

## *Análisis numérico del deslizamiento de Vajont usando análisis de deformación discontinua (DDA) y el método del punto material (MPM)*

Juan Pablo Ibañez

[juan.pablo.ibanez@ingenieria.uncuyo.edu.ar](mailto:juan.pablo.ibanez@ingenieria.uncuyo.edu.ar)

Área Geotecnia - Instituto IMERIS, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, Centro Universitario (M5502KFA), Mendoza, Argentina

Fabrizio Fernández

[fabriciof@puc-rio.br](mailto:fabriciof@puc-rio.br)

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil.

RESUMEN: El catastrófico deslizamiento de Vajont, en Italia, está ampliamente documentado y estudiado. Una inmensa falla del talud movilizó una masa de roca de unos 250 m de espesor a una distancia de aproximadamente 500 m en un tiempo estimado de 45 s, con velocidades máximas de 20 a 30 m/s. Las altas velocidades y distancias indican que durante el proceso de inestabilidad se produjo una significativa pérdida de resistencia en el plano de falla. En el presente trabajo se realiza un retroanálisis para reproducir el proceso de inestabilidad completo y estimar la pérdida de resistencia empleando dos métodos numéricos relevantes: 1) El método de Análisis de Deformación Discontinua (DDA), que modela el macizo rocoso como un sistema de bloques, asignándoles una ley de degradación friccional en función del desplazamiento; 2) El Método del Punto Material (MPM), que modela el talud como un continuo elasto-plástico heterogéneo, utilizando un modelo constitutivo con degradación de la resistencia según la evolución de las deformaciones plásticas. Los resultados obtenidos con ambos modelos reprodujeron satisfactoriamente el proceso de inestabilidad ajustando distancias, velocidades y tiempos, así como la fracturación interna de la masa de roca, confirmando una marcada degradación de la resistencia en el plano de falla.

Palabras clave: DESLIZAMIENTO, VAJONT, RESISTENCIA AL CORTE, DDA, MPM.

## 1 INTRODUCCIÓN

El retroanálisis es una herramienta útil para estudiar los mecanismos de inestabilidad de taludes. En el caso de grandes deslizamientos históricos ampliamente documentados, la cantidad y calidad de información de laboratorio, campo y gabinete disponible permite una adecuada calibración de los modelos. Esto redundará en un análisis conceptualmente más fundamentado, a la vez que permite proponer y validar nuevos modelos de fricción. Así, los resultados del análisis permiten obtener conclusiones y sugerencias acerca de los mecanismos de iniciación y desarrollo de la inestabilidad, así como de los procesos de degradación de la resistencia en el plano de falla, la formación de bandas de corte y fallas internas a la masa que desliza, etc. De esta forma, los eventos históricos de inestabilidad son tratados como “ensayos a escala natural” de gran relevancia para la ingeniería geotécnica.

En el presente trabajo se toma como caso de análisis el conocido deslizamiento de Vajont en Italia, a fin de retroanalizar el proceso de inestabilidad en todas sus etapas, desde la condición de estabilidad en la inminencia de falla, la etapa de creep, el deslizamiento hasta alcanzar altas velocidades y la configuración final. El objetivo se centra principalmente en obtener un rango de valores para la fricción residual en el plano de falla, a fin de mensurar la medida de degradación de resistencia provocada durante el deslizamiento. Adicionalmente, interesa entender el comportamiento de la masa de roca deslizante en su interior, que incluye la formación de bandas de corte y planos de rotura subsidiarios provocados por las restricciones cinemáticas de la superficie de deslizamiento.

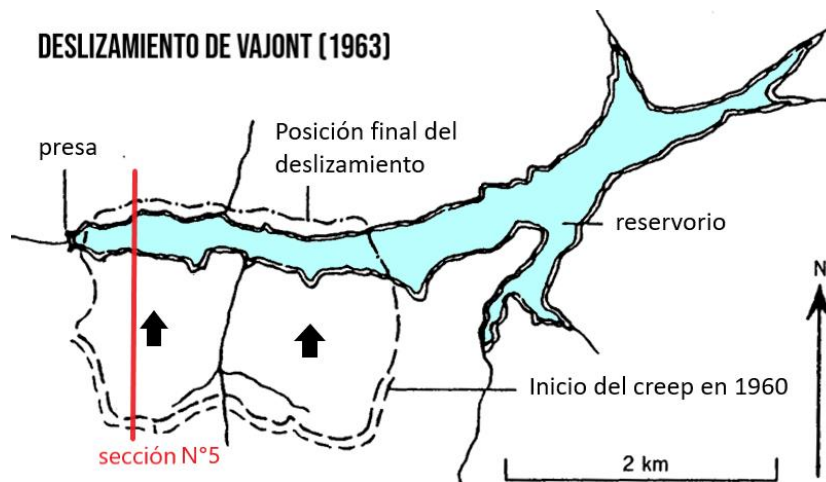
Para esto se utilizaron dos métodos numéricos diferentes. En primer lugar se empleó el método de Análisis de Deformación Discontinua (DDA), que modela discretamente al macizo rocoso como siendo un sistema de bloques definidos por familias de discontinuidades, con leyes friccionales y realizando análisis dinámico [1] [2]. En segundo lugar se empleó el Método del Punto Material (MPM) [3] [4] para modelar a la masa movilizada como un continuo elasto-plástico heterogéneo, en el cual la degradación de resistencia de los materiales se asume con variación lineal y dependiente de las deformaciones plásticas acumuladas, y la interacción de los diversos materiales en el interior del macizo se considera mediante una ley de contacto friccional.

Mediante estos dos modelados del mismo deslizamiento se obtienen resultados contrastables y complementarios, que permiten establecer un rango de valores confiable para la degradación friccional ocurrida y entender con mayor profundidad el comportamiento de la masa inestabilizada durante la evolución en todo el proceso.

## 2 EL DESLIZAMIENTO DE VAJONT

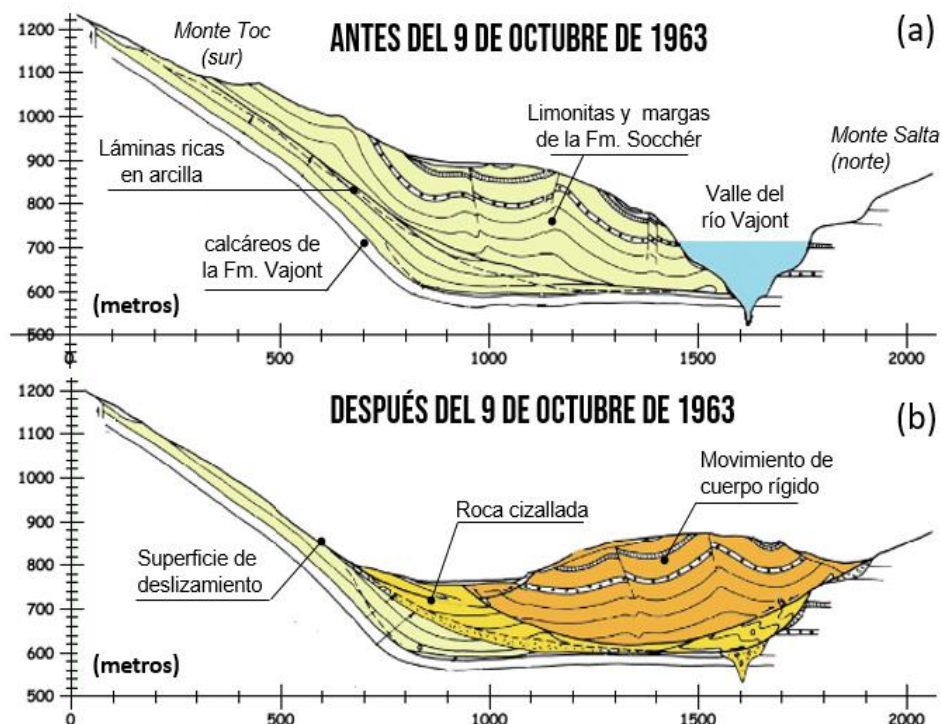
### 2.1 *El deslizamiento en 1963*

El 9 de octubre de 1963 se produce el deslizamiento de un amplio sector de ladera aguas arriba de la presa de Vajont, en la región de Veneto, al norte de Italia. Unos 300 millones de m<sup>3</sup> de material rocoso colapsó hacia el reservorio provocando el rebalse de una inmensa masa de agua que impactó catastróficamente en el pueblo de Longarone y zonas circundantes aguas abajo de la presa (ver Figura 1). A lo largo de los años, y hasta el día de hoy, numerosos reportes y artículos se han publicado, abarcando tanto trabajo de campo, laboratorio, análisis teóricos y diferentes tipos de modelado numérico [5]. Entre ellos cabe destacar los estudios y reportes [6] [7] [8] [9] que constituyen la base y referencia de los estudios más recientes.



**Figura 1.** Esquema del reservorio y presa de Vajont. Detalle de la zona de falla y sección N°5 elegida para el análisis (modificado de [10]).

Al deslizamiento lo precedió una etapa de creep estimada en más de tres años, concentrada en finas láminas ricas en arcilla saturada (60–70% esmectita, 30–40% calcita y cuarzo en menor medida) intercaladas en una capa de limolita [11]. Una vez producido el deslizamiento, éste movilizó un enorme bloque de roca Jurásico-Cretácico de la formación Socchér, estimado en dos kilómetros de ancho, un kilómetro de longitud y unos 250 m de espesor máximo (ver Figura 2).



