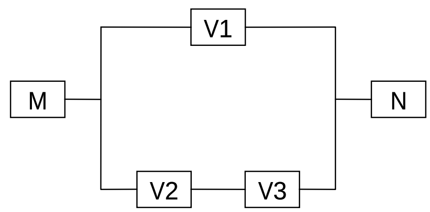
# Unidad Temática 3
# 3-1: Variable aleatoria

# Ejercicios y Aplicaciones: Resolución Guiada

## UT3-1. Ejercicio 1

En el esquema mostrado, el sistema de agua fluye a través de las válvulas V1, V2 y V3, desde M hacia N. Las válvulas V1, V2 y V3 trabajan de manera independiente y cada una se abre al recibir la señal de accionamiento a distancia, con probabilidad igual a 0,80.




1) Encuentre la función masa de probabilidad, *f(x)*, para el número de válvulas abiertas entre M y N después de enviar la señal.

2) Suponga que el sistema de válvulas está cerrado y se envía la señal de apertura de las válvulas para que el agua fluya desde M hacia N. ¿Cuál es la probabilidad de que el agua llegue al punto N?

## Notación

Devore (p. 99) emplea la siguiente denominación y notación abreviada para la *función masa de probabilidad, f(x):*

*p(x) = P( X = x): distribución de probabilidad* o *función de probabilidad de masa (pmf: probability mass function)*

Devore, (p. 102)
Para la función de distribución acumulada Devore emplea la misma notación que Walpole, y utiliza la abreviatura *cdf*.

*F(x) = P( X ≤ x): función de distribución acumulada (cdf: cumulative distribution function)*

## Resolución paso a paso del Ejercicio 1

Previo a responder la consigna 1, le proponemos la siguiente actividad.

Sean los **eventos**:

V1: se abre la válvula V1 al recibir la señal
V2: se abre la válvula V2 al recibir la señal
V3: se abre la válvula V3 al recibir la señal

E1.1) **Calcule** las siguientes probabilidades.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $P(V1) =$ | _____ | e) | $P(V1 \cap V2) =$ | _____ | i) | $P(V1 \cap V2 \cap V3) =$ | _____ |
| b) | $P(V2) =$ | _____ | f) | $P(V1 \cap V3) =$ | _____ | j) | $P(V1 \cap V2' \cap V3') =$ | _____ |
| c) | $P(V3) =$ | _____ | g) | $P(V1' \cap V3) =$ | _____ | k) | $P(V1 \cup V2) =$ | _____ |
| d) | $P(V1') =$ | _____ | h) | $P(V2 \cap V3') =$ | _____ | l) | $P(V2 \cup V3') =$ | _____ |

E1.2) **Lea** detenidamente el enunciado y luego responda las siguientes consignas.

a) Defina la variable aleatoria en estudio.

*X:* ________________________________________________

b) Escriba los posibles valores que puede asumir la variable aleatoria en estudio, *X*.

*x:* __; __; __; __

E1.3) **Marque** con una X la afirmación CORRECTA.

a) ☐ La variable en estudio es *numérica discreta*
b) ☐ La variable en estudio es *numérica continua*
c) ☐ La variable en estudio es *no numérica*
d) ☐ Ninguna de las anteriores

¡Ahora sí! Si está en condiciones de responder el ítem siguiente, habrá respondido la primera consigna del ejercicio.

E1.4) **Complete** la siguiente tabla para crear la *función masa de probabilidad* de la variable aleatoria en estudio y responder así la primera consigna del ejercicio.

Respuesta Consigna 1:

| $x$: | __ | __ | __ | __ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x) = P(X = x)$ | ______ | ______ | ______ | ______ |
| $F(x) = P(X \leq x)$ | ______ | ______ | ______ | ______ |

Le proponemos ahora una actividad que le ayudará a elaborar el planteo de la segunda consiga del ejercicio.

E1.5) **Marque** con una X TODAS las afirmaciones CORRECTAS.

