Unidad Temática 3
3-2: Distribuciones de VA Discretas

Ejercicios y Aplicaciones: Resolución Guiada

¡Alto!

Antes de iniciar las actividades de la Unidad, le sugerimos tener claro el significado de las siguientes expresiones de nuestro idioma y sus correspondencias en el lenguaje de símbolos matemáticos.

La notación $\mathrm{P}(X \leq 3)$ se *lee: Probabilidad de que la variable aleatoria X asuma un valor igual a tres o menor de tres. Del mismo modo deben entenderse los siguientes ejemplos:*

a)	$\mathrm{P}(X \leq 3)$	Tres o menos A lo más tres No exceda de tres A lo sumo tres Como máximo tres
b)	$\mathrm{P}(X \geq 2)$	Dos o más Al menos dos No sea inferior a dos Por lo menos dos Como mínimo dos
c)	$\mathrm{P}(X = 1)$	Uno Igual a uno Exactamente uno
d)	$\mathrm{P}(X < 7)$	Menos de siete Menor de siete
e)	$\mathrm{P}(X > 4)$	Más de cuatro Mayor de cuatro

Tablas Estadísticas

En las evaluaciones presenciales deberá resolver los problemas relacionados con esta unidad, utilizando las Tablas Estadísticas de la cátedra; practique el uso de las mismas.

UT3-2. Ejercicio 1

El proceso de producción de una industria se ha descontrolado y está dando lugar a que el 5% de los focos que produce son defectuosos. El responsable del control de calidad desconoce la situación. Cada mañana, el ingeniero selecciona una muestra aleatoria de 10 focos y, si encuentra más de un foco defectuoso en la muestra, ordena detener el proceso de producción para su revisión. En las condiciones actuales, ¿qué tan probable es que el procedimiento haga detener el proceso de producción?

Antes de responder la consigna del problema, recordemos las pautas generales para resolver problemas de este tipo.

Consignas generales

- Definir la variable aleatoria en estudio
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado en el contexto del problema para responder la consigna

Resolución paso a paso: Ejercicio 1

E1.1) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.1.1) El *experimento estadístico* consiste en:

a) ☐ Detener el proceso de producción.

b) ☐ Seleccionar una muestra aleatoria de focos.

c) ☐ Probar un foco de la muestra aleatoria seleccionada.

d) ☐ Seleccionar aleatoriamente un foco, probarlo, clasificarlo como defectuoso o no defectuoso y *repetir el experimento* (proceso de selección, prueba y calificación) hasta completar la muestra de 10 focos. Finalmente, contar cuántos focos defectuosos se encontraron en la muestra de diez.

E1.1.2) En cada prueba, los posibles resultados del *experimento estadístico*:

a) ☐ Son dos
b) ☐ Son excluyentes
c) ☐ Pueden considerarse independientes
d) ☐ Todas las anteriores

E1.1.3) Para tomar la decisión de *detener el proceso de producción,* el ingeniero:

a) ☐ Cuenta la cantidad de focos producidos en el día
b) ☐ Cuenta la cantidad de focos seleccionados en la muestra aleatoria
c) ☐ Cuenta la cantidad de focos defectuosos en el proceso de producción
d) ☐ Ninguna de las anteriores. Lo que hace es*:*

Definir la variable en estudio

X

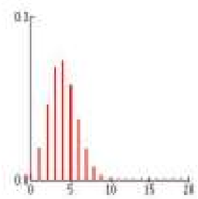
Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo, ***X****, y su correspondiente minúscula,* ***x*** *en este caso, para denotar sus particulares valores.*

E1.1.4) La *variable en estudio* es:

a) ☐ La cantidad de focos defectuosos
b) ☐ La cantidad de focos en la muestra seleccionada
c) ☐ La cantidad de focos defectuosos en la muestra de 10 focos
d) ☐ La cantidad de focos defectuosos en el proceso de producción

E1.1.5) Los valores que puede asumir la *variable en estudio* son:

a) ☐ 0, 1, 2, 3, …, 10
b) ☐ 1, 2, 3, …, 10
c) ☐ 1, 2, 3, …
d) ☐ Ninguna de las anteriores.



Identificar la distribución de la variable en estudio

Identificar la distribución de la variable implica: indicar cuál es el modelo matemático teórico que describe la distribución de probabilidad de la misma, escribir cuáles son sus parámetros y el valor numérico de los mismos. Para ello, se debe usar la notación adecuada.

E1.2) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.2.1) La variable en estudio sigue una distribución:

a) ☐ Binomial
b) ☐ De Poisson
c) ☐ Hipergeométrica
d) ☐ Geométrica

E1.2.2) El / los parámetros de la distribución son:

a) ☐ p
b) ☐ λ
c) ☐ n, p
d) ☐ N, M, n

Notación según Devore, Cap. 3. p. 94 a 139.

