

# LA MODELACIÓN FÍSICA EN LAS OBRAS HIDRÁULICAS

Cristóbal Mateos.<sup>1</sup>

## Resumen:

Los modelos físicos en obras hidráulicas se caracterizan por ser entidades más accesibles y fáciles de manejar que un proceso hidráulico real. Muestran un comportamiento suficientemente aproximado a estos procesos, de tal forma que los técnicos sean capaces de prever qué pasará en el prototipo en situaciones de particular interés mediante observación del comportamiento del modelo.

Además de presentar el modelo mental como base para el resto de los modelos, los modelos matemáticos y analógicos se caracterizan por estar basados en su capacidad de resolver el sistema de ecuaciones que gobierna el proceso objeto de estudio. La resolución del sistema de ecuaciones se lleva a cabo mediante herramientas estrictamente matemáticas en los modelos matemáticos, mientras que en los analógicos se utiliza un objeto físico. En éstos últimos, el comportamiento de tales objetos, en aquellos aspectos que son de interés, es gobernado por las mismas ecuaciones que en el prototipo. En lo que concierne a un modelo físico o reducido, se caracteriza por la utilización de una réplica a escala del proceso del prototipo. La mayor parte de este artículo se centra en éstos últimos modelos.

**Palabras clave:** modelo, prototipo, semejanza hidráulica, obras hidráulicas, instrumentación.

## Introducción

La finalidad de un modelo es obtener una representación de un determinado proceso o situación. Naturalmente se pretende que esta representación se realice obteniendo alguna o algunas ventajas sobre la ejecución directa del acontecimiento: costo reducido, menor tiempo, visión más global, mejor calidad de información, etc. Los modelos son medios para analizar un posible acontecimiento por medio de otro y están basados en el concepto de semejanza. Para que el planteamiento de un modelo tenga sentido ha de haberse admitido que hay “algo” que obliga a que a una determinada evolución del prototipo se le asocie otra determinada del modelo y que conocida esta última se pueda conocer la primera. Para que el modelo sea eficaz no basta la mera voluntad de representación, es precisa una certidumbre de que realmente existe una correlación entre el prototipo y el modelo, al menos en los aspectos considerados relevantes.

Sobre esta idea de modelo se debe de aceptar que éstos son tan antiguos al menos como la magia analógica. Aún en épocas tan remotas, algunos modelos materiales tuvieron un cierto éxito, en construcción desde luego, pero también en hidráulica, siempre sobre la base del acierto en el modelado de los aspectos relevantes y ciertamente sin disponer de conceptos ahora básicos como inercia, presión, aceleración o con otros pobremente desarrollados como fuerza o velocidad.

En el largo avance desde esos estadios primitivos hasta la situación actual, han sido necesarios progresos en varias líneas. En primer lugar, en nuestro conocimiento sobre la naturaleza de las leyes físicas para delimitar qué aspectos influirían en los comportamientos del prototipo y del modelo. En segundo lugar, sobre las leyes concretas que rigen en uno y en otro para dilucidar si se puede establecer una analogía eficaz entre ambos. En tercer lugar, mejorando los medios e instrumentos

<sup>1</sup> Laboratorio de Hidráulica del CEM. CEDEX. Madrid, España.

de medida, especialmente en el modelo, para obtener resultados cada vez más amplios y precisos, pero también en el prototipo para corroborar el grado de acierto de los modelos y acotar la fiabilidad de los posteriores. Este camino está lejos de haber acabado y los frentes de investigación abiertos son numerosos.

El primer modelo, tanto históricamente como por ser la base de todos los demás es el modelo mental. Esto es, la imagen que en la mente del analista se forma sobre los elementos del problema en estudio y de sus interrelaciones. En ocasiones este modelo, tal vez con el apoyo de unos simples cálculos o de una intuición estática o motriz, ha sido suficiente para resolver la cuestión planteada. Para avanzar en cuestiones más complejas, y aún basándose en éste, se ha de recurrir a otros tipos de modelos, pero sabiendo también que esos modelos son una nueva realidad que contribuye a ir depurando la imagen mental y consecuentemente a la formación de una intuición hidráulica.

Separados estos modelos mentales, en hidráulica se habla fundamentalmente de tres tipos de modelos:

a) Matemáticos, en los que en definitiva se pretende la resolución matemática (normalmente por vía numérica, aunque vale la analítica si es posible) de las ecuaciones que rigen el problema, y que por tanto se suponen suficientemente bien conocidas, así como las correspondientes condiciones iniciales y de contorno.

b) Analógicos. En ellos también se necesita el conocimiento de las ecuaciones y condiciones que rigen el proceso. Pero en vez de proceder a su resolución matemática, se aprovecha de la eventual existencia de otro dominio que se pueda acondicionar para estar regido exactamente por las mismas ecuaciones. Aquí la correspondencia se establece entre magnitudes diversas del modelo y el prototipo, que jueguen el mismo papel en cada una de las ecuaciones, y deben de adaptarse las unidades de medida (o alternativamente introducir proporciones fijas de correspondencia) para que las ecuaciones, así como en su caso las condiciones iniciales y de contorno, queden formuladas de forma idéntica en modelo y prototipo.

c) Físicos o reducidos. En rigor con este nombre se identifica un caso especial de los analógicos. En estos modelos el flujo se pretende a su vez simular con un fluido, si bien las dimensiones

y otras magnitudes del modelo son por lo general bastante menores que las del prototipo, pero guardando con las de éste unas proporciones, fijas en cada modelo y características de cada magnitud, llamadas escalas. Lo especial de estos modelos es que la certidumbre de que las ecuaciones que rigen modelo y prototipo son las mismas, puede adquirirse sin conocerlas al detalle.

Además de estos modelos están los modelos híbridos formados ensamblando modelos parciales, p.e. físico y matemático.

Las consideraciones de este artículo se centran en los modelos físicos y sus relaciones con los otros tipos de modelo.

### La semejanza hidráulica

Como en todo modelo, también en los modelos físicos reducidos ha de partirse no solo, por supuesto, de un prototipo, sino también de un concepto de lo que en este es relevante a los efectos de la modelización. A partir de ese punto se trata de obtener el modelo en el que las correspondientes magnitudes queden reproducidas a las escalas apropiadas.

Desde un punto de vista hidráulico restringido (fluido homogéneo en contorno fijo), que se irá ampliando, esas magnitudes son

a) Geométricas: Longitudes, Areas y Volúmenes con sus formas.

b) Cinemáticas: tiempos, velocidades, aceleraciones, caudales.

c) Dinámicas: Masas, Fuerzas, presiones, pesos específicos, cantidades de movimiento, energías, tensiones superficiales, densidades, viscosidades.

El problema fundamental es el de cómo elaborar el modelo para que con las escalas apropiadas mantenga un comportamiento que reproduzca fielmente el del prototipo. Aunque no se volverá a discutir aquí sobre ello ha de tenerse muy presente que para poder construir el modelo, las consideraciones sobre su fiabilidad han de complementarse con otras que son características del correspondiente laboratorio: espacio disponible, capacidad de bombeo, equipos de medida, observación y control necesarios, personal especializado para construirlos y operarlos, etc.

Dos herramientas teóricas se utilizan preferentemente a la hora de concebir un modelo físico: el análisis dimensional y el análisis inspeccional

también llamado ecuacional, cada cual con sus ventajas e inconvenientes.

Dos son las ideas centrales del análisis dimensional:

a) Las ecuaciones tal vez desconocidas que rigen un fenómeno, y aquí en concreto un proceso hidráulico, operan con magnitudes expresables dimensionalmente en función de otras pocas magnitudes que en el caso de la mecánica y por tanto en el de la hidráulica estricta son sólo tres, por ejemplo: Longitud [L], Masa [M] y Tiempo [T].

b) Como consecuencia de lo anterior las ecuaciones se tienen que poder reformular con sólo términos adimensionales y además aún con un conocimiento "muy reducido" del problema (no hace falta ni una sola ecuación concreta) es posible elaborar un grupo de parámetros adimensionales (siempre son posibles otros en forma alternativa) que sean suficientes para operar en esas ecuaciones (estén disponibles o no).

La consecuencia para la teoría de modelos es bien conocida. Basta reproducir en el modelo los valores de prototipo de esos parámetros adimensionales para que automáticamente el comportamiento en términos adimensionales de modelo y prototipo deba de ser idéntico y por tanto el primero reproduzca el comportamiento del segundo con las escalas que sugieran las ecuaciones dimensionales de los distintas magnitudes. Así en principio (pero no en la práctica) se pueden escoger libremente las escalas de las tres magnitudes básicas (u otras tres cualesquiera) y deducir de ellas las demás.

La potencia del método es indudable, pero aun dejando a parte las limitaciones prácticas que luego se comentarán, ha de enfatizarse que es muy arriesgado si de verdad el conocimiento es "muy reducido", pues entra en lo probable que se omita la conversión a escala de alguna magnitud que pudiera ser relevante.

