

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 1 de 16 hojas

1. Características generales del flujo en tubería.

Las características generales del flujo en una tubería pueden resumirse en este video.

<https://youtu.be/KxVYyD8kMRI>

Para los modelos el flujo en circuito cerrado es caracterizado por la ausencia de una superficie de agua libre, o por lo menos por la ausencia de los efectos de superficie, esta condición prevalece en el caso de flujo alrededor de un cuerpo profundamente sumergido.

- La ausencia de una superficie libre introduce una simplificación en la similitud, las fuerzas de gravedad están equilibradas, y la tensión superficial no está involucrada.
- Solo aparecen fuerzas viscosas e inerciales es el caso de flujo no permanentes con las fuerzas elásticas

Si dos sistemas tienen límites similares de la misma aspereza relativa, los flujos serán similares cuando los números de Reynolds sean iguales.

- En la mayoría de los casos es impracticable o imposible, colocar valores iguales de Reynolds, pero afortunadamente una similitud bastante completa puede ser obtenidos aproximando la igualdad.
- El problema más difícil en modelos de este tipo es lograr una verdadera representación de resistencia del prototipo.
- Los efectos de resistencia fluida en modelos de tuberías son presentados mejor refiriéndose al gráfico de resistencia en función del Re

El flujo a lo largo de un contorno puede tomar una de tres formas: (1) laminar, (2) turbulento en pared lisa y (3) turbulento en pared rugosa.

- Cuando el número de Reynolds de un prototipo es menor de 2000, como puede ser el caso de una canalización pequeña de un fluido relativamente viscoso como aceite, el movimiento será totalmente laminar.
- Si el movimiento es permanente y uniforme no serán involucradas fuerzas inerciales por lo cual se logrará similitud completa bajo todas las condiciones.
- Si el flujo es impermanente o variado, las fuerzas inerciales pueden ser importantes y el modelo debe diseñarse para tener el mismo Reynolds como en el prototipo.
- En la mayoría de modelo estudiados los Reynolds del prototipo varían de 1000000 a 20000000 que están más allá de la zona de la transición entre el laminar y el turbulento.
- En este rango de Reynolds la aspereza relativa de borde de prototipo es un factor controlado, en esto se determina cual de los dos tipos de resistencia de superficie prevalecerá.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 2 de 16 hojas

La similitud de Reynolds completa no sólo requiere que los coeficientes de resistencia de modelo y prototipo sean iguales sino también que el tipo de resistencia sea el mismo. Cuando los límites del prototipo son hidráulicamente lisos, los límites del modelo se hacen igualmente lisos pero sólo se obtendrán coeficientes de resistencia lisos e iguales si los números de Reynolds también son el mismo. Si el Reynolds del modelo es bajo, como a menudo lo es, la resistencia será desproporcionadamente alta en el modelo y puede ser ajustada según la teoría cuando la respuesta del prototipo sea predecible.

Cuando los límites o bordes del prototipo son relativamente rugosos, el modo de flujo generalmente será turbulento rugoso, que es caracterizado por un coeficiente de resistencia constante igual para la misma rugosidad relativa, a la del prototipo

Cuando el valor requerido de Re no puede obtenerse en el modelo (y normalmente no se puede), entonces el coeficiente de resistencia del prototipo puede reproducirse en el modelo haciendo al modelo relativamente más liso que el prototipo. Esta igualdad sólo existirá para un punto o zona de operación del modelo en particular, en la descarga o en el valor de R , porque el modelo tendrá un modo de flujo que difiere del prototipo. Para todas las otras descargas el coeficiente de resistencia será más alto o más bajo que el del prototipo, y los datos requerirán ajuste antes. Una vez construido el modelo se hacen mediciones en él de acuerdo con cierto plan. Los resultados dependerán, en gran parte, de la calidad y confiabilidad de estas mediciones así como de su procesamiento.

Aunque es muy deseable colocar una representación íntima de resistencia del prototipo con el modelo, la experiencia ha mostrado que la influencia de los errores causada por una diferencia en resistencia por fricción no afectará la validez de los resultados de modelo cuando Re para el modelo excede 1,000,000. En la mayoría de los estudios sobre modelo de problemas de la ingeniería que involucran compuertas, válvulas, transiciones, etc., los efectos inerciales, o los cambios en la magnitud o dirección de la velocidad, claramente están dominados por los efectos de resistencia de superficie. Las excepciones normalmente involucran largas longitudes de canalización o tuberías para la que la diferencia en coeficiente de resistencia produce diferencias

Pueden hacerse varios arreglos para compensar semejante condición. Por ejemplo, en una prueba de modelo de una obra de toma incluyendo la entrada, una canalización y una válvula o compuerta al final de la misma, el problema requiere normalmente estudio detallado de la entrada y de la válvula.