E1.3) **Complete** los campos de la opción que corresponde a la variable en estudio, escribiendo el valor numérico de los parámetros de la distribución.

a) p = __________
b) λt = __________
c) n = __________ ; p = __________
d) N= __________ ; M = __________ ; n = __________

E1.4) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.4.1) Para la variable que se estudia en el problema, es posible comprobar que se cumple la siguiente igualdad:

a) ☐ $P(X < 2) = P(X \leq 2)$
b) ☐ $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1)$
c) ☐ $P(X > 1) = F(1)$
d) ☐ Ninguna de las anteriores

E1.4.2) También se cumple la siguiente igualdad:

a) ☐ $P(X < 2) = f(0) + f(1) + f(2)$
b) ☐ $P(X = 1) = F(1)$
c) ☐ $P(X > 1) = 1 - f(0) - f(1)$
d) ☐ Ninguna de las anteriores

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E1.4.3) El **planteo** de la solución del problema para responder la consigna es:

a) ☐ $P(X = 0)$
b) ☐ $P(X > 0)$
c) ☐ $P(X \geq 1)$
d) ☐ $P(X > 1)$

Realizar los cálculos necesarios

E1.5) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.5.1) Si la consigna dice: "En las condiciones actuales", debe interpretarse que:

a) ☐ Se asume que el porcentaje de focos defectuosos en el proceso es del 5%.
b) ☐ Si bien el proceso de producción tiene un 5% de defectuosos, podría ocurrir que el procedimiento de prueba no lo detecte.
c) ☐ Es lo mismo que decir: De mantenerse las condiciones actuales del proceso y del procedimiento de control.
d) ☐ Todas las anteriores.

E1.5.2) El valor numérico de la respuesta, redondeado al cuarto decimal, es:

a) ☐ 0,0861
b) ☐ 0,3151
c) ☐ 0,6849
d) ☐ 0,9139

Interpretar resultados

Se debe interpretar el resultado numérico obtenido, expresándolo en un lenguaje coloquial que responda la consigna del ejercicio.

E1.6) **Marque** con una X la opción correcta.

La consigna del problema solicita indicar:

a) ☐ Definir un criterio para realizar el procedimiento de prueba
b) ☐ Sugerir cómo mejorar el proceso
c) ☐ Una probabilidad
d) ☐ Todas las anteriores

E1.7) **Escriba** la interpretación del resultado obtenido para responder la consigna.

Rta. ....
....
....
....
....
....
....
....

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 2

Un fabricante utiliza un esquema de aceptación de producción de artículos antes de que se embarquen. El plan tiene dos etapas. Se preparan lotes de 25 artículos para su embarque y se prueba una muestra de tres en busca de defectuosos. Si se encuentran alguno defectuoso, todo el lote se regresa para verificar el 100%. Si no se encuentran defectuosos, el lote se embarca. ¿Cuál es la probabilidad de que un lote que contiene cuatro defectuosos se embarque?

Consignas generales

Recuerde las consignas generales que se deben tener en cuenta para resolver problemas relacionados con los ejercicios de la unidad temática, son las siguientes:

- Definir la variable aleatoria en estudio
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado en el contexto del problema para responder la consigna

Resolución paso a paso: Ejercicio 2

Escriba lo solicitado en cada caso; la idea es acompañarlo en las actividades necesarias para construir la respuesta del problema.

X

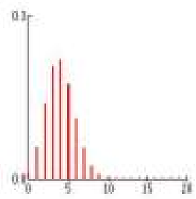
E2.1) **Defina** la variable en estudio

Rta. ....

....

....

....



E2.2) **Identifique** la distribución de la variable en estudio y sus parámetros.

Rta.
La variable sigue una distribución..,
y sus parámetros son: ....

P(X ¿?)

E2.3) **Plantee** la solución del problema:

Rta. ....

E2.4) **Calcule** y obtenga un resultado para responder la consigna.
¡Atención! Aquí debe escribir el resultado numérico obtenido en sus cálculos para responder la consigna del problema.

Rta. ....

E2.5) **Interprete** el resultado
Rta. ....
....
....
....

Para concluir el Ejercicio 2 …

Practique resolver con lápiz y papel

Si el lote del ejercicio que está resolviendo contiene sólo un artículo defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que se regrese para su revisión?

Rta. ....
....
....
....
....
....
....