Saliendo desde el punto M, el agua llegará al punto N después de enviar la señal, si se abren las válvulas:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) | ☐ | V1 y V2 y V3 | Se abren las tres válvulas |
| b) | ☐ | V1 y V2 y (No V3) | Se abren V1 y V2, pero no V3 |
| c) | ☐ | V1 y (No V2) y V3 | Se abren V1 y V3, pero no V2 |
| d) | ☐ | (No V1) y V2 y V3 | Se abren V2 y V3, pero no V1 |
| e) | ☐ | V1 y (No V2) y (No V3) | Se abre sólo V1 |
| f) | ☐ | (No V1) y V2 y (No V3) | Se abre sólo V2 |
| g) | ☐ | (No V1) y (No V2) y V3 | Se abre sólo V3 |
| h) | ☐ | (No V1) y (No V2) y (No V3) | No se abre ninguna |

E1.6) **Marque** con una X la opción con *el planteo* que conduce al resultado correcto para calcular la probabilidad de que al recibir la señal de apertura, el sistema de válvulas se abra de modo tal que permita que el agua, saliendo de M, llegue al punto N.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ☐ | $P(V1 \cap V2 \cap V3)$ | Notación equivalente → | P(V1 y V2 y V3) |
| ☐ | $P[V1 \cup (V2 \cap V3)]$ | Notación equivalente → | P[V1 o (V2 y V3)] |
| ☐ | $P(V1 \cup V2 \cup V3)$ | Notación equivalente → | P(V1 o V2 o V3) |
| ☐ | $P[(V1 \cap (V2 \cup V3)]$ | Notación equivalente → | P[V1 y (V2 o V3)] |

E1.7) **Responda** V – F

Si considera que el siguiente es un planteo correcto para responder la segunda consigna del ejercicio, responda V; caso contrario, responda F.

$$P[(V1 \cap V2 \cap V3) \cup (V1 \cap V2' \cap V3') \cup (V1 \cap V2 \cap V3') \cup (V1 \cap V2' \cap V3) \cup (V1' \cap V2 \cap V3)]$$

Rta: _____

E1.8) **Marque** con una X la opción CORRECTA.

La *probabilidad* de que al recibir la señal de apertura, el sistema de válvulas se abra de modo tal que permita que el agua llegue al punto N, es:

a) ☐ 0,032
b) ☐ 0,512
c) ☐ 0,672
d) ☐ 0,928

Respuesta consigna 2

E1.9) **Complete** el párrafo siguiente para interpretar el resultado numérico obtenido y responder la segunda consigna del ejercicio.

Si el sistema de válvulas está cerrado y se envía la señal de apertura de las válvulas, la ______________________ de que el agua, partiendo desde el punto M llegue al punto N, es igual a ___________.

**Pasemos al Ejercicio siguiente**

## UT3-1. Ejercicio 2

El ingeniero estudia un tipo de acero utilizado en construcciones livianas de acero, el F-36. En particular, ha definido como variable aleatoria *Y*, a la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero. Basado en datos experimentales y teniendo en cuenta la sencillez de su gráfica, propone una función de densidad de probabilidad triangular. Sabe también que los datos observados tienen una amplitud de 20 MPa, comprendidos entre 35 y 55 MPa, y la moda es de 41 MPa.

*Equivalencia:*
*1 MPa equivale a 1 $MN/m^2$; el Reglamento CIRSOC admite considerarlo aproximadamente igual a 10 $kgf/cm^2$*

La expresión matemática que ha propuesto el ingeniero para modelar la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36 (*función de densidad de probabilidad*) es la siguiente:

$$f(y) = (y - 35) / 60 \quad \text{para} \quad 35 \le y \le 41$$
$$f(y) = (55 - y) / 140 \quad \text{para} \quad 41 \le y \le 55$$
$$f(y) = 0 \quad \text{en otro caso.}$$

a) Verifique que la función de distribución acumulada propuesta por el ingeniero.
b) Represente gráficamente la función de densidad de probabilidad y la función de distribución acumulada.
c) Calcule la probabilidad de que al ensayar una probeta de acero F-36, la resistencia a la tracción en el límite de fluencia:
   1) Sea menor de 38 MPa.
   2) Supere los 50 MPa.
   3) Se encuentre entre 39 y 45 MPa.