- Cuando la entrada es corta, la resistencia de la superficie es un factor menor y puede ignorarse seguramente. Reduciendo la rugosidad o disminuyendo la longitud pueden compensar las pérdidas de la fricción distorsionadas en el resto de la canalización. Estas modificaciones sobre la propia válvula serán despreciables.
- Otra manera de acercarse es considerar la tubería como una pertenencia para el solo propósito de proporcionar condiciones del acercamiento a la válvula. Entonces se

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 3 de 16 hojas

relacionan todos los datos en la válvula a las condiciones aguas arriba de la misma. Por ejemplo, el coeficiente de la descarga puede ser basado en el salto total a una sección aguas arriba en un diámetro de la válvula. Cuando la descarga del prototipo se predice, la carga correspondiente se computa sobre la base del conocimiento de la resistencia de la conducción.

1.1 Efectos de separación

Bajo condiciones en las que el flujo se separa de los bordes, la geometría de los mismos pierde su importancia primaria, y la similitud es principalmente dependiente en la acción dinámica del fluido.

La separación puede ocurrir cuando:

1. hay un cambio abrupto o discontinuidad de un borde,
2. las velocidades exceden aquéllas requeridos para la cavitación incipiente y,
3. la capa límite se extiende ante una pendiente de presión adversa

En el primer caso el punto de separación es fijo y será el mismo en modelo y en prototipo. La formación del remolino en el modelo no será demasiado diferente en el prototipo si los números de Re están en el mismo orden de magnitud.

Separación debido a la cavitación es un caso especial y el parámetro significativo para la similitud es el número de cavitación.

Pendientes de presión adversas (aquellos en que la presión aumenta en la dirección de flujo) cuando los contornos límites son divergentes. La separación ocurrirá a menos que la capa límite sea suficientemente turbulenta para resistir la pendiente de presión adversa. Las condiciones que determinan la situación del punto de separación son complejas, ello incluye la geometría, rugosidad de los contornos, el Reynolds y la turbulencia del flujo

Es más, un cambio pronunciado en punto de separación ocurre a menudo cuando la capa límite cambia de tipo laminar a turbulento. Si un modelo se opera a velocidades elevadas para asegurar turbulencia de la capa límite, la distorsión en la situación del punto de separación será pequeña. En el caso de flujo alrededor de un obstáculo, la capa límite será generalmente turbulenta si los valores de R son superiores a 500,000. Sólo en el caso cuando la aspereza relativa y los números de Reynolds sean iguales en modelo y en prototipo define que el punto de separación en los bordes de curvatura se localizará semejantemente.

Es práctica adecuada variar las velocidades encima de una amplia gama en el modelo para hacer prevalecer la capa límite turbulenta. Esto puede ser descubierto por un cambio definido en la distribución de presión cuando la capa cambia de laminar a turbulento

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 4 de 16 hojas

2. Cavitación

Los instrumentos para medir pueden tener característica estáticas o dinámicas.

2.1 Características Estáticas

Las características estáticas de un sistema se obtienen por medio de un proceso llamado calibración estática.

2.1.1 Calibración estática

La calibración estática consiste en encontrar la respuesta del instrumento, manteniendo constante todas las variables de entrada, menos una.

De esta manera, se obtiene la calibración estática del sistema para esa variable, en el rango en que se varió. Al repetir este proceso y cambiar cada vez una sola variable, se tendrá una serie de relaciones de entrada-salida que permiten describir, por medio de una superposición adecuada, el comportamiento estático del sistema.

Los conceptos y características estáticas más significativos, usados en la práctica, son los siguientes:

2.1.1.1 Error.

Es la diferencia entre la medición y el valor real. En forma práctica, puede considerarse el valor real como el obtenido con un instrumento de mucha mayor precisión y exactitud que el que se está utilizando.

2.1.1.2 Exactitud.

Es un término relacionado con la media de mediciones repetidas. Si esta media coincide con el valor real que deseamos medir, el sistema es exacto. :

2.1.1.3 Precisión.

Está relacionado con la dispersión o variancia de las mediciones; si éstas se hallan agrupadas, el instrumento o sistema será preciso. Los sistemas podrán tener diferentes características: ser exacto y preciso, situación ideal; exacto y poco preciso, lo que se puede corregir aumentando el número de mediciones (aunque esto pronto se hace incosteable); inexacto y preciso, lo que se corrige con una calibración; y, lo más grave, inexacto y poco preciso, que hace necesario replazar el sistema de medición.