Aunque muchas veces el análisis dimensional se aplica directamente a un problema concreto en su explicación se suele partir de la llamada Ecuación General de la Hidráulica.

$$F \left( \frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \dots, E, F, R, W, C \right) = 0 \quad (1)$$

Donde a, b, c, d ... son longitudes características de las formas del prototipo o del modelo. La igualdad de  $\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}$  ... entre modelo y prototipo

indica por tanto que las formas del modelo son una reducción a escala de las del prototipo.

Por su parte con E, F, R, W, C, se indican los llamados números de Euler, Froude, Reynolds, Weber y Cauchy configurados para expresar la relación entre las fuerzas de inercia y respectivamente las fuerzas de contacto, las gravitatorias, las viscosas, las de tensión superficial y las elásticas con las expresiones:

$$E = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \quad F = \frac{V}{\sqrt{ga}} \quad R = \frac{Va}{\nu} \quad W = \frac{V}{\sqrt{\sigma/(a\rho)}} \quad C = \frac{V}{\sqrt{E/\rho}} \quad (2)$$

En ellas a, como antes, es una longitud característica,  $\rho$  la densidad del líquido,  $\nu$  su viscosidad cinemática,  $\sigma$  su tensión superficial,  $E$ , su módulo de elasticidad,  $V$  la velocidad en un punto de interés y  $g$  la aceleración de la gravedad.

Aunque en el fondo sea meramente una cuestión semántica puede ser oportuno aquí indicar, ya que no suele hacerse, que la Ecuación General de la Hidráulica ni es sólo una (salvo en sentido vectorial) pues son necesarias tantas como variables dependientes, ni es general pues su forma es distinta para dos geometrías que no sean reductibles a análogas distancias descriptoras.

El interés de la E.G.H. está en que aunque evidencia según se verá la imposibilidad práctica de un modelo totalmente exacto, orienta sobre la facilidad o dificultad de conseguir un modelo razonablemente bueno. En efecto, en primer lugar al encontrarse tanto modelo como prototipo en el campo gravitatorio terrestre la gravedad toma el mismo valor en ambos con lo que, salvo artificios viables sólo en contadísimos casos, la escala de aceleraciones debe de ser 1. En segundo lugar el fluido utilizado en el modelo, por lo general agua (a veces ligeramente modificada por aditivos), fija los valores de la densidad, la viscosidad, la tensión superficial y el módulo de elasticidad con lo que en relación al prototipo quedan obligadas cuatro escalas más. Como sólo hay libertad para tres escalas resulta inviable la semejanza perfecta salvo con la inútil solución de que todas las escalas valgan 1. De esta dificultad puede salirse en muchos casos advirtiendo si en ellos alguna de las fuerzas son poco relevantes. Con esto se puede olvidar la

necesidad de que estén a escalas las propiedades o circunstancias del fluido que están en el origen de esas fuerzas y resulta más fácil, a veces muy fácil, obtener unas escalas razonables.

Aunque la aplicación acrítica del análisis dimensional es desde luego censurada por los paladines de este método, el riesgo de que pese a todo se produzca hace que muchos autores desconfíen de su uso.

Por su parte el análisis ecuacional se aplica a problemas en los que se dispone de ecuaciones que describen suficientemente bien el proceso ó que al menos dan una aproximación razonable. En esas ecuaciones quedan identificadas las variables y parámetros que son relevantes, y en particular que propiedades del fluido intervienen, pues ya se ha resaltado la necesidad de que al menos estas estén a escala para que sea factible que lo esté todo lo demás. Además, una vez formuladas adimensionalmente permiten advertir qué parámetros adimensionales se pueden omitir.

Estrictamente tomados, los modelos efectuados con un análisis ecuacional, solo deberían utilizarse para medir las variables que participan en las ecuaciones y precisamente con el sentido en que aparecen en éstas. Si se respetase este criterio hace tiempo que este tipo de modelos físicos habría dejado de existir pues las ecuaciones indicadas, muchas veces monodimensionales, se resolverían con ventaja por métodos numéricos.

En la práctica sin embargo se hace un uso mucho más amplio de los modelos físicos elaborados vía análisis ecuacional. Lo que suele hacerse, aunque sea en forma implícita, es usar las ecuaciones para decidir que fuerzas y parámetros son relevantes y cuales no, y, sobre esa base planificar el modelo con los criterios del análisis dimensional. El procedimiento es legítimo y el modelo físico dará resultados mucho más amplios y mejores que la mera resolución numérica, pues opera con relaciones más próximas de las reales que las ecuaciones de partida, pero se ha de ser consciente de lo que se hace para saber bien hasta donde puede llevarse la semejanza. Así por ejemplo, en ocasiones, se usan fórmulas de conservación de la energía que manejan valores medios de las velocidades y presiones y que incorporan términos fuente con parámetros de concepción monodimensional como la rugosidad de Manning. Las consecuencias son que, por un lado se deberá ser cauto en la aceptación de los valores pico de variables que presenten una fluctuación muy rápida, acudiendo para ello a tratamientos nu-

méricos de filtrado, análisis espectral, etc. y que por otro al no estar garantizado que en modelo y prototipo se produzca una integración completamente idéntica de los efectos de forma y de textura sea oportuno el efectuar un análisis de sensibilidad al menos numérico.

Según se ha señalado bien por análisis inspeccional o por una experiencia suficiente que lleve a plantear un análisis dimensional directo, es decir con menos términos que en la E.G.H., se debe de haber llegado a la conclusión de qué fuerzas son relevantes en el prototipo, y por ello de cuáles de los números E, F, R, W y C. es, en principio, razonable prescindir en la concepción del modelo. Naturalmente esta selección está muy ligada a la naturaleza del problema que se modela, y según los parámetros omitidos resultan distintos tipos de modelos.

En los llamados modelos de Euler sólo se consideran relevantes las fuerzas de contacto y las de inercia. Para que ello fuera válido, además de otros requisitos, parecería necesario el estar fuera del campo gravitatorio. Pero no es siempre así, p.e. en los flujos confinados de contorno fijo, la acción gravitatoria y la presión se integran en la cota piezométrica y si los efectos de disipación de energía son reducibles a expresiones de la forma  $KV^2$  (que suele ser lo habitual), y las variaciones de caudal son inexistentes o muy lentas, el modelo de Euler es aplicable. Estos modelos de Euler pueden incluso contener tramos cortos en régimen libre, siempre que tanto en modelo como en prototipo se tenga bien un número de Froude muy bajo, p.e.  $F < 0,2$  o bien uno muy alto  $F > 6$ , pero en este último caso ha de tratarse de canal primático (o casi) y no debe de haber frentes de onda o resaltos.

En los modelos de Euler sólo hay una condición obligada, precisamente la invariancia del número de Euler, por ello se pueden fijar con libertad dos escalas. Usualmente se adoptan la de longitudes  $\hat{L}$  y la de caudales  $\hat{Q}$ . A partir de ellas se obtienen las restantes escalas que si el líquido es el mismo que en prototipo resultan ser: velocidades  $\hat{Q}/\hat{L}$ ; diferencia de cotas piezométricas  $\hat{Q}^2/\hat{L}^4$ ; tiempos  $\hat{L}/\hat{Q}$ ; aceleraciones  $\hat{Q}^2/\hat{L}^3$ .

Disponer de libertad en la elección de dos escalas quiere decir que en principio deberá ser fácil acomodarse a las restricciones de equipamiento. Esto deberá de hacerse con cierta generosidad para asegurarse con criterios que luego se comentarán de que efectivamente el valor del número de

Reynolds tampoco es relevante en el modelo (F, W y C no lo son en el supuesto de régimen permanente en conducto cerrado).

Mucho más frecuente es que, además de contacto e inercia se haga precisa la consideración de otras fuerzas. Así, en los flujos en régimen libre (aliviaderos y descargas por desagües de fondo de presas, ríos y canales, etc.) suele ser imprescindible tomar en cuenta la acción de la gravedad, es decir además de la invariancia del número de Euler se ha de asegurar la del número de Froude. Queda así como libre solamente una escala, se suele escoger la de longitudes,  $l$ , y en función de ésta resultan las restantes. Admitiendo, otra vez, que en modelo y prototipo el líquido es el mismo, agua habitualmente, las escalas para las distintas magnitudes resultan ser: Caudales,  $l^{3/2}$ ; velocidades  $l^{1/2}$ ; tiempos  $l^{1/2}$ ; aceleraciones  $l^{-1}$ ; presiones relativas  $l$ . Esta última escala ha de ser  $\beta l$  si los líquidos de modelo y prototipo no son idénticos. En todo caso también ha de asegurarse el ensayista de que los números R, W y C toman unos valores en el modelo que confirmen que las correspondientes fuerzas también se pueden despreciar en él.

En el modelado de Obras Hidráulicas es raro que surja la necesidad de reproducir con absoluta fidelidad los efectos viscosos. Pero si éste fuera el caso, y suponiendo otra vez que el líquido fuera el agua, tanto en prototipo como en modelo (a similar temperatura), conviene destacar que la escala de longitudes  $l$  y la de velocidades  $v$  se ven obligados, por la invariancia de R, a cumplir  $l/v = 1$ . Esto tiene dos consecuencias que cabe señalar: 1º) no cabe incorporar al modelo efectos de régimen libre, 2º) La escala de presiones resultante  $l^{-2}$ , lo que impone una limitación muy severa al rango de escalas aceptables en la práctica. Por ello, suele tenderse para esos problemas a otras soluciones que se comentarán posteriormente.