## Resolución paso a paso del Ejercicio 2

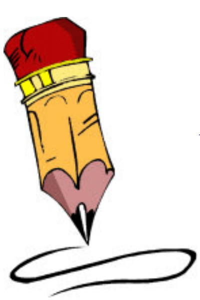
E2.1) **Verifique** que la función de distribución acumulada para la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36 es la siguiente:

$$
F(y) = \begin{cases}
0 & \text{para} \quad y < 35 \\
\dfrac{1}{120}y^2 - \dfrac{7}{12}y + \dfrac{245}{24} & \text{para} \quad 35 \le y \le 41 \\
-\dfrac{1}{280}y^2 + \dfrac{11}{28}y - \dfrac{549}{56} & \text{para} \quad 41 < y \le 55 \\
1 & \text{para} \quad 55 < y
\end{cases}
$$

**¡Atención!**

*No le pedimos que nos envíe la deducción de la función de distribución acumulada, F(y). No obstante, asegúrese de saber obtenerla a partir de la función de densidad de probabilidad, f(y). En la EVALUACIÓN PRESENCIAL, podríamos pedirle que resuelva situaciones similares.*

E2.2) **Represente gráficamente** la función de distribución de densidad de probabilidad y la función de distribución acumulada, para la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36.



**¡Practique dibujar a mano!**

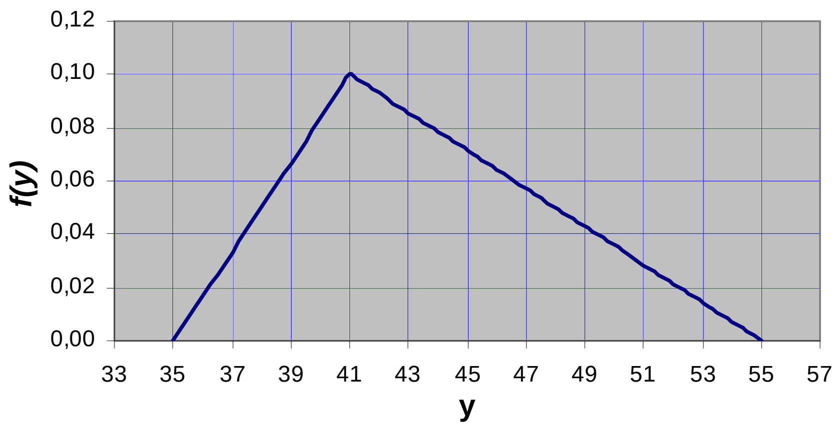
*En la EVALUACIÓN PRESENCIAL, podríamos pedirle que dibuje a mano las funciones de densidad de probabilidad y/o la función de distribución acumulada. Por tal motivo, sugerimos que practique en casa dibujar a mano las funciones mencionadas.*

*No olvide **adoptar escalas y graduar correctamente los ejes**, tanto el eje de la variable en estudio como el eje de las funciones f(y) y F(y).*

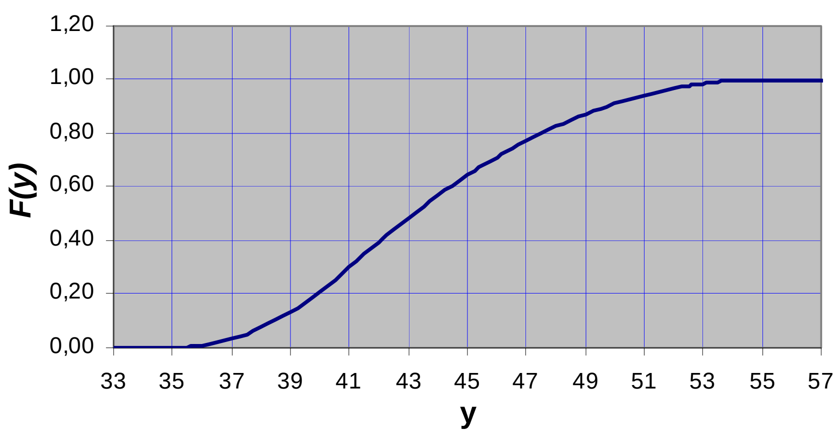
Continuación E2.2

# Representación gráfica con la Hoja de Cálculo

A continuación le presentamos las representaciones gráficas de la función de densidad de probabilidad y de la función de distribución acumulada. Las mismas han sido construidas utilizando Microsoft EXCEL.




