdot \rho^{1-b} \cdot \mu^b \cdot D^{2-b} \cdot V^{2-b}$$

$$F = K \cdot \rho \cdot D^2 \cdot V^2 \cdot (\rho^{-1} \cdot \mu \cdot D^{-1} \cdot V^{-1})^b$$

$$\frac{F}{\rho \cdot D^2 \cdot V^2} = K \cdot \left(\frac{\mu}{\rho \cdot D \cdot V} \right)^b \rightarrow \text{Parámetros Adimensionales}$$

- **Parámetros Adimensionales en la Hidráulica**

La ley general de la Hidráulica se plantea como una función de las siguientes variables:

- Longitud (L),
- Velocidad (V),
- Fuerza (F),
- densidad (ρ),
- viscosidad (μ),
- módulo de compresibilidad (K),
- coeficiente de tensión superficial (σ),
- fuerza de gravedad (g),

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 11 DE 14 HOJAS

- tiempo (t),
- rugosidad (n) $\Rightarrow F_1(L, v, F, \rho, \mu, K, \sigma, g, t, n)$.

$$F_1(L, v, F, \rho, \mu, K, \sigma, g, t, n)$$

Estas variables pueden expresarse en función de las magnitudes fundamentales (M, L, T).

Aplicando el teorema π antes explicado obtenemos $10-3 = 7$ grupos adimensionales en los problemas de Hidráulica o Mecánica de los Fluidos, denominados números adimensionales y son:

Número de Newton (Ne) o de Euler (Eu)

Relaciona las fuerzas de inercia con las presión.

$$E = \frac{\rho L^2 v^2}{F}$$

Número de Reynolds (Re)

Relaciona las fuerzas de inercia con las de viscosidad. Las fuerzas de gravedad y tensión superficial son despreciables.

$$Re = \frac{Lv\rho}{\mu}$$

Este número adimensional es utilizado para definir la frontera entre régimen laminar ($Re < 2300$) y régimen turbulento ($Re > 2300$). En flujo a presión en tuberías, la longitud característica suele corresponder al diámetro (D) de la tubería.

Número de Cauchy (Ca) o de Sarrau-Mach (Ma)

Relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de compresibilidad

$$Ca = \frac{v}{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}$$

donde k es el módulo de compresibilidad.

También se puede interpretar como la relación entre la velocidad del fluido y la celeridad de una onda de presión. En gases se suele denominar como número de Mach (Ma), definiendo el flujo subsónico cuando el número de Mach es inferior a la unidad, y flujo supersónico en caso contrario. En fluidos incompresibles el número de Cauchy tiene valores muy pequeños, dado el alto valor del módulo de compresibilidad k.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 12 DE 14 HOJAS

Número de Weber (We)

Relación entre las fuerzas de inercia y la fuerza de tensión superficial. Se utiliza para conocer la importancia de la tensión superficial

$$We = \frac{v}{\sqrt[2]{\sigma/\rho L}}$$

Si el número de Weber es alto, se puede despreciar la tensión superficial.

Número de Froude (Fr)

Relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas gravitatorias, o también la relación entre la velocidad del fluido y la aceleración de las ondas de perturbación gravitatoria ($\sqrt[2]{gL}$.)

$$Fr = \frac{v}{\sqrt[2]{gL}}$$

Tiene mucha importancia en el estudio de canales, denominando régimen lento o subcrítico a aquel en el que el número de Froude es inferior a la unidad, y régimen rápido o supercrítico en caso contrario.

Número de Strouhal (Sh)

Utilizado en el estudio de frecuencias.

$$Sh = \frac{tv}{L}$$

Número adimensional de la rugosidad relativa, (n/L)

De esta forma, cualquier fluido puede ser relacionado a través de estos 7 grupos adimensionales a partir de la siguiente expresión monómica:

$$F(E, Re, Ca, We, Fr, Sh, n/L)$$

2.2 Semejanza o similitud hidráulica

El Principio de Semejanza hidráulica puede definirse como aquel que determina el comportamiento de una corriente de agua que circula libremente o por una conducción (sea o no forzada), conocido el funcionamiento de un sistema que guarde con el primero un cierta relación de semejanza. Este principio fue establecido, con toda generalidad, por Newton en sus Principios Matemáticos de la Filosofía Natural.

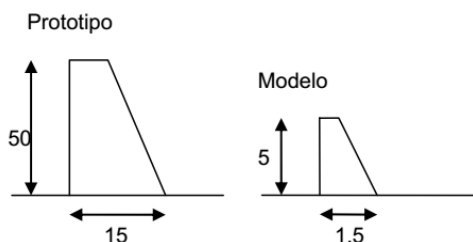
FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 13 DE 14 HOJAS

La teoría de la semejanza es una herramienta de análisis que orienta en la decisión de cómo construir o ensayar un modelo físico. Esta teoría pone en relación el modelo con el equivalente natural, prototipo, y analiza en qué sentido son semejantes.

La idea básica para relacionar el comportamiento hidráulico del prototipo con el modelo es la de semejanza, que puede ser geométrica, cinemática y/o dinámica. También se puede hablar de semejanza térmica y de semejanza en ciertas propiedades químicas, como concentraciones de sustancias o relaciones entre indicadores de la calidad del agua. A continuación, se definirá cada una de ellas.