Por su parte el saldo de las fuerzas de tensión superficial actuantes en el fluido es tan reducido que resulta muy pequeño en el prototipo comparado con las restantes fuerzas, especialmente con las gravitatorias, que por necesidad acompañan a las de tensión superficial, pues éstas requieren para hacerse sentir una superficie libre que no sea plana. Por ello no se plantea la construcción de modelos Weber. Pese a que para el movimiento del fluido las fuerzas de tensión superficial sean imperceptibles en prototipo (y modelo) hay otra

cuestión ligada con la tensión superficial que puede afectar al fluido. En efecto, es la tensión superficial la que controla la dispersión del fluido y mantiene su homogeneidad, mientras pueda superar a las fuerzas que tienden a esa dispersión, por contra en los flujos en régimen libre con alta velocidad y turbulencia desarrollada se provoca la pérdida de homogeneidad del flujo que pasa a ser una mezcla de aire y agua. Ello puede resultar en un esponjamiento del fluido y otras alteraciones cuyos efectos deberán analizarse.

La necesidad de tomar en cuenta la compresibilidad del fluido surge en los flujos en conductos cerrados en los que sea de esperar un cierre rápido de los órganos de control o que éstos puedan entrar en vibración, por ejemplo en algunos desagües de fondo de presas. Aunque en muchos casos estos problemas se resuelven por procedimientos numéricos, en ocasiones cobran importancia detalles locales que no son fáciles de incorporar a los modelos matemáticos. Si se opta por un modelo físico para una de estas conducciones se puede comenzar requiriendo la conservación de los números de Euler y de Cauchy. Si el fluido en modelo es también agua la invariancia del número de Cauchy fuerza a que las velocidades en modelo y prototipo deban de ser idénticas, esto suele plantear dificultades muy considerables de alimentación, por otra parte las limitaciones en la dotación de caudales cuya escala es el cuadrado de la escala lineal suelen hacer difícil que esta última baje del valor 10, la consecuencia es que procesos ya de por sí rápidos en el prototipo se ven acelerados más de 10 veces en modelo. Aunque se puede pensar en procedimientos para que en el modelo se altere el fluido de forma que  $\sqrt{e/\rho}$  reduzca sensiblemente su valor y lleve a una escala de velocidades aceptable es infrecuente un encaje satisfactorio. La solución puede venir de un análisis inspeccional más completo. En efecto las ecuaciones en que aparece el módulo de elasticidad son las del golpe de ariete y en ellas sólo interviene para determinar la celeridad de onda en la conducción. Por ser la velocidad del flujo y la celeridad de onda en conducción, magnitudes del mismo tipo su escala deberá de ser la misma. (algo parecido exige, según se ha visto, la semejanza de Cauchy estricta sólo que con la velocidad del sonido). Resulta así que se puede escoger con gran libertad no sólo la escala de longitudes, sino también la de velocidades bastando para esto último que el material y espesor del conducto se escojan de forma que la celeridad de onda tenga el valor que se desee.

Las escalas derivadas resultan ser: tiempos  $\hat{L}/\hat{V}$ ; caudales  $\hat{L}^2 \hat{V}$ ; presiones  $\hat{V}^2$ ; aceleraciones  $\hat{V}^2/\hat{L}$ . Si hay vibraciones por interacción con partes móviles la densidad de éstas deberá ser igual en modelo y prototipo y por supuesto deberá haber semejanza geométrica, si el comportamiento no se presume rígido el módulo de elasticidad deberá estar a la escala de presiones; esto es  $\hat{V}^2$  y si hay una suspensión elástica, tipo muelle, la escala de su constante elástica será  $\hat{V}^2 \hat{L}^{-2}$ . Aunque suele no tener consecuencias conviene recordar que el procedimiento propuesto para reducir en el modelo las velocidades y por tanto las velocidades de onda implica que el cociente entre la energía elástica que está almacenada en el conducto en un cierto instante y la que está en el fluido, cociente que en el prototipo suele estar cerca de la unidad, en el modelo tomará valores mucho más elevados.

Anteriormente al comentar las distintas clases de modelos se ha señalado que al centrar la atención en un tipo de fuerzas conviene asegurarse, al menos, que las otras fuerzas tienen proporcionalmente valores reducidos. Esto suele hacerse señalando valores mínimos (o máximos) para un cierto parámetro. Se comentará brevemente esta cuestión.

Por lo que hace a la viscosidad los flujos reales en prototipo son invariablemente turbulentos y por ello es conveniente que también en el modelo (sea éste de Euler, Froude o Cauchy) lo sean suficientemente. Si se adopta como parámetro el radio hidráulico,  $R_h$ , es bien sabido en un conducto circular el número de Reynolds:

$$R = \frac{VR_h}{\nu} \quad (3)$$

tiene su valor crítico en torno a 600. En modelo deben de conseguirse por tanto valores que estén holgadamente por encima de éste. 5.000 e incluso menos ha sido sugerido por algunos autores. Ha de recordarse que la forma de los cauces están muy alejada del tubo de Reynolds, por ello es probable en el modelo aún teniendo flujo claramente turbulento en algunas zonas, en otras pueda llegar a ser laminar. Esta situación es casi inevitable y lo que habrá de procurarse al escoger la escala es que la zona afectada sea reducida y que en definitiva no se pierda la representatividad del modelo, lo cual puede llevar a requerir números de Reynolds aún más elevados. Distinta es la situación cuando se trata de analizar una disipación de energía co-

mo en un cuenco de resalto o en una fosa para un trampolín o para un vertido por coronación. En este caso los mecanismos turbulentos ven más facilitada su entrega de energía a los procesos viscosos en el modelo que en el prototipo, lo que se puede traducir en un mejor confinamiento de la disipación en el modelo que en el prototipo. Por ello, al menos para los casos más desfavorables, es conveniente requerir en modelo un número de Reynolds por encima de 25.000.

Por lo que hace a la tensión superficial su efecto, directo, según se ha comentado también suele ser extraordinariamente reducido en modelo. En efecto, lo único que impone la tensión superficial es una ligerísima reducción de la velocidad en las zonas en las que la superficie libre del flujo presenta una convexidad acusada, pero bastan en modelo radios de curvatura que superen los 2 cm para que el error relativo no pase de la milésima. Se comprende así que en la práctica totalidad de los modelos teniendo un número de Reynolds suficiente quede también asegurado un número de Weber suficiente para no afectar a la semejanza. Por contra, si los efectos de emulsión de aire son importantes en prototipo la pretensión de reproducirlos en modelo requiere en éste valores del número de Reynolds muy altos al menos superiores a 500.000 y valores del número de Weber superiores a 80.

Por lo que hace al número de Cauchy ya se ha advertido que no es relevante en conductos abiertos o en conductos cerrados en régimen permanente especialmente tomando en consideración que en los flujos en las estructuras hidráulicas el número de Cauchy no supera el valor 0,01 (se supone que el flujo no lleva aire).

### La distorsión de escalas y los falseamientos

En multitud de ocasiones las escalas estimadas como adecuadas suponen unas dimensiones que desbordan las posibilidades del correspondiente laboratorio, en otras la necesidad de modelar más efectos de los hasta ahora discutidos resulta en la imposibilidad de un modelo elaborado con las ideas anteriores. Una vía de salida a estas dificultades que puede ser utilizada en ocasiones es la llamada distorsión de escalas. Consiste ésta en relativizar la semejanza geométrica. Normalmente se planea en flujos en régimen libre, pues en flujo cerrado suele no ser necesario por haber según se ha comentado más facilidad para encajar escalas; y en tales casos la dis-

torsión consiste en utilizar distinta escala para las magnitudes geométricas horizontales y las verticales, lo cual invariablemente se hace magnificando las magnitudes verticales respecto de las horizontales, lo que resulta en unos taludes y pendientes mayores en modelo que en prototipo. En este tipo de problemas el análisis ecuacional está especialmente indicado. No es oportuno desarrollar aquí la amplísima casuística que podría resultar, pero por vía de ejemplo, y para presentar en forma concreta algunas ideas, se comentará un caso importante que es el de los modelos para cauces de fondo granular móvil. Para ello se irán comentando ecuación a ecuación los que se consideran relevantes, viendo sobre ellas ventajas e inconvenientes de la distorsión y la posibilidad de paliar estos últimos con los llamados falseamientos. Como se verá, una vez seleccionadas las dos escalas geométricas quedan casi totalmente obligadas todas las demás.

Se comienza este comentario por una forma de la ecuación de la dinámica (monodimensional):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( w + \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + S_f = 0 \quad (4)$$

Donde  $w$  es la cota de agua;  $v$ , es la velocidad media del flujo;  $S_f$ , la pendiente de fricción y,  $x$  y  $t$  son las coordenadas espacial y temporal.