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 3

Un fabricante utiliza un esquema de aceptación de producción de artículos antes de que se embarquen. El plan tiene dos etapas. Se preparan lotes de 25 artículos para su embarque y se prueba una muestra de tres en busca de defectuosos. Si se encuentran alguno defectuoso, todo el lote se regresa para verificar el 100%. Si no se encuentran defectuosos, el lote se embarca. ¿Cuál es la probabilidad de que un lote que contiene cuatro defectuosos se embarque?

¡Atención!

El Ejercicio 3 es igual al Ejercicio 2 y ambos se complementan. Observe que en el primero usted debe hacer su propia producción (escribiendo y proponiendo), mientras que, en el segundo, debe optar por una de las opciones que le proponemos.

Sugerencia

Resuelva primero el Ejercicio 2, luego el Ejercicio 3. ¡No invierta el orden! Una vez que haya hecho el Ejercicio 3, vuelva a revisar la resolución del Ejercicio 2 y reflexione sobre su respuesta.

Recuerde las consignas generales que se deben tener en cuenta para resolver problemas relacionados con los ejercicios de este tipo:

Consignas generales

- Definir la variable aleatoria en estudio
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado en el contexto del problema para responder la consigna

Resolución paso a paso: Ejercicio 3

E3.1) **Marque** con una X la opción correcta.

E3.1.1) El *experimento estadístico* consiste en:

a) ☐ Definir las etapas del esquema de aceptación del lote.
b) ☐ Seleccionar 25 artículos del proceso de producción.
c) ☐ Calcular cuántos artículos defectuosos hay en el proceso de producción.
d) ☐ Seleccionar aleatoriamente un lote de 25 artículos, extraer aleatoriamente una muestra 3 artículos del lote (sin reposición), probar cada uno de los artículos de la muestra, clasificarlos como defectuosos o no defectuosos, contar el número de artículos defectuosos y tomar la decisión de embarcar el lote o devolverlo.

E3.1.2) En cada prueba los posibles resultados del *experimento estadístico*:

a) ☐ Son dos
b) ☐ Son excluyentes
c) ☐ Deben considerarse dependientes (muestreo sin reposición)
d) ☐ Todas las anteriores

E3.1.3) La decisión de embarcar el lote se hará en función de:

a) ☐ La cantidad de artículos defectuosos producidos en el día
b) ☐ La cantidad de lotes con artículos defectuosos
c) ☐ La cantidad de artículos defectuosos en el proceso de producción
d) ☐ La cantidad de artículos defectuosos en la muestra (en los tres seleccionados)

X

Definir la variable en estudio

Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo, ***X****, y su correspondiente minúscula,* ***x*** *en este caso, para denotar sus particulares valores.*

E3.1.4) La *variable en estudio* es:

a) ☐ La cantidad de artículos defectuosos en el lote

b) ☐ La cantidad de artículos que componen la muestra

c) ☐ La cantidad de artículos que componen el lote

d) ☐ La cantidad de artículos defectuosos en la muestra de 3 seleccionados de un lote de 25 artículos, 4 de los cuales son defectuosos

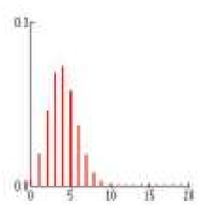
E3.1.5) Los valores que puede asumir la *variable en estudio* son:

a) ☐ 0, 1, 2, 3, …, 25

b) ☐ 1, 2, 3

c) ☐ 0, 1, 2, 3, 4

d) ☐ 0, 1, 2, 3



Identificar la distribución de la variable en estudio

Identificar la distribución de la variable implica: indicar cuál es el modelo matemático teórico que describe la distribución de probabilidad de la misma, escribir cuáles son sus parámetros y el valor numérico de los mismos. Para ello, se debe usar la notación adecuada.

E3.2) **Marque** con una X la opción correcta.

E3.2.1) La variable en estudio sigue una distribución:

a) ☐ Binomial

b) ☐ Geométrica

c) ☐ De Poisson

d) ☐ Hipergeométrica

E3.2.2) El / los parámetros de la distribución son:

a) ☐ p

b) ☐ λ

c) ☐ n, p

d) ☐ N, M, n

Notación según Devore, Cap. 3. p. 94 a 139.

E3.2.3) El / los parámetros de la distribución son:

a) ☐ $p = 0{,}12$
b) ☐ $\lambda = 4$
c) ☐ $n = 3$; $p = 0{,}12$
d) ☐ $N = 25$; $M = 4$; $n = 3$

E3.3) **Marque** con una X la opción correcta.