Función de densidad de probabilidad para la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36




Función de distribución acumulada para la resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36

Continuación Ejercicio 2

## ¡Atención!

*No le pedimos que nos envíe la representación gráfica construida con EXCEL; suponemos que usted sabe graficar las funciones utilizando EXCEL. Tampoco le pediremos que lo haga en las evaluaciones presenciales porque no dispondrá de una PC. En todo caso podríamos solicitarle que la construya a mano, con lápiz y papel. Si necesita ayuda, consúltenos.*

Antes de responder la tercera consigna, recordemos las pautas generales para resolver los problemas de este tipo.

## Consignas generales

Las consignas generales que se deben tener en cuenta para resolver problemas relacionados con los ejercicios de la unidad temática, son las siguientes:

- Definir la variable aleatoria en estudio
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado en el contexto del problema para responder la consigna

$X$

## Definir la variable en estudio

*Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo,* ***X****, y su correspondiente minúscula,* ***x*** *en este caso, para denotar sus particulares valores.*

En este ejercicio la variable ha sido definida en el mismo enunciado, como la *resistencia a tracción en el límite de fluencia del acero F-36, en MPa*. También se la ha propuesto la notación *Y* en vez de la tradicional *X*.

*P(X ¿?)*

## Plantear la solución del problema

E2.3) **Marque** con X la opción que propone un *planteo* correcto para responder el ítem c.1):

Calcule la probabilidad de que al ensayar una probeta de acero F-36, la resistencia a la tracción en el límite de fluencia sea menor de 38 MPa.

a) ☐ $P(Y<38)=\int_{-\infty}^{38}\frac{(y-35)}{60}dy$

b) ☐ $P(0<Y<38)=\int_{0}^{38}\left(\frac{1}{120}y^2-\frac{7}{12}y+\frac{245}{24}\right)dy$

c) ☐ $P(Y<38)=\int_{35}^{38}\frac{(y-35)}{60}dy$

E2.4) **Marque** con X la opción que propone un *planteo* correcto para responder el ítem c.2):

Calcule la probabilidad de que al ensayar una probeta de acero F-36, la resistencia a la tracción en el límite de fluencia supere los 50 MPa.

a) ☐ $P(Y>50)=\int_{50}^{+\infty}\frac{(50-y)}{140}dy$

b) ☐ $P(Y>50)=1-F(49)$

c) ☐ $P(Y>50)=1-\int_{35}^{41}\frac{(y-35)}{60}dy-\int_{41}^{50}\frac{(55-y)}{140}dy$

E2.5) **Marque** con X la opción que propone un *planteo* correcto para responder el ítem c.3):

Calcule la probabilidad de que al ensayar una probeta de acero F-36, la resistencia a la tracción en el límite de fluencia se encuentre entre los 39 y 45 MPa.

a) ☐ $P(39\le Y\le 45)=\int_{39}^{41}\frac{(y-35)}{60}dy+F(45)$

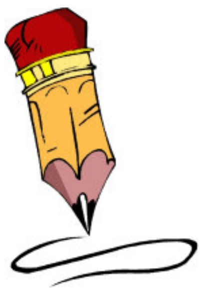
b) ☐ $P(39\le Y\le 45)=F(39)+\int_{41}^{45}\frac{(55-y)}{140}dy$

c) ☐ $P(39\le Y\le 45)=F(45)-\int_{35}^{39}\frac{(y-35)}{60}dy$

Continuación Ejercicio 2

## ¡Atención!

*En cada uno de los apartados anteriores (3, 4 y 5), una de las opciones propone un planteo correcto para responder el ítem c) del ejercicio. Pero tenga en cuenta que no son las únicas formas correctas de hacer los planteos respectivos. Por ejemplo, para responder el ítem c.3) otro planteo correcto podría haber sido el siguiente:* $P(39 \le Y \le 45) = F(45) - F(39)$.