Por hipótesis, en esta ecuación, la velocidad  $v$  es horizontal y única por sección e instante. Las ecuaciones de modelo o prototipo tienen una expresión idéntica. Y si se indica por  $\hat{L}$  la escala de longitudes horizontales;  $\hat{h}$ , la de longitudes verticales;  $\hat{V}$  la de velocidades;  $\hat{T}$ , la de tiempos, y  $\hat{S}_f$  la de pendientes de fricción. El que la ecuación del modelo sea una reducción proporcional de la del prototipo, se cumplirá automáticamente si:

$$\hat{h} \hat{L}^{-1} = \hat{V}^2 \hat{L}^{-1} = \hat{V} \hat{T}^{-1} = \hat{S}_f \quad (5)$$

Cabe concluir así que la escala de velocidades horizontales es  $\hat{V} = \hat{h}^{1/2}$  y la de tiempos:  $\hat{t} = \hat{h} \hat{L}^{-1/2}$ .

Si se analiza la otra ecuación fundamental la de continuidad (también en forma monodimensional):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

donde  $Q$  es el caudal y  $A$ , la sección mojada; se hace necesario:

$$\hat{Q} \hat{L}^{-1} = \hat{A} \hat{T}^{-1} \quad (7)$$

y como por consideraciones geométricas es claro que  $\hat{Q} = \hat{L} \hat{h} \hat{V}$  y que  $\hat{A} = \hat{L} \hat{h}$  es inmediato comprobar que los requisitos de compatibilidades de escala para la ecuación de continuidad se cumplen automáticamente si se cumplen las relativas a la ecuación de la dinámica.

La única dificultad para la semejanza perfecta está en que según exige la ecuación (5) hace falta  $\hat{S}_f = \hat{h} \hat{L}^{-1}$ , es decir en el modelo debe de coincidir la escala de la pendiente de fricción con la de la pendiente geométrica. Tomando una cualquiera de las ecuaciones que expresan la fricción, p.e., la de Manning:

$$S_f = \frac{n^2 v^2}{e^{4/3}} \quad (8)$$

(donde  $n$ , es la rugosidad de Manning y  $e$ , el radio hidráulico) como  $\hat{S}_f$  y  $\hat{V}$  están ya fijados y  $\hat{e}$  es una función calculable de la geometría (variable con la sección y el calado), se deduce que:

$$\hat{n} = \hat{e}^{2/3} \hat{L}^{-1/2} \quad (9)$$

lo cual en forma estricta sería casi imposible de conseguir, pero es bastante fácil alcanzar una buena aproximación.

Desde luego  $\hat{e}$  está comprendida entre  $\hat{h}$  y  $\hat{L}$ . Además, en buena parte de los casos prácticos  $\hat{e} \approx \hat{h}$ .

Se aceptará esta aproximación en lo que sigue para facilitar los comentarios (pero nada esencial cambiaría poniendo el valor de cada caso), con lo que resulta:

$$\hat{n} \approx \hat{h}^{2/3} \hat{L}^{-1/2} = \hat{h}^{1/6} \cdot (\hat{h} / \hat{L})^{1/2} \quad (10)$$

con la última expresión queda claro que si no hay distorsión la rugosidad del modelo debe de ser inferior a la del prototipo, mientras que la distorsión, según su grado, podría llegar incluso a exigir mayor rugosidad en prototipo que en modelo. Lo que desde luego no es recomendable por las

dificultades, entre otras, que acarrea su modelización, prácticamente imposible si se pretende cubrir una gama amplia de caudales.

El conocimiento de la rugosidad a conseguir del modelo en las distintas zonas orienta sobre el tamaño del material granular a usar. Esta determinación no es totalmente rígida pues por un lado variaciones de tamaño incluso de un  $\pm 25\%$  dan alteraciones inapreciables de la rugosidad total, y por otra pueden ser aconsejables ciertas distorsiones de la forma de la curva granulométrica al pasar de prototipo a modelo.

Una vez fijado el tamaño del material granular del modelo, y por tanto su escala  $\hat{d}$ , procede asegurar que su movilidad sea similar a la del prototipo, esto es que las condiciones críticas capaces de poner estrictamente en marcha un grano del prototipo tengan a escala el mismo efecto en su homólogo del modelo. La ecuación que, entre otras, puede guiar en este proceso suele ser la Ley de Shields de comienzo de arrastre. Como esta ley liga dos parámetros adimensionales –el número

de Reynolds del material del lecho  $R^* = \frac{v^* d}{\nu}$  y la expresión  $\frac{\tau_{cr}}{\gamma_s' d} = f$  llamada por algunos coeficiente

de arranque (donde  $v^*$  es la velocidad de fricción,  $d$  el diámetro del grano,  $\tau_{cr}$  la tensión capaz de moverlo y  $\gamma_s'$  el peso específico sumergido) - parecería obligado que ambos parámetros tuvieran el mismo valor en prototipo y modelo.

Conseguir el mismo valor de  $R^*$  en el modelo que en el prototipo suele exigir replantearse las escalas básicas y aunque en teoría pueda conseguirse gracias a la distorsión, en la práctica puede requerir distorsiones poco aconsejables o modelos demasiado grandes. En realidad este criterio no es imprescindible en casi ningún caso. Suele ser suficiente el procedimiento siguiente: delimitar el rango de valores de  $R^*$  en prototipo para los flujos críticos posibles. Deducir de la ley de Shields el rango de valores de  $f$  que le corresponden. Aplicar el mismo proceso en el modelo para las condiciones de flujo que les corresponden a escala. El cociente  $\hat{f}$  de los valores en modelo y prototipo de  $f$ , se adopta como "escala" (en rigor coeficiente modificador) de  $f$ . Ha de procurarse que  $\hat{f}$  difiera poco de 1, pues éste es el ideal.

Dado que  $\hat{\tau} = \hat{h} \hat{L}^{-1/2}$  se concluye

$$\hat{f} = \frac{\hat{h} \hat{L}^{-1/2}}{\hat{\gamma}_s' \hat{d}} \quad (11)$$

y por tanto

$$\hat{\gamma}_s' = \frac{\hat{h} \hat{L}^{1/2}}{\hat{f} \hat{d}} \quad (12)$$

es decir, se debe escoger la densidad del material granular según esta fórmula para que su movilidad resulte razonablemente parecida a la del material del prototipo.

Por lo que hace al caudal sólido, que aquí se representará por  $g'_s$  como flujo en peso sumergido por metro de ancho, y como señala Chauvin, la mayoría de las fórmulas de arrastre se pueden escribir de forma que expresen el parámetro  $G = \frac{g'_s \rho^{1/2}}{\tau^{3/2}}$  como una función de  $R^*$  y  $f$ . La influencia de  $R^*$  es lo suficientemente reducida para incluso no figurar en algunas fórmulas. La influencia de  $f$  por contra es grande, al menos en movimientos de fondo poco desarrollados, de ahí el interés antes señalado en que no se consienta que  $\hat{f}$  se aleje de la unidad. Si por tanto modelo y prototipo tienen valores idénticos o al menos similares de  $R^*$  y sobre todo de  $f$ , el valor de  $G$  resulta obligadamente igual en modelo y prototipo, con lo que resulta:

$$\hat{g}'_s = \hat{\tau}^{3/2} = \hat{h}^3 \hat{L}^{-3/2} \quad (13)$$

Gracias a esta fórmula es fácil deducir, o comprobar en un caso concreto, que la relación caudal sólido (en volumen) caudal líquido resulta en el modelo muy superior al valor del prototipo si ha habido distorsión.

Esto lleva a que si se desea modelar un proceso erosivo o de aterramiento asociado a un determinado acontecimiento hidrológico –caracterizado básicamente por unos hidrogramas y sólidogramas de aportaciones en las cabeceras de los cauces que integran el modelo- los tiempos de prototipo deban reducirse con una escala  $\hat{T}_t$  (escala de tiempos sedimentológicos) distinta de la escala  $T$ .

De lo expuesto hasta ahora es claro que aún sin haber considerado todavía los, por otra parte esenciales, aspectos bi o tridimensionales del flujo, hay conflictos en la misión de modelar simultáneamente tantos efectos. Destacando algunos de estos posibles conflictos, pueden señalarse:

a) El uso de hidrogramas con la escala  $\hat{T}_t$  en lugar de la  $T$  supone unos hidrogramas en



modelo mucho más rápidos de lo que sería hidrológicamente correcto, con dos consecuencias, una laminación mucho más acentuada de lo adecuado y una alteración de la aceleración del flujo antes de la punta y de su deceleración después.

b) En las zonas de cauce móvil o en las protegidas por un elemento flexible (p.e. escollera) en que los taludes transversales tengan una cierta importancia (un 10% por ejemplo) la distorsión de escalas al simular para el modelo taludes bastante mayores, hace que el material en modelo sea mucho más móvil de lo pertinente.

c) Según arriba se ha sugerido, en ocasiones el valor de  $\hat{f}$  puede verse forzado a alejarse de la unidad más de lo deseable.

