



UNCUYO  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD  
DE INGENIERÍA

# SISTEMAS DE AUTOMATIZACIÓN TRABAJO INTEGRADOR

## GRUPO N°4

Ignacio Bartolini

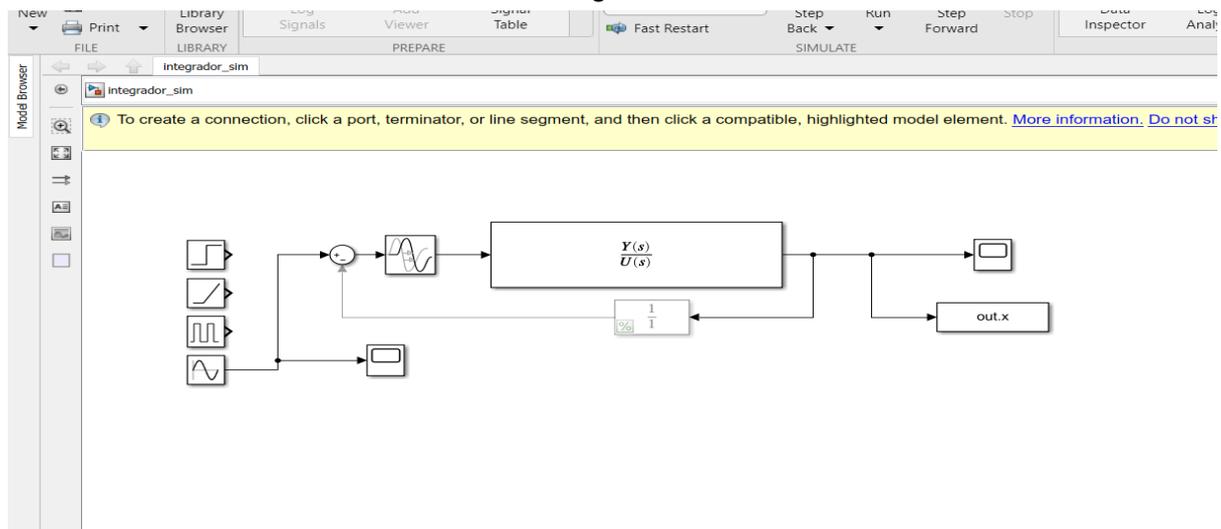
Tomas Guevara

Brian Nuñez Vilca

Nicolas Sorrentino

# Ejercicio 1

Mediante el uso de Simulink, realizamos el siguiente modelo



```

1 -  clc;clear;close all;
2 -  num = 4;
3 -  denom = [6 5 1];
4 -  Sim_Time = 2*pi;
5 -  dt = 0.01;
6 -  tF1 = 15;
7 -  tspam = 0:dt:tF1;
8 -  retardo = 2;
9 -  w = 2;
10 -  Gs = tf(num,denom);
11 -  F = sin(w*tspam);
12 -
13 -  sim('integrador_sim')
14 -  plot(ans,x)
15 -
16 -
17 -
18 -
  
```

```

Warning: 'Output_Port_1' of 'integrador_sim/Pulse
Generator' is not connected.
> In integrador_codesim (line 13)
Warning: 'Output_Port_1' of 'integrador_sim/Ramp'
is not connected.
> In integrador_codesim (line 13)
Warning: 'Output_Port_1' of 'integrador_sim/Step'
is not connected.
> In integrador_codesim (line 13)

ans =

Simulink.SimulationOutput:

      tout: [56x1 double]
       x: [1x1 timeseries]

SimulationMetadata: [1x1 Simulink.SimulationMet
ErrorMessage: [0x0 char]

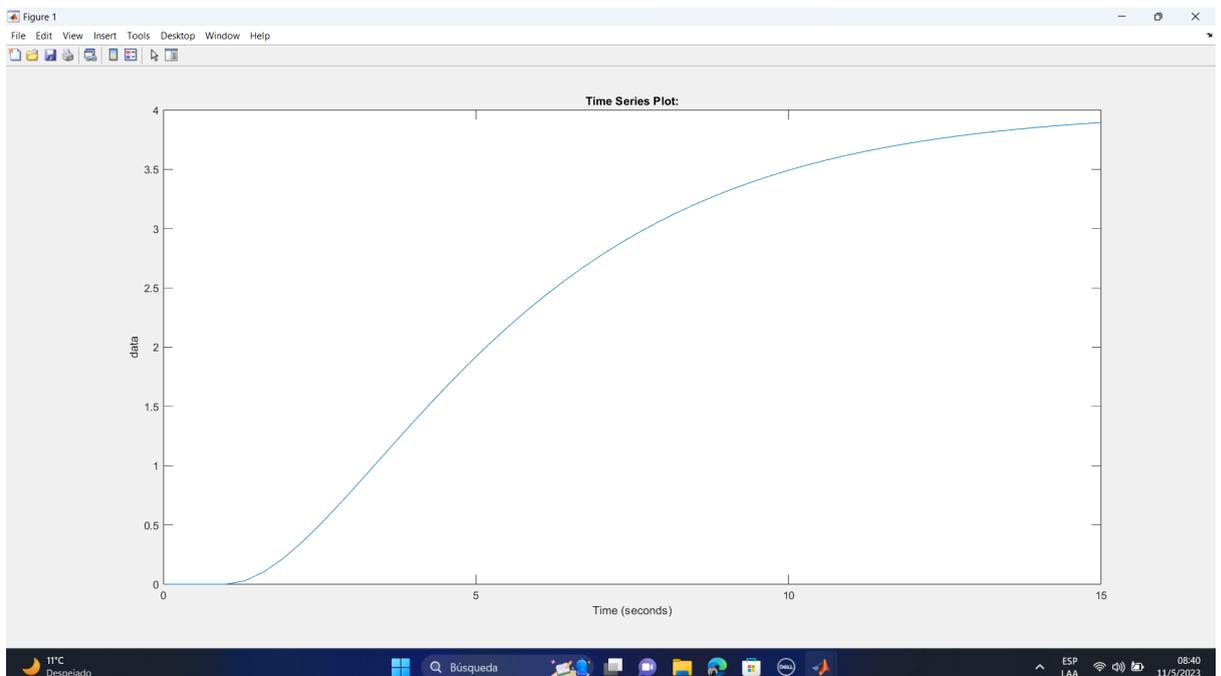
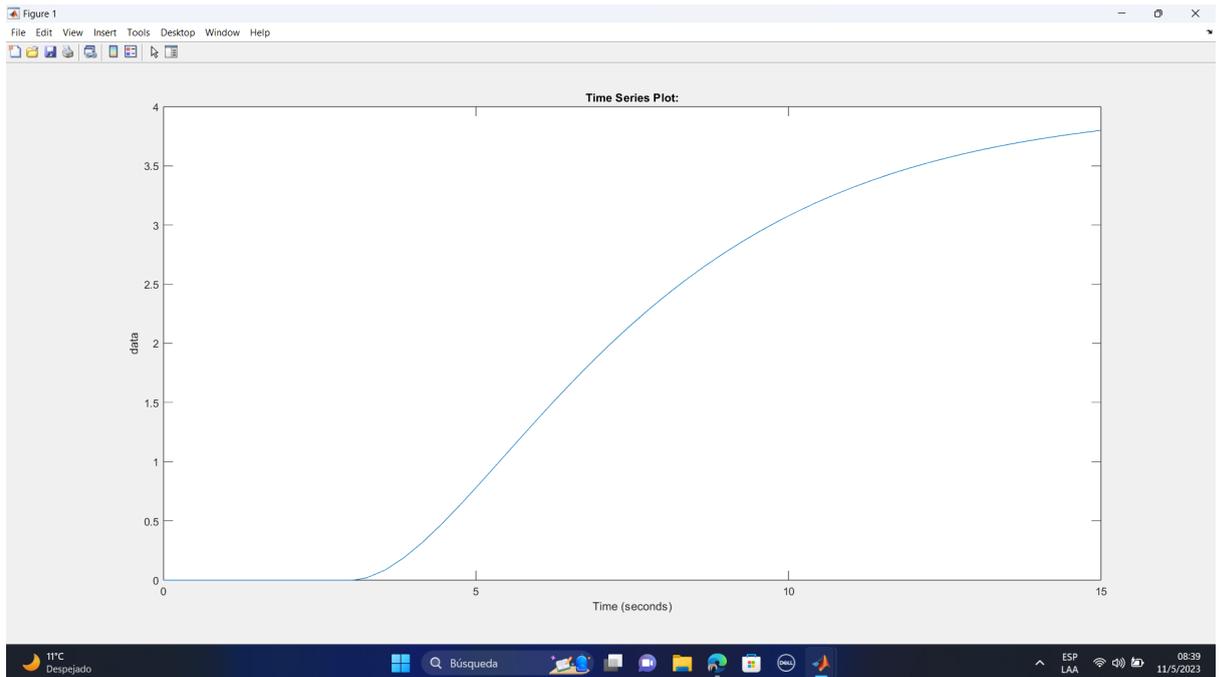
fx >>
  
```

Nótese que para el ejercicio 1 la retroalimentación está comentada según las especificaciones del enunciado

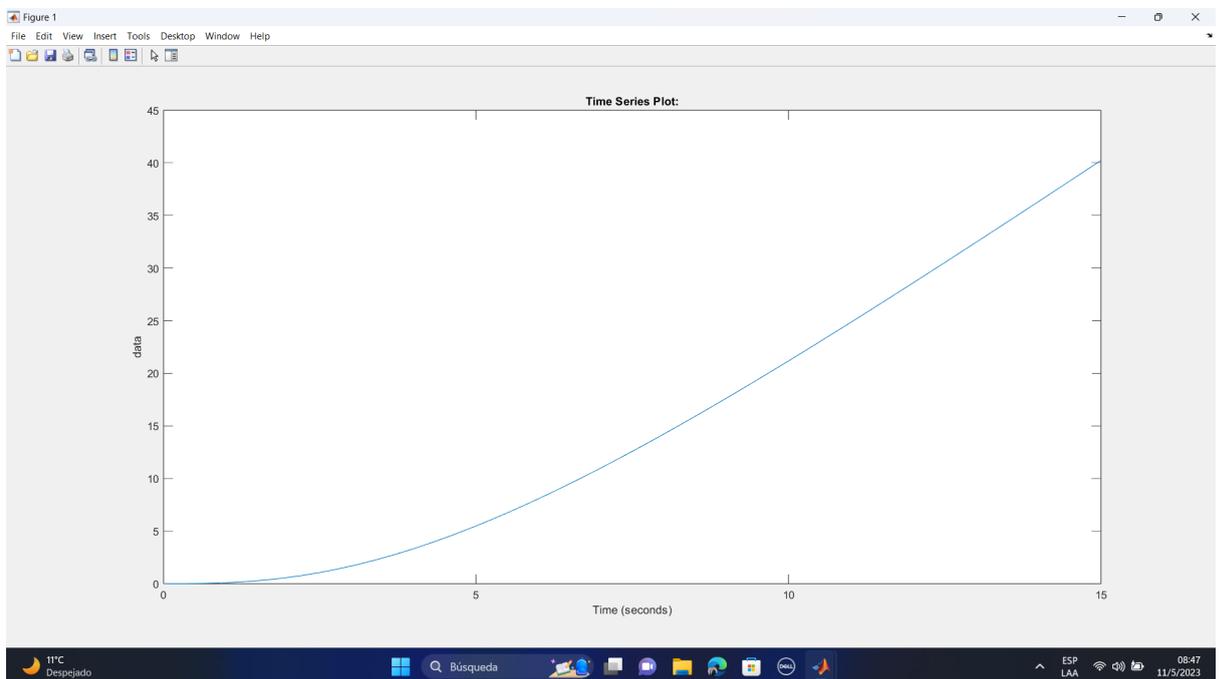
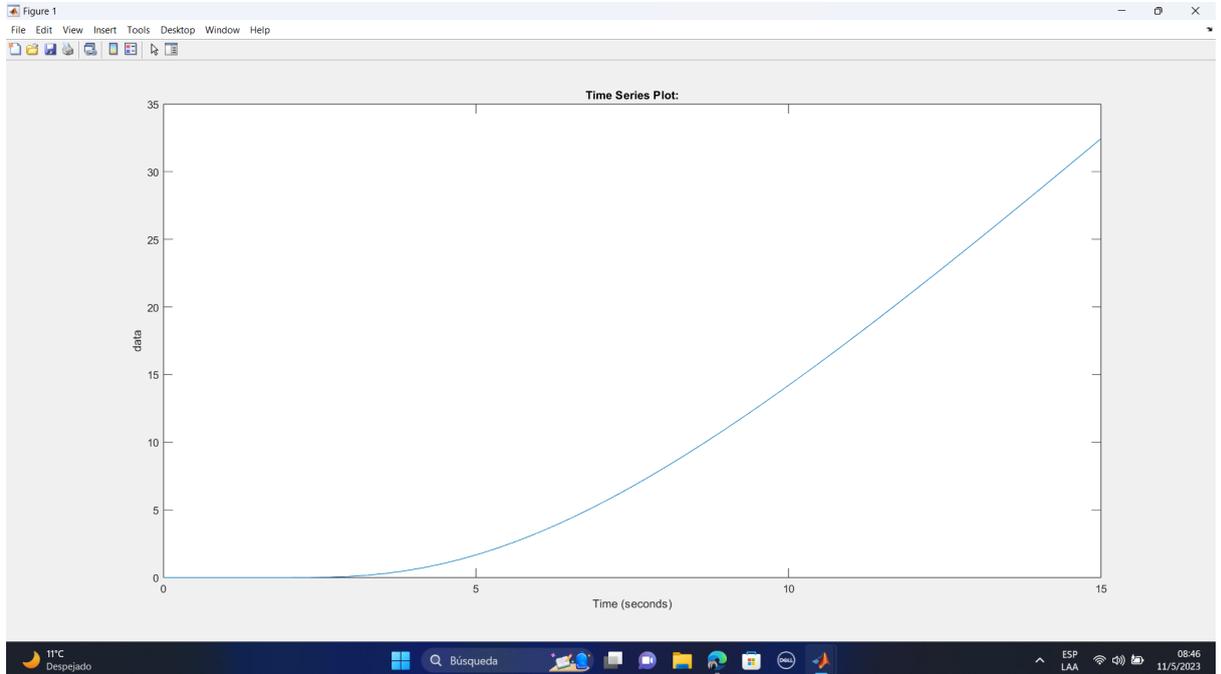
Elementos del diagrama:

- Entra o carga.
- Delay (en reemplazo de  $e^{-2*s}$ ).
- Scope y bloque de envío de señal al Workspace.

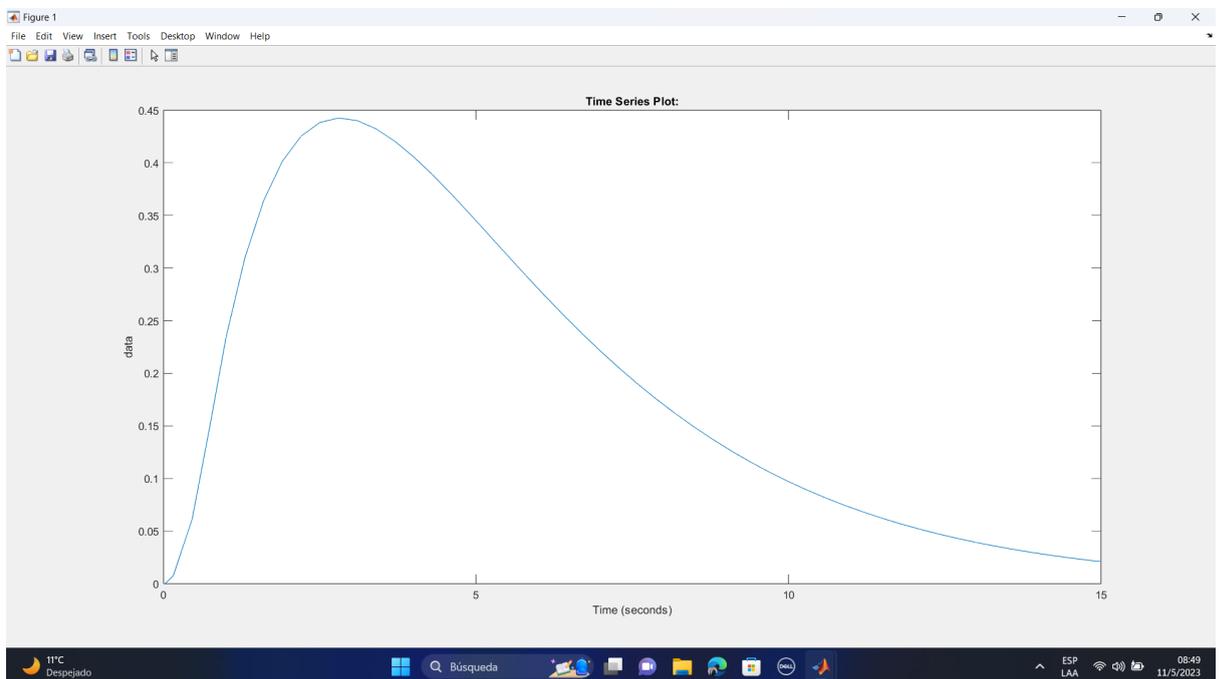
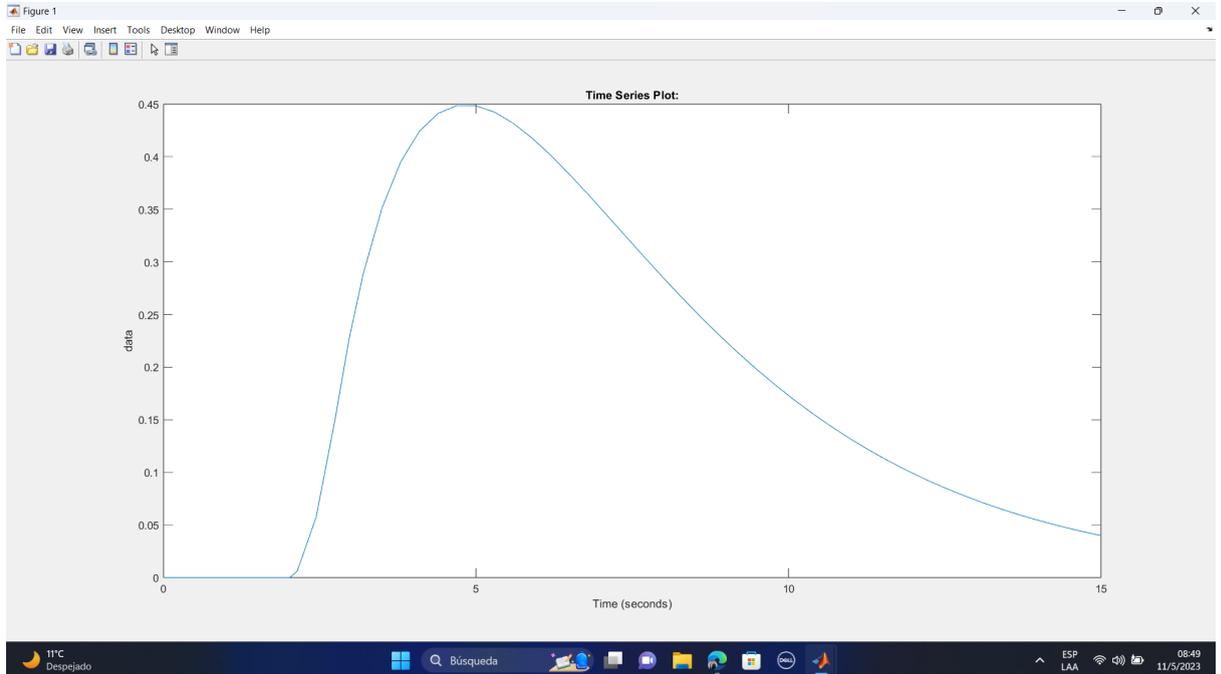
A. Escalón unitario con retardo y sin retardo (respectivamente):