## Practique escribir de puño y letra

*Practique escribir en un papel, de puño y letra, el planteo de la solución que corresponde a las tres consignas del ítem c). No es necesario que la envíe, pero si tiene dudas, le brindaremos ayuda.*

*En la EVALUACIÓN PRESENCIAL usted deberá dejar escrito el planteo de la solución de los problemas que se le pidan. Le sugerimos practicar en casa.*

# Valor Esperado y Varianza

E2.6) **Escriba** qué notación debe reemplazar las letras $a$ a $g$ en la siguiente expresión, de modo tal que permita calcular el valor esperado de la variable en estudio.

$$E(Y) = \int_a^b c\,\frac{(y-35)}{d}\,dy + \int_e^f y\,\frac{(55-y)}{g}\,dy$$

a) En lugar de $a$ se debe escribir: __________

b) En lugar de $b$ se debe escribir: __________

c) En lugar de $c$ se debe escribir: __________

d) En lugar de $d$ se debe escribir: __________

e) En lugar de $e$ se debe escribir: __________

f) En lugar de $f$ se debe escribir: __________

g) En lugar de $g$ se debe escribir: __________

E2.7) **Calcule** y luego **escriba** el *valor esperado* de la variable aleatoria en estudio.

*¡Atención!*
*No es necesario que nos envíe el desarrollo del procedimiento de cálculo.*
*Sólo es necesario escribir el valor numérico obtenido.*

Rta: $E(Y) =$ __________

E2.8) **Escriba** qué notación debe reemplazar las letras *a* a *j* en la siguiente expresión para calcular la varianza de la variable en estudio.

$$V(Y) = E(Y-a)^2 = \int_b^c (y-d)^e \frac{(y-35)}{60} dy + \int_f^g (h)^i \frac{(55-y)}{j} dy$$

a) En lugar de *a* se debe escribir: __________

b) En lugar de *b* se debe escribir: __________

c) En lugar de *c* se debe escribir: __________

d) En lugar de *d* se debe escribir: __________

e) En lugar de *e* se debe escribir: __________

f) En lugar de *f* se debe escribir: __________

g) En lugar de *g* se debe escribir: __________

h) En lugar de *h* se debe escribir: __________

i) En lugar de *i* se debe escribir: __________

j) En lugar de *j* se debe escribir: __________

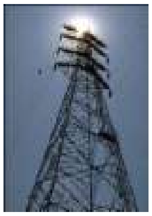
E2.9) **Calcule** y luego **escriba** el valor de la *varianza* de la variable aleatoria en estudio.

*¡Atención!*
*No es necesario que nos envíe el desarrollo del procedimiento de cálculo.*
*Sólo es necesario escribir el valor numérico obtenido.*

Rta: *V(Y)* = __________

**Pasemos al Ejercicio siguiente**

## UT3-1. Ejercicio 3



Los estudios realizados por los ingenieros de una empresa distribuidora de energía, han permitido estimar que el consumo diario de energía eléctrica en la región que abastece, en GWh, se puede modelar, razonablemente, como una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad dada por:

$$f(x) = \frac{1}{9}\, x\, e^{-\frac{x}{3}} \qquad para \quad x \geq 0$$

$$f(x) = 0 \qquad en\ otro\ caso$$

Si la planta de energía de la ciudad tiene una capacidad de generación diaria de 12 GWh, ¿cuál es la probabilidad de que el abastecimiento sea inadecuado en un día cualquiera?

## Solución paso a paso del Ejercicio 3

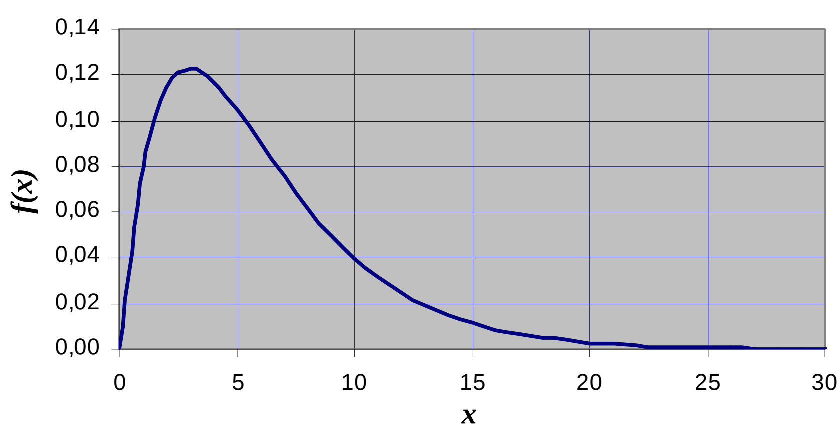
*X*

### Definir la variable en estudio

*Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo, **X**, y su correspondiente minúscula, **x** en este caso, para denotar sus particulares valores.*