Para enfrentar este tipo de dificultades, suele recurrirse a los falseamientos. Consisten éstos en nuevos alejamientos de la realidad modelada pero hechos con habilidad suficiente para que lo que se pierda sea poco y se gane sensiblemente en restauración de la fidelidad perdida. Los falseamientos por depender su éxito de las circunstancias de cada caso pueden ser de variada naturaleza. La experiencia, la estima o el cálculo previo de los efectos esperables y sobre todo la comprobación directa de los mismos en el propio modelo son los criterios que deben de guiar su aplicación.

Para los problemas antes señalados se puede por vía de ejemplo comentar algunas posibles soluciones, reiterando que no son de validez general sino que la aplicación de éstas u otras ha de analizarse en cada caso.

Para a): 1) eliminar del modelo zonas inundables de muy baja velocidad de forma que la reducción de la capacidad laminadora del cauce compense lo más exactamente posible la distorsión del hidrograma. 2) Inyectar y/o retirar localmente agua en varios puntos a lo largo del modelo, para recrear los niveles y velocidades correctos. 3) Usar el modelo alternativamente con las escalas  $\hat{T}$  y  $\hat{T}_1$  e incluso otras intermedias para estimar el comportamiento correcto del prototipo. El uso de la escala  $\hat{T}$  que determina con bastante corrección niveles y velocidades puede usarse para ver si se ha acertado con la opción 1) o la 2).

Para b): 1) Bascular en torno a su punto medio los taludes transversales que en el modelo tengan un efecto perturbador hasta hacer inapreciables los efectos de la distorsión. 2) Cohesionar li-

geramente (y atinadamente, lo que es realmente difícil) el material en esa zona.

Para c) se puede en ocasiones recurrir al falseamiento llamado basculamiento, consiste en además de la distorsión de escalas geométricas añadir una pendiente ficticia al cauce. Hay que replantearse todo el análisis de la semejanza, pero básicamente se consigue que con la misma superficie de modelado (en principio la máxima disponible) las velocidades sean mayores y crezca así  $R^*$  y por tanto se reduzca la distorsión de  $f$ .

Si se analiza el mismo problema en forma bidimensional - esto es aceptando que el comportamiento del flujo en el cauce se pueda representar por ecuaciones bidimensionales para las que en cada instante y cada punto del plano horizontal de referencia intervendrían como variables dependientes, el nivel del agua, el nivel del lecho y las dos componentes (horizontales) de la velocidad que actuarían como promediadas en altura - las ecuaciones de la dinámica y continuidad son:

$$\text{grad } \bar{w} + \frac{1}{g} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{s}_f - \frac{v}{g} \Delta \bar{V} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \bar{V}_x \bar{V} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial y} \bar{V}_y \bar{V} = 0 \tag{14}$$

$$h \text{div } \bar{V} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0$$

Donde las barras indican medias turbulentas,  $\bar{V}$  es el vector bidimensional de velocidad de componentes  $\bar{V}_x$  y  $\bar{V}_y$ ,  $h$  es el calado, y  $\bar{s}_f$  el vector pendiente de fricción, que si por ejemplo se aceptase Manning (lo cual necesita sus cautelas) sería:

$$\bar{s}_f = \frac{n^2 |\bar{V}| \bar{V}}{h^{4/3} \cos \alpha} \tag{15}$$

(donde,  $\alpha$ , es el ángulo entre la vertical y la normal al lecho).

Si por estar la turbulencia suficientemente desarrollada -es decir si se impone en el modelo un número de Reynolds suficientemente alto- se puede despreciar el término viscoso, las condiciones de semejanza resultan las mismas que en el caso monodimensional, aunque claro está, ahora con dos componentes para la velocidad. En resumen que si el flujo se acerca a la hipótesis de bidimensionalidad (líneas de corriente paralelas en una vertical) basta una buena simulación de la rugosidad y el cumplimiento de lo comentado sobre el flujo monodimensional para que el modelado sea correcto.

Por su parte el modelado tridimensional perfecto es imposible si el flujo presenta remolinos apreciables cuyo eje no sea vertical. En efecto, la existencia de esos remolinos indica que ha de tomarse en consideración la componente vertical de la velocidad, pero como la escala de tiempos hidráulicos es única la ecuación de continuidad:

$$\text{div } \vec{V} = 0 \tag{16}$$

exigiría para la escala de velocidades verticales:  $\hat{V}_z = \hat{h}^{3/2} \hat{L}^{-1}$  que al ser distinta de la escala de velocidades horizontales, hace imposible que las transferencias de energía entre velocidades horizontales y verticales sean iguales en modelo y prototipo.

Este problema no existe en aquellas zonas en que tanto en modelo como en prototipo  $V_z^2 \ll V_x^2 + V_y^2$ , pues las transferencias que requiera la continuidad se harán sin merma apreciable de la cantidad de movimiento horizontal. Por contra en aquellas zonas con movimiento vertical importante –p.e. movimiento secundario en curvas pronunciadas, remolinos de herradura en pilas, estrechamientos bruscos del flujo o rápidas- habrá de prestarse atención a las consecuencias de la distorsión: ligero (por lo normal) frenado del movimiento secundario, mayoración de algunas disipaciones de energía, alteración de puntos de separación, reducción o incremento de erosiones, etc., para tratar bien de compensarlas con falseamientos, bien de cuantificarlas o al menos acotarlas. Si estas actuaciones no fueran posibles, tuvieran una precisión insuficiente, o resultasen demasiado complejas por interactuar varias de ellas, una alternativa frecuentemente usada es la de realizar un modelo adicional, sin distorsión y de mayor tamaño, limitado al entorno de la zona conflictiva.

Los requisitos de modelado se pueden complicar aún más si se hace preciso tomar en cuenta más factores interactuando con los ya considerados. Si por ejemplo el problema arriba analizado se presenta en un flujo en el que la aportación líquida sea por vía de dos aguas de distintas densidades, ya sea por diferente temperatura o por distinta salinidad. Si el modelo se ha podido realizar sin distorsión de escalas el reproducir en modelo las densidades será suficiente supuesta cumplida la semejanza en los restantes aspectos. Pero si el modelo tiene distorsión la cuestión puede complicarse y la condición más apropiada para la semejanza de densidades puede variar según las situa-

ciones de flujo. Si por ejemplo las dos aguas van en forma estratificada con muy poca mezcla se pueden escribir como ecuaciones monodimensionales del flujo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( W_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial V_1}{\partial t} + S_{f1} + S_{e1} = 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( W_2 + \frac{\rho_1}{\rho_2} (W_1 - W_2) + \frac{V_2^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial V_2}{\partial t} + S_{f2} + S'_{f1} = 0 \tag{18}$$

una para cada estrato y donde  $W_1$  es la cota de la superficie libre,  $W_2$  la cota de la interfaz,  $V_1$  la velocidad del flujo superior y  $V_2$  la del inferior,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  las respectivas densidades,  $S_{f1}$  y  $S_{f2}$  las pendientes hidráulicas atribuibles a la fricción con el cauce, mientras que  $S_{fi}$  y  $S'_{fi}$  son las pendientes hidráulicas que en cada estrato provoca la fricción con el otro. Es fácil ver que el análisis inspeccional reproduce las escalas antes deducidas y añade las condiciones:

$$\left( \frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_2} \right) = 1 \text{ y } \hat{S}_{f1} = \hat{S}_{f2} = \hat{S}_{fi} = \hat{S}'_{fi} = \hat{h} \hat{L}^{-1} \tag{19}$$

Según la primera si como es habitual uno de los fluidos reproduce el fluido del prototipo el otro también debe de hacerlo. Los requisitos para  $\hat{S}_{fi}$  y  $\hat{S}'_{fi}$  no difieren en esencia de lo que sucede en flujo monofásico y se pueden reducir a ajustar las rugosidades. Pero a diferencia de lo que sucede en el lecho, cuya textura y rugosidad pueden imponerse en el modelo, la textura (y rugosidad) de la interfaz no puede ser ajustados en el modelo por ser una consecuencia más del flujo, es decir no se puede actuar en el modelo para que  $S_{fi}$  y  $S'_{fi}$  tomen los valores que exige la semejanza. Si las fases llevan velocidades parecidas puede desprejarse el efecto de la fricción en la interfaz y aceptar la semejanza. Si no es este el caso se puede intentar un falseamiento reformulando las segundas condiciones de (19) para exigir solamente:

$$\widehat{(S_{f1} + S_{f2})} = \widehat{(S_{f2} + S_{f1})} = \hat{h} \hat{L}^{-1} \tag{20}$$

Se tratará pues de ajustar las rugosidades en cauce para cumplir (20). Hay una importante dificultad, pues en principio se hace necesaria conocer  $S_{fi}$  y  $S'_{fi}$  tanto en modelo como en prototipo. Para conseguirlo en forma siquiera aproximada hace falta un número apreciable de ensayos complementarios realizados aparte para en definitiva cuantificar la alteración introducida por la distorsión y poder compensarla sobre la base de (20).