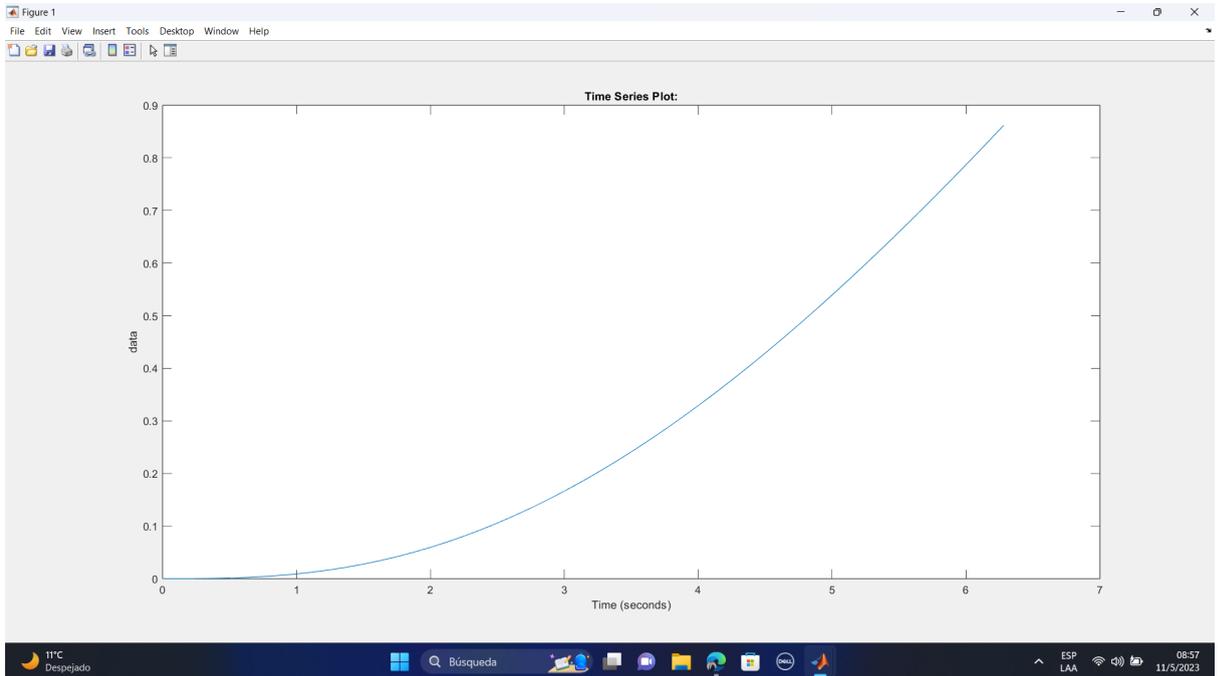
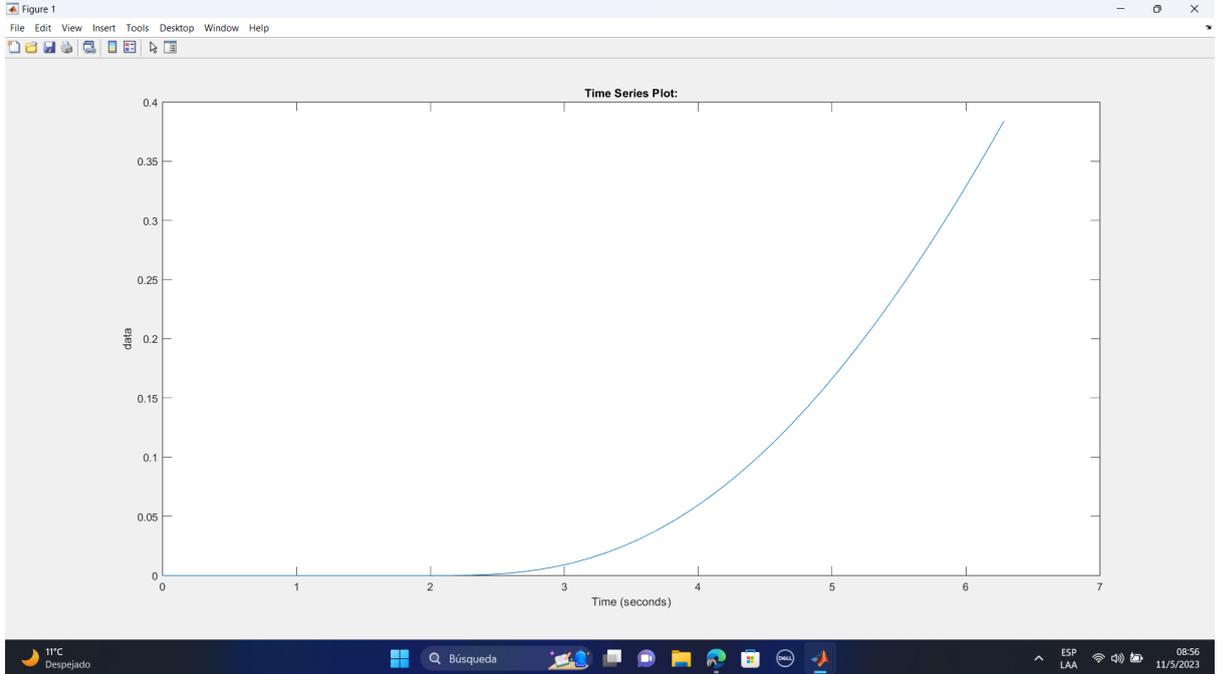
## B. Rampa unitaria



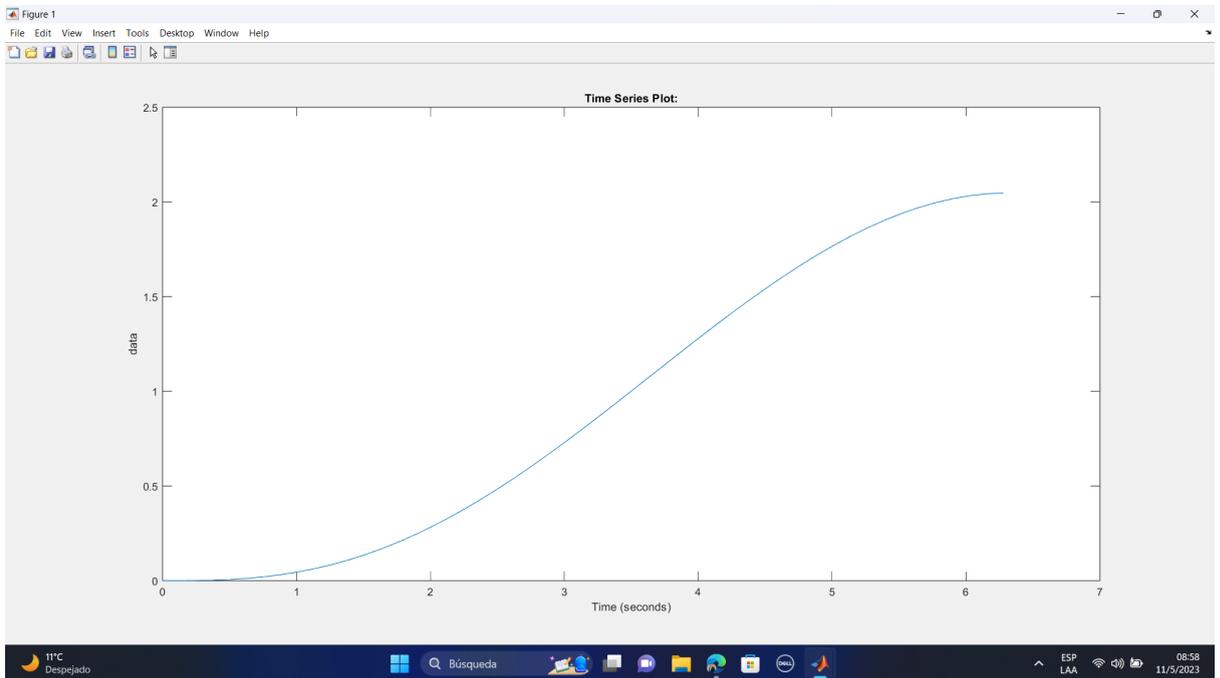
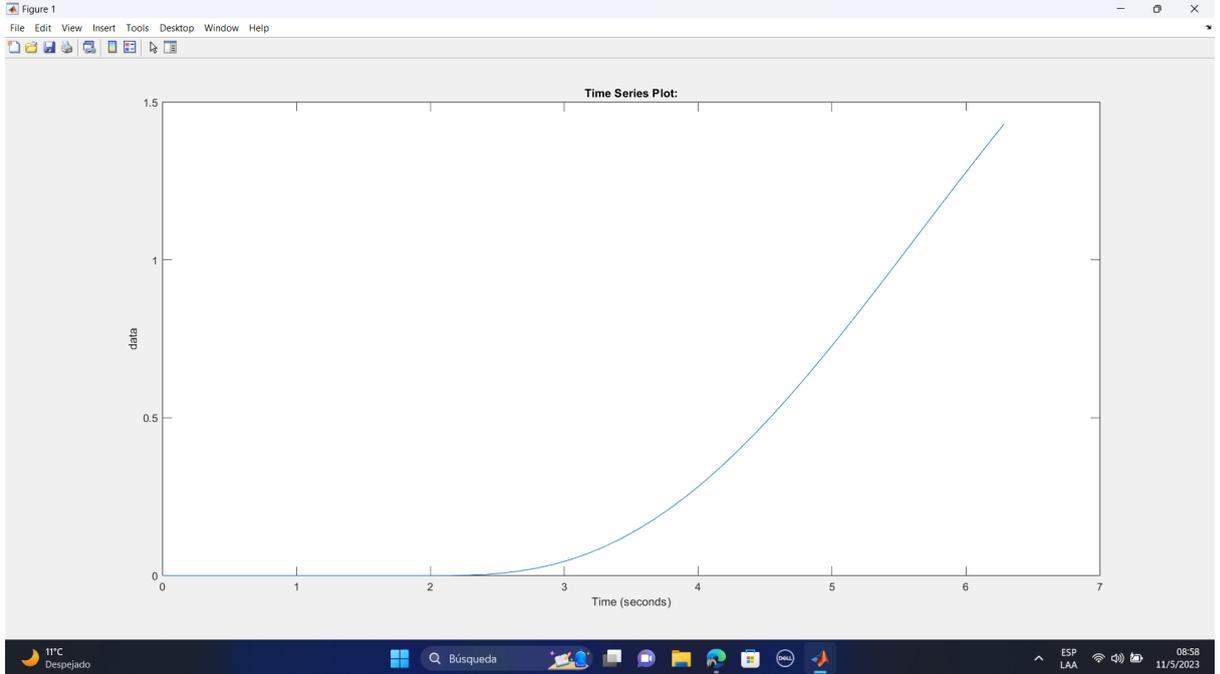
### C. Impulso unitario



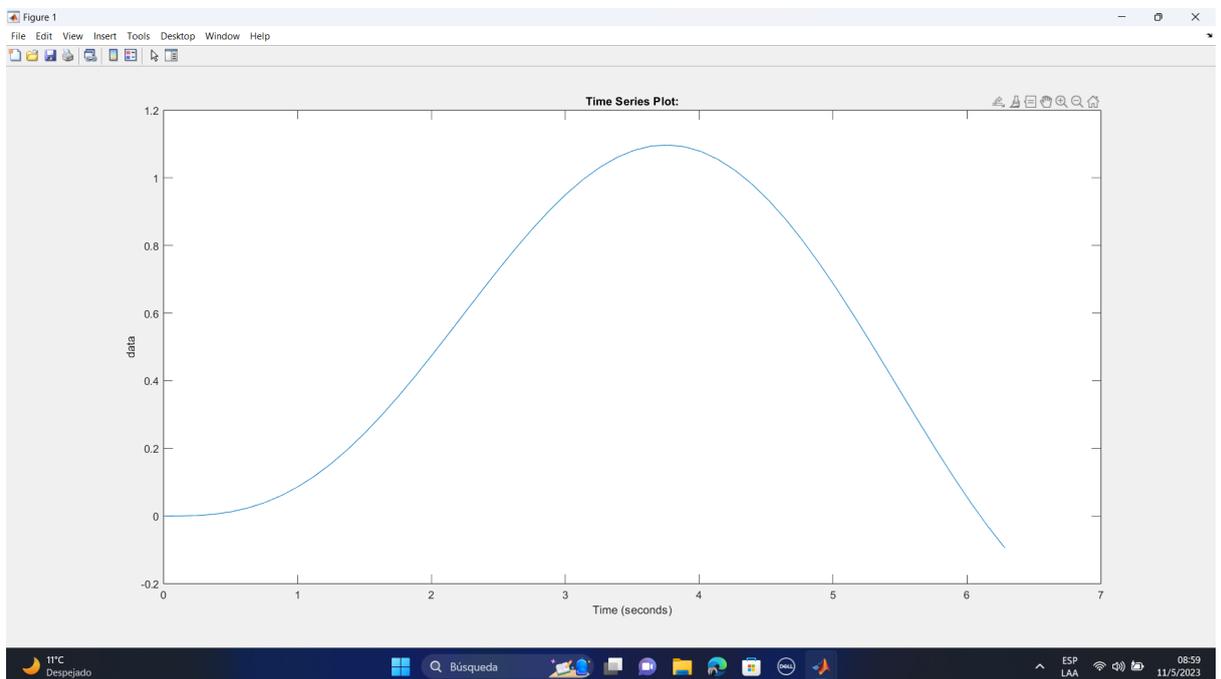
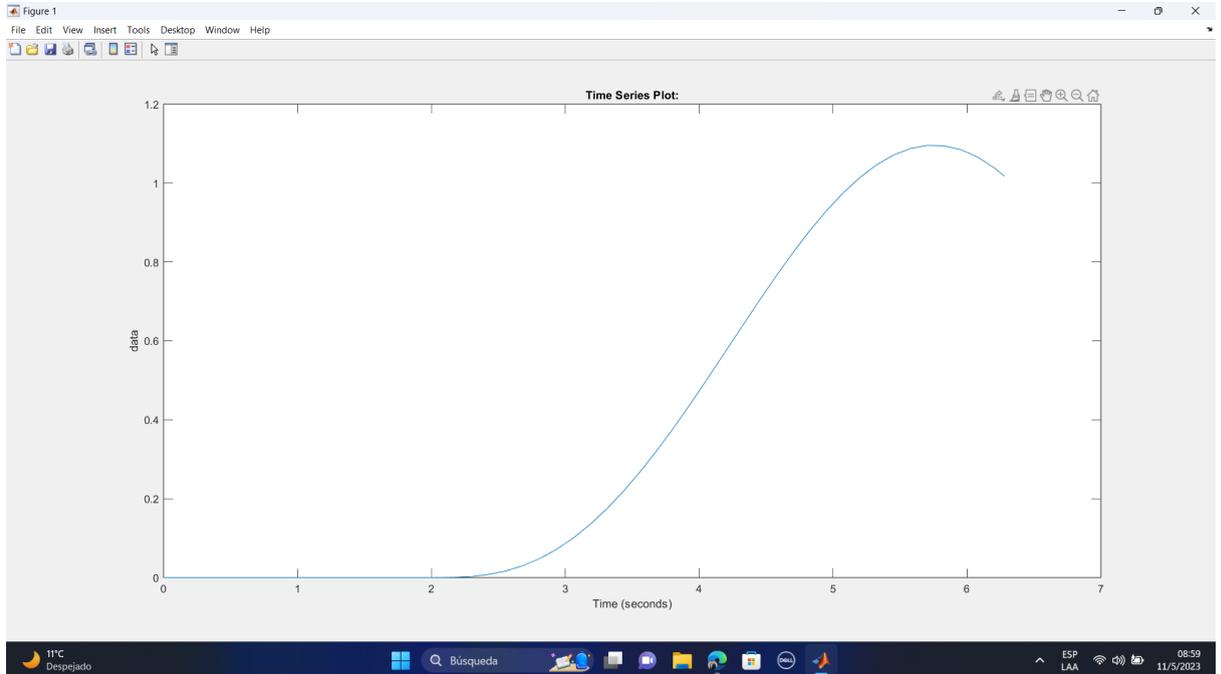
D.  $\text{Seno}(0.1*t)$  entre 0 y  $2*\pi$ :