**Figura 2.** Sección geológica transversal N° 5 del deslizamiento de Vajont (modificado de [8]).

La masa de roca involucrada en el deslizamiento se extendió por unos 1400 m, alcanzando espesores de roca de hasta 250 m. Relevamientos de campo y análisis de equilibrio límite [8] indicaron que el bloque deslizó una distancia horizontal de unos 450 a 550 m en menos de 45 s, alcanzando velocidades máximas de entre 35 y 30 m/s. Estas altas velocidades desarrolladas han sido el principal aspecto de estudio, proponiéndose diferentes hipótesis para explicar la notable reducción en la resistencia friccional [12] [13].

## 2.2 Las investigaciones posteriores: los parámetros *medidos y estimados*.

Los primeros estudios asumieron que la resistencia residual de las múltiples láminas arcillosas intercaladas controlaron el deslizamiento en vez de la resistencia en los contactos roca-roca [6] [7] [14] [15]. Por lo tanto, este valor de resistencia residual se asumió como el factor más significativo en la estabilidad de la masa de roca. La Tabla 1 presenta los valores de fricción obtenidos en ensayos de laboratorio así como valores ponderados que fueron recomendados para los análisis de estabilidad.

**Tabla 1.** Valores de fricción para las capas de arcilla y los bloques de roca [8].

Material	Rango de valores de $\phi$ [°]	Valores de $\phi$ recomendados [°]	Resistencia al corte
Capa de arcilla	5 - 16	12 ( $\mu=0.21$ )	Residual
Bloques de roca	30 - 40	40 ( $\mu=0.84$ )	Pico

Estudios experimentales más recientes [11] se enfocaron en obtener valores de la resistencia al corte residual de las arcillas para altas velocidades de cizalla y en condición seca y húmeda. La degradación de la fricción hasta alcanzar su valor residual estable ocurrió para una distancia de cizalla denominada distancia crítica “dc”. Los resultados obtenidos son presentados en Tabla 2.

**Tabla 2.** Valores de fricción residual para las capas de arcilla (basado en [11]).

Condición en la superficie De deslizamiento	Valores residuales de $\phi$ [°]	distancia crítica dc [m]
Seco	5 – 11	25 – 35
Húmedo	0 – 3	20 – 30

Por otro lado, en base a cálculos teóricos basados en un mecanismo de falla de bloque rígido, se estimó necesaria una fricción de 22.3° en el plano de falla para asegurar una condición estable estática de la masa de roca que deslizó [16] [17]. El mismo valor fue obtenido en [18] mediante análisis numérico discreto utilizando DDA. Este valor constituye un límite inferior para la resistencia de pico media presente en el plano de falla antes del inicio de la fase de creep.

## 2.3 *El principal interrogante: el mecanismo y la magnitud de la degradación de la fricción*

Desde un punto de vista geomecánico, el principal fenómeno a ser clarificado es el elevado valor de las velocidades reportadas, probablemente relacionadas con una drástica reducción de la resistencia en el plano de deslizamiento. Para explicar esta ocurrencia se propusieron diversos mecanismos como una elevada presión de poros generada por el calor liberado en el plano de falla [12], o una extremadamente baja fricción dinámica de las arcillas presentes en el plano de falla [13].

En el presente trabajo se propone estimar numéricamente los límites inferior y superior de la magnitud de esta reducción de la resistencia al corte dinámica, mediante dos modelados complementarios: 1) Análisis discreto para grandes desplazamientos mediante DDA enfocado en representar la masa de roca deslizante como un sistema de bloques, y 2) Análisis continuo de grandes deformaciones mediante MPM para modelar la masa de roca deslizante como un continuo elastoplástico.

### 3 EL ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN DISCONTINUA - DDA

#### 3.1 Características generales y leyes de fricción para las discontinuidades

DDA es un método numérico para el análisis discreto de sistemas de bloques deformables [1] [2]. Este método fue implementado computacionalmente en un programa donde el modelado se realiza a través de cuatro módulos de cálculo consecutivos, es decir, el archivo de salida de un módulo es el archivo de entrada del siguiente módulo. Estos módulos son:

- DDA-LINES (DL): Módulo generador de discontinuidades. Permite definir fracturas, fallas y familias de diaclasas, así como su dominio espacial. Los parámetros pueden usarse de forma determinística o estadística. También permite definir contornos de obras como túneles o excavaciones.
- DDA-CUT (DC): Módulo generador de bloques. Genera el sistema de bloques a partir de la geometría definida por las discontinuidades.
- DDA-FORWARD (DF): Módulo de análisis forward. El análisis puede ser estático o dinámico. El sistema de ecuaciones se resuelve mediante dos métodos: método directo o iterativo (sobre relajación).
- DDA-GRAPH (DG): Módulo generador de gráficos de salida. Genera gráficos en pantalla y archivos para impresión.

En el sistema de bloques constituido para el análisis numérico se pueden diferenciar dos ámbitos: El ámbito interno de cada bloque y el ámbito externo, donde ocurre la interacción dinámica entre los bloques. En el ámbito interno, cada bloque de geometría poligonal es asumido como un sólido deformable con comportamiento elástico. Su comportamiento mecánico es definido por su densidad, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson. En el ámbito externo, cada bloque recibe fuerzas externas a partir de la interacción con otros bloques. Dichas fuerzas son definidas por un método de penalización entre bloques, donde cada superposición geométrica entre bloques se penaliza con una fuerza de repulsión elástica (modelo de resorte) proporcional a la magnitud de la superposición, según una constante de rigidez asumida, que constituye un parámetro interno del método. Con respecto a las fuerzas normales, no hay límite a la fuerza de repulsión generada por la superposición. En cuanto a las fuerzas de repulsión tangenciales, éstas constituyen la resistencia friccional de los bloques, y por lo tanto tienen un límite a su valor dado por leyes de fricción.

#### 3.2 Leyes de fricción para las discontinuidades

La interacción friccional entre los bloques en una discontinuidad se controla por leyes que determinan un criterio de resistencia por mecanismo de rozamiento. Una vez que dicho límite es alcanzado, porque la fuerza movilizante es mayor a la resistente, acontecerá deslizamiento relativo entre los bloques mientras continua actuando en la discontinuidad la resistencia friccional máxima establecida por la ley. En este momento comienza a ocurrir la degradación friccional del contacto debido al movimiento relativo, fenómeno éste que podrá ser contemplado o no por la ley friccional.

El deslizamiento de Vajont específicamente ha sido estudiado mediante modelado con DDA recientemente siguiendo dos hipótesis de comportamiento friccional en los contactos de bloques considerando degradación:

- Modelo bilineal de degradación de la fricción, dependiente de la escala de los bloques deslizantes y adecuado para discontinuidades inicialmente limpias y rugosas [18] [19].
- Modelo exponencial de transición del creep hasta el deslizamiento a altas velocidades y apropiado para discontinuidades rellenas con material blando [20].

El modelo bilineal propone que la fricción de pico ( $\phi_p$ ) actúa inicialmente en la superficie de deslizamiento en roca, degradándose linealmente ( $D$ ) con el desplazamiento relativo ( $d$ ) hasta su valor residual ( $\phi_b$ ) que se dá para una distancia crítica ( $d_c$ ). Según el modelo de Bandis-Barton [21], esa distancia corresponde al 1% del tamaño del menor bloque involucrado en el deslizamiento. Para distancias mayores la resistencia friccional se dá por el valor residual. El mismo se expresa mediante las ecuaciones

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_p - D && \text{if } (d \leq d_c) \\ \phi &= \phi_b = \phi_p - i && \text{if } (d > d_c) \quad (1) \\ D &= \left(\frac{d}{d_c}\right) \cdot i && \text{if } (d \leq d_c) \end{aligned}$$

El modelo exponencial propone que la fricción de pico ( $\phi_p$ ) actúa inicialmente en la superficie de roca para la condición estable. Una vez iniciado el desplazamiento relativo de las caras ( $d$ ) se inicia una degradación friccional que vá desde el crep hasta la fricción residual ( $\phi_b$ ). Según resultados experimentales [11] esta degradación se dá por una ley exponencial de parámetro ( $c$ ) hasta alcanzar la distancia crítica ( $d_c$ ). Esta ley se expresa mediante la expresión

$$\phi = \phi_b + (\phi_p - \phi_b) e^{-c(d/d_c)} \quad (2)$$

Ambas leyes de degradación de la fricción fueron implementadas en el código de DDA y validadas para modelos simplificados. En el presente trabajo se emplea el modelo bilineal para las discontinuidades internas de la masa de roca, y el modelo exponencial para todo la superficie de falla, asumiendo que ella ocurre enteramente en las láminas arcillosas intercaladas en la roca.