Si por contra, el flujo no se comporta como estratificado la distorsión que se puede aceptar, que en general deberá ser moderada no lleva a un criterio único sobre la modelación de las densidades. Así, si se trata de inyectar en una corriente fluvial un fluido menos denso por vía superficial o un fluido más denso por vía profunda con independencia de que ello termine o no en un flujo estratificado al exigir una semejanza en la expansión lateral sigue siendo razonable aceptable el adoptar idénticas densidades en modelo y prototipo. Pero si se trata de inyectar el segundo fluido bien a media altura, bien con un enfoque contrario del anterior, es decir, corriente poco densa por abajo o corriente más densa por arriba (lo que por otra parte puede tener sus ventajas para conseguir una mezcla rápida) este criterio ha de modificarse y la diferencia relativa de densidades  $m = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$

debe de tomar valores distintos en modelo y prototipo. Si se presta atención solamente al ascenso o descenso por flotación del penacho inyectado, olvidando de momento la deformación lateral, antes comentada, se concluye que para reproducir acertadamente la aceleración vertical la escala de  $m$  debe de ser  $\hat{m} = \hat{h}^2 \hat{L}^{-2}$ , mientras que la resistencia al ascenso requiere, según la velocidad, un valor  $\hat{m}$  de comprendido entre  $\hat{h} \hat{L}^{-1}$  y  $\hat{h}^2 \hat{L}^{-2}$ . Además ya se ha expuesto que el modelado de la expansión lateral requiere  $\hat{m} = 1$ . Según se ve se puede necesitar imponer a tres valores distintos, lo que al ser imposible requiere un compromiso que minimice los errores. Desde luego es deseable que la distorsión  $\hat{h} \hat{L}^{-1}$  no difiera mucho de la unidad (aunque claro está que para que tenga sentido el uso de la distorsión ésta requerirá un valor mínimo de 1,25). Pero el ensayista dispone además de una importante arma que es la de usar varias escalas para  $\hat{m}$  (lo que no es especialmente oneroso) y decidir a la vista del comportamiento del flujo cuál de ellas es más acertada ya sea en forma global o por tramos.

Estas dificultades en lograr una semejanza perfecta, u otras ya comentadas como esponjamiento de láminas fluidas, imperfecciones en la laminación de avenidas, falta de fidelidad en las frecuencias altas de la turbulencia, ocasionales imprecisiones en el movimiento secundario, reparto ficticio de la energía elástica en golpes de ariete, así como otros muchos que se habría podido considerar por ejemplo formas de lecho distintas en modelo y prototipo o atenuación en modelo de los remolinos son siempre posibles en los modelos. Así pues, en muchas ocasiones y para algu-

na de las variables, si no todas, aunque los valores medidos en modelo se corresponden en forma biunívoca con los del prototipo no lo hacen en la exacta proporción que supone la teoría de la semejanza que se haya aplicado. La diferencia entre el valor de prototipo y la estimación del mismo deducible del modelo se denomina efecto de escala debido a que es tanto más reducida cuanto más se aproximen las escalas a la unidad. Por supuesto aún en un mismo modelo el efecto de escala no tiene la misma intensidad para todas las variables relevantes o para todas las situaciones pero en todo caso el ideal es que por su cuantía se pueda considerar como prácticamente inexistente. Si ese ideal no se alcanza es casi equivalente el que el efecto escala se pueda cuantificar. Si esto tampoco es posible es deseable que al menos se pueda acotar. Si tampoco es posible la acotación una necesidad técnica es que al menos se pueda demostrar que el error esperable es del lado de la seguridad. La cuantificación o acotación del efecto escala, que es esencial para que el modelo sea fiable, se aborda fundamentalmente por tres vías: 1º) La realización de un análisis de sensibilidad ya sea por cálculos o modelos matemáticos sobre la repercusión de añadir o no las fuerzas (en principio pequeñas) que incrementan o reducen el efecto de escala, 2º) Efectuar modelos siquiera parciales a otras escalas de la utilizada en los ensayos, la diferencia entre los resultados a las distintas escalas puede permitir anticipar que sucedería con la escala 1 esto es con el prototipo, 3º) Comparación entre modelo y prototipo en obras similares anteriores, la cuantificación del efecto escala en tales obras permiten orientar sobre cuál será el efecto escala en la situación actual.

### El instrumental

Los equipos o el equipo de medida son una pieza clave para la calidad de los resultados. Clásicamente se han medido caudales, niveles, velocidades y presiones. También de antiguo y según necesidades se incorporaba a los modelos la medición de temperaturas, turbiedad, arrastres, vibraciones (medios estroboscópicos o cinematográficos), salinidad, esfuerzos, vorticidad, etc., estas variables se cuantificaban en forma media en flujos estacionarios o lentamente variables. En los años cincuenta y primeros sesenta se produce un salto muy importante con la medición de magnitudes rápidamente variables, especialmente las básicas presiones (con transductores), niveles (con puntas vibrantes y sondas de impedancia o resistencia), caudales (con aforadores magnéticos o

por ultrasonidos) y velocidades (sondas de hilo caliente, micromolinetes) registrándose los resultados generalmente por medios optomecánicos. El siguiente paso importante fue la incorporación de los ordenadores y la adaptación a éstos sobre todo por vía electrónica de los equipos de medidas.

No es exagerado señalar que esta evolución ha supuesto un cambio radical, por tres caminos: a) Tomas masivas de datos en multitud de puntos y a frecuencias que desbordan ampliamente las necesidades en muchos casos. b) Mejora y miniaturización de los equipos en búsqueda de ese ideal de todo experimentador, medir sin perturbar, permitiendo medidas bi y tridimensionales, las actuales potencias de cálculo permiten resolver en tiempo real problemas inversos de la ecuación de ondas y obtener así con sondas especiales, en muchos casos ya comerciales, unas mediciones discretizadas en el tiempo y el espacio. Asimismo, permiten instrumentos para otras magnitudes como contenido local de aire, evolución de fondos, etc. c) Dotan a los modelos de medios de control adaptivo, con lo que no sólo se pueden reproducir situaciones de gran realismo, mejorando la etapa de ajuste, en los modelos en que es necesaria, sino también garantiza la reproducción (y comprobación de la reproducción) de las mismas circunstancias cuando se desee comparar el comportamiento de distintas soluciones ante unas mismas sollicitaciones.

No parece oportuno entrar en demasiado detalle sobre equipos de evolución tan rápida. Solamente conviene recordar que estos mayores medios no deben de llevar al exceso de confianza olvidando que un dato sirve no por que se pueda medir con gran precisión sino porque sea interpretable como representativo de lo que sucede en prototipo. Así, si en un modelo se ha considerado aceptable no reproducir exactamente el número de Reynolds las fluctuaciones en las medidas de cualquier magnitud a una frecuencia que no sea apreciablemente menor que la de los remolinos viscosos del modelo no podrá considerarse como representativa, aunque tal vez se le pueda atribuir un carácter indicativo a efecto de comparaciones. Similares consideraciones puede ser necesario efectuar en relación a los números de Weber o Cauchy.

### La visualización

Para aprovechar al máximo los modelos no basta con la toma de medidas en ellos, es necesaria una buena visualización por varias razones. En primer lugar los ojos son nuestro mejor instrumento para detectar y clasificar fenómenos. Son por ello

una herramienta preciosa para identificar donde los problemas parecen más acusados y sobre todo para alertar de la existencia de problemas o circunstancias totalmente insospechadas. En segundo lugar es una herramienta útil en la fase de tarado pues facilita y aclara el diálogo con los testigos del acontecimiento pasado que se intenta reproducir. Por último, puede ser muy eficaz para explicar a terceros (usuarios, especialistas de otras áreas, etc.) la naturaleza de los problemas o las ventajas e inconvenientes que se presentan según las soluciones.

Es pues comprensible que a lo largo del tiempo se haya atendido a la mejora de la visualización. Lo que se ha realizado por tres caminos que se pueden, si conviene, superponer:

a) Aditivos que inyectados localmente incrementen la visibilidad y contraste del fluido o de determinados filetes líquidos. Pueden ser:

a-1) Líquidos miscibles, normalmente muy coloreados como disoluciones de permanganato potásico o de fluoresceína, muy útiles para localizar zonas de separación del contorno, visualizar remolinos que no afloran en superficie, o percibir la eficiencia o ineficiencia de la mezcla entre filetes líquidos de distinto origen (máxime si se visualiza con varios colorantes).

a-2) Pequeños sólidos en flotación, como serrín o ciertos plásticos, dan una buena idea del campo de velocidades superficial. Son útiles para analizar flujos de aproximación o descarga. Así mismo son excelentes para localizar puntos de inyección, ya sean debidos a remolinos de eje vertical tan débiles que no se detectan directamente por no deformar la superficie, o debidos a hundimiento de masas fluidas bien por diferencias de densidad, atracción de pared o condicionamiento de la velocidad de llegada.

El registro fotográfico puede utilizarse para obtener resultados cuantitativos de velocidades superficiales, para lo que han de combinarse adecuadamente el tamaño de los flotadores, iluminación, tiempo de exposición y distancia y campo de la cámara. En ocasiones puede resultar más adecuado el uso de un vídeo.