2.2.1 Semejanza geométrica

Si las relaciones entre las magnitudes geométricas se mantienen constantes entre modelo y prototipo. Estas magnitudes son la longitud (L), el área (L²) y el volumen (L³).



Entonces, la relación entre las longitudes características del modelo y el prototipo deben mantenerse constantes:

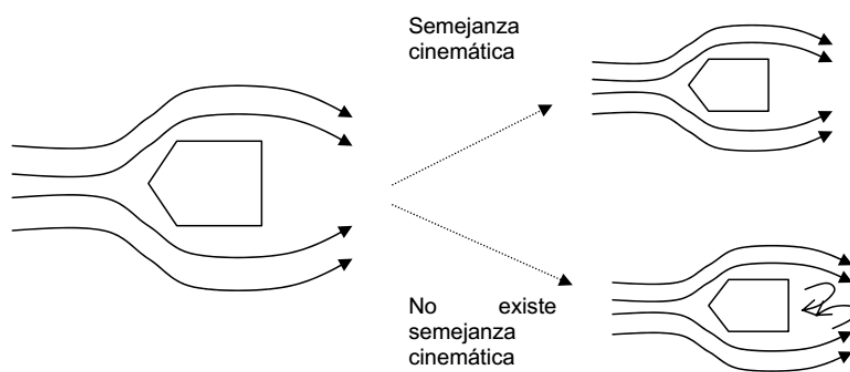
$$L_e = \frac{L_p}{L_m} = \frac{d_p}{d_m} = \frac{H_p}{H_m}$$

Donde los subíndices *p* y *m* hacen referencia a prototipo y modelo respectivamente, y λ_G es el coeficiente de semejanza geométrica.

2.2.2 Semejanza cinemática

Si las líneas de corriente en modelo y prototipo son semejantes.

La semejanza geométrica debe estar asegurada, y no deben aparecer en el modelo singularidades que no existan en el prototipo, como remolinos o fenómenos de tensión superficial.



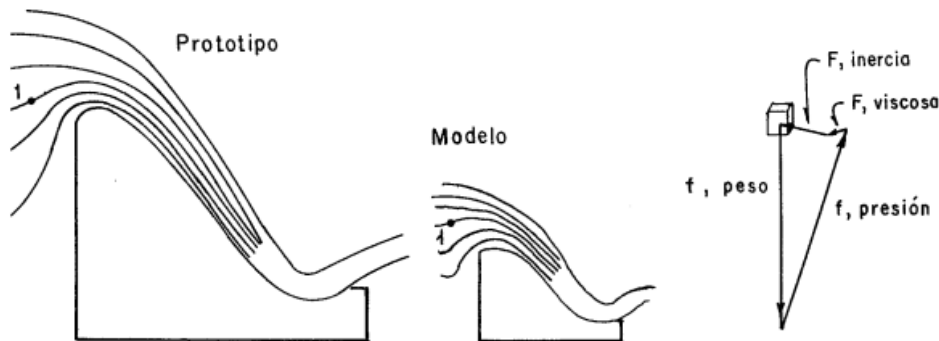
$$\frac{v_{yp}}{v_{ym}} = \frac{v_{zp}}{v_{zm}}$$

$$v_e = \frac{v_{xp}}{v_{xm}} =$$

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 1: MODELOS – SEMEJANZA HIDRÁULICA	HOJA Nº 14 DE 14 HOJAS

2.2.3 Semejanza dinámica

Existe semejanza dinámica si la distribución de fuerzas entre puntos correspondientes de modelo y prototipo es igual en dirección y sentido, y las relaciones en módulo también son iguales, para cualquier tipo de fuerza.



$$F_e = \frac{F_{xp}}{F_{xm}} = \frac{F_{yp}}{F_{ym}} = \frac{F_{zp}}{F_{zm}}$$

2.2.4 Semejanza térmica

Si los cocientes de las temperaturas entre dos puntos cualesquiera son iguales en prototipo que en los puntos correspondientes del modelo, hay semejanza térmica.

A veces conviene utilizar una temperatura de referencia, por ejemplo, a la salida de la descarga térmica, para simplificar el problema haciéndolo adimensional.

2.2.5 Semejanza química

Si los cocientes de las concentraciones de las sustancias o de alguna propiedad del agua entre dos puntos cualesquiera son iguales en prototipo que en los puntos correspondientes del modelo, hay semejanza química.

3 Bibliografía

- 1) Aldape Echávez, Gabriel. 1996. Introducción a los modelos hidráulicos de fondo fijo y a la Ingeniería Experimental. Universidad Autónoma de México. Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Asociación Mexicana de Hidráulica.
- 2) Galileo G. 1980. Dialogues Concerning the two New Sciences (1938), en Hutchins, R. M., Editor, Great Books of the Western World, vol. 2. Encyclopaedia Britannica Inc., Londres. Investigación y Ciencia, N°48.
- 3) Rouse H., Ince S.. 1957. "History of Hydraulics", Iowa Institute of Hydraulic Research, Iowa, EUA.