2.1.1.4 Sensibilidad estática.

Es la pendiente de la curva de calibración, o sea, el cociente de la señal de salida entre la de entrada.

2.1.1.5 Linearidad.

Es una medida de la desviación de los puntos de la calibración con respecto a una línea recta.

2.1.1.6 Umbral.

Es el valor mínimo de la señal de entrada para que se detecte algún efecto en la señal de salida.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 5 de 16 hojas

2.1.1.7 Resolución.

Es el incremento mínimo que se le debe dar a la señal de entrada para que aparezca algún cambio en la salida.

2.1.1.8 Histéresis.

Cuando en un sistema la señal de entrada se incrementa lentamente hasta un valor máximo y después se regresa, también lentamente, a cero; puede suceder que debido a la fricción interna o amortiguamiento de las partes, las curvas de carga y descarga no coincidan.

A continuación, se presentará el funcionamiento dinámico de los sistemas de medición.

2.1.2 Funcionamiento dinámico

En el caso más general es común aceptar que la función que liga a la señal de entrada con la de salida es una ecuación diferencial lineal ordinaria con coeficientes constantes.

Aunque esta ecuación puede ser de orden n , aquí se considerarán sólo los sistemas de cero, primero y segundo orden, que frecuentemente ocurren en la práctica.

2.1.2.1 Instrumento de Orden Cero

La lectura de salida es proporcional a la señal de entrada sin ninguna distorsión, atraso o defasamiento. Aunque esta condición es ideal, hay sistemas sencillos que se aproximan lo suficiente como para poder usar este modelo.

La ecuación se define como

$$S/E=k \quad (1)$$

Donde:

$k = \text{sensibilidad estática}$

Obsérvese que las unidades de S y de E pueden ser diferentes por lo que k deberá tener las unidades que sean necesarias, o sea

$$[k]=[S]/[E]$$

Ejemplos: potenciómetro de desplazamiento (reóstato) y pantógrafo.

2.1.2.2 Instrumento de Primer Orden

Ahora la lectura de salida tiene un defasamiento con respecto a la entrada. Dicho defasamiento depende de la constante de tiempo: si ésta es cero el instrumento responderá instantáneamente, o sea, como un instrumento de orden cero; si la constante es grande, con respecto a la variación de la señal de entrada, el sistema tendrá mucha inercia y provocará atrasos, por lo que la señal de salida puede ser muy diferente a la de entrada.

Ejemplos: termómetro de bulbo, piezómetro, tubo de Pitot y tubo de Prandtl.

En este caso, la relación general entre la señal de entrada, E, y la de salida, S, o sea la función de transferencia operacional del sistema, está dada por

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 6 de 16 hojas

$$\frac{S}{E} = \frac{k}{\tau D + 1}$$

Donde

D : significa d/dt , 1/s

k sensibilidad estática $[S]/[E]$

τ constante de tiempo, s

2.1.2.3 Instrumento de Segundo Orden

En este caso, el sistema o instrumento es sensible no sólo a la primera derivada de la señal, como en el de primer orden, sino a la rapidez de variación de ésta, o sea, a su segunda derivada también. Ahora la función de transferencia está dada por

$$\frac{S}{E} = \frac{k}{\frac{D^2}{\omega_0^2} + \frac{2\varepsilon D}{\omega_0} + 1}$$

Donde:

D^2 segunda derivada en el tiempo

ω_0 frecuencia natural, rad/s

ε amortiguamiento, adimensional

D : significa d/dt , 1/s

k sensibilidad estática $[S]/[E]$

Ejemplos: dinamómetro de resorte, celdas de presión.

3. Variables

A continuación, se presenta la forma de medir cuatro de las variables que más aparecen en modelos: tirante, presión, velocidad y gasto.

3.1 Medición del Tirante

En modelos es frecuente tener que determinar el nivel del agua: En los casos donde este nivel no se requiere con mucha precisión se puede colocar una escala vertical o inclinada un cierto ángulo conocido con ella determinar las profundidades. Sin embargo, es común que se requiera mayor precisión por lo que es necesario usar limnímetros (Fig. 2).

Para tranquilizar al agua y en algunos casos, facilitar el acceso al limnómetro es costumbre colocar éste en botes conectados, por medio de una manguera, al lugar donde se quiere medir el nivel. Este arreglo amortigua las oscilaciones del agua por lo que, si la medición es dinámica, hay que tomar en cuenta este efecto.