Para la validez de esas impresiones cualitativas y aún más si se trata de medidas fotográficas se ha de asegurar que no actúan fuerzas de tensión superficial que a veces surjan por encontrarse los flotadores excesivamente contiguos o estar contaminados por grasa o aceites.

Efectos similares se pueden conseguir en el fondo, sobre todo si éste es sensiblemente horizontal, con partículas más densas que el fluido usualmente arenas, gravillas o plásticos, escogiendo tamaño y densidad según la fuerza de la corriente.

a-3) Menos frecuentemente se usa la inyección de líquidos no miscibles con el agua y de densidad similar a la de ésta (aunque a veces se toman deliberadamente con más o menos densidad), el chorro se transforma en seguida en gotas (supuesta la adecuada tensión superficial). Se consigue una menor dispersión que con los trazadores miscibles y una más clara percepción de los movimientos locales, pero es peor la percepción del movimiento global.

Si en vez de el movimiento se quiere visualizar solamente la dirección de las velocidades se puede fijar en las paredes elementos elásticos adecuadamente flexibles que se doblen a merced del flujo.

b) Cambios en la iluminación y/o la percepción

Para mejorar la visión ordinaria y según la naturaleza del fenómeno puede ser conveniente probar diversas iluminaciones: frontal, cenital, lateral, posterior, etc. Aunque normalmente la mejor suele ser la dorsal con varios focos para evitar sombras acusadas.

Hay además técnicas especiales de iluminación que permiten destacar ciertos fenómenos o alterar la percepción de los mismos. No comentaremos técnicas como la iluminación polarizada o el schlieren que normalmente no se usan en hidráulica y enumeraremos otros más frecuentes como:

b-1 ) Iluminación en haz plano. Permite visualizar lo que ocurre en un plano del flujo, es más eficaz cuando éste es una superficie fluida, lo que suele requerir que el movimiento sea bidimensional, pero no siempre. Al plano se le da el espesor de algunos milímetros para que el movimiento pueda seguirse con trazadores, bien naturales del flujo o bien incorporados. Suele utilizarse luz láser porque facilita el control.

b-2 ) Iluminación vertical paralela o con malla de focos permite esclarecer los movimientos y variaciones de la superficie, puede ser adecuada para oleajes complejos.

b-3 ) Iluminación de línea. En realidad un pequeño haz paralelo, usado para focalizar una

zona flujo que directamente resulte poco visible, está prácticamente en desuso al solerse sustituir por otros procedimientos.

Otras técnicas pretenden alterar las formas habituales de percepción, así:

b-4 ) La iluminación estroboscópica o de destellos que complementada con la persistencia retiniana, permite la visión de imágenes “congeladas” del flujo que, sobre todo si hay una superficie libre de fuerte velocidad, son por lo general muy distintas de la percepción ordinaria. En procesos que al menos localmente sean periódicos o casi periódicos la iluminación estroboscópica faculta una visión ralentizada.

b-5 ) La iluminación móvil o el seguimiento material del flujo

Estos procedimientos al condicionar la atención permiten visualizar algunos procesos que son arrastrados por el fluido, p.e. grandes remolinos lentos superpuestos a flujos rápidos, que normalmente no son percibidos por su carácter móvil y durar solamente una fracción de segundo.

c) Potenciadores de la visión

Si en vez del ojo desnudo se usan medios auxiliares de la visión, los poderes de ésta se amplifican considerablemente así.

c-1) Los endoscopios o boroscopios que utilizando cámaras de televisión miniaturizadas o guías de fibra óptica, típicamente con diámetros inferiores al centímetro, permiten acercar el punto de vista en el interior del flujo al lugar que se desee, disponiéndose así de una visión muy detallada.

c-2) Cámaras cinematográficas o de vídeo ultrarrápidas permiten reducir más de doscientas veces la celeridad de los procesos y poder así observar evoluciones muy rápidas aunque no sean repetitivas. Por otra parte al ser visualizado lo grabado en modelos es factible el reproducirlo a una velocidad tal que se observe el proceso en tiempo real de prototipo, facilitando considerablemente la interpretación a personas no habituadas.

**Comparación y complementación de los distintos tipos de modelo.**

Los modelos analógicos necesitan al igual que los matemáticos de un conocimiento de las ecuaciones que rigen el problema, por ello sólo superarán

en eficacia a éstos cuando la resolución numérica se revele difícil o lo sea la imposición de las condiciones de contorno. Como precisamente los problemas más nuclearmente hidráulicos y que más se resisten al cálculo (p.e. Navier-Stokes, arrastres y formas de lecho, suspensiones, comportamiento de interfaces, etc.) no disponen de enfoque analógico resulta en la práctica que dadas las potencias de cálculo actuales y las herramientas de digitalización de contornos, se puede, sustituir con ventaja, los modelos analógicos por los modelos matemáticos, y sino es siempre así es porque, ya sea debido a la formación personal del experimentador o a que haga un uso ocasional de este tipo de modelos, le resulte más cómodo o más rápido el utilizar un modelo analógico que el desarrollar o adquirir uno matemático. Por ello se centrará este comentario en la comparación entre los modelos matemáticos y los modelos reducidos.

Puede aquí ser oportuna una primera comparación de ventajas e inconvenientes entre los modelos reducidos y los modelos matemáticos atendiendo solamente a su naturaleza supuestos aplicados a un mismo caso convencional, es decir supuesto que hay unas técnicas estándar para analizar el caso en estudio por ambos procedimientos. Entre las ventajas genéricas del modelo matemático están: a) el costo y la rapidez (si se trata como se ha supuesto de aplicar el modelo y no de crearlo). b) la posibilidad de guardar en un archivo no sólo los resultados de las pruebas o situaciones ensayadas sino también el propio modelo, con lo que en un futuro indefinido es factible si se estima conveniente, analizar o simular hipótesis nuevas, a diferencia de lo que sucede en el modelo físico en el que una vez demolido hay que empezar casi de cero si se desea considerar una hipótesis nueva. c) en la comparación entre variantes la cuantificación de las diferencias es exacta, mientras que en el modelo físico ambas medidas a comparar incluyen un error de medición, lo que, en valores relativos, se acentúa en la diferencia sobre todo si ésta es reducida. Dicho en otros términos en el modelo matemático la reproducibilidad de resultados es total, mientras que en el reducido sólo es aproximada.

Como ventajas genéricas del modelo físico cabe indicar: a) no estar limitados por la potencia de cálculo. b) la aproximación al proceso físico es, por lo general mucho mejor en el modelo reducido que con unas ecuaciones que, en mayor o menor grado, siempre esquematizan la realidad, esto es especialmente sensible en la proximidad de secciones singulares como estrechamientos, cambios de dirección, etc. c) si se producen efectos in-

sospechados es más fácil que sean detectados en el modelo reducido, d) hay menos riesgo de que se produzcan efectos espúreos (atenuación o amplificación de inestabilidades, bifurcación a la rama equivocada en biestables, etc.) y más facilidad para detectarlos o eliminarlos si se presentan, e) mayor facilidad para dar a usuarios o a otros especialistas explicaciones sobre el comportamiento de lo modelado y para discutir ideas alternativas.

Hay otros factores que pueden ser aún más importantes a la hora de optar por uno u otro tipo de modelo. El más obvio, casi una petición de principio, es la calidad del modelo cara a los objetivos a cuantificar en la aplicación pretendida, siendo esencial que éstos estén bien claros. Así, un mismo modelo matemático puede ser muy bueno para niveles y caudales, resultar mediocre para velocidades y muy malo para evaluar esfuerzos cortantes o grado de agitación. Análogamente un modelo físico, p.e. un modelo muy distorsionado de un cauce puede tal vez ser malo en un estuario que esté estratificado y ser aceptable si no lo está. Otro factor es el tamaño de la zona a modelar: en un cierto problema puede ser necesario un modelo físico de un tamaño inabordable mientras que el modelo matemático, tal vez con menos precisión, sea perfectamente realizable. O al revés, en otro problema puede suceder que el mallado necesario requiera una potencia de cálculo no disponible, mientras que el tamaño requerido por el modelo físico sea asumible.

Es claro que la propia naturaleza del problema planteado puede limitar considerablemente la posibilidad de aplicar un tipo de modelo u otro. Para los modelos matemáticos la limitación esencial es que necesitan un buen conocimiento de las leyes que rigen el proceso, y ciertamente hay todavía muchos procesos en los que el conocimiento es rudimentario, por su parte ese conocimiento rudimentario puede (pero no siempre) ser suficiente para conseguir un modelo reducido eficaz. La otra limitación importante en los modelos matemáticos (ya comentada) es la potencia de cálculo que pueda ser necesaria. El paso del tiempo irá allanando ambas barreras, pero también irá introduciendo nuevas dificultades en nuevos problemas. Para los modelos reducidos su barrera está en la complejidad del problema, entendida ésta como la cantidad de cuestiones distintas a modelar con precisión. Lo que en el modelo matemático es en principio (otra cosa es la práctica) siempre posible y hasta fácil —añadir nuevas variables y con ellas las relaciones correspondientes— puede ser totalmente imposible en el modelo reducido, bien porque se quiera mo-

delar cuestiones que no admitan una reducción a escala, bien porque haya dos o más aspectos cuya modelación por separado sería factible pero con requisitos o escalas incompatibles.