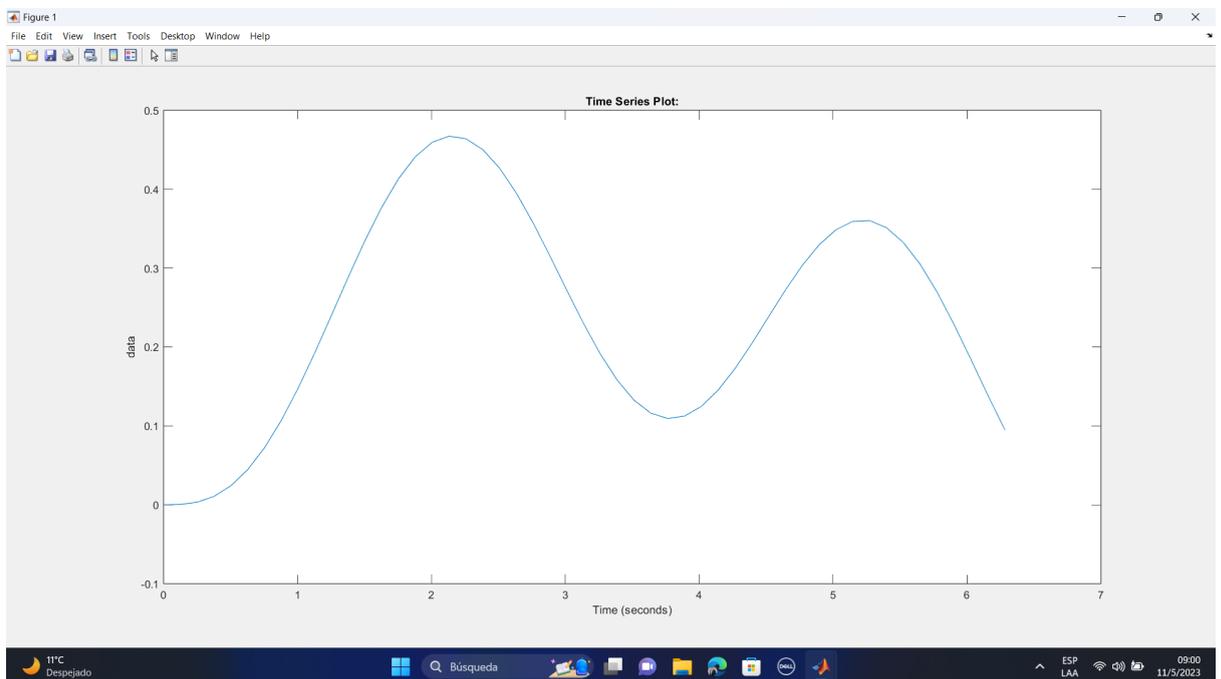
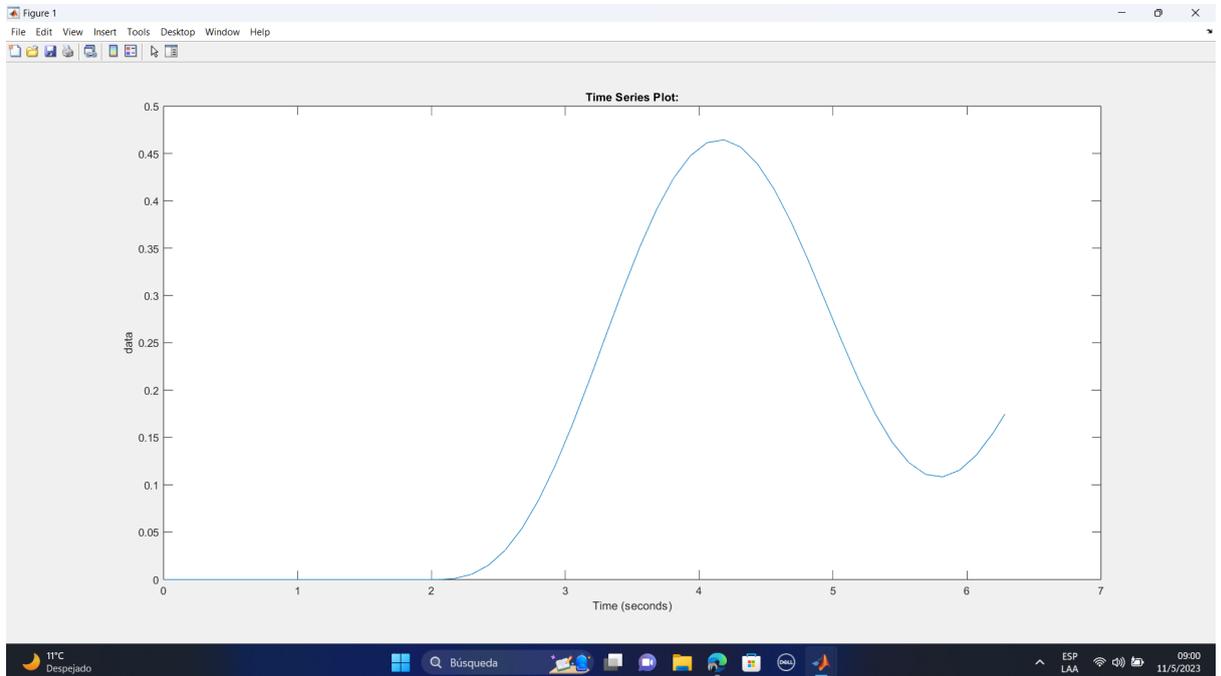
E.  $\text{Seno}(0.5*t)$  entre 0 y  $2*\pi$ :



F.  $\text{Seno}(1*t)$  entre 0 y  $2*\pi$ :

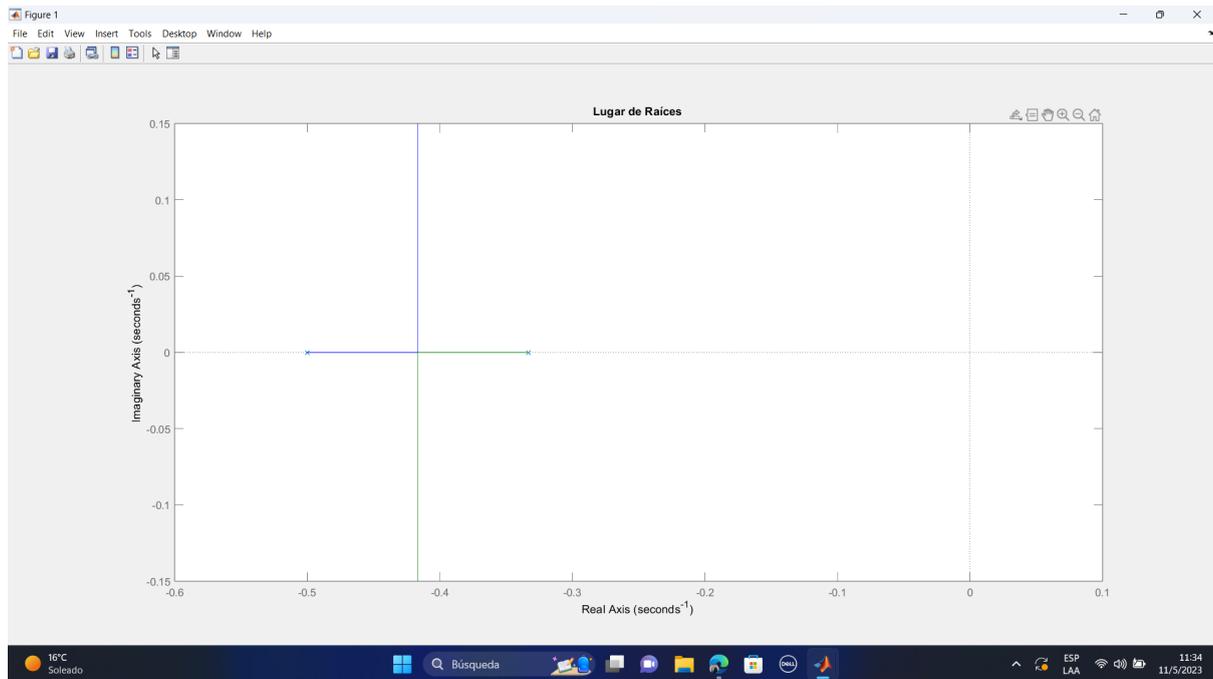


G.  $\text{Seno}(2*t)$  entre 0 y  $2*\pi$ :



## EJERCICIO 2:

- A. Mediante la función rlocus de Matlab, es evidente que el sistema no tiene kc último, y por ende, tampoco tiene periodo último.



Método de Routh

Equación característica

$$G(s) = \frac{4}{6s^2 + 5s + 1}$$

$$1 + \frac{4}{6s^2 + 5s + 1} = 0$$

$$\frac{6s^2 + 5s + 1 + 4}{6s^2 + 5s + 1} = 0$$

$$6s^2 + 5s + 5 = 0$$

$s^2$	6	5
$s^1$	5	0
$s^0$	1	

completamente estable

B.

Sustitución directa.

$$6s^2 + 5s + 5 = 0$$

$$6(i\omega)^2 + 5(i\omega) + 5 = 0$$

$$-6\omega^2 + 5i + 5\omega + 5 = 0$$

$$(-6\omega^2 + 5\omega + 5) + 5i = 0$$

$$-6\omega^2 + 5\omega + 5 + 5i = 0 \rightarrow \text{No se puede calcular el } K_c \text{ último}$$

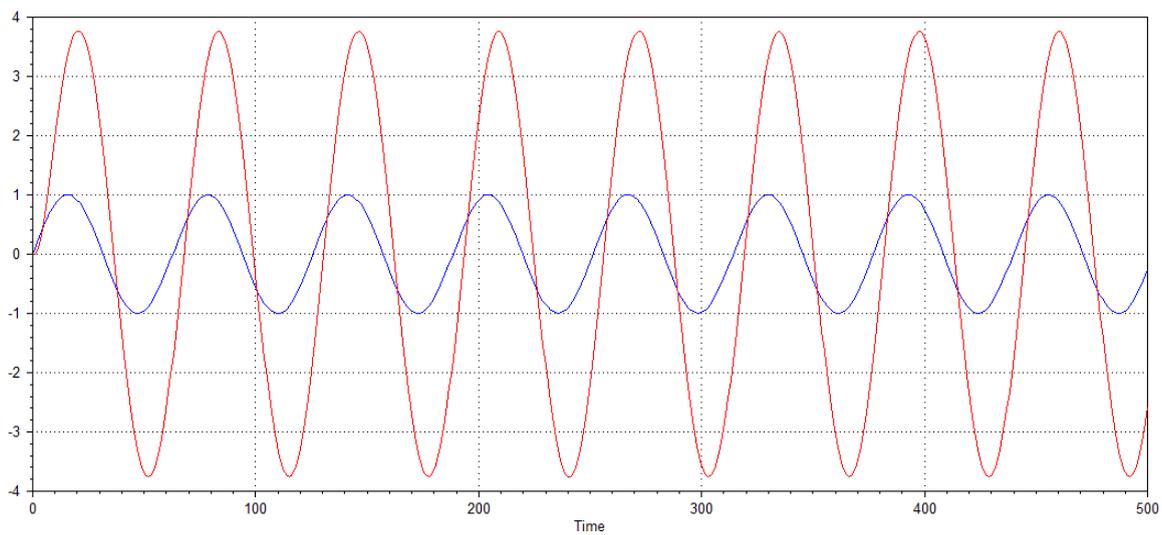
- C. Por ser un sistema absolutamente estable, cualquier parámetro de  $K_c$ ,  $K_i$  y  $K_d$ , van a tener una respuesta estable. Por ende, va a depender del modelo a controlar los parámetros que se adopten. Hay que tener en cuenta que el  $K_i$  Aumenta la inestabilidad relativa, por lo tanto, hay que tener cuidado de no excedernos al punto de volverlo críticamente estable.

## EJERCICIO 3:

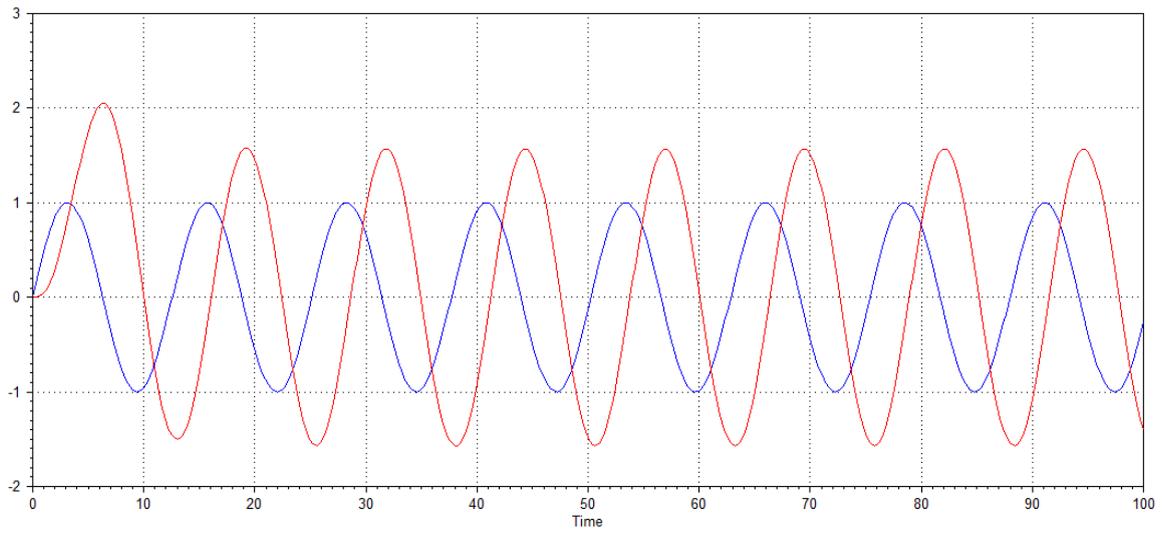
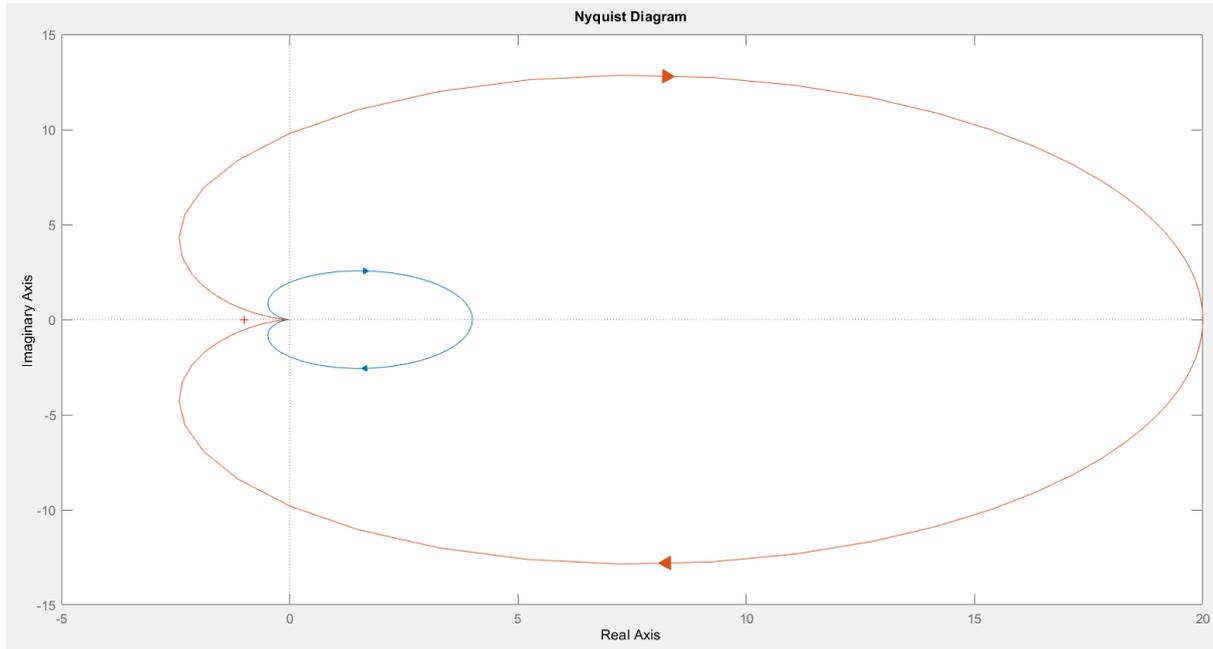
La función de transferencia sin tiempo muerto es:  $G(s) = \frac{4}{((2s+1)*(3s+1))}$

3.1 - La respuesta del sistema para una entrada  $\sin(\omega t)$  para distintos  $\omega$  viene dada, para cada uno de los  $\omega$ , por:

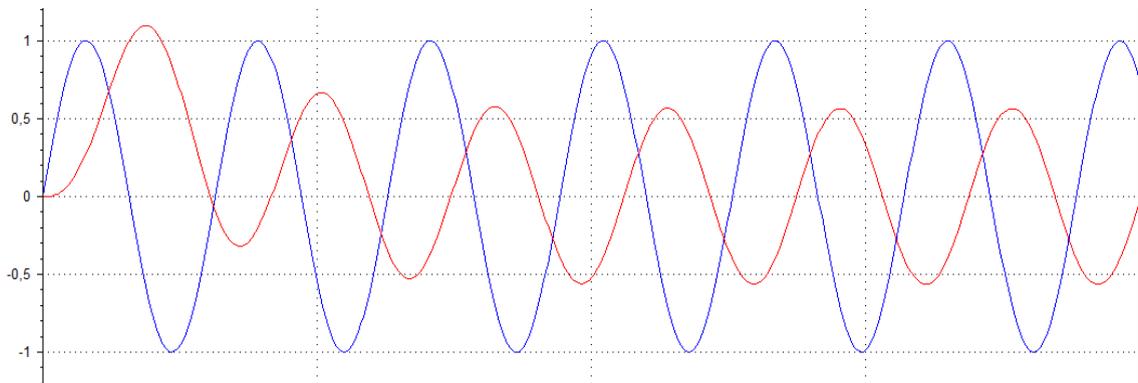
$\omega=0.1$



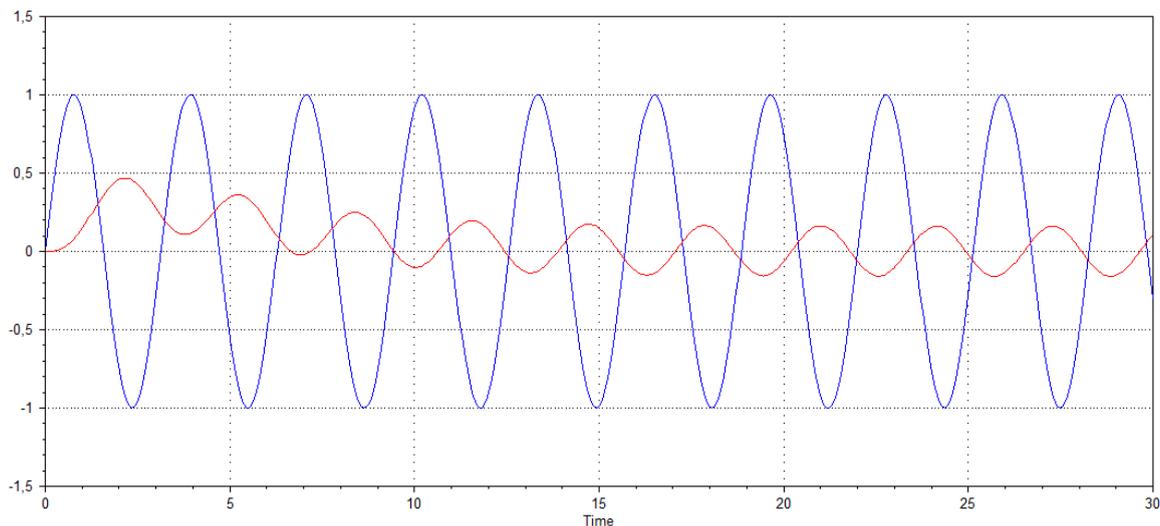
$\omega = 0.5$



$w=1$



$w=2$



3-2 A partir de los gráficos se puede determinar, para cada uno de los  $w$ , la diferencia de amplitudes y el desfase entre la entrada y la salida.