La variable que se estudia en el ejercicio es el *consumo diario de energía eléctrica en la región que abastece la empresa distribuidora, en GWh*.

E3.1) **Observe** la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad para el consumo diario de energía eléctrica en la región que abastece, en GWh.




Función de densidad de probabilidad para el consumo diario de energía eléctrica en la región.

E3.2) **Marque** con una X la opción que considere correcta. Para responder tenga en cuenta sólo la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad, *f(x)*.

*¡Atención!*
*Para responder NO debe realizar cálculos; sólo debe observar la función de densidad de probabilidad, f(x), pensar, razonar y responder.*

a) ☐ La probabilidad de que el consumo diario de energía eléctrica en la región exceda los 25 GWh, es menor de 0,10.

b) ☐ La probabilidad de que el consumo diario de energía eléctrica en la región sea menor de 10 GWh, es mayor de 0,50.

c) ☐ La *moda* del consumo diario de energía eléctrica en la región, es menor que la *mediana*.

d) ☐ Todas las anteriores.

## *P(X ¿?)* Plantear la solución del problema

E3.3) **Seleccione** la opción que responde al *planteo* de la solución del problema:

Si la planta de energía de la ciudad tiene una capacidad de generación diaria de 12 GWh, ¿cuál es la probabilidad de que el abastecimiento sea inadecuado en un día cualquiera?

a) ☐ P($X$ = 12 GWh)

b) ☐ P($X$ > 12 GWh)

c) ☐ P($X$ < 12 GWh)

d) ☐ Ninguna de las anteriores

E3.4) **Observe** la gráfica de la función de densidad de probabilidad para el consumo diario de energía eléctrica en la región y **marque** la opción que corresponda a la respuesta de la consigna del problema.

Si la planta de energía de la ciudad tiene una capacidad de generación diaria de 12 GWh, la probabilidad de que el abastecimiento sea inadecuado en un día cualquiera es:

a) ☐ Mayor de 0,50

b) ☐ Entre 0,25 y 0,50

c) ☐ Entre 0,25 y 0,15

d) ☐ Menor de 0,15

Continuación Ejercicio 3

## Realizar los cálculos necesarios

E3.5) **Marque** la opción que corresponda al valor numérico correcto de la respuesta de la consigna del problema.

Si la planta de energía de la ciudad tiene una capacidad de generación diaria de 12 GWh, la probabilidad de que el abastecimiento sea inadecuado en un día cualquiera es:

a) ☐ 0,9080
b) ☐ 0,4020
c) ☐ 0,0920
d) ☐ 0,0001

## Valor Esperado y Varianza

E3.6) **Calcule** el *valor esperado* del consumo diario de energía eléctrica en la región, expresado en GWh, y **marque** la opción que le corresponde.

a) ☐ 3 GWh
b) ☐ 6 GWh
c) ☐ 12 GWh
d) ☐ 24 GWh

E3.7) **Marque** la opción correcta. Se puede demostrar que:

a) ☐ $E(X^2) = 54$
b) ☐ $V(X) = 18$
c) ☐ $E(X) = 6$
d) ☐ Todas las anteriores.