— El limnómetro tiene un Vernier que permite hacer lecturas con una aproximación de décimas de milímetro. Las puntas que están en contacto con el agua son de dos tipos: rectas o en gancho. Las puntas rectas se utilizan cuando es posible observar el flujo lateralmente y las de gancho cuando sólo se puede observar el agua desde arriba, por

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 7 de 16 hojas

ejemplo, cuando está el limnómetro dentro de un bote tranquilizador. La técnica para medir consiste en ir bajando la punta recta hasta que esté en el plano del agua, descontando el menisco. En el caso de punta en gancho se sumerge ésta en el agua y se va subiendo lentamente hasta que al dar le un golpecito al bote -lo que genera pequeñas ondas capilares- se percibe un punto oscuro en el reflejo del agua.

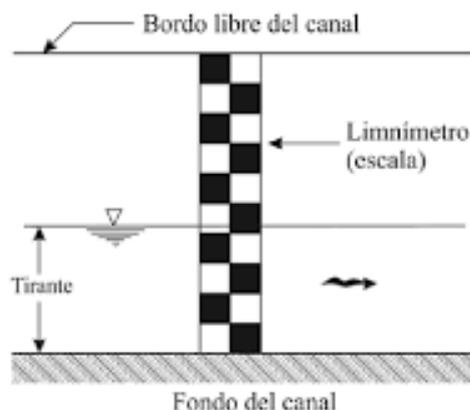
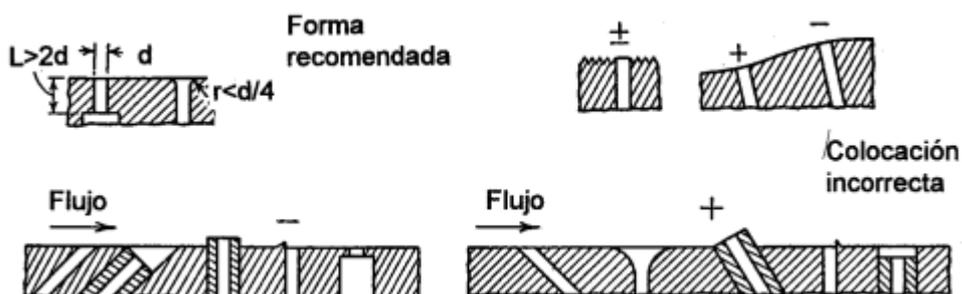


Fig. 2: Limnómetro en un río para medir el caudal

Es importante verificar que el limnómetro esté vertical y determinar el nivel de referencia con cuidado, pues si está mal, toda la medición estará equivocada; también hay que cuidar que en el punto del modelo donde se conectó la manguera, el flujo sea paralelo a la pared donde esté el orificio, para que no haya efecto dinámico del agua en la medición.

A veces es necesario medir los tirantes en puntos específicos de acceso difícil. En este caso, se utilizan piezómetros que registran la presión estática, proporcional al tirante, en el sitio indicado. El piezómetro consiste en una pequeña perforación de 1 mm a 0.5 mm de diámetro, en la pared del modelo conectado a una manguera que permite leer el nivel de agua en su interior. En la figura 3 se muestra cómo la forma de la perforación modifica a la presión medida -en más o menos-, por lo que hay que hacerla cuidadosamente. Como el agua tiende a subir por capilaridad en función principalmente del diámetro interior de la manguera, se deben hacerlas correcciones por este concepto (3).

Es importante evitar los errores de paralaje por lo que hay que hacerlas lecturas en el mismo nivel que el del agua o utilizar cursores que eviten este problema.



FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 8 de 16 hojas

Figura 3: Forma recomendada para el orificio del piezómetro y errores en la medición por apartarse de las reglas.

3.2 Medición de Presión

Además de los piezómetros descritos en la sección anterior, que se usan también para medir la presión en conductos cerrados, y de manómetros de comportamiento similar, se emplean celdas de presión que permiten hacer mediciones dinámicas muy precisas aun de fenómenos con variaciones rápidas en el tiempo. Estas celdas son usualmente de dos tipos: de diafragma de desplazamiento y de cristal de cuarzo, y se pueden colocar a ras del conducto donde se desea hacer la medición o conectarla por medio de un tubo al punto donde se desea medir. Las celdas de diafragma se basan en el desplazamiento que sufre su centro debido a los cambios de presión, el cual se convierte en una señal eléctrica. Su rango varía desde prácticamente 0 hasta 70 kg/cm², su frecuencia natural es de 3500 a 25000 ciclos por segundo y su área sensora tiene un diámetro de 1 a 3 cm.

3.3 Medición de Velocidad

La medición de velocidad en los modelos hidráulicos generalmente se hace con tubo de Pitot, tubo de Prandtl o micromolinete. Aunque también se han desarrollado anemómetros de hilo y de placa térmica, y anemómetros ópticos Laser-Doppler.