$w=0.1$

relación de amplitudes  $A=3.75$

Desfase  $28,22^\circ$

$w=0.5$

relación de amplitudes  $A=1.56$

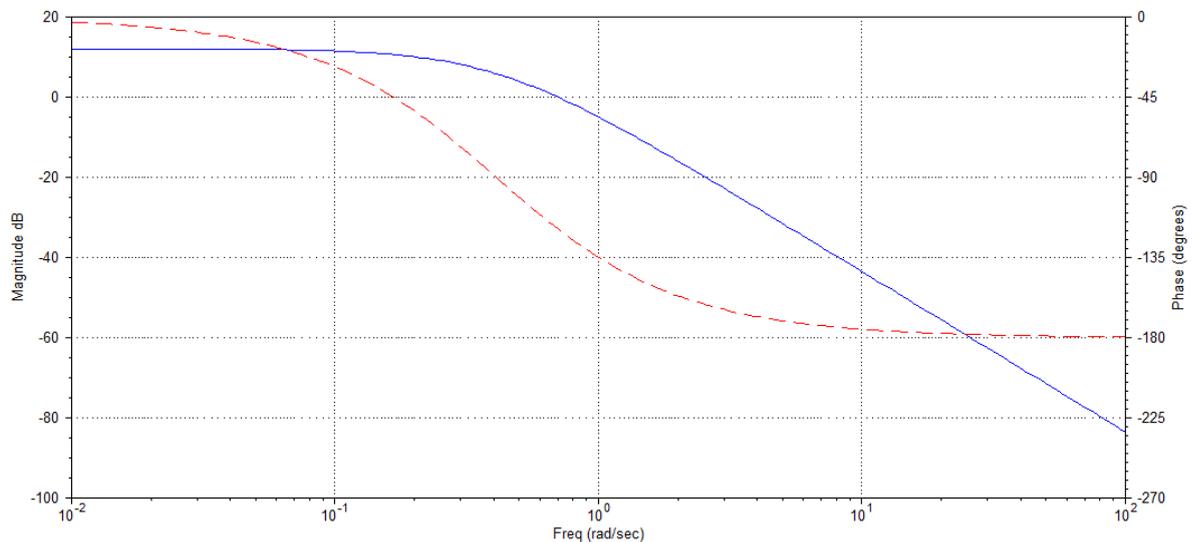
Desfase  $102^\circ$

$w=1$

relación de amplitudes  $A=0.56$   
 Desfasaje  $144,4^\circ$

$w=2$   
 relación de amplitudes  $A=0.16$   
 Desfasaje  $158^\circ$

3-3 El diagrama de Bode para la función de transferencia viene dado por:



Haciendo la conversión de las magnitudes de la amplitud a la magnitud en decibeles mediante la siguiente expresión:

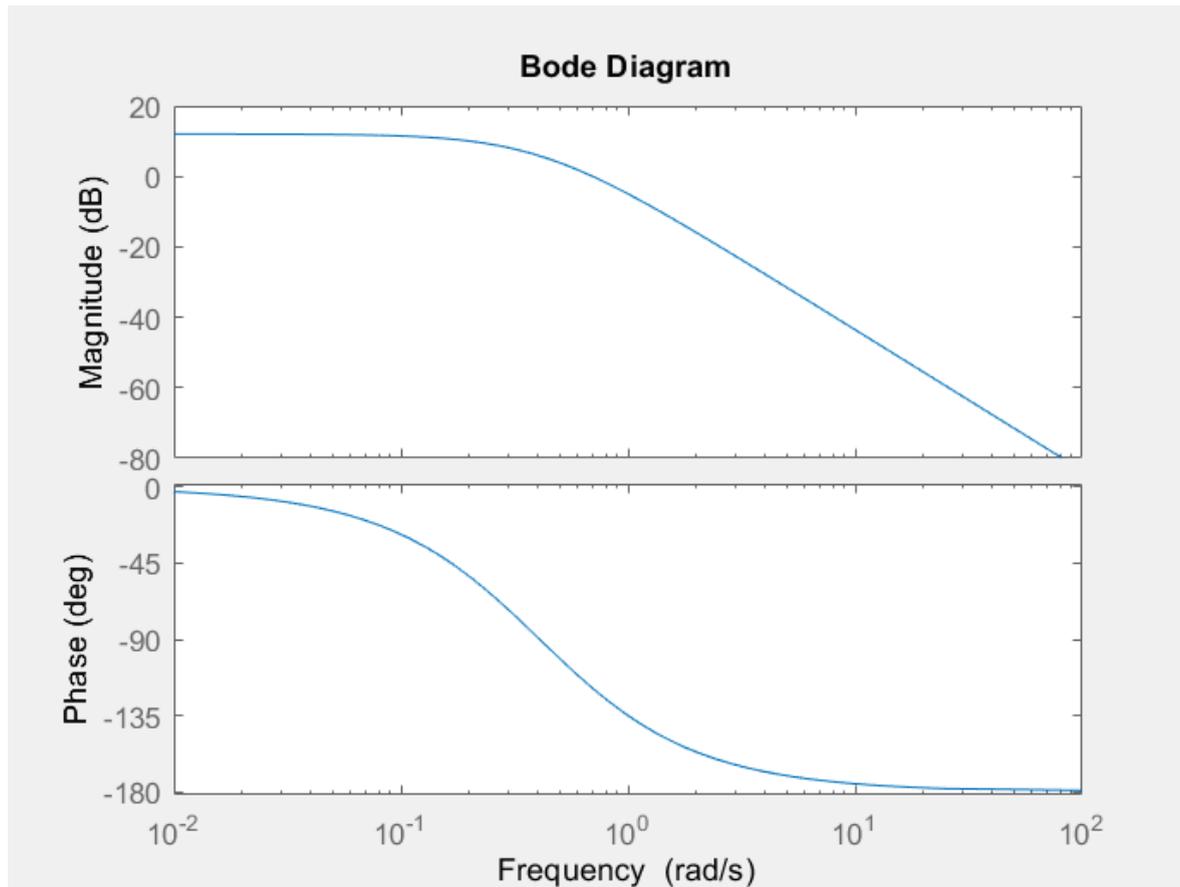
$$\text{Magnitud en dB} = 20\log|G(jw)|$$

vemos que los valores de la diferencia de amplitud y desfasaje son muy próximos a los determinados mediante los gráficos representados en el inciso anterior

## EJERCICIO 4:

Para la función de transferencia de lazo abierto  $G_o(s) = G(s) \cdot H(s)$  SIN TIEMPO MUERTO, graficar los Diagramas de Bode, Nyquist y Lugar de Raíces para los siguientes casos:

4.1 - A partir de la función  $G_o(s)$  determinar: asíntotas,  $G_{ss}$ , constantes de tiempo, margen de ganancia y de fase,  $W_u$  y  $T_u$ ,  $K_{cu}$  (gráficamente).



Asíntotas:

Para marcar las asíntotas, vamos a trabajar en el diagrama de Bode.

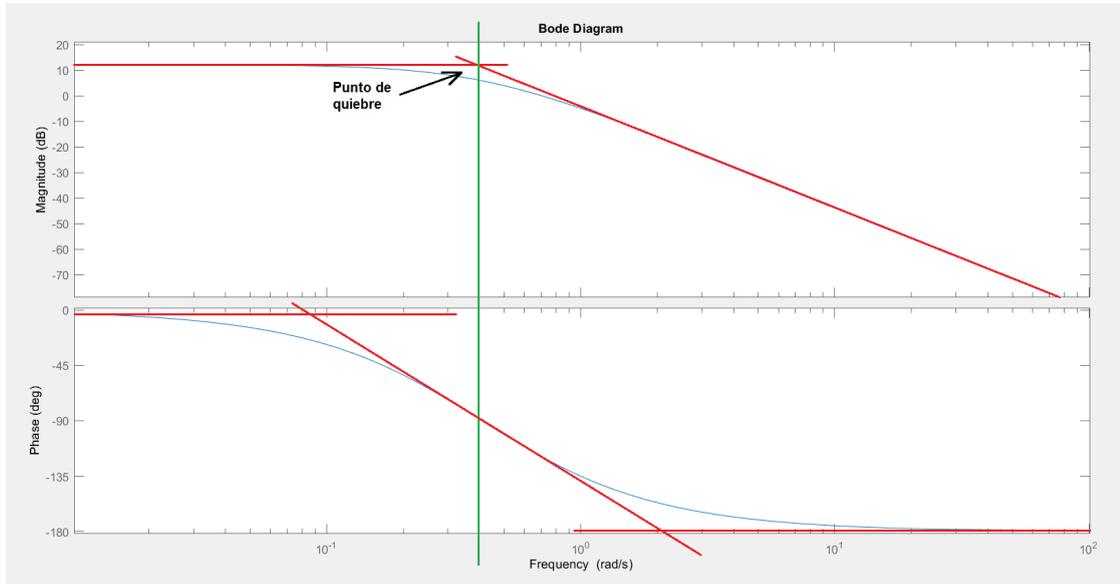
Magnitud (dB) y Frecuencia

Por empezar podemos ver que el extremo derecho de la gráfica, es decir para frecuencias grandes, tenemos una pendiente de -40dB por década. Esto nos dice que tenemos dos asíntotas que no dan un cambio de pendiente de -20 dB/década.

Por un tema de complejidad gráfica vamos a marcar dos asíntotas y su punto de quiebre.

Fase y Frecuencia

En este diagrama se puede ver las 3 asíntotas que aproximan la gráfica, 2 Horizontales y una oblicua. Sabemos que la asíntota oblicua debe pasar por  $90^\circ$  (en este caso) en el punto de quiebre.



Gss:

Vemos que la gráfica de Magnitud(dB)/Frecuencia para bajas frecuencias no comienza en 0 dB sino que en 12dB, esto nos indica que tenemos una constante en el numerador de nuestra función de transferencia..

Cálculo de la constante Gss

$$12 = 20 \cdot \log(x)$$

$$12/20 = \log(x)$$

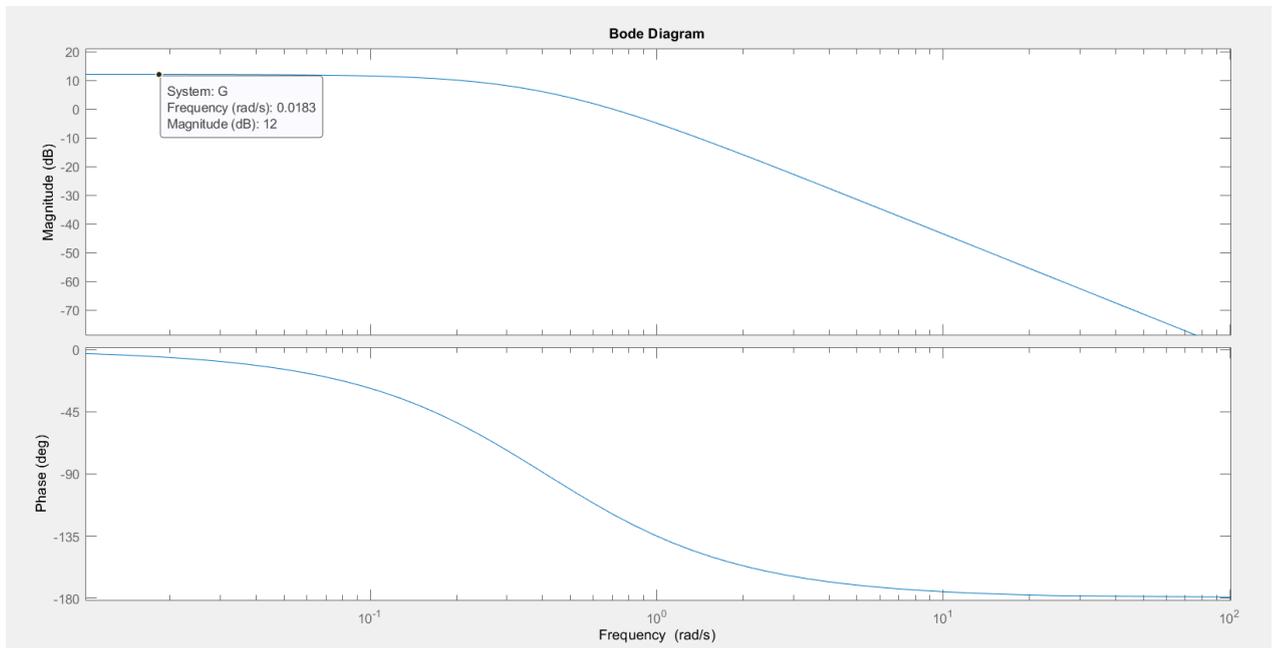
$$10^{(12/20)} = x$$

$$3,981 = x$$

Aproximando

$$4 = x$$

Entonces uno de los elementos de la función de transferencia, es la función de transferencia de ganancia constante 4.



**Constantes de tiempo:**

Si bien anteriormente graficamos las asíntotas de una manera simple y sobre el diagrama Magnitud dB/ Frecuencia.

Ahora para ver las constantes de tiempo necesitamos más precisión en la gráfica y todas las asíntotas que nos den el cambio de nivel de (+/-)20dB/ década. Para esto vamos a graficar las asíntotas en Matlab.