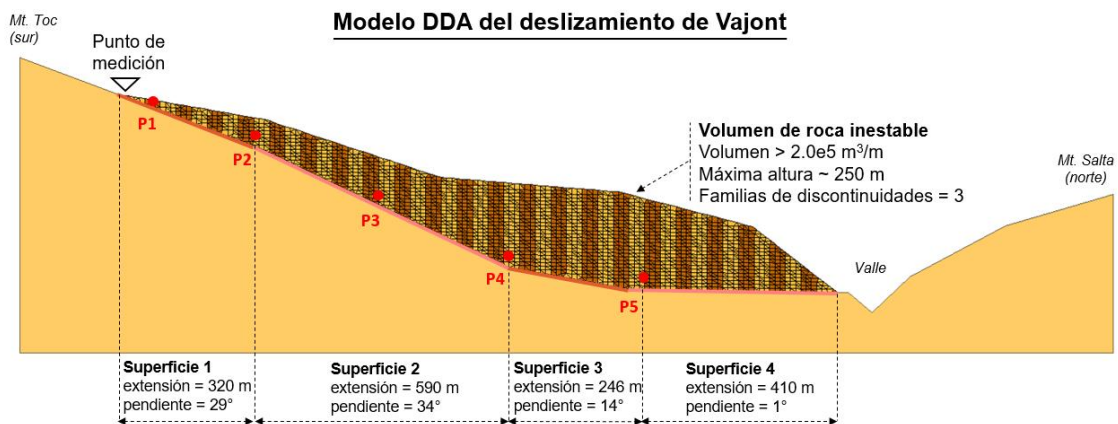
#### 4 MODELADO NUMÉRICO USANDO EL ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN DISCONTINUA - DDA

##### 4.1 El modelo geomecánico de la Sección N°5

Para reproducir el deslizamiento de Vajont mediante las leyes de degradación propuestas, se definió en DDA el modelo geomecánico completo de la sección N°5 (indicada en la Figura 1) incluyendo la geometría detallada de la superficie de deslizamiento y la masa de roca inestabilizada (ver Figura 3). A partir de las características del macizo fallado observadas en campo, se incluyeron en el modelo tres familias de discontinuidades principales:

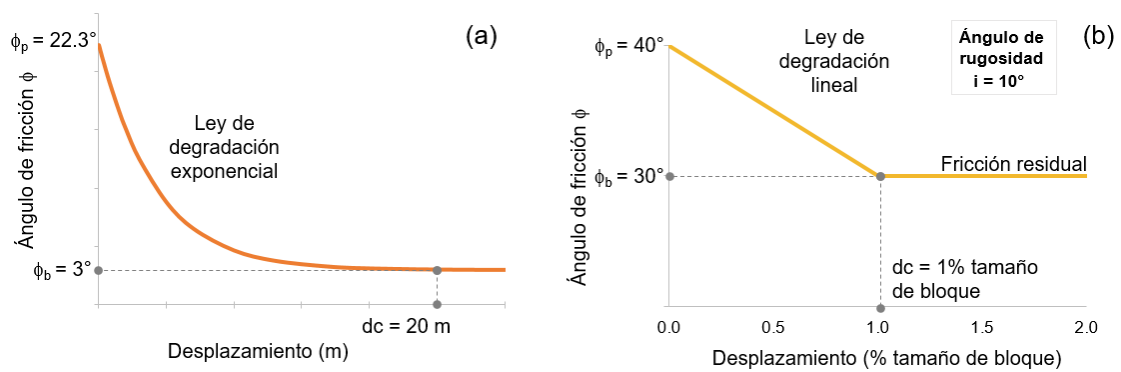
- Una familia con buzamiento vertical (90°);
- Una familia con buzamiento acompañando la pendiente del tramo 2 de la superficie de falla (34.5°);
- Una familia con buzamiento acompañando la pendiente del tramo 4 de la superficie de falla (1.5°);

Resultados de análisis previos del efecto del tamaño de bloque para este modelo [19] mostraron que con un tamaño de bloque menor o igual a 8 m el efecto del tamaño de bloque se minimiza y no interfiere mayormente en el resultado final en términos de velocidades y distancias máximas recorridas. Esto se logra adoptando espaciamiento de 10 m para las tres familias de discontinuidades, y es el espaciamiento adoptado en el presente análisis. Con esta configuración, el modelo generado consta de 3096 bloques.



**Figura 3.** Modelo DDA para el deslizamiento de Vajont (Sección N°5). Se indica el punto de medición para registro de la distancia total y los puntos de control P1 a P5 para el estudio del comportamiento interno de la masa de roca que desliza.

La Figura 4 presenta la ley de degradación friccional correspondiente al modelo bilineal usada en las discontinuidades internas de la masa de roca, y la ley correspondiente al modelo exponencial usada para la superficie de falla. Los parámetros de ambas leyes son mostrados en la Tabla 3. Los parámetros elásticos de la matriz rocosa usados en el modelo DDA están resumidos en la Tabla 4.



**Figura 4.** Leyes de degradación de la fricción: a) Ley bilineal; b) Ley exponencial.

**Tabla 3.** Parámetros de las leyes de degradación del ángulo de fricción.

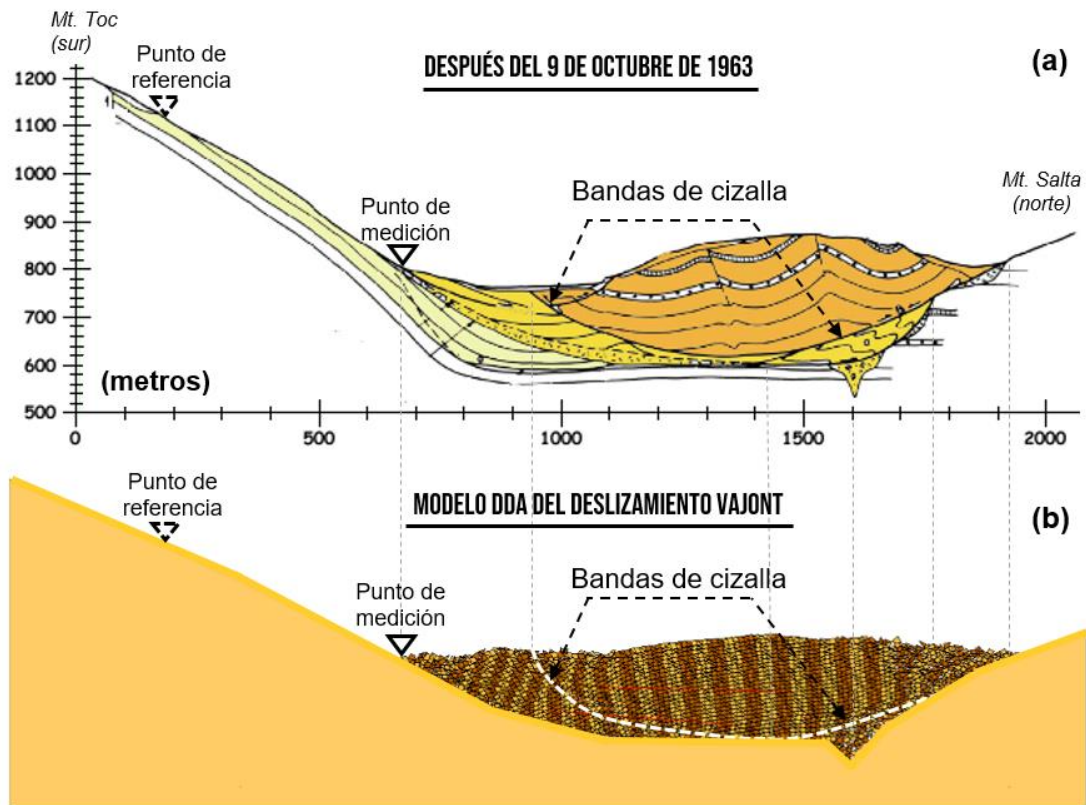
Ley de Fricción	Valor pico inicial $\phi_{pico}$	Valor residual $\phi_b$	Desplazamiento crítico $dc$
Bilineal	12.0°	9°	1% tamaño del bloque
Exponencial	22.3°	3°	20 m

**Tabla 4.** Parámetros elásticos del modelo DDA.

Densidad $\rho$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Módulo de elasticidad E [GPa]	Coef. Poisson $\nu$ [–]
2700	10.0	0.2

#### 4.2 Resultados obtenidos con modelado DDA

La configuración final de la masa de roca inestabilizada al finalizar el deslizamiento, según obtenida mediante el modelo DDA, es presentada en la Figura 5b.



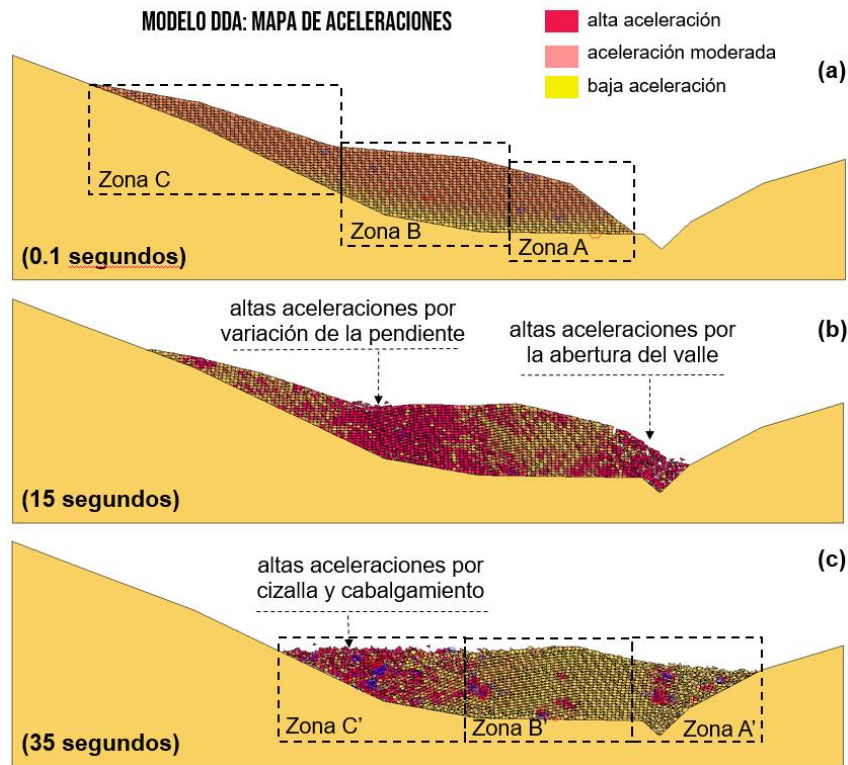
**Figura 5.** Resultado comparado: a) Sección N°5 después del deslizamiento; b) Modelo DDA.