El tubo de Pitot se coloca alineado con la corriente (Fig.4). La altura a la que sube el agua, h, con respecto a la superficie libre del escurrimiento en ese punto da la carga de velocidad y de ahí se puede obtenerla velocidad con la fórmula.

$$v = C \cdot \sqrt{2gh}$$

donde C: es una constante que depende del instrumento pero que usualmente se considera uno.

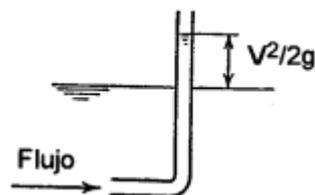
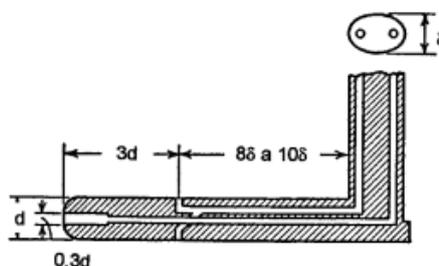


Figura .4 Tubo de Pitot

Un instrumento más conveniente, sobre todo en conductos a presión es el tubo de Prandtl.



FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 9 de 16 hojas

Figura 5: Tubo de Prandtl

3.4 Medición de Caudal o Gasto

Aunque para medir caudales generalmente se usan vertederos de diversas formas, se pueden usar molinetes (Fig. 6) que al girar miden la velocidad; o simplemente se mide el volumen en un cierto tiempo y se obtiene el caudal dividiendo estos dos valores (Fig. 7).

Los vertederos más utilizados son los de cresta delgada, en bisel, hechos de lámina de no más de 2 mm de espesor. La altura de la cresta desde el fondo del canal w debe ser menor de 30 cm o dos veces la altura del agua sobre la cresta del vertedor, h . Para caudales menores de 200 l/s se recomiendan vertederos triangulares de 90° de vértice, y rectangulares para caudales mayores.



Figura 6: Medida de caudal con molinete, que a través de su rotación se calcula la velocidad.

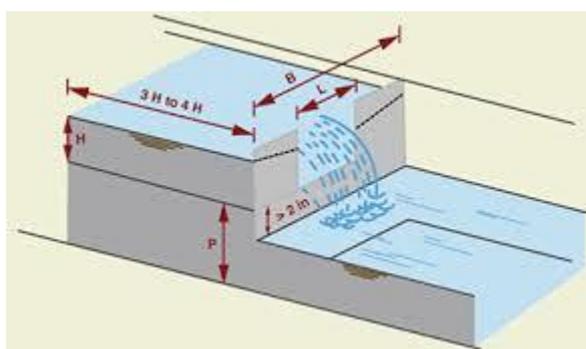


Figura 7: Medida de caudal con vertedero rectangular y método volumétrico.

4. Procedimiento Experimental

Al hacer un experimento, o serie de ensayos con el mismo propósito, es importante seguir los siguientes pasos:

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 10 de 16 hojas

- Planear el experimento
- Controlar las variables
- Tomar datos adecuados
- Detectar los problemas
- Interpretar los resultados.

En la planeación, además de considerar la factibilidad y el costo, se decide un programa que con mínimo esfuerzo provea máxima información.

Para esto, es esencial tener control sobre las variables independientes, es decir, poder asignarles valores prefijados con cierta aproximación y mantener esos valores durante el ensayo. Para lograrlo, así como para cuantificar la o las variables dependientes, se necesita tomar datos suficientemente exactos haciendo mediciones que sean confiables y precisas. Aun midiendo con todo cuidado, y sobre todo en experimentos no tradicionales, es común que se presenten problemas y errores los que hay que detectar para corregirlos o tomarlos en cuenta. Finalmente, los datos obtenidos se interpretan para poder llegar a resultados provechosos.

Para lo anterior es necesario conocer, cuando menos, los conceptos básicos de análisis de errores y de planeación de experimentos, los cuales se presentarán a continuación.

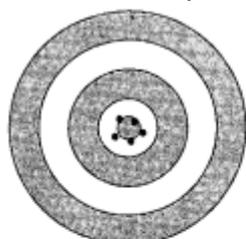
4.1 Análisis de los errores

En cualquier medición es de esperarse una diferencia entre ella y el valor real. Esta diferencia, o error total, puede descomponerse en tres partes:

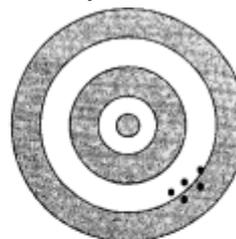
- error accidental,
- de exactitud (sistemático) y,
- de precisión.