**Pasemos al Ejercicio siguiente**

## UT3-1. Ejercicio 4

Los estudios experimentales realizados por un ingeniero le han permitido modelar la magnitud de los terremotos en una región dada, para valores comprendidos entre 0 y 8 de la escala Richter, mediante una función de densidad de probabilidad exponencial, dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} = \lambda\, e^{-\lambda x} \qquad para \quad x > 0$$

Donde: $\lambda = 1/\beta$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}} = 1 - e^{-\lambda x} \qquad para \quad x \geq 0$$

En el sur de California, el valor del parámetro de esta distribución, $\beta$, se estimó en 2,35.

a) Calcule la probabilidad de que la magnitud de los terremotos en la región en estudio, exceda el valor 6,3. En realidad esta fue la magnitud que corresponde al desastroso terremoto de 1933 en Long Beach.

b) Calcule la *mediana* de la magnitud de los terremotos en escala Richter, en la región en estudio.

c) Calcule la *probabilidad* de que la magnitud de los terremotos en la región en estudio, se encuentre comprendida entre 5,411 y 10,882.

## Resolución paso a paso del Ejercicio 4

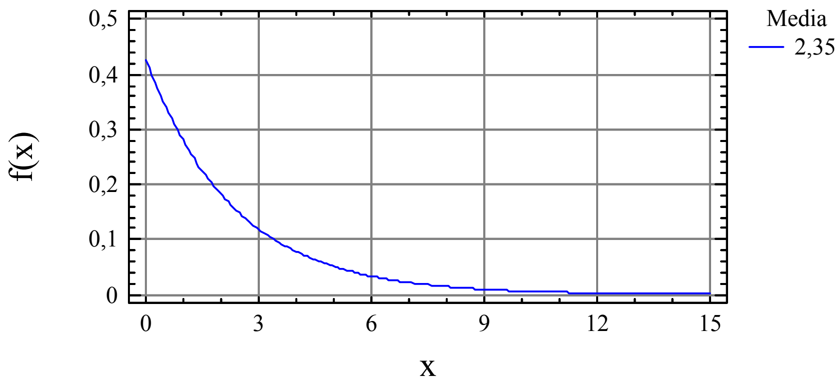
*X*

### Definir la variable en estudio

*Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo,* ***X****, y su correspondiente minúscula,* ***x*** *en este caso, para denotar sus particulares valores.*

La variable que se estudia en el ejercicio es la *magnitud de los terremotos en una región dada, para valores comprendidos entre 0 y 8 de la escala Richter*.

E4.1) **Observe** la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad de la variable en estudio y luego responda las consignas siguientes.




Función de densidad de probabilidad para la magnitud de los terremotos, en escala Richter, en una región dada.

E4.2) **Marque** la opción correcta teniendo en cuenta sólo la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad, *f(x)*.

a) ☐ La *probabilidad* de que la magnitud del terremoto en escala Richter supere el valor 6,3 se debe leer en el eje de ordenadas.

b) ☐ El *valor esperado* de la magnitud del terremoto en escala Richter se debe leer en el eje de abscisas.

c) ☐ La *probabilidad* de que la magnitud del terremoto en escala Richter supere el valor 6,3 se debe leer en el eje de abscisas.

d) ☐ Todas las anteriores.

E4.3) **Marque** la opción correcta teniendo en cuenta sólo la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad, *f(x)*.

a) ☐ La *moda* de la magnitud del terremoto en escala Richter se debe leer en el eje de abscisas.

b) ☐ La *probabilidad* de que la magnitud del terremoto en escala Richter supere el valor 6,3 queda representada por un área bajo la curva.

c) ☐ La *mediana* de la magnitud del terremoto en escala Richter se debe leer en el eje de abscisas.

d) ☐ Todas las anteriores.

Continuación Ejercicio 4

## *P(X ¿?)* Plantear la solución del problema

E4.4) **Marque** la opción que propone un planteo correcto para responder la consigna a): Calcule la probabilidad de que la magnitud de los terremotos en la región en estudio exceda el valor 6,3.

a) ☐ $1 - P(X > 6{,}3)$

b) ☐ $P(X > 6{,}3)$

c) ☐ $F(6{,}3)$

d) ☐ Ninguna de las anteriores.

E4.5) **Marque** la opción que propone un planteo correcto para llegar a responder la consigna b): Calcule la *mediana* de la magnitud de los terremotos en escala Richter en la región en estudio.

a) ☐ $P(X \leq \text{Me}) = 0{,}5$

b) ☐ $f\,(\text{Me}) = 0{,}5$

c) ☐ $P(X > \text{Me}) = 0{,}5$

d) ☐ Ninguna de las anteriores.