La comparación de las configuraciones observadas en campo y obtenidas numéricamente por DDA muestra una excelente concordancia, incluyendo una semejante configuración geométrica general, el movimiento de cuerpo rígido de parte de la masa de roca y la formación de fallas internas provocadas por bandas de cizalla inducidas por los cambios de inclinación de la superficie de deslizamiento.

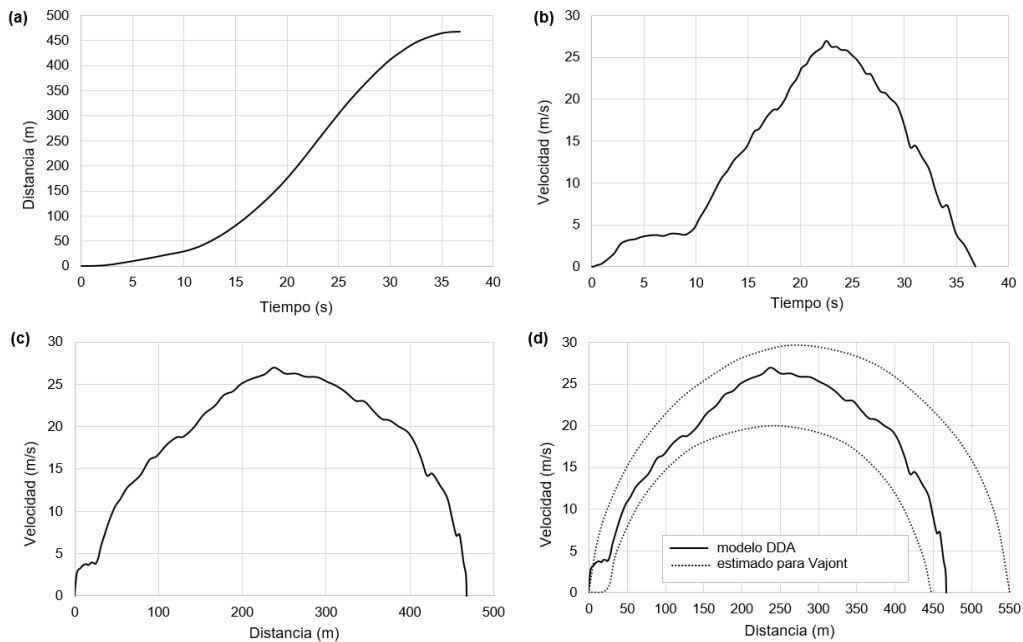
Se pueden observar tres sectores de la masa de roca deslizante con comportamiento diferenciado, como indicado en la Figura 6a. La Zona A, el pie del talud que desliza hacia la posición A', sometido a una cinemática más caótica por estar en el frente y ser afectado por la topografía del valle, el cual rellena; La Zona B, el cuerpo central de la masa deslizante, que sufre una cinemática asemejable a la de un cuerpo rígido y ocupa la zona B'; y la Zona C, la cola del talud de menor volumen involucrado, que experimenta las mayores velocidades y distancias hasta la posición C', pues al final del proceso cabalga sobre la Zona B cuando esta se detiene en B' (ver Figura 6.c).

La Figura 7 presenta los resultados en términos de la evolución de las velocidades y distancias recorridas con el tiempo del deslizamiento, así como la relación velocidad x distancia, comparando con las estimaciones realizadas para de deslizamiento previamente [8] [9]. O modelo DDA consiguió reproducir los valores estimados de tiempos, distancias y velocidades para el deslizamiento de Vajont, así como la evolución de la fase creep hasta el deslizamiento a altas velocidades.





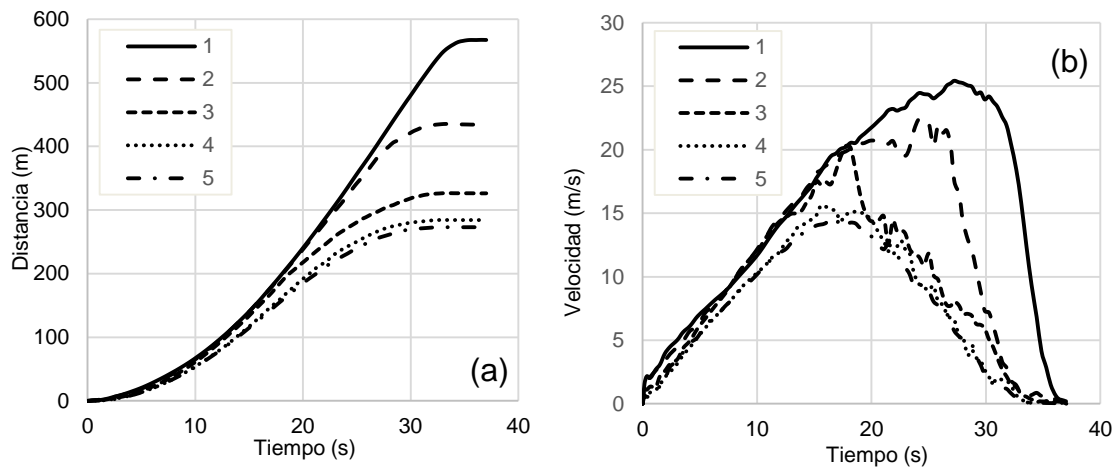
**Figura 6.** Mapa de aceleraciones de la masa de roca durante la simulación del deslizamiento.



**Figura 7.** Resultados para el punto de medición (ver Figura 3):

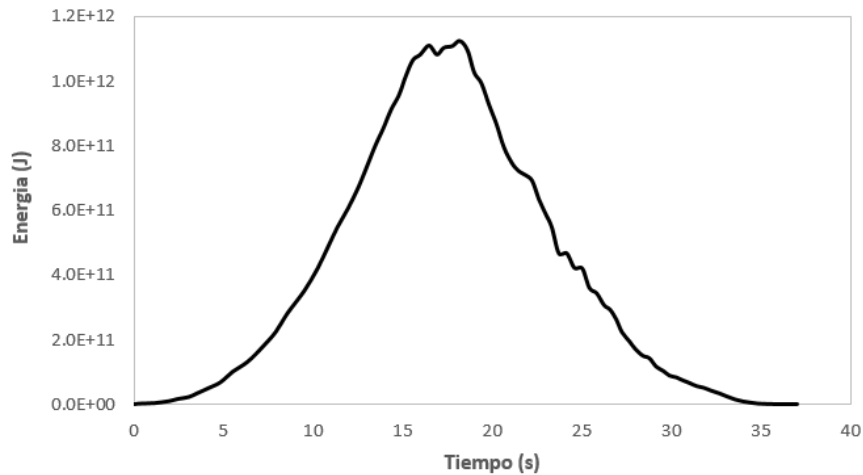
- a) Distancia horizontal x tiempo; b) Velocidad horizontal x tiempo; c) Velocidad horizontal x distancia horizontal; d) Velocidad horizontal x distancia horizontal comparado con estimaciones para Vajont.

La Figura 8 presenta los resultados obtenidos para los cinco puntos de control incluidos en la masa de roca que desliza, que ofrecen información relevante acerca de la cinemática interna a lo largo del proceso de deslizamiento. Del comportamiento observado en distancia y velocidad se observa que en la Zona B (puntos 3, 4 y 5) acontece efectivamente un movimiento de cuasi cuerpo rígido, con distancias recorridas en torno de los 300 m alcanzando velocidades máximas de 15 m/s. En la Zona C (puntos 1 y 2), en cambio, las distancias y velocidades son crecientes hacia la cola del talud, dado el cabalgamiento que esta parte tiene sobre la zona central (Zona B) hacia el final del deslizamiento.



**Figura 8.** Resultados del modelo DDA para los puntos de control P1, P2, P3, P4 y P5 de la Figura 3: a) Distancia horizontal x tiempo; b) Velocidad horizontal x tiempo.

La energía cinética liberada durante todo el proceso se muestra en la Figura 9. El máximo se observa cuando el cuerpo principal de la masa deslizante (la Zona B) alcanza las velocidades máximas, entre los 18 y los 20 s de simulación.