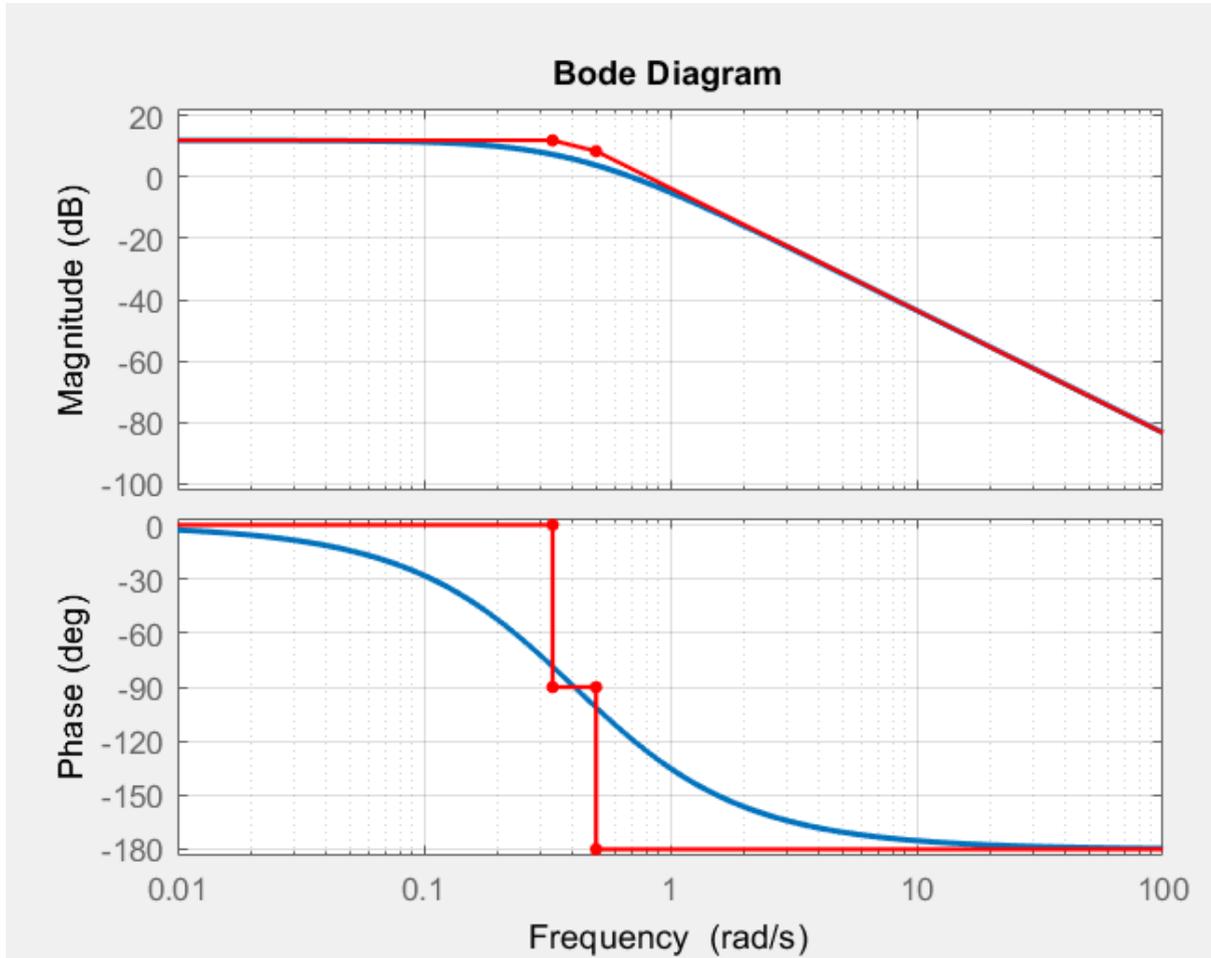
```

>> G

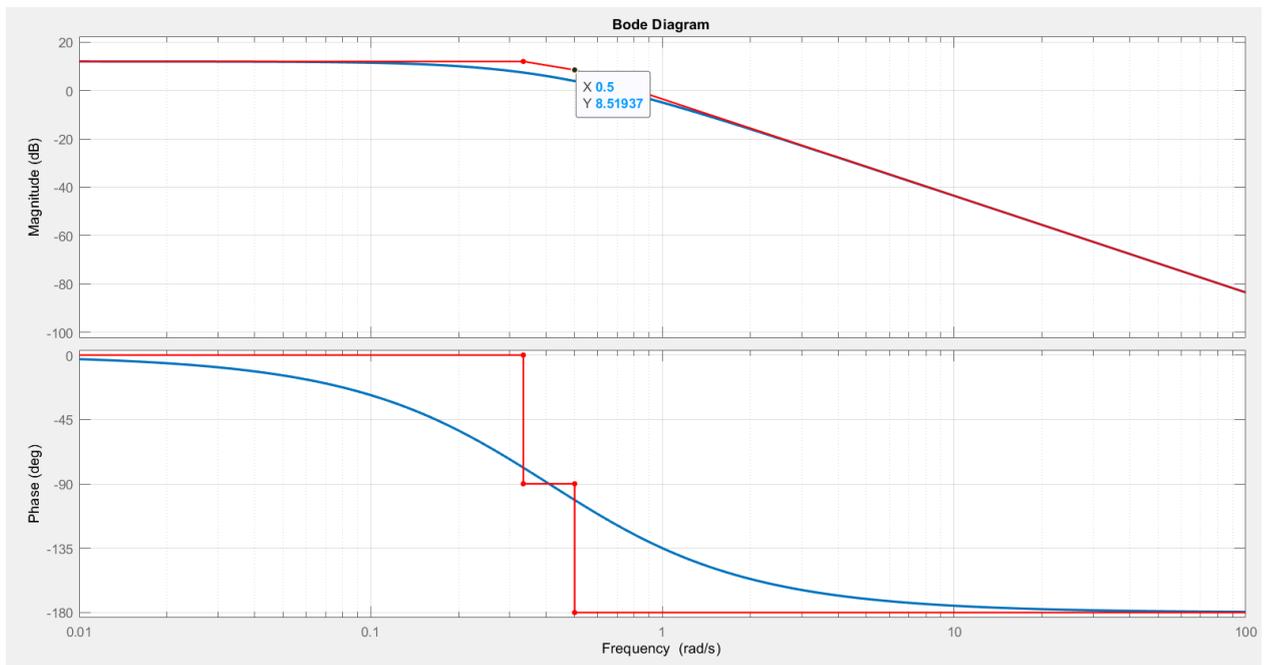
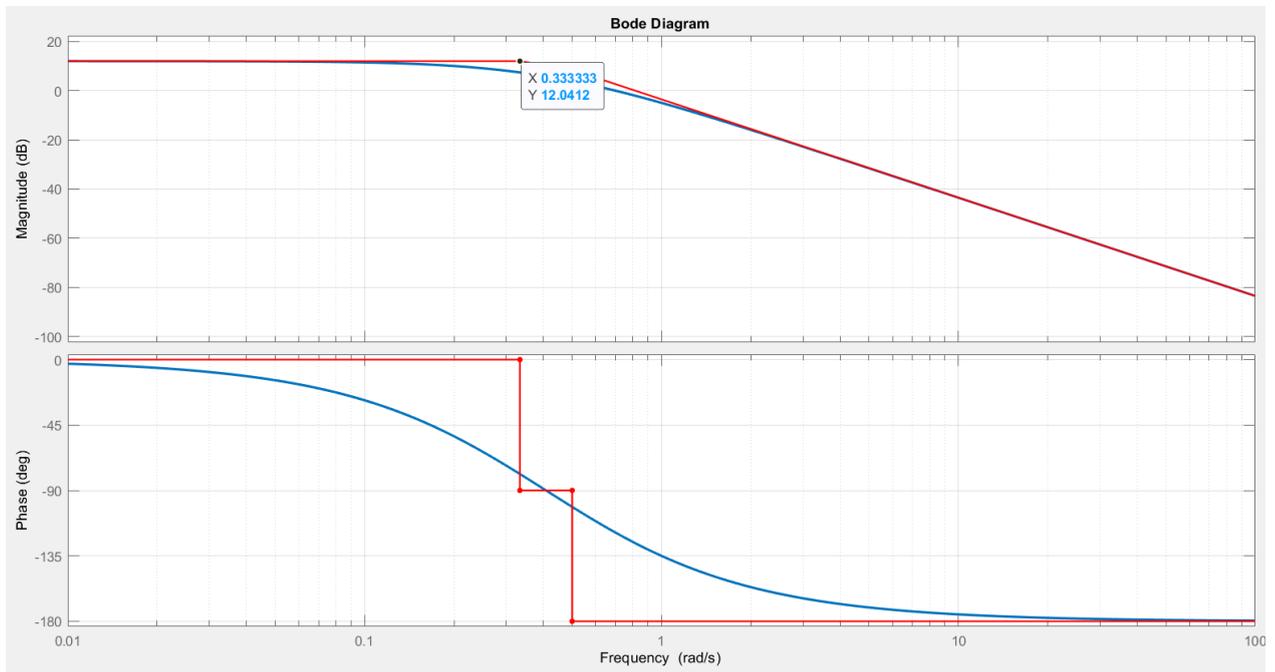
G =

      4
-----
 6 s^2 + 5 s + 1

Continuous-time transfer function.
Model Properties
>> asymp(G)
  
```



Las constantes de tiempo nos marcan ese cambio de pendiente de  $(-/+)$ 20dB/década en las asíntotas.



Nuestras constantes son:

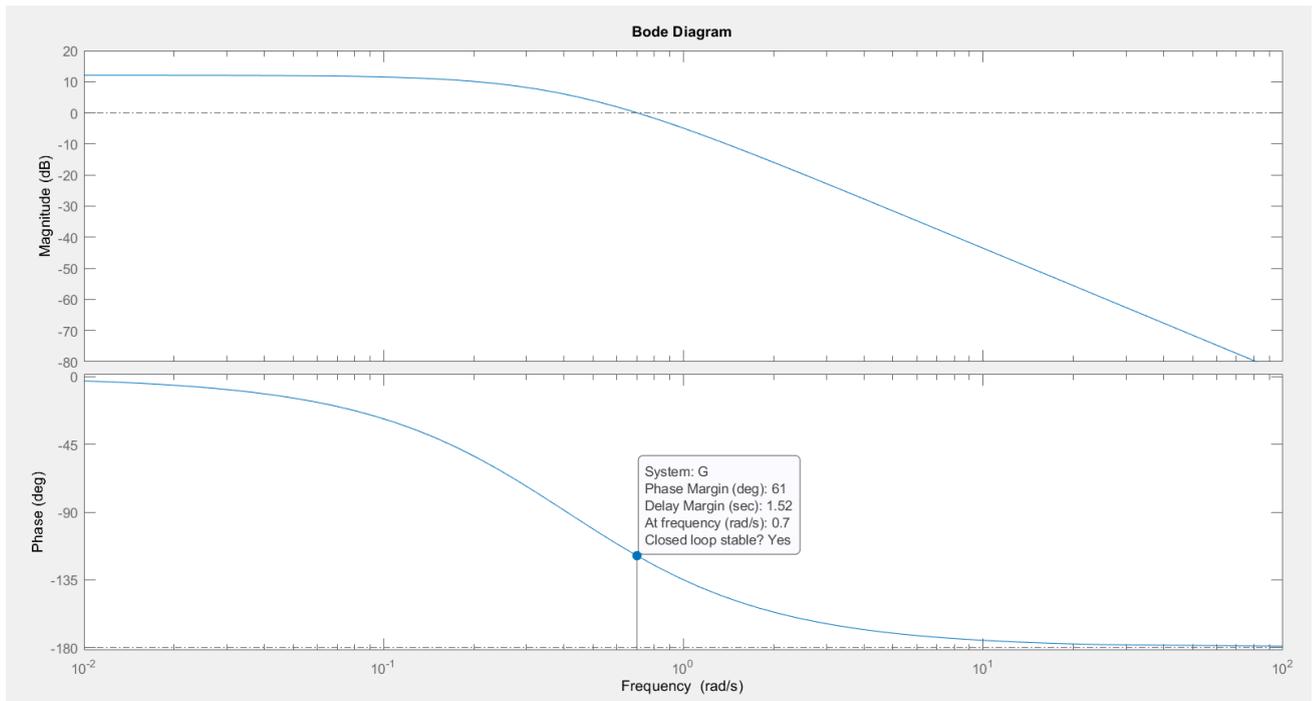
$$\frac{1}{\tau_1} = 0,333 \Rightarrow \tau_1 = 3,003$$

$$\frac{1}{\tau_2} = 0,5 \Rightarrow \tau_2 = 2$$

Cada una de estas constantes provienen de funciones de transferencia de 1er orden, es decir de  $\frac{1}{\tau s + 1}$ .

Margen de ganancia y de fase

Para nuestro caso, no tenemos margen de ganancia, ya que en el diagrama de Fase/Frecuencia tenemos una asíntota a  $180^\circ$ . En cambio, si tenemos margen de fase, ya que cuando nuestra magnitud es 0dB nuestro diagrama pasa por  $119^\circ$ , por lo que nuestro margen de fase será de  $61^\circ$ , es decir, es la cantidad faltante para llegar a  $180^\circ$ .



### Kcu, Tu y wu:

Nuestro sistema de control a lazo cerrado no presenta una oscilación permanente para ningún K, es decir, cualquier valor de K va a dar una respuesta estable.

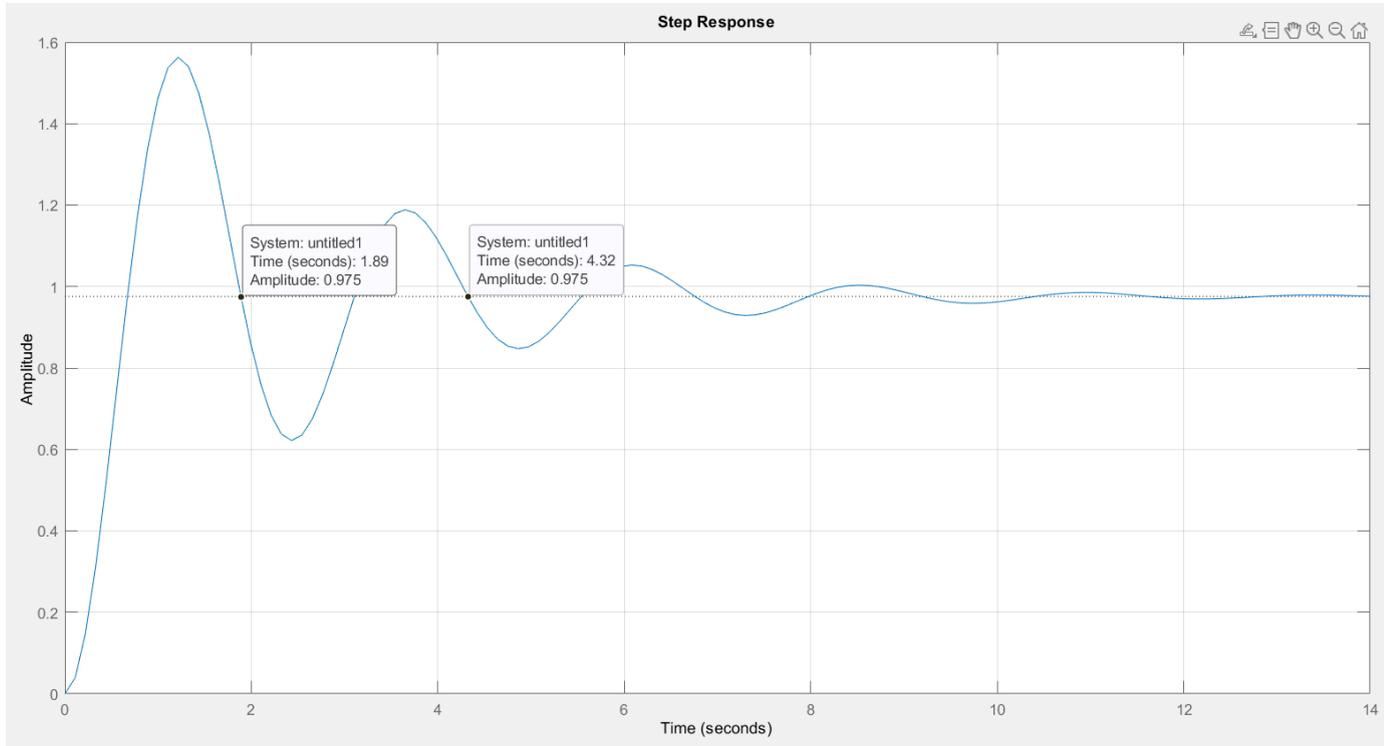
Esto lo podemos ver en la gráfica de Lugar de raíces, donde vemos que a medida que K aumenta, la gráfica nunca llega a cortar el eje imaginario.

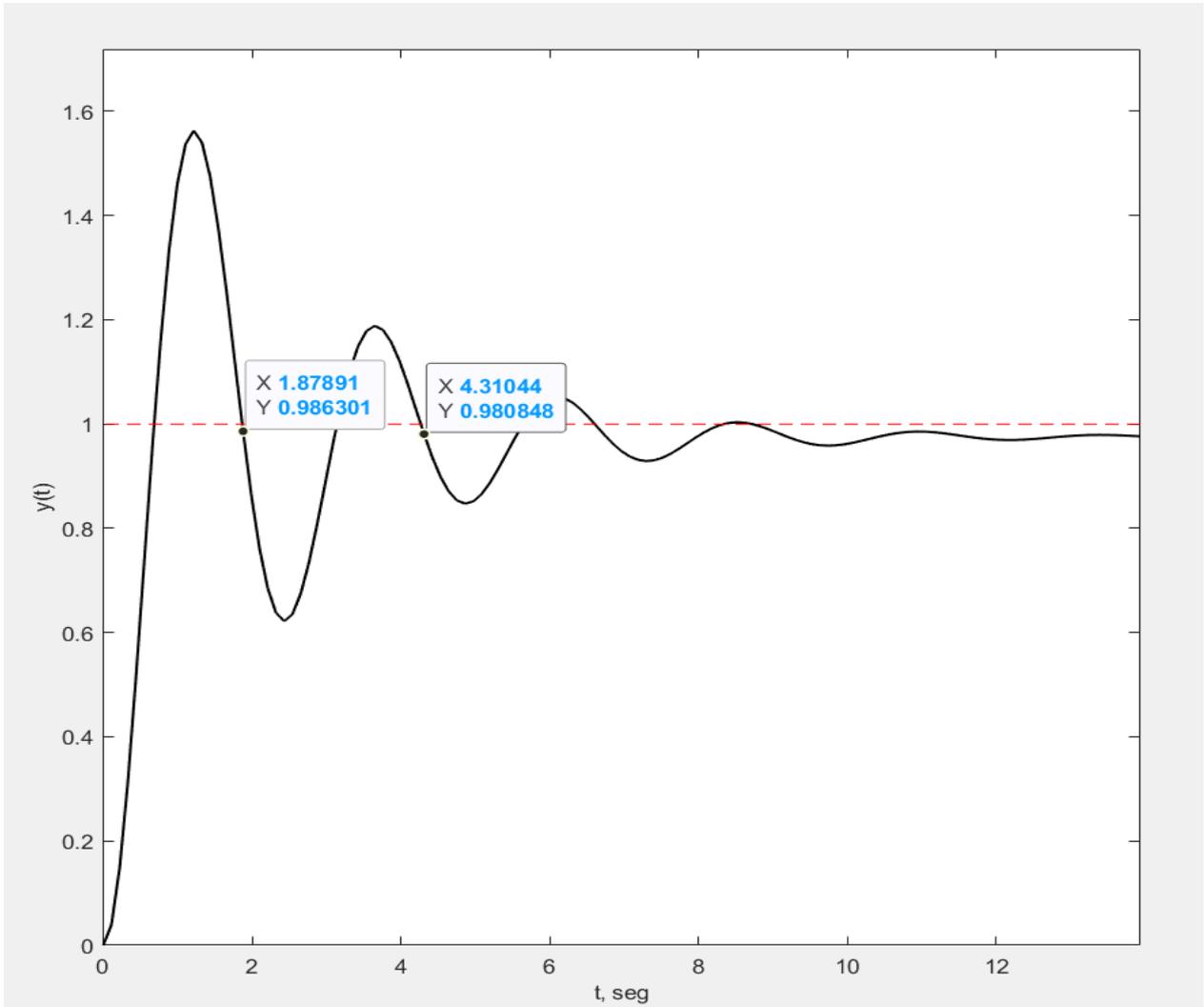
Para realizar los siguientes ejercicios, nosotros proponemos un valor de Kc junto con un valor de T.