E3.3.1) Para la variable que se estudia en el problema, es posible comprobar que se cumple la siguiente igualdad:

a) ☐ $P(X < 3) = P(X \leq 3)$
b) ☐ $P(X > 2) = 1 - [f(1) + f(2)]$
c) ☐ $P(X < 1) = F(1)$
d) ☐ Ninguna de las anteriores

E3.3.2) También se cumple la siguiente igualdad:

a) ☐ $P(X < 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$
b) ☐ $P(X = 3) = F(3)$
c) ☐ $P(X > 1) = 1 - f(0)$
d) ☐ Ninguna de las anteriores

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E3.3.3) El **planteo** de la solución del problema para responder la consigna es:

a) ☐ $P(X = 1)$
b) ☐ $P(X > 0)$
c) ☐ $P(X \geq 1)$
d) ☐ $P(X = 0)$

Continuación Ejercicio 3

Realizar los cálculos necesarios

E3.4) **Marque** con una X la opción correcta.

E3.4.1) La *función masa de probabilidad* que se debe emplear para realizar los cálculos es:

a) ☐ $f(x) = nCx\ p^x\ (1-p)^{n-x}$

b) ☐ $f(x) = (1-p)^{x-1}\ p$

c) ☐ $f(x) = \dfrac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

d) ☐ $f(x) = \dfrac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

E3.4.2) El valor numérico de la respuesta, redondeado al cuarto decimal, es:

a) ☐ 0,9800
b) ☐ 0,9435
c) ☐ 0,3652
d) ☐ 0,5783

Interpretar resultados

Se debe interpretar el resultado numérico obtenido, expresándolo en un lenguaje coloquial que responda la consigna del ejercicio.

E3.5) **Marque** con una X la opción correcta.

E3.5.1) La consigna del problema solicita indicar:

a) ☐ Definir un criterio para realizar el procedimiento de prueba
b) ☐ Sugerir cómo mejorar el proceso de selección
c) ☐ Indicar cuántos artículos defectuosos tiene el lote
d) ☐ Una probabilidad

E3.5.2) La interpretación del resultado obtenido es la siguiente:

a) ☐ La probabilidad de que la muestra se embarque es igual a 0,5783
b) ☐ La probabilidad de que el lote tenga artículos defectuosos es igual a 0,5783
c) ☐ La probabilidad de que el lote tenga artículos defectuosos es igual a 0,5783
d) ☐ La probabilidad de que al inspeccionar al azar tres artículos de un lote de 25 que tiene 4 defectuosos, no se encuentre artículos defectuosos en la muestra y, en consecuencia, el lote se embarque, es igual a 0,5783.

UT3-2. Ejercicio 4

El fabricante ha decidido cambiar su esquema de aceptación. De cada lote de 25 artículos, inspecciona 3. Selecciona uno al azar, lo inspecciona, lo clasifica como defectuoso o no defectuoso y después lo reintegra al lote. Luego hace lo mismo con el segundo y finalmente con el tercero. Si no se encuentra defectuosos en la muestra, el lote se embarca; caso contrario, se devuelve para su revisión completa. ¿Cuál es la probabilidad de que un lote que contenga cuatro artículos defectuosos se regrese para su revisión?

¡Atención!

Este ejercicio es una variante de los ejercicios 2 y 3. Antes de comenzar su resolución, descubra cuál es la diferencia.

Resolución paso a paso: Ejercicio 4

E4.1) **Marque** con una X la opción correcta.

E4.1.1) Respecto del Ejercicio 2, cambió:

a) ☐ El tamaño del lote
b) ☐ El método de muestreo
c) ☐ El criterio de aceptación del lote
d) ☐ Ninguna de las anteriores

E4.1.2) Se trata de un muestreo:

a) ☐ Sin reposición.
b) ☐ Con reposición.

E4.2) **Complete** los campos del siguiente párrafo, teniendo en cuenta la información del enunciado.

Se sabe que en el lote de 25 artículos hay 4 defectuosos. Si se selecciona al azar uno de ellos, la probabilidad de que resulte defectuoso es igual a __________. De acuerdo al enunciado, el muestreo es _____ reposición, por lo tanto, la probabilidad de seleccionar un artículo defectuoso en la segunda extracción, sigue siendo igual a __________. Si la ______________ de seleccionar un artículo defectuoso en la segunda extracción sigue siendo la misma, equivale a decir que *la ocurrencia de un evento (sacar un artículo defectuoso en la primera extracción), no _______________ la probabilidad de ocurrencia del otro (sacar un artículo defectuoso en la segunda extracción).* Entonces, los resultados del experimento que consiste en seleccionar un artículo del lote una y otra vez, y clasificarlo como defectuoso o no defectuoso, son ____________________, estadísticamente hablando.