**Figura 9.** Energía cinética liberada durante la simulación con DDA.

## 5 EL MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL – MPM

### 5.1 Introducción al MPM

El método del punto material, o MPM, es un método híbrido Lagrangiano-Euleriano que permite simular procesos de la mecánica del continuo de grandes deformaciones y desplazamientos sin inconvenientes asociados a la distorsión de la malla computacional. En el MPM, el dominio material a simular se discretiza en un conjunto de puntos materiales (también llamados partículas) que pueden moverse libremente dentro de una malla computacional Euleriana (fija), donde se resuelven las ecuaciones de movimiento. Los puntos materiales concentran todas las variables de interés durante la simulación, como tensión, presión de poros, temperatura, etc., y le dan al método la característica Lagrangiana.

### 5.2 Formulación matemática del MPM

El método del punto material, MPM, permite resolver numéricamente la ecuación de movimiento de la mecánica de los medios continuos usando nodos de una malla Euleriana para efectuar la integración y puntos materiales Lagrangeanos para trasladar y almacenar las propiedades del medio. La ecuación de movimiento de la mecánica de medios continuos es [22]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i \quad (3)$$

donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones de Cauchy,  $\rho$  es la densidad del medio,  $b_i$  es la fuerza resultante de la masa y  $\ddot{u}_i$  es la aceleración. La formulación matemática del MPM se obtiene de la forma débil de la Ecuación (3) usando un esquema de discretización Petrov-Galerkin, donde el dominio material  $\Omega$  es discretizado en un conjunto de puntos definidos por funciones características no nulas en el volumen representativo de cada punto material [4]. La función característica del punto material  $\chi_p(x_i)$  define el espacio ocupado por dicho punto y permite aproximar cualquier propiedad  $f(x_i)$  mediante el valor almacenado en la partícula  $f_p$

$$f(x_i) = \sum_p f_p \chi_p(x_i) \quad (4)$$

Usando la Ecuación (4) para aproximar la densidad  $\rho$ , la tensión  $\sigma_{ij}$  y la aceleración  $\ddot{u}_i$  en la forma débil de la Ecuación (3), se tiene que

$$\sum_p \int_{\Omega_p \cap \Omega} \frac{\dot{p}_p}{v_p} \chi_p \delta u_i dV + \sum_p \int_{\Omega_p \cap \Omega} \sigma_{ijp} \chi_p \delta u_{i,j} dV - \sum_p \int_{\Omega_p \cap \Omega} \frac{m_p}{v_p} b_{ip} \chi_p \delta u_i dV - \int_{\Gamma} t_i \delta u_i dA = 0 \quad (5)$$

en la cual,  $\delta u_i$  son desplazamientos virtuales, donde  $\delta u_i|_{\Gamma} = 0$  y  $t_i$  es una acción externa en el contorno  $\Gamma$ . El esquema Petrov-Galerkin se obtiene expresando los desplazamientos virtuales  $\delta u_i$  mediante funciones de interpolación nodales

$$\delta u_i = \sum_I N_{Ip} \delta u_{iI} \quad (6)$$

donde las funciones de interpolación  $N_I(x_i)$  son tales que  $\sum_I N_I(x_i) = 1$ . Reemplazando la Ecuación (6) en la (3) se obtiene la forma discreta de la ecuación de movimiento:

$$\dot{p}_{iI} = f_{iI}^{int} + f_{iI}^{ext} \quad (7)$$

en la cual,  $p_{iI} = \sum_p S_{Ip} p_{ip}$  es la cantidad de movimiento,  $f_{iI}^{int} = -\sum_p \sigma_{ijp} S_{Ip,j} V_p$  es la fuerza interna y  $f_{iI}^{ext} = \sum_p m_p S_{Ip} b_{ip} + \int_{\Gamma} t_i N_I(x_i) dA$  es la fuerza externa en el nodo  $I$ . La función  $S_{Ip}$  y su gradiente

$S_{I_p,j}$  son las funciones de ponderación definidas por  $S_{I_p} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cap \Omega} \chi_p(x_i) N_I(x_i) dV$  y  $S_{I_p,j} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cap \Omega} \chi_p(x_i) N_{I,j}(x_i) dV$ , cuya integración es realizada de forma analítica en el dominio de la partícula usando funciones lineales para  $N_I(x_i)$  y funciones de escalón unitario para  $\chi_p(x_i)$ :

$$S_{I_p} = \begin{cases} 0 & |\xi| \geq L + l_p \\ (L + l_p + \xi)^2 / 4Ll_p & -L - l_p < \xi \leq -L + l_p \\ 1 + \xi/L & -L + l_p < \xi \leq -l_p \\ 1 - (\xi^2 + l_p^2) / 2Ll_p & -l_p < \xi \leq l_p \\ 1 - \xi/L & l_p < \xi \leq L - l_p \\ (L + l_p - \xi)^2 / 4Ll_p & L - l_p < \xi \leq L + l_p \end{cases} \quad (8)$$

donde  $2l_p$  es el dominio de la partícula,  $L$  es el tamaño de la célula de la malla Euleriana en 1D y  $\xi = x_p - x_I$  es la posición relativa de la partícula en relación al nodo  $I$ . En el presente trabajo las funciones de ponderación en 3D son obtenidas mediante el producto de tres funciones de ponderación unidimensionales:

$$S_{I_p}(x_i) = S_{I_p}(\xi) S_{I_p}(\eta) S_{I_p}(\zeta) \quad (9)$$

en la cual,  $\xi = x_p - x_I$ ,  $\eta = y_p - y_I$  y  $\zeta = z_p - z_I$ , es la posición relativa de la partícula al nodo.

Una vez obtenida la aceleración en los nodos usando la Ecuación. (7), la posición y velocidad de cada partícula se actualiza con los valores nodales calculados:  $x_{ip} = x_{ip} + \Delta t \sum_I \ddot{u}_{iI} N_{I_p}$  y  $\dot{u}_{ip} = \dot{u}_{ip} + \Delta t \sum_I \ddot{u}_{iI} N_{I_p}$ . Luego, el incremento de deformación en cada partícula puede obtenerse por  $\Delta \epsilon_{ijp} = \sum_I \frac{1}{2} (N_{I_p,j} \dot{u}_{iI} + N_{I_p,i} \dot{u}_{jI}) \Delta t$ . El incremento de tensión de la partícula se determina a partir del incremento de deformación  $\Delta \epsilon_{ijp}$  mediante una relación constitutiva. Para considerar las rotaciones durante el problema de grandes deformaciones, se adopta la tasa de tensiones objetivas de Jaumann  $\sigma_{ij}^{\nabla} = \dot{\sigma}_{ij} - \Omega_{ik} \sigma_{kj} - \sigma_{ik} \Omega_{ji}$ , donde  $\Omega_{ijp} = \sum_I \frac{1}{2} (N_{I_p,j} \dot{u}_{iI} - N_{I_p,i} \dot{u}_{jI})$  es el tensor de rotación.

La formulación matemática aquí presentada está implementada computacionalmente en el programa MPM-PUCRio, desarrollado por Fernández (2020) [23].

## 6 MODELADO NUMÉRICO USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO MATERIAL – MPM

### 6.1 Antecedentes y metodología

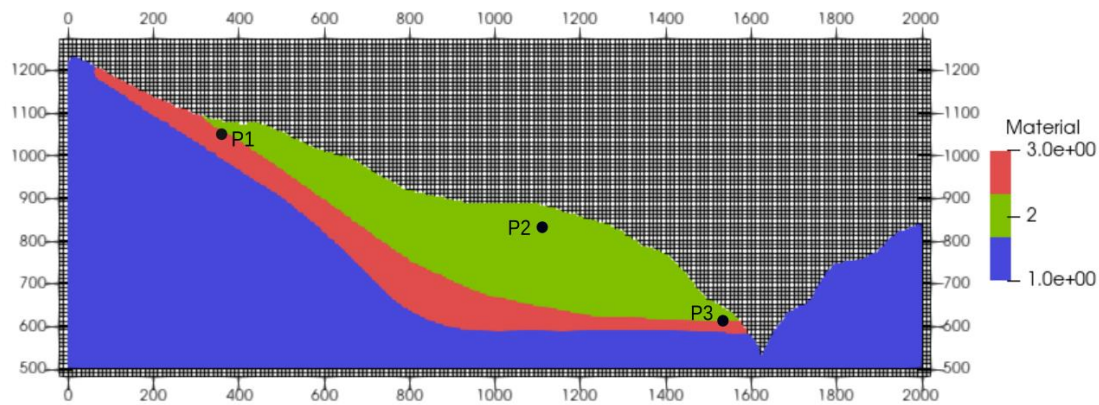
El deslizamiento de Vajont fue previamente modelado con MPM por Serna y otros [24] [25]. En estos trabajos, el deslizamiento de Vajont se estudia usando dos materiales elasto-plásticos para representar la masa que rompe y un cuerpo rígido (sin deformación) para representar la roca de la base. En estos trabajos previos, la masa movilizada se asume con un comportamiento constitutivo según el modelo elasto-plástico de Von Mises, sin tener en cuenta el aumento de resistencia con la tensión confinante, asumiendo la hipótesis de condiciones totalmente no drenadas de toda la masa que colapsa. En estos estudios previos no fue considerada la degradación en la resistencia de los materiales, que fueron asumidos constantes durante todo el evento.