El primero se debe a errores humanos o de mal funcionamiento del equipo, y para evitarlo deben hacerse las observaciones con cuidado, repitiendo las lecturas, así como comprobar el funcionamiento del equipo de ser posible antes y después de cada ensayo. Esta clase de error no es fácil de analizar por lo que las observaciones erróneas hechas por el observador deben descartarse utilizando, por ejemplo, el criterio de Chauvenet que se explicará más adelante.

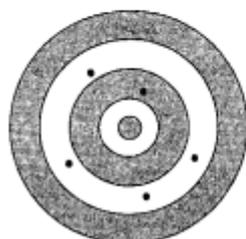
El error de exactitud o sistemático, dado que se repite en cada medición, por lo que no disminuye aunque se aumente el número de observaciones, está relacionado con la media de los valores experimentales. En las figuras 8 y 9 se muestran los diferentes tipos de errores.



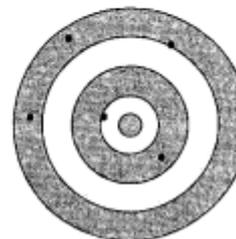
exacto-preciso



inexacto-preciso



exacto-impresiso



inexacto-impresiso

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 11 de 16 hojas

Figura 8: Errores de exactitud y de precisión

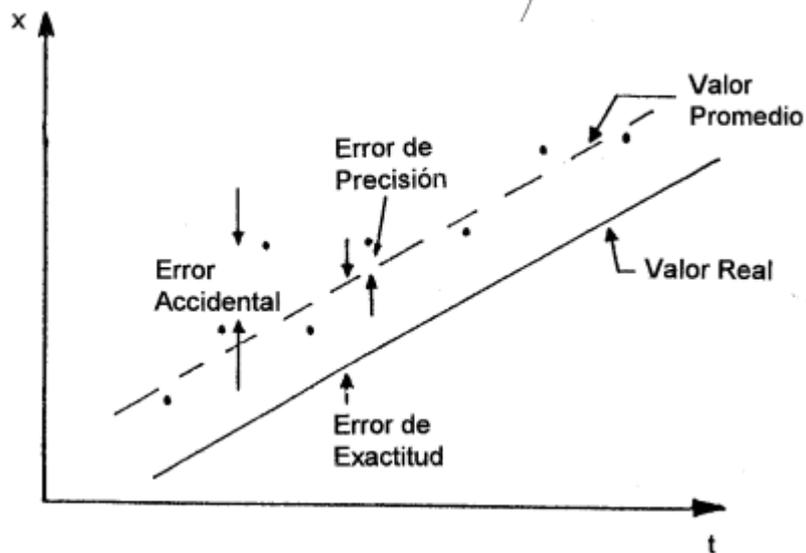


Figura 9: Errores accidental, de exactitud y de precisión

Para determinar el error de exactitud y eliminarlo, es necesario calibrar el instrumento o sistema de medición utilizando una instalación que dé valores conocidos. Por ejemplo, para calibrar una celda de presión se puede conectar a un tubo donde, por medio de mercurio o agua, se le apliquen presiones conocidas. Si se hace una gráfica como la mostrada en la figura 10, se puede encontrar la corrección que permita obtener el valor real en las lecturas subsecuentes.

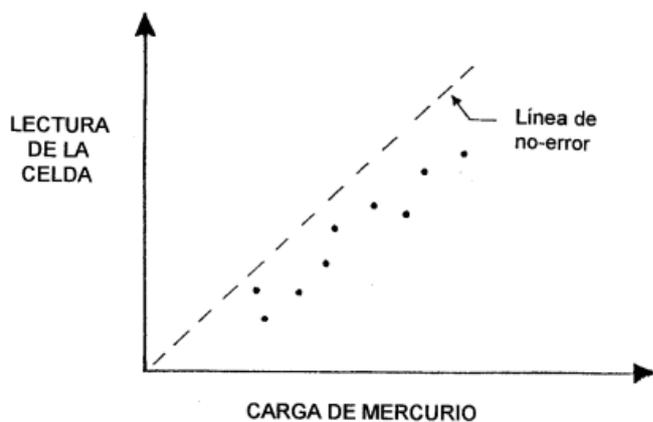


Figura 10: Calibración de una celda de presión

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 12 de 16 hojas

Es recomendable, cuando menos, hacer dos calibraciones, una antes de hacerla experimentación y otra al terminarla. El error de precisión es un error debido a las variaciones aleatorias inherentes al proceso de medición y se puede reducir repitiendo varias veces las lecturas. Está relacionado con la dispersión de los datos, o sea, su varianza y es en general el de mayor interés. Aunque se puede reducir aumentando el número de lecturas, esto puede ser incosteable.