A la hora de decidir sobre la idoneidad de un modelo, del tipo que sea, para analizar las consecuencias de unas determinadas situaciones hipotéticas, debe de recordarse que lo esencial es el problema y que nada obliga a utilizar una única herramienta. Por el contrario, es permisible, hasta deseable el uso de varios enfoques complementarios o incluso el modificar los condicionantes de forma que pueda eliminarse la necesidad de considerar de alguna hipótesis si es especialmente refractaria a un análisis ponderado. Por ello debe de resaltarse que, dada la creciente complejidad de los problemas a estudiar, cada vez va siendo más conveniente el uso de conjunto de modelos físicos y matemáticos bien sea en forma complementaria, sucesiva o híbrida. Así por ejemplo, se pueden explorar ambos modelos en forma complementaria si se necesita modelar una zona muy extensa, p.e. un tramo fluvial, pero se desea una mayor precisión en algunas localizaciones concretas, en tal caso se puede plantear un modelo matemático del tramo completo y desarrollar modelos reducidos para las zonas de mayor precisión. El modelo matemático da una primera información útil, no solamente por su valor propio en las zonas no modeladas físicamente sino porque además puede ser determinante para la imposición de las condiciones de contorno en la zona modelada físicamente. Por su parte, los resultados del modelo o modelos físicos no solamente son útiles en la zona propia sino que comparando en ella, por ser común, el modelo físico y el matemático se pueden inferir los sesgos que introduce este último y corregirlos, al menos en parte, en las restantes zonas. La aplicación sucesiva se plantea, normalmente, cuando entre las variables de interés hay unas que son autónomas e independientes (o casi independientes) de unas segundas variables, mientras que la evolución de éstas sí que depende de las primeras. Por ejemplo el desarrollo de algunos procesos físico-químicos (como la floculación) o biológicos en cauces puede depender de variables netamente hidráulicas como salinidad, concentración, temperatura, velocidad cerca del lecho, etc. En tal caso un modelo físico puede analizar la evolución de esas variables, y sus resultados actuar como datos de entrada en un modelo matemático que evalúe en qué puntos e instantes se dan las condiciones en que se producen las reacciones que se quieren modelar y las cantidades que resultan de los dis-

tintos productos. Por último, están los modelos híbridos, que en principio son modelos ad hoc, el modelo matemático recibe del modelo físico los valores de las mediciones de diversas variables e impone los valores que van a adoptar otras en función de unos cálculos efectuados a partir de esas mediciones, estos cálculos, controles y mediciones deben efectuarse en tiempo real del modelo físico simultáneamente con la evolución del proceso modelado. Como ejemplo de esta idea puede pensarse en una situación de un cauce con varias tomas y descargas, todo ello reproducido físicamente, en las que la calidad y cantidad de las aguas descargadas tenga una relación más o menos compleja, modelada matemáticamente, con las cantidades y calidades de las aguas tomadas.

En la relación entre modelos físicos y matemáticos hay que recordar que los primeros (sobre todo en los casos en que salvo el efecto escala son una reproducción fidedigna del prototipo) constituyen un excelente banco de pruebas para los modelos matemáticos por su gran flexibilidad para someterlos a distintas situaciones, cosa que suele ser imposible en la naturaleza.

Aunque la profecía, sin dotes adivinatorias, es una mera incitación a tener que explicar en el futuro los porqués de que la realidad haya desobedecido a la lógica, parece obligado el intentar algunos comentarios sobre la evolución previsible de los distintos tipos de modelos y de su uso.

Los modelos son instrumentos para la adquisición de unos determinados conocimientos. Una característica de las técnicas, comprobable en su historia, y ligada a su carácter instrumental (a diferencia de otras actividades como el arte que en ciertos niveles son esenciales) es la obsolescencia sucesiva, saltos atrás incluidos, por causas socioeconómicas. Algunas de estas causas socioeconómicas ya han sido anticipadas pero conviene aquí recordar una no mencionada que es la creciente monitorización de estructuras reales.

Los modelos analógicos ya tienen certificada su obsolescencia. Los modelos físicos por su parte han sido desplazados de algunos usos por los modelos matemáticos y esa tendencia continuará en el futuro. Ya se ha señalado los dos obstáculos fundamentales a la sustitución: potencia de cálculo requerida y conocimiento insuficiente de las leyes que rigen algunos procesos. Si se mantiene el actual ritmo de crecimiento de la rapidez de cálculo y capacidad de memoria parece que antes de 25

años se habrán superado las demandas de potencia de cálculo más exigentes. Queda por considerar la cuestión del avance en el conocimiento de las ecuaciones. Éste, pese a considerables esfuerzos en el pasado y presente es muy lento y si se extrapola esta tendencia se podría decir que en muchos temas la insuficiente calidad de las ecuaciones haría que al menos durante los próximos treinta años los modelos matemáticos basados en ellas serán buenos para una primera aproximación pero insuficientes si se necesita precisión. Para superar la precisión de los modelos matemáticos los modelos físicos necesitarán cada vez escalas más grandes (y costosas) lo que los puede ir aislando a los ensayos de normalización. Además no ha de descartarse que el relativo fracaso actual en la descripción con macroecuaciones desaparezca si la mejora en instrumental de medida y la potencia de cálculo permiten formular microecuaciones, ni que los datos de monitorización de prototipos y modelos permitan abordar modelos de caja negra como redes sensoriales o sistemas expertos. Aunque esto último sería también la obsolescencia de los modelos estrictamente matemáticos. A los modelos físicos, si la demanda lo permitiera, les quedaría en todo caso temas de nueva formulación y la realización de ensayos de biohidráulica que por incluir elementos conductuales escaparán por mucho tiempo al cálculo.

### Conclusiones

Los modelos físicos, basados en el análisis dimensional o en el inspeccional, constituyen una herramienta potente para el análisis de una gran variedad de problemas. En la planificación de los modelos estos análisis se han de plantear con gran rigor y complementarse con otras informaciones para poder evaluar o al menos acotar los efectos de escala.

Entre las grandes ventajas de los modelos reducidos está el permitir recoger y compartir una información visual que al poder ser potenciada por varios medios permite muchas veces detectar procesos o efectos inesperados. Son una herramienta esencial para generar la intuición hidráulica. Además, los medios actuales de medición y control permiten adquirir un gran número de datos sobre el comportamiento del modelo en las situaciones más variadas. Por contra tienen el ser costosos y requerir plazos largos si el problema es difícil y son numerosas las situaciones a analizar.

Sobre su relación con los modelos matemáticos cabe decir:

- a) Los modelos matemáticos necesitan conocer las ecuaciones que rigen el problema, los físicos no.
- b) En los problemas que admiten un enfoque monodimensional los modelos matemáticos son más ventajosos que los físicos.
- c) Si el enfoque necesita ser bidimensional o tridimensional, aunque con excepciones, son preferibles los modelos físicos.
- d) La creciente complejidad de los problemas planteados desborda en ocasiones las posibilidades de los modelos físicos y matemáticos por separado y lleva a usos conjuntos.
- e) El progresivo avance de medios y conocimientos, irá ampliando paulativamente el dominio reservado a los modelos matemáticos.
- f) Los modelos físicos permanecerán a plazo medio tanto en algunas de sus misiones tradicionales como para enfrentar a nuevos problemas.

### Referencias

- Allen, J. "Scale Models in Hydraulic Engineering". Ed. Longmans. 1947
- Burgi et alia. "Model-Prototype Correlation of Hydraulic Structures". Ed. ASCE. 1988.
- Chauvin, J.L. "Similitud des modèles de courses d'eau a fond mobile". Bulletin de C.R. et E. de Chatou, N° 1. 1962.
- Deamer, A.P. "Hydrodynamic separators, dimensional analysis and scaling laws". BHR group conference series publication. Vol. 11. pag. 297-234. 1994
- Fuentes Aguilar, R. "Modelación física en hidráulica". Ed. Universidad de los Andes. 1992.
- Herbertson, G.J. "Scaling Procedures for Movable Bed Hydraulic Models in Terms of Similitude Theory". J.H.R. Vol.7, N° 3. 1969.
- "Hydraulic Laboratory Techniques". United States Department of the Interior. 1980
- Ida, T. "New Formulae for Scaling-up Hydraulic efficiency of Hydraulic Turbines" J.H.R. Vol. 33, N° 2. 1995.
- Kobus, H. et alia. "Hydraulic Modelling". Ed. Pitman. 1980
- Kolkman, P.A. "Flow-induced gate vibrations". Impresor Juddels (Delft). 1977.
- Langhaar, H.L. "Analyse dimensionnelle et theorie des maquettes" DUNOD. 1956
- Prudhome, P. et Duvat, G. "La capacité logique des modèles de laboratoire et l'interêt de leur emploi en hydraulique souterraine". I.A.H. Congress 1965. pag. 345-346.