Con el objetivo de capturar la evolución del mecanismo de falla, el deslizamiento generalizado y la formación de bloques fragmentados en el interior de la misma, en el presente trabajo se usa el MPM, tratando a la masa movilizada como un continuo elasto-plástico heterogéneo, en el cual la degradación

de resistencia de los materiales se asume lineal y dependiente de las deformaciones plásticas acumuladas. Los parámetros resistentes de pico son considerados a partir de valores publicados en las referencias. La interacción entre los diversos materiales en el interior del macizo se considera mediante una ley de contacto friccional. Los valores residuales de resistencia y los parámetros friccionales serán utilizados para calibrar el modelo durante el retroanálisis. Los parámetros de fricción obtenidos en la calibración, la topografía final y la formación de bloques fragmentados serán comparados con los obtenidos en el modelado discreto DDA y con las informaciones disponibles en la literatura.

## 6.2 Resultados del modelo numérico MPM

La Figura 10 muestra el modelo numérico MPM, formado por 63528 puntos materiales dispuestos en una malla Euleriana de elementos cúbicos de 8 nodos y de 10 m de lado. Los contorno del modelo son fijos en la base y en los laterales:  $u_x = u_y = 0$ . El contacto friccional entre todos los materiales es asumido constante igual a  $\mu = 0.1$ . El tiempo total de simulación fue de  $t = 60$  s. Los parámetros resistentes y de degradación de los materiales son detallados en la Tabla 5 y Tabla 6, respectivamente.



**Figura 10.** Modelo MPM formado por 63528 puntos materiales dispuestos en una malla Euleriana de elementos cúbicos de 8 nodos de 10 m de lado. Puntos de control P1 (367,1056), P2(1157,810) y P3(1582,586).

**Tabla 5.** Parámetros de los materiales usados en el modelo MPM

id	Modelo	$\rho$ [kN/m <sup>3</sup> ]	E [GPa]	$\nu$ [--]	$\varphi^{\text{pico}}$ [°]	c [MPa]
1	Elástico	2700	10	0.2	--	--
2	Elasto-Plástico	2700	10	0.2	40	3
3	Elasto-Plástico	2700	5	0.2	22.3	2

**Tabla 6.** Parámetros de degradación de resistencia usados en el modelo MPM.

id	Modelo	$\varphi^{\text{pico}}$ [°]	$\varphi^{\text{res}}$ [°]	$\varepsilon_p^{\text{pico}}$ [--]	$\varepsilon_p^{\text{res}}$ [--]
2	Elasto-Plástico	40	30	0.001	0.01
3	Elasto-Plástico	22.3	5	0.01	0.1

La Figura 11 muestra la evolución de las zonas de plastificación, que definen el mecanismo de falla, y el desplazamiento de la masa durante la ruptura. Inicialmente, durante el equilibrio estático de la masa ( $t=0$  s), se observan zonas de moderada plastificación en el contacto con la roca, entre las coordenadas horizontales 500 m y 800 m. Durante la ruptura, a los 15.6 s, se observa una plastificación predominante en el contacto con la roca de la base, entre las coordenadas horizontales 800 m y 1200 m. En este tiempo, se observa también una marcada fragmentación en toda la altura de la masa próxima a la

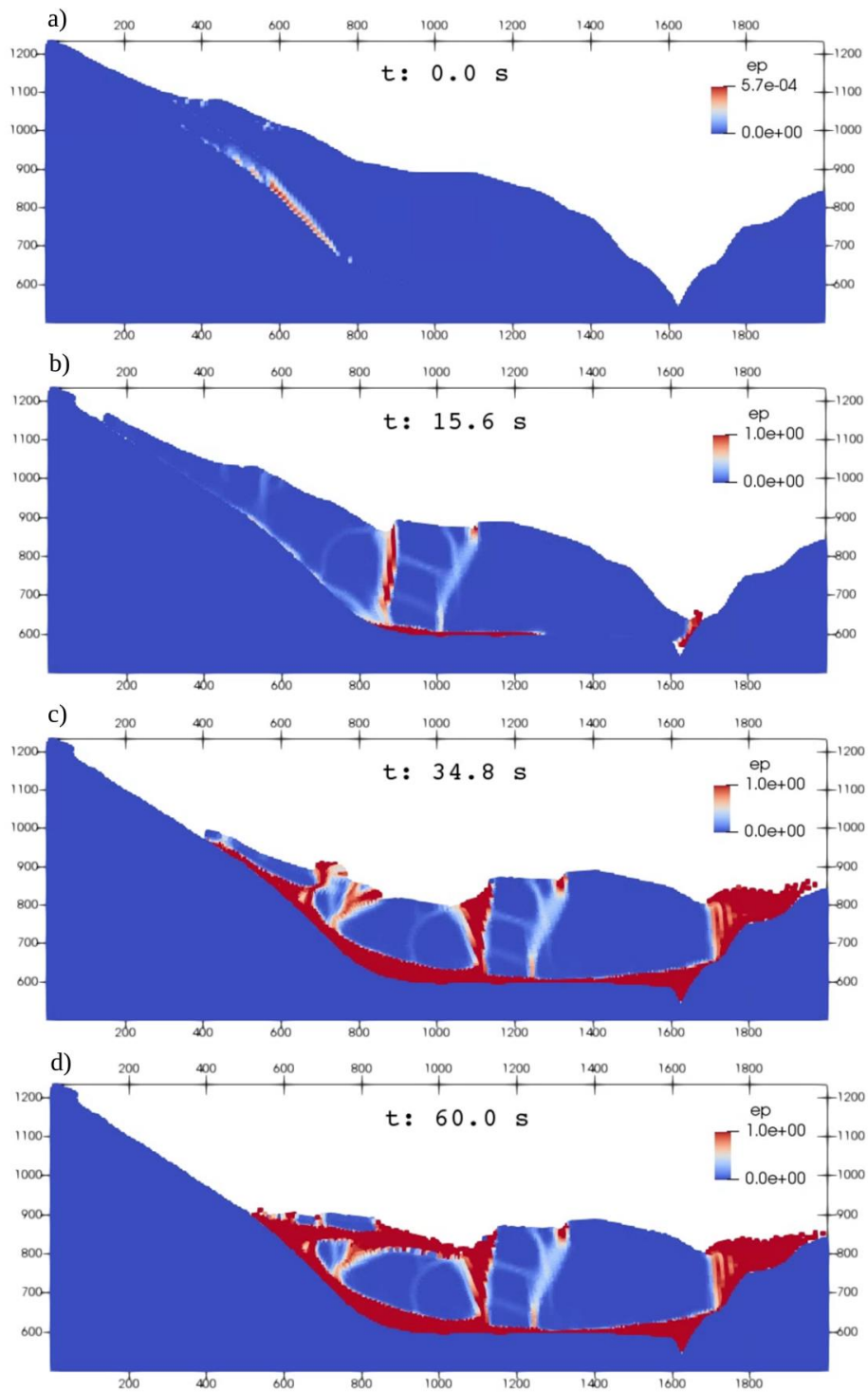
coordenada horizontal 850 m. A los 34.8 s, la masa está en un estado de colapso generalizado, donde la plastificación predomina en la base y la fragmentación se propaga a 4 zonas de la masa. A los 60 s, el modelo adopta una nueva configuración de equilibrio estable.

Durante la simulación MPM, tres puntos de control fueron usados para registrar la cinemática de la masa durante la ruptura. La posición de cada punto está definida en la Figura 10.

La Figura 12.a muestra la evolución de los desplazamientos horizontales en los tres puntos de control P1, P2 y P3. Se observa que los puntos P2 y P3, posicionados respectivamente en la parte central e inferior de la masa que rompe, se desplazan aproximadamente 300 e 400 m respectivamente. El punto P3 presenta un desplazamiento superior debido al ascenso sobre el talud a la derecha del valle. El punto P1 registra un desplazamiento superior a los 650 m que continúa hasta los 60 s.

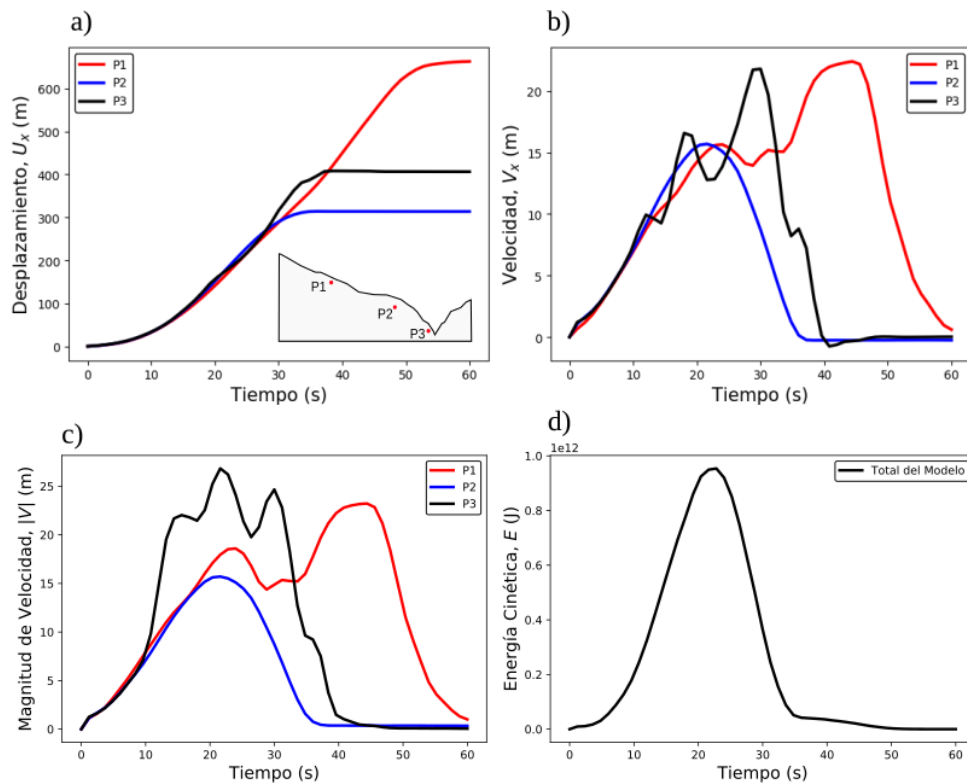
La Figura 12.b muestra la evolución de la velocidad de cada punto de control. Se observa que el punto P2 termina su movimiento aproximadamente a los 35 s. En este tiempo la energía total del sistema es prácticamente disipada (96% del máximo). El registro de velocidad del punto P1 revela que inicialmente el punto acompaña el movimiento de la masa que rompe, y cuando esta para a los 35 s, el punto acelera hasta alcanzar un máximo aproximadamente a los 45 s. Esto revela que existe una ruptura adicional en la zona superior izquierda del modelo que evoluciona, predominantemente, cuando la masa principal alcanza el equilibrio (ver Figura 11.c y Figura 11.d).