De acuerdo a lo dicho:

El experimento que consiste en seleccionar al azar un artículo del lote tiene ______ resultados posibles: _____________ o _____________. Dado que el criterio de aceptación depende de la cantidad de *defectuosos* en la muestra, interpretaremos como *éxito* al resultado de seleccionar un artículo defectuoso, ¡aunque esto suene raro! Si el muestreo se realiza con ____________, los resultados son ____________________. Así, la probabilidad de extraer al azar un artículo defectuoso, se mantendrá ________________ en cada una de las veces que se repita, es decir, en cada una de las tres extracciones. Generalizando, en cada una de las _______ veces que se repita el experimento. En símbolos será: P(E) = *p* = _____. Finalmente, para tomar la decisión de embarcar o no el lote, estamos interesados en la ____________ de artículos ____________ en la muestra de tamaño _____, que no es otra cosa que la variable aleatoria en estudio. Por lo expuesto, la variable aleatoria sigue una distribución _______________ y sus parámetros son: _____ = _____ y _____ = _____.

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E4.3) **Marque** con una X la opción correcta.

El planteo para resolver el problema:

a) ☐ Es el mismo del ejercicio anterior.
b) ☐ No es el mismo del ejercicio anterior, debe modificarse.

Realizar los cálculos necesarios

E4.4) **Marque** con una X la opción correcta.

La probabilidad de que el lote inspeccionado se regrese para su revisión es:

a) ☐ 0,592704
b) ☐ 0,407296
c) ☐ 0,004096
d) ☐ Ninguna de las anteriores. La probabilidad solicitada es igual a: _____________

E4.5) **Complete** los campos del siguiente párrafo para interpretar el resultado numérico y responder la consigna.

Si se tiene un lote de _____ artículos en el que hay _____ defectuosos y se hace un muestreo aleatorio _____ reposición de _____ artículos, la probabilidad de que el lote deba ser devuelto para su revisión completa por encontrar ____________ artículos defectuosos en la muestra, es igual a __________ .

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 5

Una empresa distribuidora de piezas postales estudia el número de piezas que diariamente debe reenviar al remitente por datos incorrectos del destinatario. En el Circuito I los resultados obtenidos hasta el momento revelan que, en promedio, se devuelven 2 piezas por día y por la razón mencionada. Si el número de piezas devueltas por error de datos del destinatario sigue una distribución de Poisson:

A) ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de hoy, sea devuelta al remitente una pieza postal por error de datos del destinatario?
B) ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de hoy, más de 4 piezas sean devueltas al remitente por error de datos del destinatario?
C) ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de la semana (considerando que la entrega se hace de lunes a sábado), se encuentre que el número de piezas devueltas al remitente por error de datos del destinatario, se encuentre entre 12 y 15?

Resolución paso a paso: Ejercicio 5

X

Definir la variable en estudio

*Recuerde que, por convención, utilizaremos una letra mayúscula de nuestro alfabeto para definir las variables en estudio, por ejemplo, **X**, y su correspondiente minúscula, **x** en este caso, para denotar sus particulares valores.*

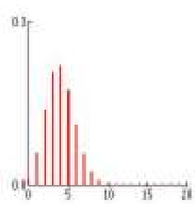
E5.1) **Marque** con una X la opción correcta.

E5.1.1) La variable en estudio se define como la:

a) ☐ Cantidad de piezas postales distribuidas por día en el Circuito I.
b) ☐ Cantidad de piezas postales con error de datos del destinatario.
c) ☐ Cantidad de piezas postales devueltas por error de datos del destinatario.
d) ☐ Cantidad de piezas postales que en la *región de tiempo* considerada, son devueltas por error de datos del destinatario.

E5.1.2) La variable en estudio:

a) ☐ Es una variable discreta.
b) ☐ Puede asumir los valores 0, 1, 2, …
c) ☐ Los datos del enunciado revelan explícitamente la distribución de probabilidad de la variable en estudio.
d) ☐ El parámetro de la distribución es igual a 2 piezas por día.
e) ☐ Todas las anteriores.



Lectura e interpretación de gráficos

La siguiente actividad tiene la finalidad de practicar la lectura de los gráficos presentados en la Fig. 3-2.1 y Fig. 3-2.2. Para responder las consignas, no debe realizar cálculos, sólo leer e interpretar los gráficos..

A continuación se muestran las representaciones gráficas de la función masa de probabilidad, *f(x)*, y de la función de distribución acumulada, *F(x)*.