## Realizar los cálculos necesarios

E4.6) **Calcule** la *probabilidad* de que la magnitud de los terremotos en la región en estudio, exceda el valor 6,3 y luego **marque** la opción correcta.

a) ☐ 0,9708

b) ☐ 0,9315

c) ☐ 0,0685

d) ☐ 0,0292

E4.7) **Calcule** la *mediana* de la magnitud de los terremotos en escala Richter, en la región en estudio. Luego **marque** la opción correcta.

a) ☐ 1,6289

b) ☐ 2,5005

c) ☐ 3,6687

E4.8) **Calcule** la *probabilidad* solicitada en la consigna c), esto es, que la magnitud de los terremotos en la región en estudio se encuentre comprendida entre 5,411 y 10,882. Luego **marque** la opción correcta.

a) ☐ 0,91
b) ☐ 0,25
c) ☐ 0,09025
d) ☐ Ninguna de las anteriores. La probabilidad solicitada es igual a

## Valor Esperado y Varianza

Podría demostrarse que el *valor esperado* y la *varianza* de la distribución exponencial que modela la magnitud de los terremotos en la región en estudio, se obtienen en función del parámetro β: $E(X) = \mu_X = \beta$ ; $V(X) = \sigma^2_X = \beta^2$

E4.9) **Marque** la opción que corresponde al **planteo** para demostrar que el valor esperado de la variable en estudio es igual a β.

a) ☐ $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$

b) ☐ $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$

c) ☐ $E(X) = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$

d) ☐ Ninguna de las anteriores

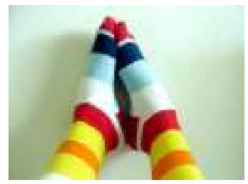
E4.10) **Marque** la opción con la fórmula que se permitiría demostrar que la *varianza* de la magnitud de los terremotos en la región en estudio viene dada por β².

a) ☐ $V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx$
b) ☐ $V(X) = E[(X-\mu)^2]$
c) ☐ $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
d) ☐ Cualquiera de las anteriores.

## Sugerencias

Antes de proponerle un descanso, le recordamos que dispone de ejercicios resueltos y ejercicios propuestos con respuesta publicada para entrenarse en las prácticas de la Unidad Temática 3.

**¡Es hora de descansar!**



# UT3-1: Variable Aleatoria - Respuestas

## UT3-1. Ejercicio 1

1) Tarea personal. Si tiene dudas, consulte.
2.a) *X:* Número de válvulas que se abren entre *M* y *N*, después de enviar la señal.
2.b) 0; 1; 2; 3
3.a)
4)Completar cuadro:

| $x$: | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x) = P(X = x) =$ | | | | |
| $F(x) = P(X \leq x) =$ | | | | |

5) a) b) c) d) e)
6) b)
7) V
8) d)
9) probabilidad – 0,928

## UT3-1. Ejercicio 2

1) Ayuda: para encontrar la función de distribución acumulada, $F(y)$, del tramo comprendido entre 41 y 55, debe sumarle (como una constante) el valor de la integral definida de la función de densidad de probabilidad, $f(y)$, en el tramo que va desde 35 a 41.
2) Practique la construcción manual de las funciones de densidad de probabilidad y de la función de distribución acumulada, tal como se lo indica en la Guía.
3) c)
4) c)
5) c)
6) a) 35; b) 41; c) $y$; d) 60; e) 41; f) 55; g) 140
7) $E(Y) =$ ______
8) a) $\mu_Y$; b) 35; c) 41; d) $\mu_Y$; e) 2; f) 41; g) 55; h) $(y - \mu_Y)$; i) 2; j) 140
9) $V(Y) =$ ______

## UT3-1. Ejercicio 3

Nota: en la función de densidad el número $e$ está elevado a la $(-x/3)$
1) Observar
2) d)
3) b)
4) d)
5) c)
6) b)
7) d)

## UT3-1. Ejercicio 4

Nota: en la función de densidad el número $e$ está elevado a la $(-x/\beta)$
1) Observar
2) b)
3) d)
4) b)
5) a)
6) c)
7) a)
8) c)
9) a)
10) d)