La Figura 12.d muestra la energía cinética total liberada durante el evento. La energía es liberada progresivamente en función de la masa movilizada y la velocidad de los puntos materiales. Durante los primeros 15 s, el mecanismo de ruptura evoluciona principalmente en la zona del contacto con la roca de la base (Figura 11.b). A partir allí, la masa desliza sobre el mecanismo definido y la energía total del sistema aumenta, prácticamente de forma lineal, hasta llegar a un pico de energía máxima, a los 22 s, a partir del cual la masa comienza a desacelerar. A los 35 s la energía se disipa en un 96% relativa a la máxima, y a los 60 s la energía del sistema se disipa totalmente, alcanzando un nuevo estado de equilibrio.



**Figura 11.** Evolución del mecanismo de falla y desplazamiento de la masa movilizada en el modelo MPM.

La escala de colores muestra la deformación plástica efectiva acumulada  $\epsilon^p = \sqrt{2/3 \epsilon_{ij}^p : \epsilon_{ij}^p}$ .



**Figura 12.** a) Evolución de desplazamientos horizontales en puntos de control P1, P2 y P3 (Ver ubicación en Figura 10). b) Evolución de velocidad horizontal en puntos de control. c) Evolución de la magnitud de la velocidad en puntos de control. d) Evolución de la Energía cinética total del modelo.

## 7 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

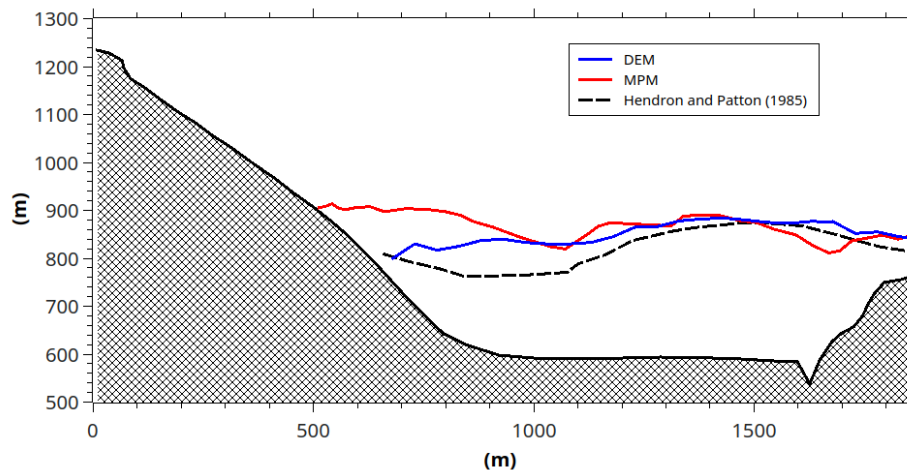
El análisis global de los resultados permite afirmar que hay una muy buena concordancia de resultados entre DDA y MPM, y de cada uno de ellos con respecto a la evidencia analítica y de campo reportada [8] [9]. La coherencia de resultados se hace evidente tanto en las mediciones cuantitativas (velocidad, distancia, tiempo, energía) como también en los aspectos cualitativos (topografía final y comportamiento mecánico interno de la masa de roca). Seguidamente se presenta el análisis comparativo por tópicos.

### a) Topografía final del deslizamiento

La configuración final de la topografía en un nuevo estado de equilibrio pos-ruptura es una característica pertinente de comparación, ya que ella se utilizó en los retro análisis. En la Figura 13 se compara la topografía final de la zona del evento obtenida numéricamente con la relevada in situ. Los resultados numéricos obtenidos en este trabajo presentan, en general, buena coincidencia con la topografía reportada. Adicionalmente los resultados numéricos resultan relativamente coincidentes entre ellos en la zona central y en la zona del valle. Por otro lado, ambos modelos sobreestiman la altura de la topografía final, predominantemente en la zona izquierda, entre las coordenadas horizontales 500 m y 1000 m. Esto sugiere la posibilidad de que en esa zona haya ocurrido erosión del material o



desplazamiento del mismo en la dirección fuera del plano, desde el momento de la ruptura hasta el momento del levantamiento.



**Figura 13.** Comparación de la topografía final obtenida con MPM e DEM.

#### *b) Bandas de falla por cizalla*

Los registros del evento sugieren la presencia de zonas en el interior de la masa con movimiento de cuerpo rígido, identificados en la Figura 2. Esto implica la concentración de las deformaciones plásticas en ciertas bandas de cizalla que definen regiones rígidas donde los bloques de roca sufren deformaciones elásticas. Este fenómeno fue debidamente capturado por los resultados del modelo MPM mediante zonas de plastificación cuasi verticales (fragmentación), que evolucionan durante la ruptura (ver Figura 11). Inicialmente una zona de fragmentación de alta plastificación divide la masa que se moviliza en dos. Posteriormente, durante el movimiento generalizado, esta zona evoluciona intensificando su plastificación y otras nuevas zonas de fragmentación son desarrolladas. El campo de deformaciones plásticas correspondiente a la configuración final,  $t=60$  s en la Figura 11, evidencia zonas de intensa plastificación en rojo y zonas de comportamiento elástico en azul. El modelado con DDA también definió un cuerpo central (Zona B) con comportamiento asemejable al de cuerpo rígido, más la aparición de algunas bandas de cizalla que se producirían por efecto de los cambios de inclinación de la superficie de deslizamiento.

#### *c) Energía liberada*

La energía cinética liberada durante el evento fue estimada por DDA (Figura 9) y por MPM (Figura 12.d). Ambos modelos numéricos muestran una tendencia similar. La energía máxima obtenida por ambos modelos es aproximadamente  $1e+12$  J y esta ocurre en aproximadamente 20 s de simulación. A los 35 s la energía cinética de ambos modelos es prácticamente nula, correspondiente con un estado de equilibrio. El modelo MPM muestra que a los 35 s aún existe una energía cinética remanente, del orden del 5% de la máxima, que se debe al movimiento retrasado de la cola del talud (Zona C). Según se observa en el modelo MPM, este efecto se relaciona con el desarrollo de zonas de alta plastificación en su base como consecuencia del movimiento generalizado de la masa que rompe. Según los resultados obtenidos con DDA, este efecto está asociado a una banda de cizalla generada por un desajuste cinemático entre la cola del talud y el cuerpo central (Zona B) que se detiene antes. Ambos métodos consiguen reproducir este fenómeno mecánico que se observa al final del deslizamiento.

#### *d) Velocidades*

Ambos modelos numéricos permitieron estimar las características cinemáticas de la masa durante la ruptura. Las características cinemáticas de interés son la velocidad y la distancia total recorrida. El modelo discreto con DDA estimó una velocidad máxima de la masa próxima a 25 m/s, registrada en el punto de control P1 ubicado en la Zona C (cola). El modelo continuo MPM estimó una velocidad horizontal máxima de 22.4 m/s y una magnitud de velocidad de 23.5 m/s para esta zona, en el punto de control P1. Las velocidades obtenidas por ambos métodos son muy próximas entre sí y están de acuerdo con los valores reportados [9]. Estos valores confirman que este evento es del tipo extremadamente rápido [26].

#### *e) Distancias*

En relación a la distancia recorrida por la masa durante la ruptura, el DDA estimó una distancia máxima de 560 m en el punto de control superior P1 (cola) y 270 m en el punto de control inferior P5 (cuerpo). Las distancias obtenidas con el MPM fueron de 660 m en el punto superior P1 (cola) y 311 m en el punto inferior P2 (cuerpo). Estos valores resultan consistentes entre ellos y también con los valores medios reportados [9]. Por un lado, las distancias registradas con MPM en los puntos de control resultan mayores que las estimadas por DDA. En particular, el valor de la distancia recorrida por punto de control en la zona de la cola es 100 m mayor, y el del cuerpo es 40 m mayor. Por otro lado, la topografía final (Figura 13) revela que el modelo MPM presenta un menor desplazamiento medio de la masa en comparación con DDA. Esta diferencia observada puede estar relacionada con dos efectos: a) la existencia de deslizamientos diferenciales entre la parte inferior de la masa, en contacto con la roca, y la zonas superiores, b) hacia el final del evento, MPM apunta a una actividad residual de la cola del talud a alta velocidad (con 5% de energía máxima), lo que explicaría la mayor distancia obtenida.