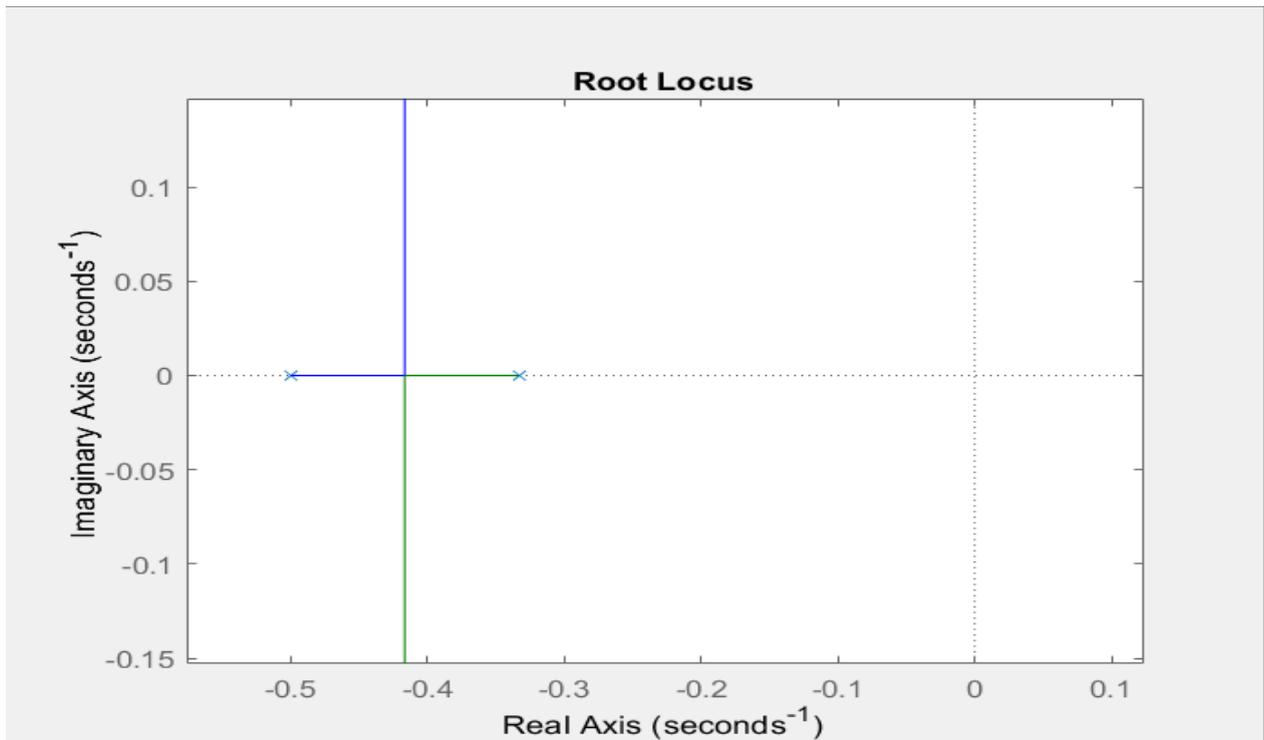
$$K_c = 10$$

$$T = 2.43$$

$$w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.43 [s]} = 2,59 [rad/s]$$







#### 4.2 - Función $G_o(s)$ con controlador solo P (mostrar solo $G_o(s)$ , solo $G_p(s)$ y $G_o(s) \cdot G_c(s)$ )

```

>> Kcu

Kcu =

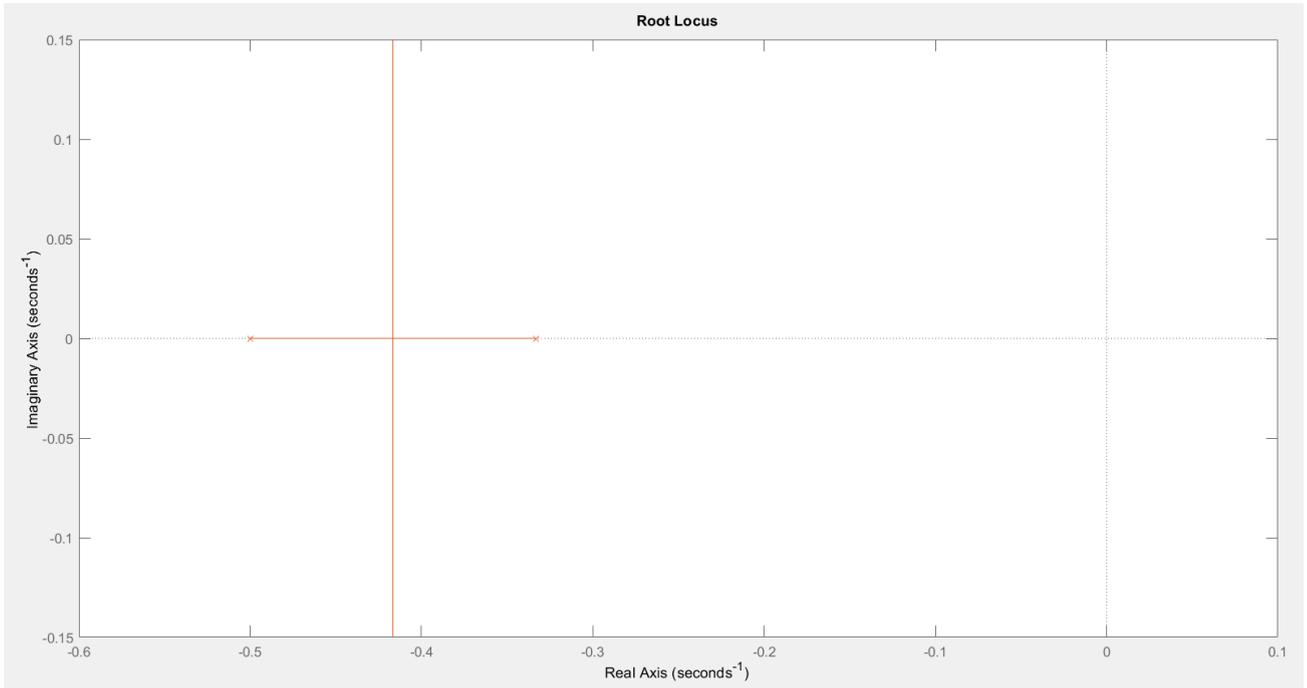
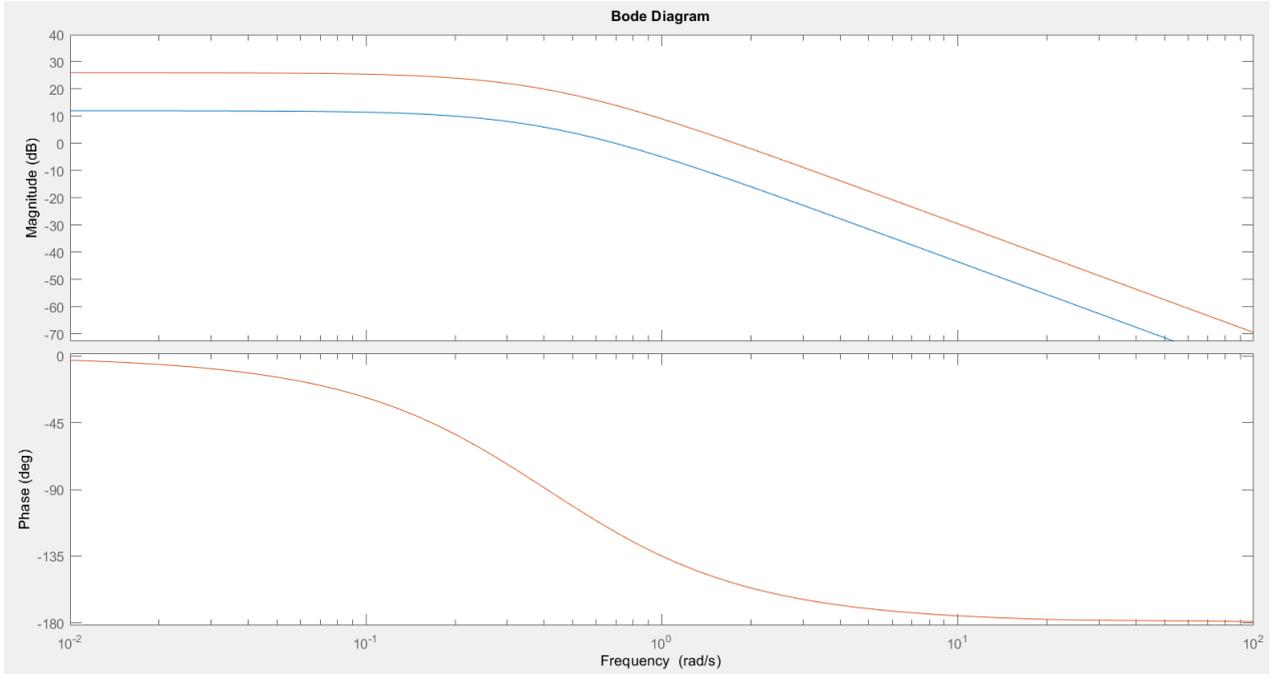
    10

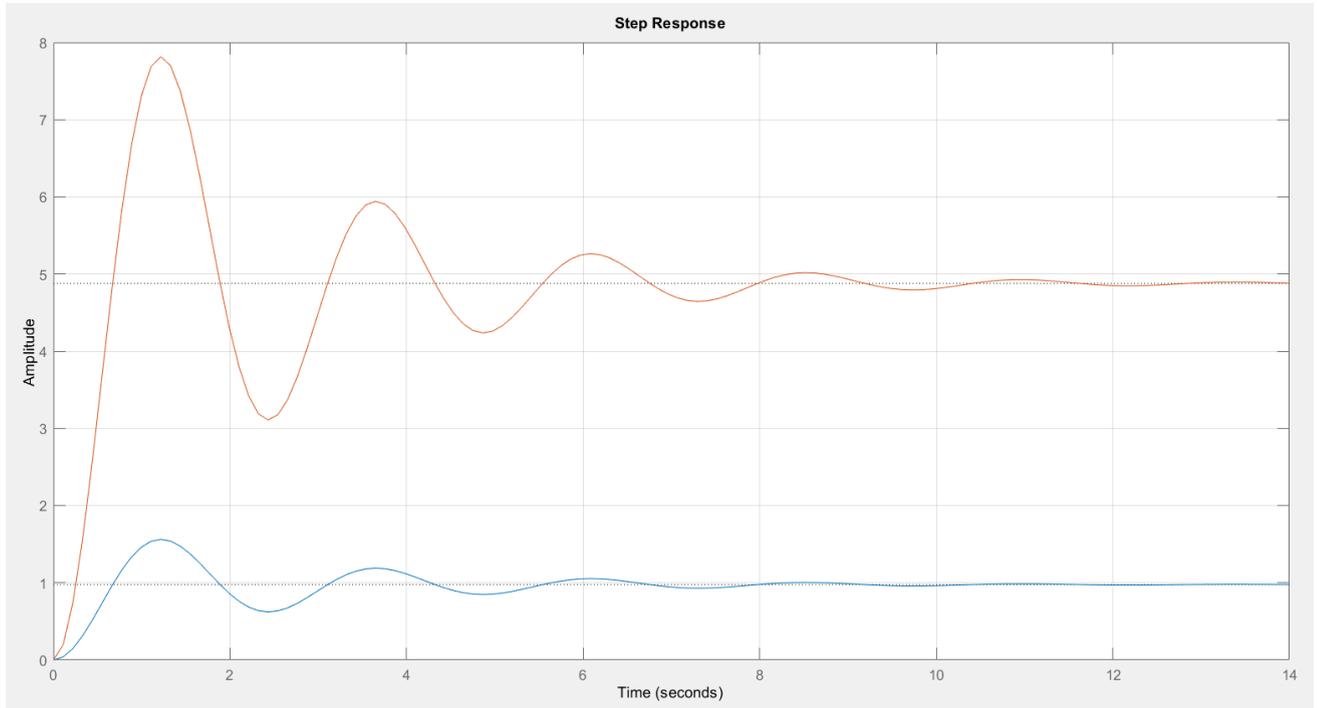
>> Gp=Kcu/2

Gp =

     5

>> bode (G, Gp*G)
  
```





### 4.3- Función Go(s) con controlador P+I (mostrar solo Go(s), solo Gpi(s) y Go(s)\*Gpi(s))

```
>> Kcui=Kcu/2.2

Kcui =

    4.5455

>> I=Tu/1.2

I =

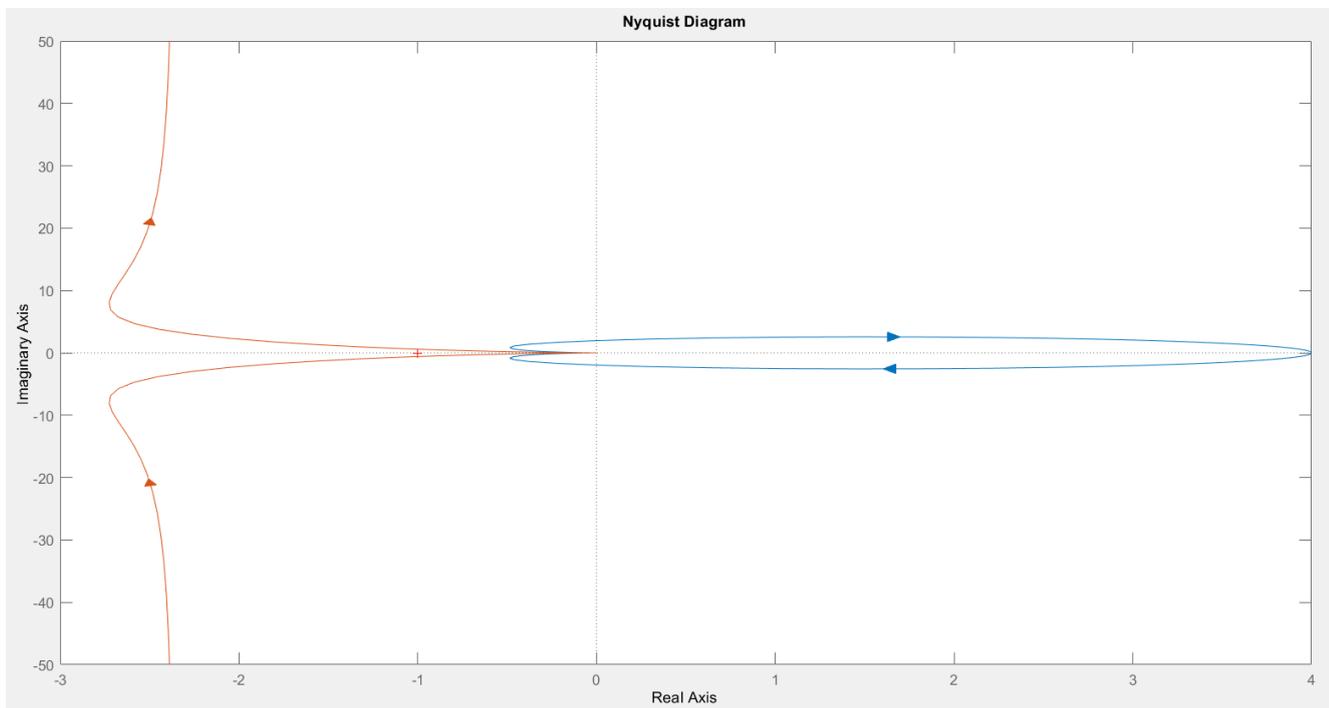
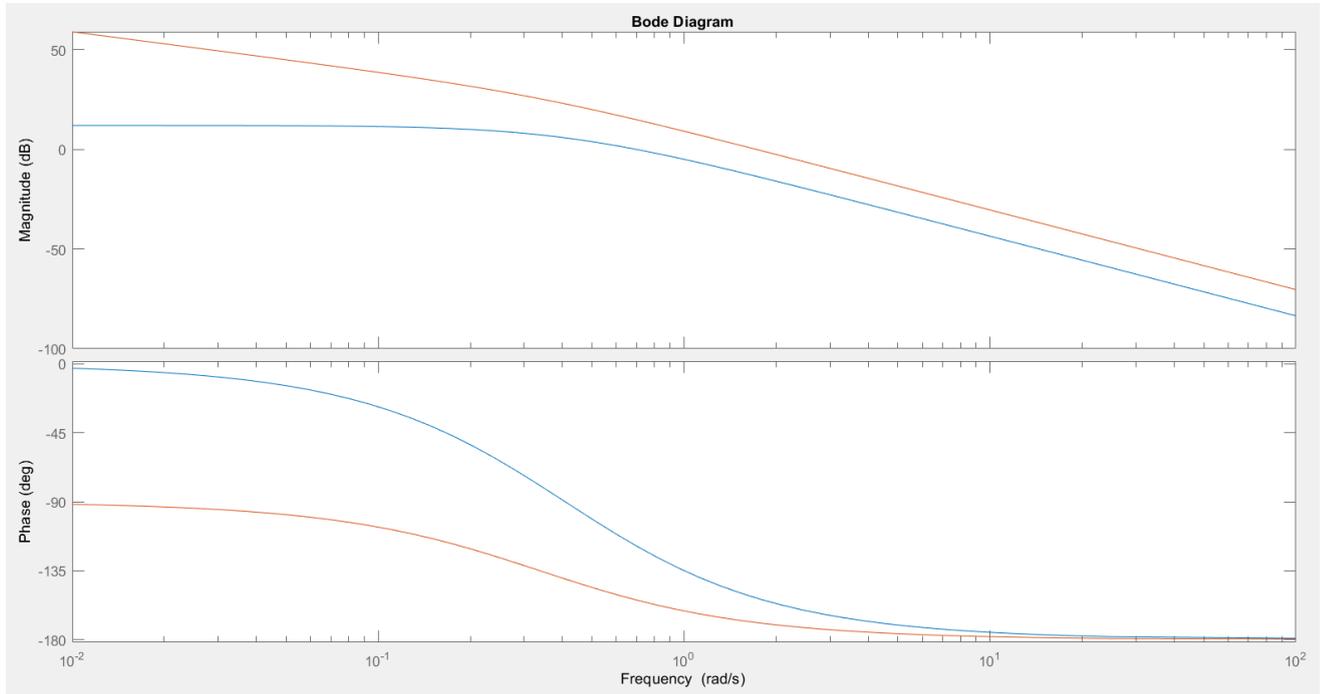
    2.0250

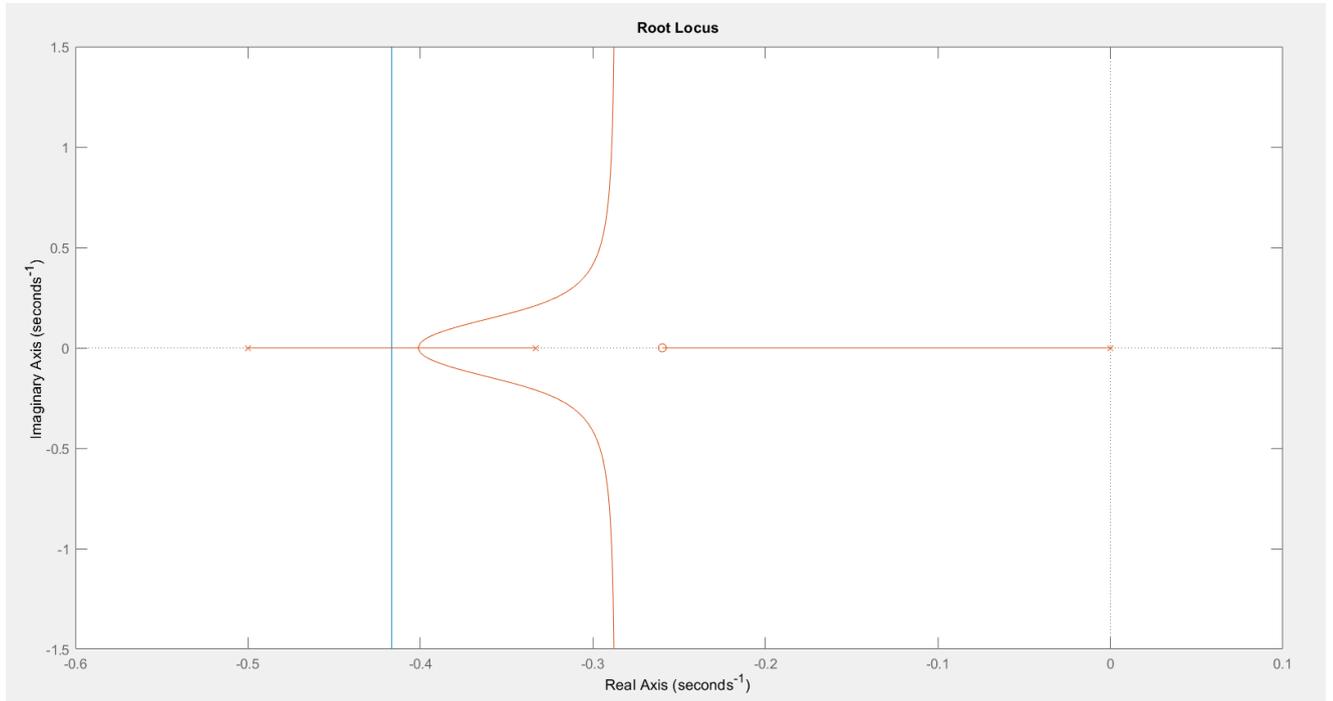
>> Gpi=Kcui*(1+tf([1],[I 0]))

Gpi =

    9.205 s + 4.545
    -----
    2.025 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
>> bode(G,G*Gpi)
```