4.2 Propagación de Errores

En un ensayo donde intervienen varias mediciones, cada una aporta cierto error y este error se propaga hasta que aparece en el resultado dependiendo de la relación funcional entre las variables. Así, si una de ellas aparece con un exponente grande, su error se amplifica y será mayor que si el exponente es pequeño.

Si se tiene una función

$$R = f(x, y, \dots)$$

Donde:

R es el resultado final y,

(x, y, \dots) son las variables que pueden tener un cierto error de precisión: e_x, e_y, \dots el error final estará dado por

$$e_r = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 e_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 e_y^2 + \dots \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Donde $\frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial R}{\partial y}, \dots$ se calculan para el punto donde interesa encontrar el error.

Veremos un ejemplo:

- Qué error tendrá la n de Manning, si se tienen los valores

$$R = 2 \pm 0.05 \text{ m}$$

$$i = 0,001 \pm 0,00003$$

$$v = 0,40 \pm 0,05 \text{ m/s}$$

y la fórmula es:
$$n = \frac{R^{2/3} i^{1/2}}{v}$$

si se sustituyen los valores en la fórmula, se obtiene; $n = 0,125$

Por otra parte, las derivadas parciales valdrán

$$\frac{\partial n}{\partial v} = \frac{R^{2/3} i^{1/2}}{v^2} = -0,3137$$

$$\frac{\partial n}{\partial R} = \frac{2}{3} \frac{i^{1/2}}{v R^{1/3}} = 0,04183$$

$$\frac{\partial n}{\partial i} = \frac{1}{2} \frac{R^{2/3}}{v i^{1/2}} = 62,7476$$

por lo que aplicando la ecuación (2) queda

$$e_n = [(-0,3137)^2 (0,05)^2 + (0,04183)^2 (0,05)^2 + (62,7476)^2 (0,00003)^2]^{1/2}$$

$$e_n = 0,016$$

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 13 de 16 hojas

así que n valdrá
 $n=0,125 \pm 0,016$

4.3 Planeación del Experimento

Para ahorrar tiempo, reducir los errores y obtener mayor información es conveniente planear el experimento antes de iniciarlo. Usualmente el esfuerzo que se dedica a la planeación es una magnífica inversión que evita repeticiones y que ayuda a aclarar el problema.

En medición existen dos consideraciones importantes que frecuentemente se presentan y que son ¿con qué espaciamiento se debe de medir? y ¿con qué orden o secuencia se debe hacer? Esto se tratará a continuación.

4.3.1 Número de puntos experimentales

Aunque es difícil determinar un número óptimo de puntos, generalmente es fácil determinar un número de puntos que nos permiten obtener la información con la precisión deseada sin que esto sea demasiado caro.

Como la precisión de una medición mejora lentamente puesto que es proporcional a la raíz cuadrada del número de mediciones (o sea, si se tiene cierta precisión con cuatro mediciones, para duplicarla, sería necesario hacer 16 mediciones), es frecuente que pronto sea incosteable seguir aumentando el número de mediciones por lo que hay que conformarse con el menor número de ellas que den resultados aceptables.

En modelos hidráulicos se puede considerar como un buen resultado aquel que tiene un error menor o igual a 5% y aceptable si es menor de 10% así que, en general, no es necesario obtener un gran número de puntos que pueden, incluso, hacer confuso el resultado.

4.3.2 Espaciamiento de los puntos experimentales

Para este espaciamiento hay que tomar en cuenta dos factores:

1. La precisión que se requiere en las diferentes regiones del experimento, por ejemplo, si para valores bajos de las variables, la dispersión es proporcionalmente mayor que para valores altos, convendrá hacer más mediciones en esa zona. Para cuantificar esto se pueden usar las técnicas expuestas en análisis de errores.
2. La forma de la función experimental. Hay que considerar la forma de la función que sugieren los datos. Si ésta es complicada, con varios quiebres y cambios de dirección, será necesario tener más puntos. Si es sencilla, por ejemplo, una recta o una curva suave, con relativamente pocos puntos se puede determinar.

A veces, el experimentador tiene una idea de cómo va a ser la curva aun antes de iniciar los ensayos, entonces puede utilizar un espaciamiento tal que los puntos queden, más o menos, a igual distancia unos de otros sobre la curva (no en el eje de las abscisas) (Fig. 11).