#### *f) Tiempos*

Ambos modelados apuntaron una duración para el evento de alrededor de unos 37 a 40 segundos, que se corresponde con los reportes históricos que apuntan a una duración de menos de un minuto. Adicionalmente MPM reproduce una actividad residual de la cola del talud de unos 20 segundos adicionales. Esta actividad residual también se insinúa en DDA pero se desarrolla en unos 4 segundos (ver Figura 8.b y comparar las curvas para el punto 1, que mide el comportamiento de la cola del talud, con las curvas correspondientes a los otros puntos de medición). De manera que tenemos una concordancia de tiempos, donde DDA desarrolla el evento en tiempos apenas menores que MPM.

## 8 CONCLUSIONES

El deslizamiento de Vajont fue simulado numéricamente mediante un enfoque discreto usando DDA y otro continuo con MPM. En ambos enfoques, el mecanismo de falla inicial se asumió en la zona de las intercalaciones arcillosas reportadas para el deslizamiento de Vajont y, en ambos casos, esa superficie de falla fue modelada con propiedades friccionales especiales. Los resultados comparados mostraron una coherencia y complementación notables, brindando no sólo estimaciones para las velocidades, distancias y desplazamientos de toda la masa movilizada, sino también importantes informaciones relativas a su comportamiento mecánico interno, a la formación de bandas de cizalla, comportamiento diferenciado en su pie (Zona A), cuerpo (Zona B) y cola (Zona C), así como la evolución de la energía cinética disipada en el proceso de colapso.

El modelo discreto usando DDA se enfocó en la definición de una masa de roca diaclasada mediante la imposición de tres familias de discontinuidades que fueron definidas a partir de los reportes de campo. El retro análisis fue controlado por la resistencia friccional en el plano de deslizamiento, que fue la

principal variable del modelado. Para esto se implementó una ley de degradación friccional con la distancia basada en resultados de laboratorio, y se ajustaron los valores iniciales de fricción para establecer una condición de creep al inicio del evento. Los resultados mostraron un comportamiento diferenciado en la masa de suelo, pie, cuerpo central y cola del talud. También se evidenció la formación de bandas de cizalla y el comportamiento asemejable al de cuerpo rígido del cuerpo central de la masa de suelo.

El modelo continuo usando MPM, además del contacto friccional en la base incorporó un contacto en las interfaces de los materiales del modelo. En este modelo, los parámetros usados en el retro análisis fueron los valores de degradación de los materiales, dado por los valores residuales del ángulo de fricción interna, cohesión e deformaciones plásticas asociadas a cada uno de ellos. Los resultados evidenciaron una zona de alta plastificación en todo el contacto con la roca de la base, y fueron capturadas zonas de plastificación verticales, cuya evolución determinó bloques fracturados con movimiento de cuerpo rígido. Adicionalmente, se observó la ruptura retrasada de la cola del talud, que ocurre luego de equilibrio general de la masa que se moviliza.

El DDA hace posible el análisis discreto de un problema geotécnico en un medio rocoso, permitiendo explicitar la composición del macizo, esto es, definiendo un sistema de bloques de geometrías complejas a partir de familias de discontinuidades con características mecánicas diferenciadas. El análisis permite visualizar el proceso de deslizamiento a cada instante, con indicación de las velocidades desarrolladas por cada bloque.

El MPM demuestra ser un método numérico de gran interés para modelar problemas geotécnicos de grandes deformaciones, especialmente en problemas donde el comportamiento de los materiales requiera relaciones constitutivas basadas en criterios de daño, pudiendo incorporar diversas formas de ablandamiento/endurecimiento basadas en la mecánica de los medios continuos.

El análisis comparado permitió una mejor interpretación del evento ocurrido y sus particularidades mecánicas y cinemáticas, pudiendo estimar ajustadamente velocidades, distancias, energías y tiempos.

## REFERENCIAS

- [1] G. Shi, *Block System Modeling by Discontinuous Deformation Analysis.*, Southhampton, UK: Computational Mechanics Publication, Brebbia, C.A., Connor, J.J. *Topics in Engineering* , 1993.
- [2] Y. Hatzor, G. Ma and G. Shi, *Discontinuous Deformation Analysis in Rock Mechanics Practice.*, The Netherlands: CRC Press, Feng, X.T. *ISRM Book Series.*, 2017.
- [3] D. Sulsky, Z. Chen and H. L. Schreyer, "A Particle Method for History-Dependent Materials," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 118, p. 179–196, 1994.
- [4] X. Zhang, Z. Chen and Y. Liu, *The material point method: a continuum-based particle method for extreme loading cases*, Academic Press, 2016.
- [5] L. Superchi, M. Floris, M. Ghirotti, R. Genevois, M. Jaboyedoff and D. Stead, "Technical Note: Implementation of a geodatabase of published and unpublished data on the catastrophic Vaiont landslide.," *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 10, no. 86, 2010.
- [6] L. Müller, "The rock slide in the Vajont valley.," *Rock Mech. Eng. Geol.*, vol. 2, p. 148–212., 1964.
- [7] L. Müller, "New considerations in the Vaiont slide.," *Eng. Journal*, vol. 6, p. 1–91, 1968.
- [8] A. Hendron and F. Patton, "The Vaiont slide, a geotechnical analysis based on new geologic observations of the failure surface," Technical Report GL-85-5, Department of the Army, US Corps of Engineers, Washington, DC., 1985.
- [9] A. Hendron and F. Patton, "The Vaiont slide – a geotechnical analysis based on new geologic observations of the failure surface," *Engineering Geology*, vol. 24, p. 475–491, 1987.

- [10] R. E. Goodman, *Engineering Geology*, Wiley, 1993.
- [11] F. Ferri, G. D. Toro, T. Hirose, R. Han, H. Noda, T. Shimamoto, M. Quaresimin and N. d. Rossi., "Low- to high-velocity frictional properties of the clay-rich gouges from the slipping zone of the 1963 Vaiont slide, northern Italy," *Journal of Geophys. Research*, vol. 1, 2011.
- [12] I. Vardoulakis, "Catastrophic landslides due to frictional heating of the failure plane," *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, vol. 5, pp. 443-467, 2000.
- [13] T. Tika and J. Hutchinson, "Ring shear tests on soil from the Vaiont landslide slip surface," *Geotechnique*, vol. 49, p. 59–74., 1999.
- [14] K. Lo, C. F. Lee and P. Gelinas, "Alternative Interpretation of the Vaiont Slide," in *Stability of Rock Slopes: Proc. 13th Symp. on Rock Mech. ASCE*, New York, 1972.
- [15] R. Chowdhury, " Analysis of the Vajont Slide - new approach. *Rock Mechanics*," *Journal Int. Soc. Rock Mechanics*, vol. 11, pp. 29-38, 1978.
- [16] I. Vardoulakis, "Dynamic thermo-poro-mechanical analysis of catastrophic landslides," *Geotechnique*, vol. 52, p. 157– 171, 2002.
- [17] E. Veveakis, I. Vardoulakis and G. Di Toro, "Thermoporomechanics of creeping landslides: The 1963 Vaiont slide, northern Italy," *Journal of Geophys Res-Earth* , vol. 112, 2007.
- [18] J. P. Ibañez and Y. H. Hatzor, "Friction degradation in rapid sliding: Back analysis of the catastrophic Vajont landslide using DDA," in *ARMA Congress, 18–684.*, Seattle, USA, 2018.
- [19] J. P. Ibañez and Y. H. Hatzor, "Rapid sliding and friction degradation: Lessons from the catastrophic Vajont landslide," *Engineering Geology*, vol. 244, pp. 96-106, 2018.
- [20] J. Ibañez and Y. Hatzor, " From creep to rapid sliding: back analysis of the Vajont landslide with the numerical DDA method.," in *Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure Development – Fontoura, Rocca & Pavón Mendoza (Eds) ISRM, ISBN 978, Foz do Iguaçu, Brazil, 2020.*
- [21] N. Barton and S. Bandis, "Some effects of scale on the shear strength of joints," *Int. J. Rock Mech. Mining Sci. Geomech.*, vol. 17, no. 1, p. 69–73, 1980.
- [22] T. Belytschko, W. K. Liu, B. Moran and K. Elkhodary, *Nonlinear finite elements for continua and structures*, John wiley & sons, 2013.
- [23] F. Fernández, "Numerical Modeling of Geotechnical Problems of Large Deformations Using the Material Point Method (in Portuguese)," 2020.
- [24] M. A. L. Serna, "Experimental And Numerical Study Of Geotechnical Problems Using The Material Point Method," 2016.
- [25] M. A. Llano-Serna, M. M. Farias and D. M. Pedroso, "An assessment of the material point method for modelling large scale run-out processes in landslides," *Landslides*, p. 1–10, 2015.
- [26] D. M. Cruden and D. J. Varnes, "Landslides: investigation and mitigation. Chapter 3-Landslide types and processes," *Transportation research board special report*, 1996.