#### 4.4- Función $Gop(s)$ con controlador P+D (mostrar solo $Go(s)$ , solo $Gpd(s)$ y $Go(s)*Gpd(s)$ )

```
>> Kcuid=Kcu/1.7

Kcuid =

    5.8824

>> D=Tu/8

D =

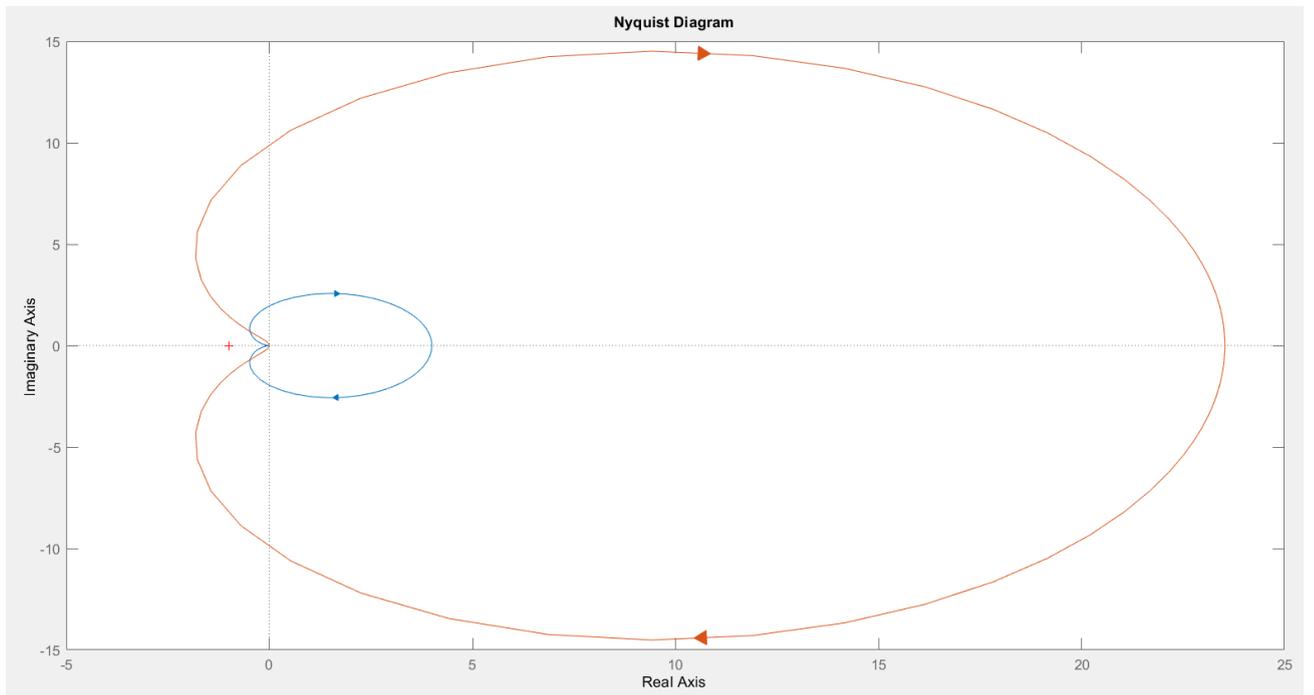
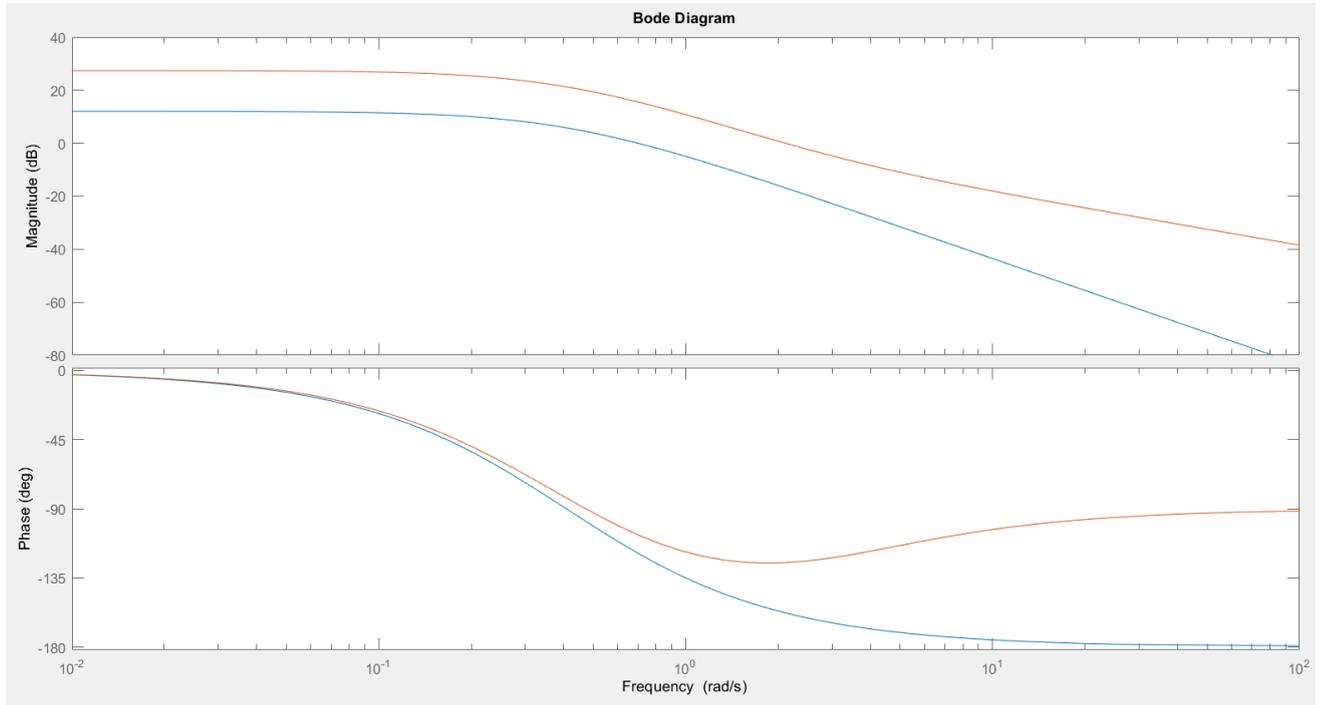
    0.3038

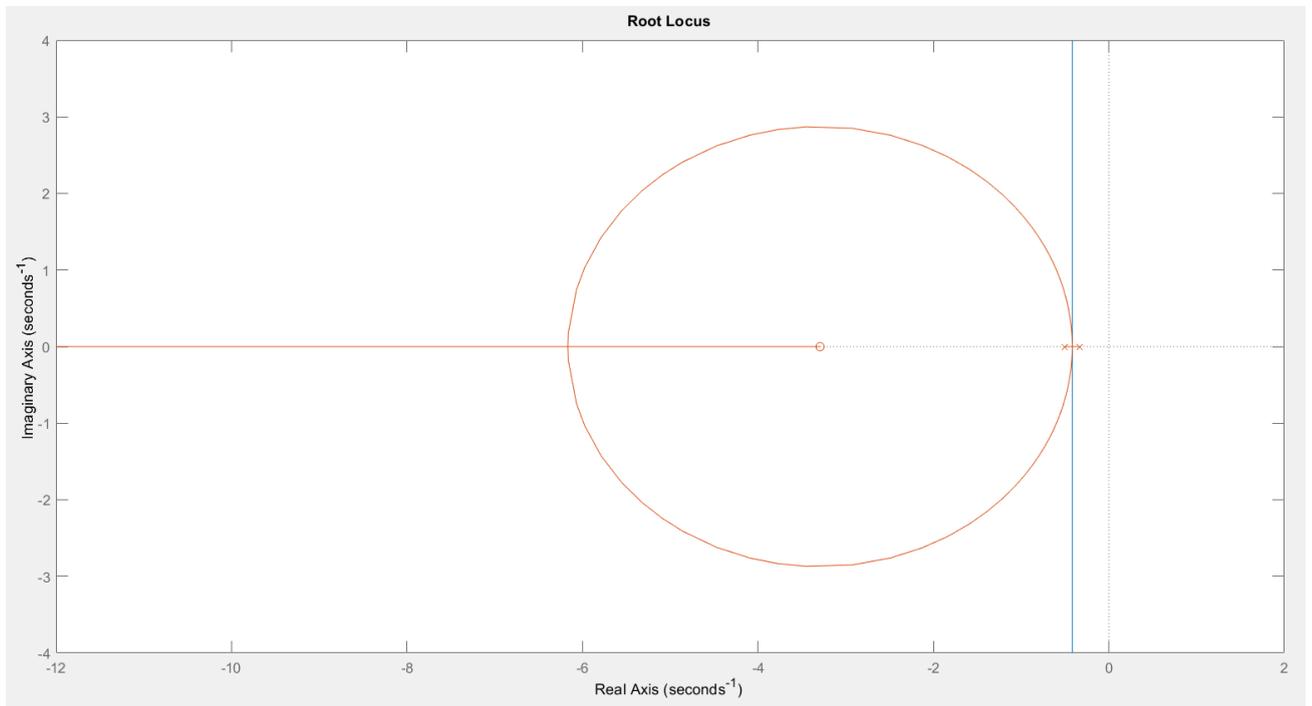
>> Gpd=Kcuid*(tf([D 1],[1]))

Gpd =

    1.787 s + 5.882

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```





#### 4.5- Función $G_o(s)$ con controlador P+I+D (mostrar solo $G_o(s)$ , solo $G_{pid}(s)$ y $G_o(s)*G_{pid}(s)$ )

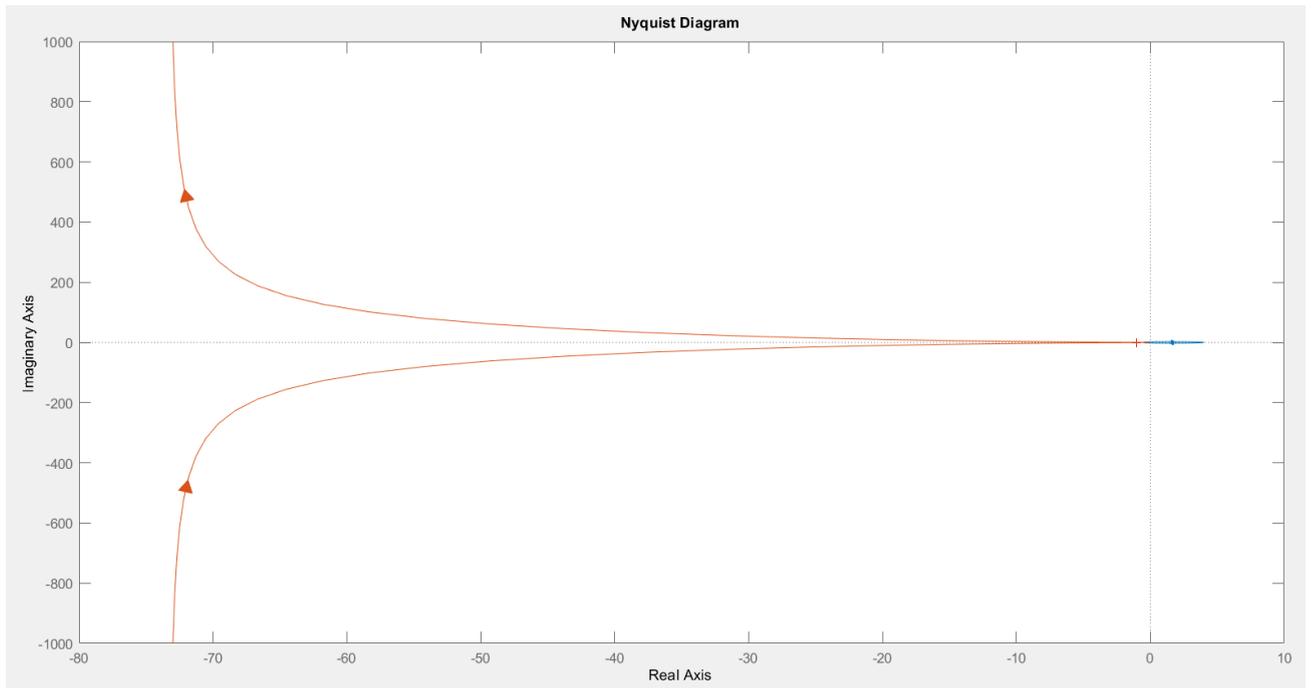
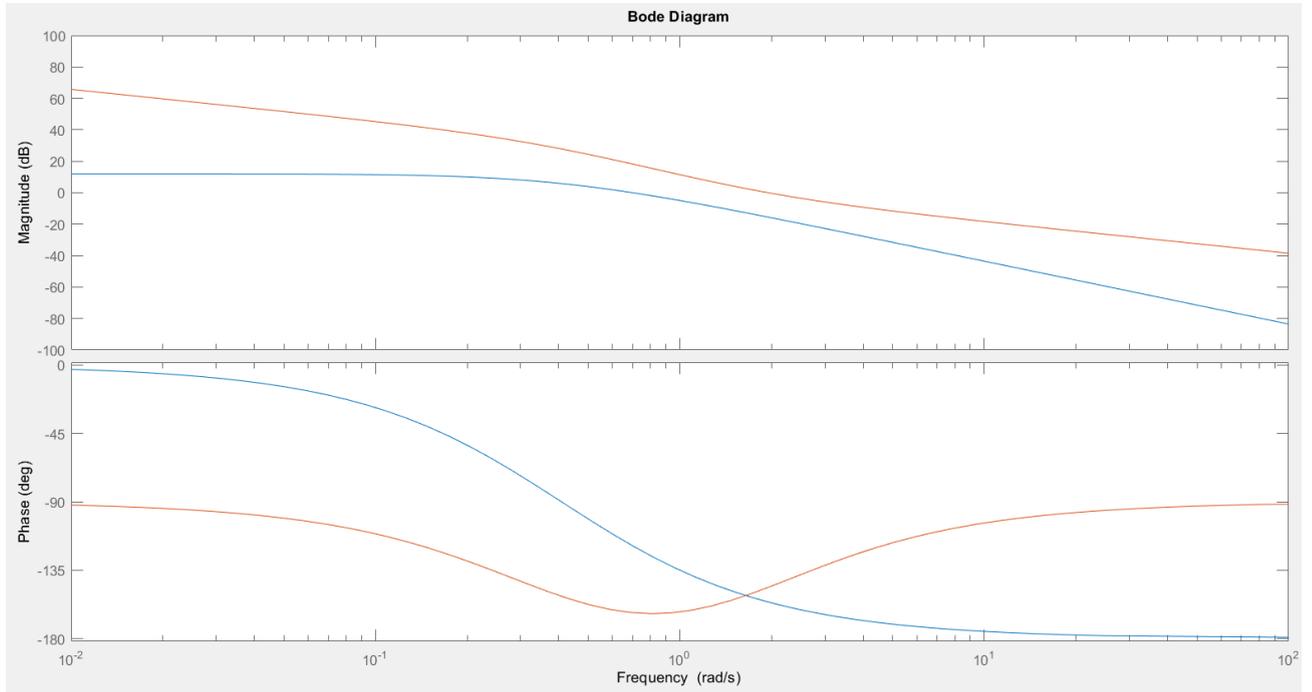
```
>> Kcuid
Kcuid =
    5.8824

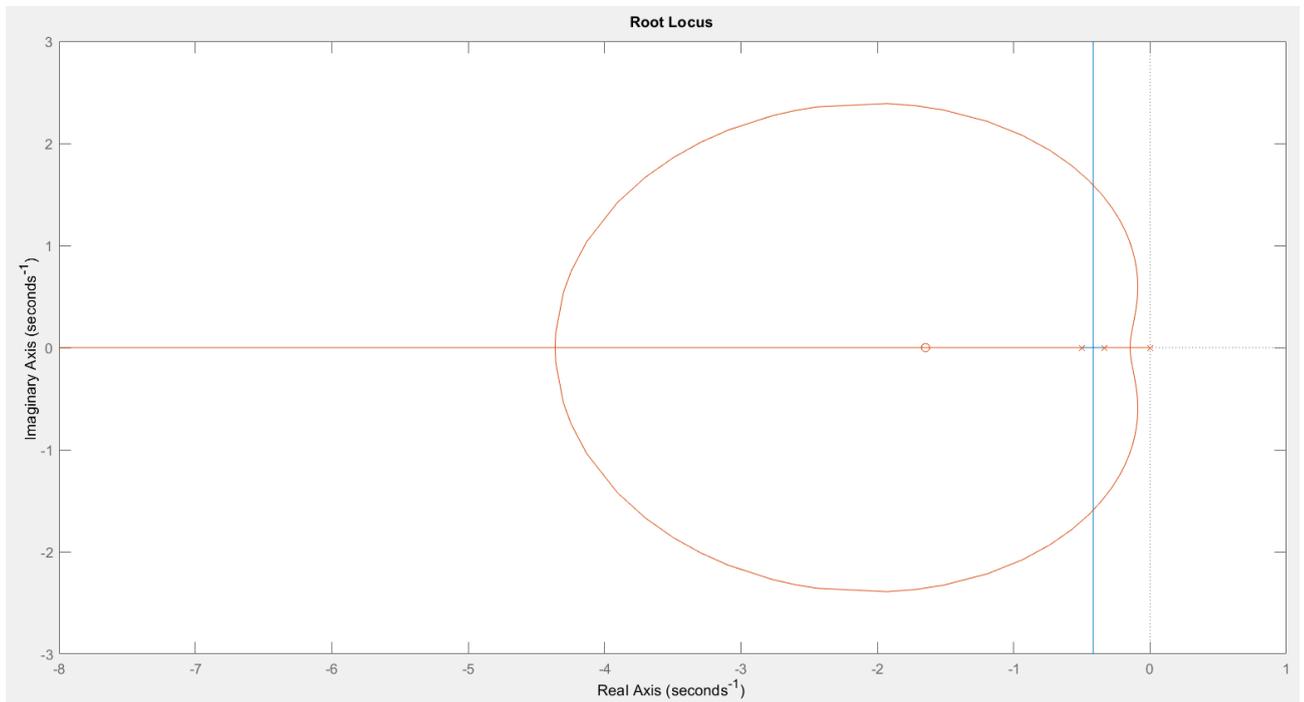
>> Iid=Tu/2
Iid =
    1.2150

>> D
D =
    0.3038

>> Gpid=Kcuid*(1+tf([1],[Iid 0])+tf([D 0],[1]))
Gpid =
    2.171 s^2 + 7.147 s + 5.882
    -----
           1.215 s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```





- Presentar conclusiones: cómo varía  $T_u$ , análisis de estabilidad y velocidad de respuesta a partir del análisis de estas gráficas

#### Variación de $T_u$ :

Como podemos ver en la gráficas de “Lugar de raíces” para distintos controladores, no tenemos un  $T_u$ .