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 14 de 16 hojas

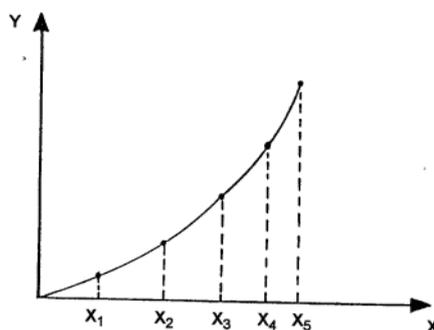


Figura 11: Igual espaciamiento a lo largo de la curva.

Para hacer esto se puede trazar la curva en forma aproximada entre los valores máximos y mínimos que se piense medir y espaciar los puntos a ojo. Si se desconoce la curva se pueden medir unos cuantos valores en todo el rango y con ellos trazarla, en forma preliminar, para poder hacer el espaciamiento.

4.3.3 Orden o secuencia de la medición

La secuencia más recomendable es la aleatoria aunque con ella se tenga mayor dispersión, ésta será alrededor del valor real y se evitarán las tendencias instrumentales, naturales y humanas que puede haber.

Para hacer la secuencia aleatoria se hace una lista de los puntos experimentales que se piensa hacer y a cada uno se le asigna un número aleatorio, como los dados en la tabla 10.1, y dependiendo del número que le toque así será el orden de ejecución de la medición.

En experimentos más complejos, por ejemplo aquéllos donde entran varios factores, puede ser necesario recurrir al diseño de experimentos que requiere conocimientos de inferencia estadística, y que es una ciencia en sí. En la referencia.[3] se pueden ver planes experimentales clásicos, de cuadrado latino y greco latino, de bloques aleatorios, etc., que se salen de los alcances de este trabajo; sin embargo, es conveniente manejarlos con cuidado y no tratar de ajustar el experimento al plan experimental, o de aplicar planes que no satisfacen las condiciones para los que fueron desarrollados.

4.4 Criterio de Chauvenet

Para rechazar puntos disparados, muchas veces consecuencias de errores accidentales, se puede utilizar el criterio de Chauvenet que consiste en lo siguiente: se rechazan los puntos con probabilidad de ocurrir menor que $(1/2n)$, donde n es el número de puntos.

Para aplicar el criterio anterior hay que tomar en cuenta lo siguiente:

1. Se debe aplicar el criterio una sola vez.
2. No se debe aplicar en puntos extremos de la medición pues puede ocurrir que la función cambie de naturaleza. Es decir, sólo se recomienda para puntos intermedios.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 15 de 16 hojas

Se verá un ejemplo para ilustrar su aplicación.

Ejemplo, se tienen 8 mediciones de una misma velocidad

2,3 m/s 2,4 m/s

2,2 m/s 2,2 m/s

2,3 m/s 2,6 m/s

2,0 m/s 2,2 m/s

¿se debe rechazar algún punto?

Solución:

Se encuentra la media, la desviación estándar y $(1/2n)$

$n=8$ $\bar{x} = 2,275$, $S_x = 0,175$, $(1/2n) = 0,0625$

Se encuentra la distancia desde la media que corresponde a una probabilidad normal de 0,0625 (Ver tabla 1)

$$1 - \frac{0,0625}{2} = 0,96875 \quad \text{que es } 1,869.$$

Como $S_x = 0,175$, la distancia será $(0,175 \times 1,869) = 0,327$, por lo que se rechazarán los puntos que caigan fuera del rango

$$2,275 + 0,327 = 2,602$$

$$2,275 - 0,327 = 1,943$$

Todos los valores están comprendidos en este intervalo, entonces no se rechaza ninguno.

Si los puntos experimentales siguen una cierta ley, primero se les ajusta alguna recta o curva con mínimos cuadrados, luego se encuentra la desviación estándar con respecto a ella y finalmente la franja fuera de la cual se rechazarán los puntos.

5. Bibliografía

Doebelin E., "Measurement Systems: Application and Design", Mc. Graw Hill, 4a ed., USA, 1990.

Baker G., Gollub J., "Chaotic Dynamics: an introduction", Cambridge University Press, New York, 1990.

Kline S. J., McClintock F. A., "Describing Uncertainties in Single Sample Experiments", Mech. Eng., Enero, 1953.

Schenck H., "Theories of Engineering Experimentation", McGraw Hill, New York, 1961.

Miller J., Freund J. E., "Probability and Statistics for Engineers", Prentice Hall, New Jersey, 1965

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	HIDRÁULICA EXPERIMENTAL	
4º AÑO INGENIERÍA CIVIL	UNIDAD 4: MODELOS EN CIRCUITOS CERRADOS - TUBERÍAS	Hoja Nº 16 de 16 hojas

Tabla 1: Función de Probabilidad

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998