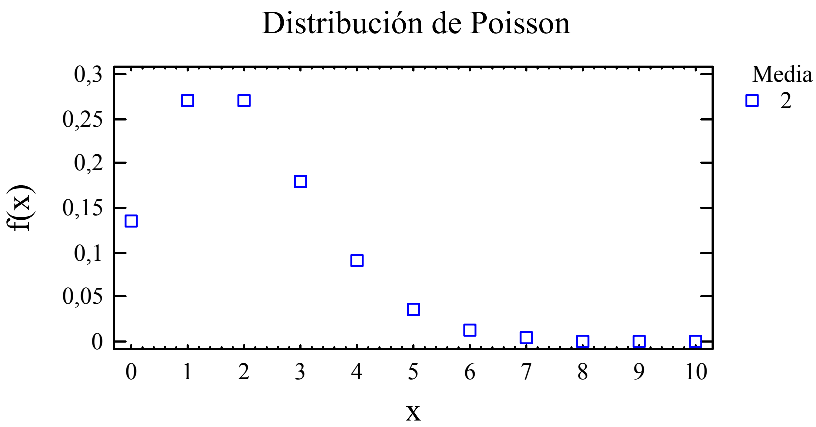


Fig. 3-2.1. Función masa de probabilidad

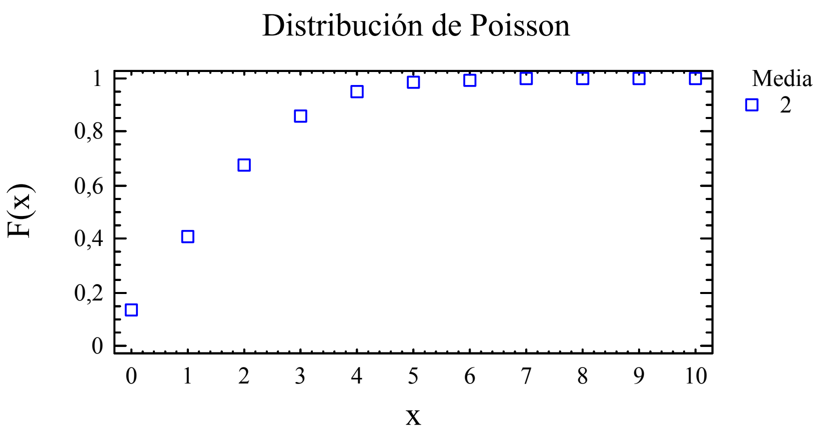


Fig. 3-2.2. Función de distribución acumulada

¡Atención!
Usted debe saber graficar, leer e interpretar las funciones de las Fig. 3-2.1 y 3-2.2. Le sugerimos practique antes de la evaluación.

Y recuerde, no debe hacer cálculos manuales; sólo debe responder a partir de la información que pueda obtener de los gráficos.

E5.2) **Marque** con una X la opción correcta.

E5.2.1) En relación con la función masa de probabilidad:

a) ☐ $f(1) = f(2)$
b) ☐ $f(4) < f(5)$
c) ☐ $[f(1) + f(2)] < [f(2) + f(3)]$
d) ☐ Todas las anteriores

E5.2.2) En relación con la función de distribución acumulada:

a) ☐ $P(X > 5) > P(X < 3)$
b) ☐ $F(1) = 0{,}41$
c) ☐ $F(2{,}5) = 0$
d) ☐ $F(0) = 0$

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E5.3) **Marque** con una X la opción correcta.

E5.3.1) Consigna A: ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de hoy, sea devuelta al remitente una pieza postal por error de datos del destinatario? El planteo para responder la consigna A) es:

a) ☐ $P(X = 1)$
b) ☐ $P(X < 1)$
c) ☐ $P(X \leq 1)$
d) ☐ Cualquiera de las anteriores

E5.3.2) Consigna B: ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de hoy, más de 4 piezas sean devueltas al remitente por error de datos del destinatario? El planteo para responder la consigna B) es:

a) ☐ $P(X > 4)$
b) ☐ $P(X \geq 5)$
c) ☐ $1 – P(X \leq 4)$
d) ☐ Cualquiera de las anteriores

E5.3.3) Consigna C: ¿Cuál es la probabilidad de que en la entrega de la semana, se encuentre que el número de piezas devueltas al remitente por error de datos del destinatario, se encuentre entre 12 y 15? El planteo para responder la consigna C) es:

a) ☐ $P(12 \leq X \leq 15) = f(12) + f(13) + f(14) + f(15)$

b) ☐ $P(12 \leq X \leq 15) = F(15) - F(11)$

c) ☐ $P(12 \leq X \leq 15) = P(X \leq 15) - P(X < 12)$

d) ☐ Cualquiera de las anteriores

Realizar los cálculos necesarios

E5.4) **Marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ La probabilidad solicitada en la consigna A es: 0,2707

b) ☐ La probabilidad solicitada en la consigna B es: 0,0527

c) ☐ La probabilidad solicitada en la consigna C es: 0,3828

d) ☐ Todas las anteriores

Practique resolver con lápiz y papel

Sugerimos que practique la resolución del problema con lápiz, papel, tablas y calculadora manual. En la evaluación es casi seguro que tenga que resolver problemas de este tipo.