Lo que podemos analizar es el margen de fase para cada controlador.

- Controlador solo P: Ahora nuestro margen de fase es menor, pasamos de  $61^\circ$  a  $26.4$ , es decir nos tiende a la inestabilidad, pero sin embargo el sistema sigue siendo estable.
- Controlador P+I: Con este controlador pasamos de un margen de Fase de  $61^\circ$  a  $11,1^\circ$ , por lo cual podemos decir que estamos más cerca de la inestabilidad pero el sistema sigue siendo estable.
- Controlador P+D: Este controlador no nos hace variar mucho el margen de fase, ya que este ahora es de  $55^\circ$ , es decir el sistema dentro de todo se mantiene con la misma estabilidad.
- Controlador P+I+D: Nuestro margen de fase es de  $33.7^\circ$ , podemos ver que estamos en un valor intermedio entre los que nos daban el controlador P+I y P+D. Podemos decir que es más estable que un P+I pero no que un P+D.

#### Análisis de estabilidad:

Para todos los controladores vemos que nuestro margen de ganancia es infinito, es decir que con ninguno de ellos logramos que nuestra gráfica de fase pase por  $180^\circ$ . Lo que se puede rescatar es que con los controladores P+D y P+I+D, la gráfica de fase ni siquiera es

asintótica a los  $180^\circ$ . Todos estos sistemas con sus respectivos controladores son muy estables.

Análisis de la velocidad de respuesta:

- Controlador P: La velocidad de respuesta es la misma, además podemos ver que el diagrama de fase no ha cambiado.
- Controlador P+I: En este caso podemos ver un mayor corrimiento de fase para bajas frecuencias, un corrimiento de  $90^\circ$  con respecto a la onda de entrada por lo que tenemos un retraso en el sistema.
- Controlador P+D: Podemos ver que para altas frecuencias un menor corrimiento de fase, lo que nos da a interpretar que se mejoró la respuesta del sistema para altas frecuencias.
- Controlador P+I+D: Para bajas frecuencias no mejora la respuesta del sistema ya que tenemos un mayor corrimiento de fase, lo cual desmejora la velocidad de respuesta y para altas frecuencias tenemos una menor frecuencia, por lo que en este caso mejoro la respuesta del sistema.

Todos estos puntos son comparación con respecto a la gráfica sin el controlador.

## EJERCICIO 5:

### 4-2

Controlador solo P

El controlador no introduce nuevos ceros o polos al sistema, sólo determina la ubicación de los polos en lazo cerrado. Esto se debe a la función de transferencia en lazo cerrado

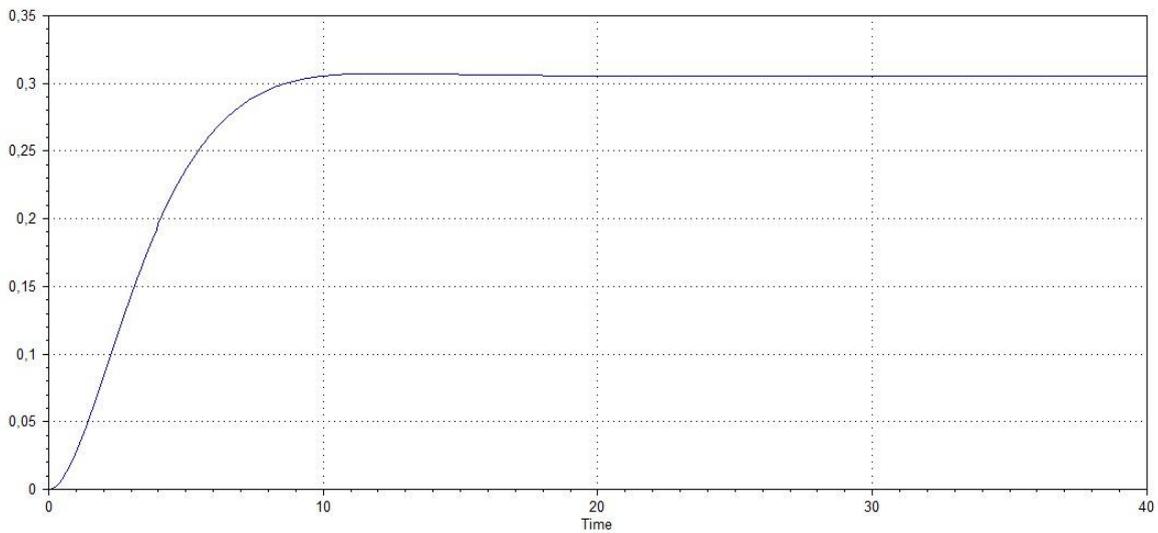
$$G(s) = \frac{K_p * G_p(s)}{1 + K_c * G_p(s)}$$

De esta manera la ecuación característica los valores de sus raíces están afectada por  $k_c$  únicamente.

$$K_c = 0.11$$

$$I \rightarrow \infty$$

$$D = 0$$



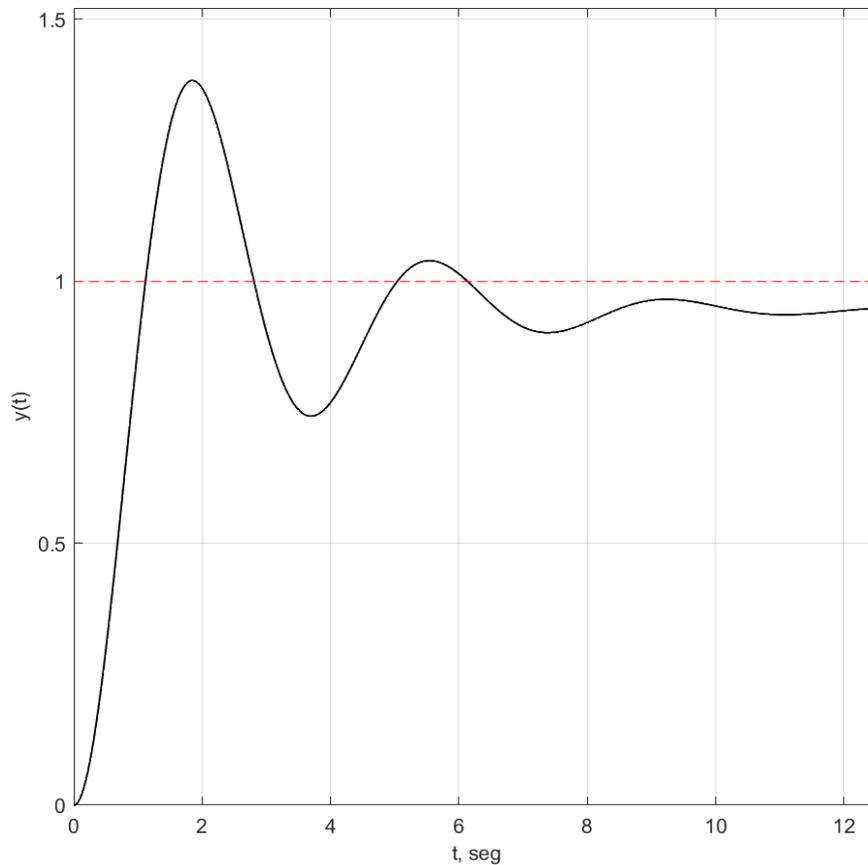
Confirma nuestro razonamiento: donde en el gráfico de raíces podemos ver que aproximadamente a partir de una constante  $k_c > 0.11$  comenzará a oscilar y pasará de un estado críticamente amortiguado a sub amortiguado siendo nuestro sistema siempre estable ya que utilizamos una función de transferencia de 2do orden.

Controlador solo P

$$K_c = 5$$

$$I = \infty \rightarrow 0$$

$$D = 0$$



En esta segunda gráfica eligiendo un  $K_u$  representativo igual a 10 para poder utilizar la tabla de Ajustes de Ziegler ( $k_c=K_u/2$ ) podemos ver que nuestra gráfica al tener un  $k_p$  mayor a 0.11 tenemos una oscilación sub amortiguada pero con las ventaja de reducir considerablemente el error de estado estacionario y el tiempo del controlador necesario para llegar a la estabilidad.

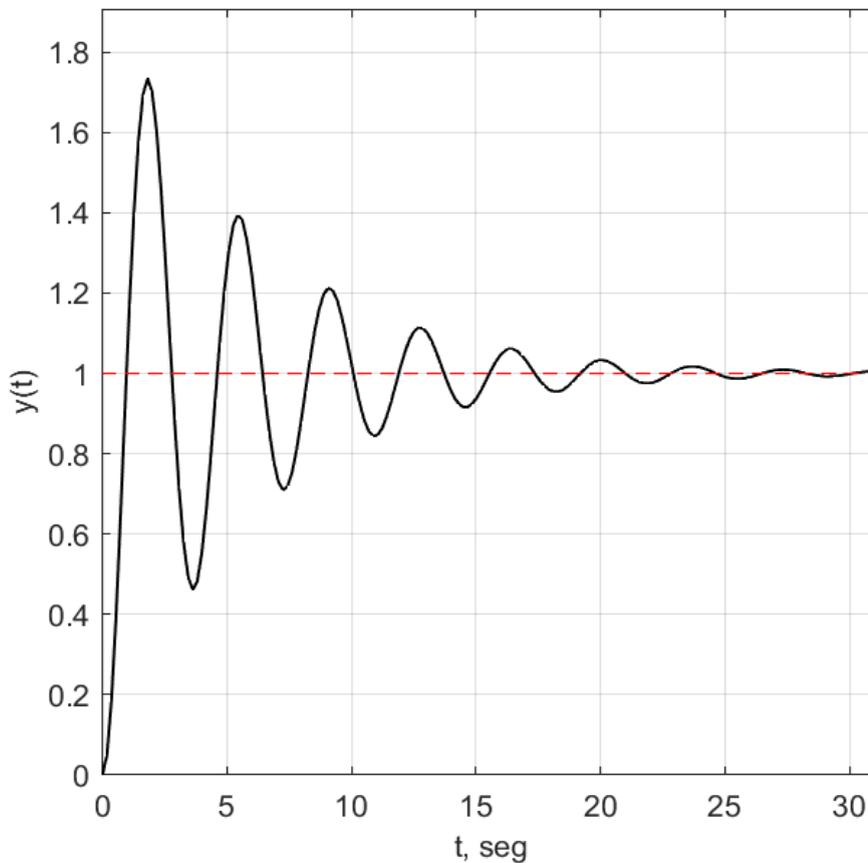
## 4.3

Controlador P+I

$$K_c = 4.5045$$

$$I = 2.025$$

$$D = 0$$



Utilizando un controlador P+I con los ajustes de Ziegler podemos ver que el error de estado estacionario prácticamente se elimina completamente pero a diferencia del controlador P este requiere más tiempo para llegar a la estabilidad.

Esto se debe a que I siendo la constante de ganancia integral tiene unidades de  $s^{-1}$  y entonces se produce una reducción de la estabilidad relativa como resultado ya que se introduce una raíz  $s$  en el denominador la cual adiciona un polo y un cero.

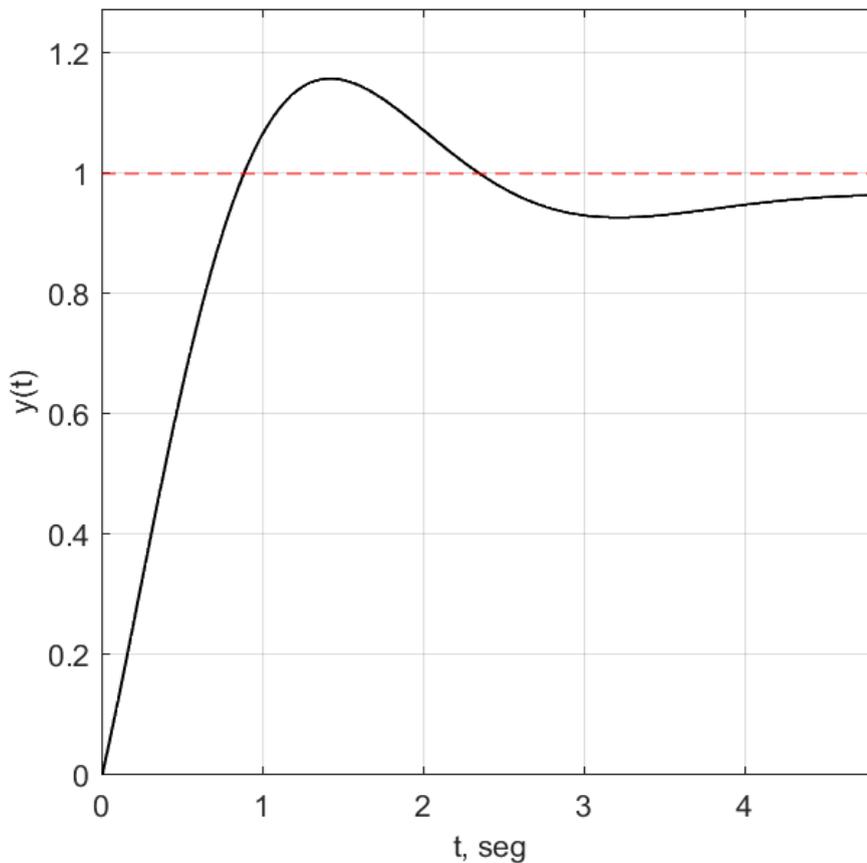
## 4.4

### Controlador P+D

$$K_c = 5.882$$

$$I \rightarrow \infty$$

$$D = 0.304$$



Utilizando un controlador P+D con los ajustes de Ziegler podemos ver que obtenemos un pequeño error de estado estacionario a cambio de una gran velocidad por parte del controlador para llegar a la estabilidad

Esto se debe a que D siendo la ganancia derivativa, donde tan pronto como la señal de error inicia puede haber una salida del controlador muy grande (puesta que ésta es proporcional a la razón de cambio de la señal de error y no a su valor). De este modo se agrega un cero el cual proporciona una mayor estabilidad relativa.

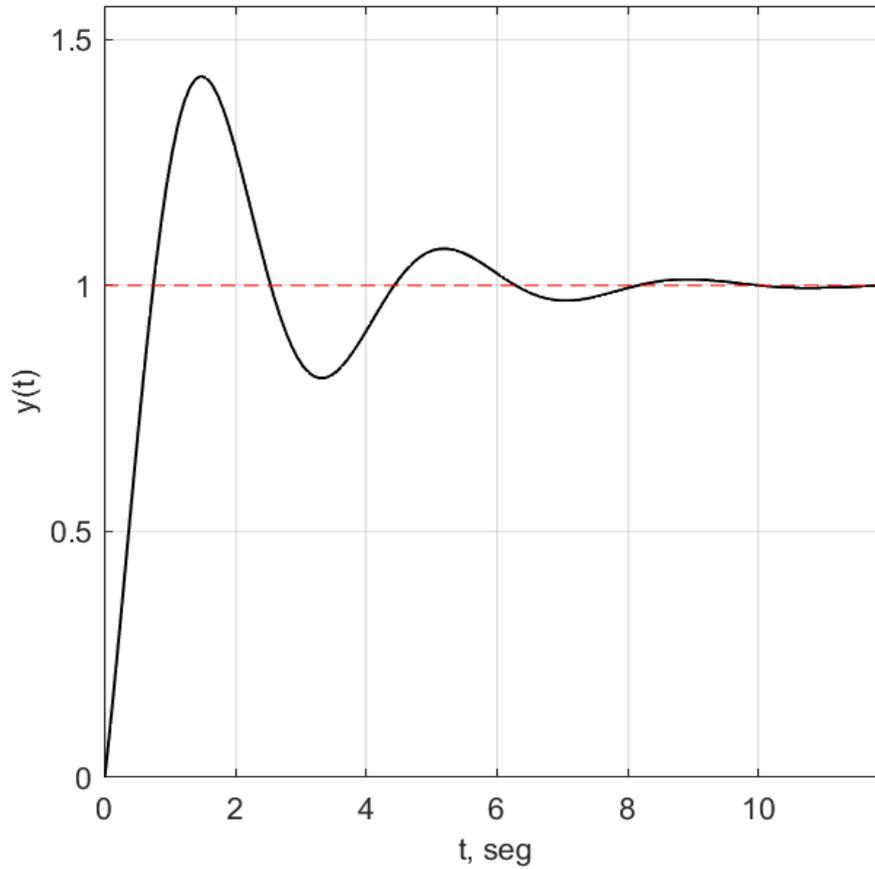
## 4.5

Controlador P+I+D

$$K_c = 5.882$$

$$I = 1.2015$$

$$D = 0.304$$



Utilizando un controlador P+I+D con los ajustes de Ziegler obtenemos la estabilidad en un menor tiempo que en el controlador únicamente P+I y mayor al de del controlador P+D con la diferencia en este último de no tener error de estado estacionario.