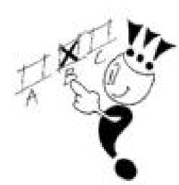
No nos hemos olvidado, la interpretación se la dejamos a usted.

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 6

Los estudios del tráfico de aviones en un aeropuerto dado, indican que los aviones pequeños llegan según un proceso de Poisson, con una tasa de 10 aviones por hora, de modo que el número de aviones de llegadas en un periodo de *t* horas, es una variable aleatoria de Poisson.

Resolución: Ejercicio 6



E6.1) **Escriba** en la columna C3 la letra que le corresponde a la respuesta de la pregunta identificada con la letra de la columna C1.

C1	C2	C3	C4
a)	¿Cuál es la probabilidad de que *exactamente* 5 aviones pequeños lleguen durante un periodo de una hora?	____	0,5421
b)	¿Cuál es la probabilidad de que *por lo menos* 10 aviones pequeños lleguen durante un periodo de una hora?	____	0,1909
c)	¿Cuál es la probabilidad de que *a lo sumo* 3 aviones pequeños lleguen durante un periodo de una hora?	____	5
d)	¿Cuál es el *valor esperado* del número de aviones pequeños que llegan al aeropuerto durante un periodo de 90 minutos?	____	0,7916
e)	¿Cuál es la *desviación estándar* del número de aviones pequeños que llegan al aeropuerto durante un periodo de 150 minutos?	____	0,0378
f)	¿Cuál es la probabilidad de que *por lo menos* 26 aviones pequeños lleguen durante un periodo de 180 minutos?	____	0,0103
g)	¿Cuál es la probabilidad de que *entre* 5 y 7 aviones pequeños lleguen durante un periodo de una hora?	____	15

E6.2) **Marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ Para responder el ítem a) del punto 1), el parámetro es igual a 5.
b) ☐ Para responder el ítem d) del punto 1), el parámetro es igual a 90.
c) ☐ Para responder el ítem f) del punto 1), el parámetro es igual a 30.
d) ☐ Todas las anteriores.

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 7

Una planta automotriz ha encontrado defectos en una partida de la producción de uno de sus modelos. Por tal motivo se ha comunicado con los clientes y les ha solicitado que se presenten en el concesionario para reparar el defecto detectado.

Si sólo el 0,05% de los clientes que compraron el modelo tiene un automóvil que presenta el defecto de fabricación y considerando una muestra aleatoria de 10.000 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 3 de los clientes de la muestra tengan un automóvil con el defecto de fabricación detectado?

Resolución paso a paso: Ejercicio 7

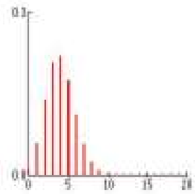
Escriba lo solicitado en cada caso; la idea es acompañarlo en las actividades necesarias para construir la respuesta del problema.

X

E7.1) **Defina** la variable en estudio

Rta. ....
....
....
....

Continuación Ejercicio 7



E7.2) **Identifique** la distribución de la variable en estudio y sus parámetros.

Rta.
La variable sigue una distribución .... y sus *parámetros son:* ....

Observación de gráficas

E7.3) **Observe** cómo se vería la gráfica de la distribución de probabilidad en el **modelo binomial** con parámetros n = 10.000 y p = 0,0005. Preste atención a que los valores de eje de la variable deben multiplicarse por 10.000. De hecho, los valores que puede tomar la variable en estudio para los parámetros de la misma son: x = 0, 1, 2, …, n, y en el caso que nos ocupa, n = 10000.

Distribución Binomial

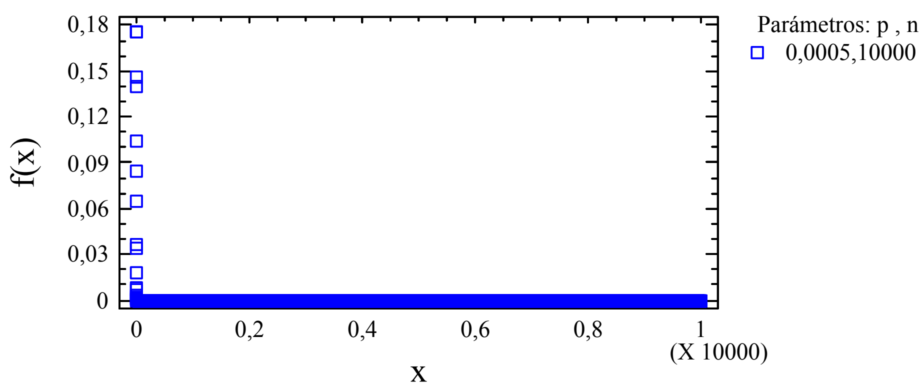


Fig. 3-2.3. Distribución binomial de parámetros (n = 10000 ; p = 0,0005)

¡Atención!

Limitación de las Tablas Estadísticas

Si usted intenta calcular probabilidades de la distribución binomial para los parámetros n = 10000 y p = 0,0005, se encontrará con dos inconvenientes.

El primero de ellos es que en las Tablas Estadísticas no encontrará los valores de n y de p que corresponden al problema que se estudia.

Continuación Ejercicio 7

Limitación de la calculadora de bolsillo

El segundo inconveniente es que, si intenta utilizar su calculadora de bolsillo para calcular el número combinatorio *nCx* para *n* = 10000, es casi seguro que su máquina le indique de un mensaje de error.

¡Cuidado! No es que el número no exista, el problema es que la máquina no tiene la capacidad de cálculo suficiente.

Cuando esto ocurra, deberá pensar en proponer un modelo que permita el ***cálculo aproximado de las probabilidades*** solicitadas.

E7.4) **Marque** con una X la opción correcta.

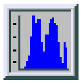
a) ☐ El valor de la probabilidad solicitada se puede obtener, de modo aproximado, aplicando la distribución de Poisson.

b) ☐ La regla práctica para aproximar probabilidades binomiales por Poisson, es que *n* sea mayor o igual que 20 y que *p* sea menor de 0,05.

c) ☐ Para obtener de manera aproximada el valor de la probabilidad solicitada en este problema estudiado, se debe adoptar como parámetro de la distribución de Poisson el valor 5.

d) ☐ Todas las anteriores.

Continuación Ejercicio 7



Observación de gráficas

5) **Observe** la representación de la distribución de Poisson para una $\mu = \lambda = 5$

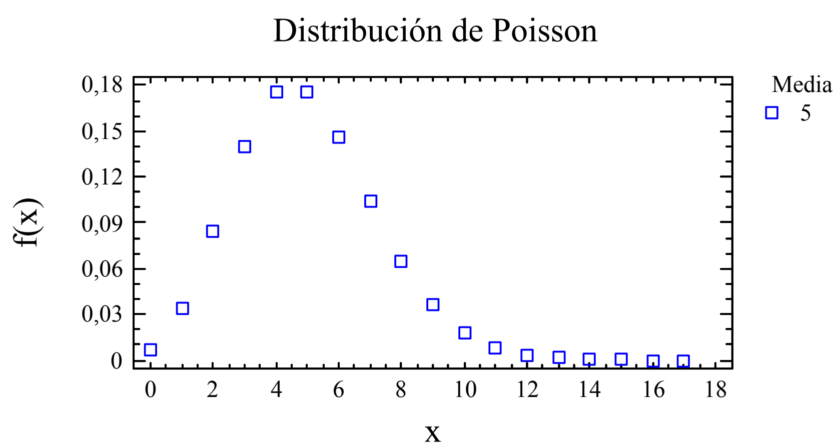


Fig. 3-2.4. Distribución de Poisson para una media igual a 5

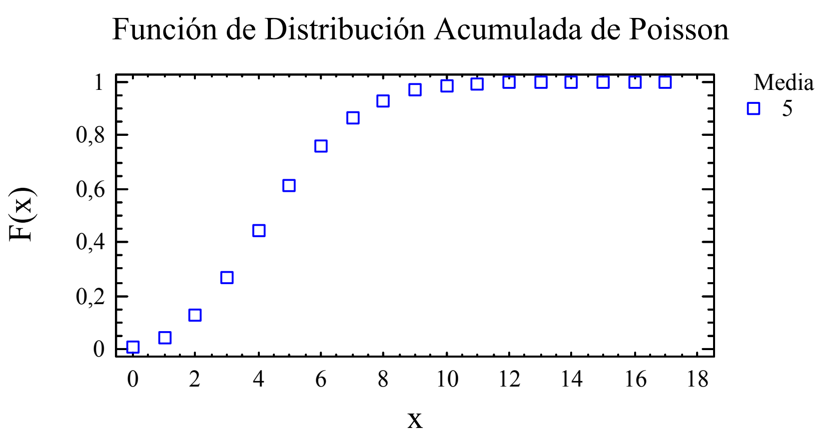
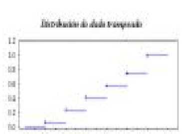
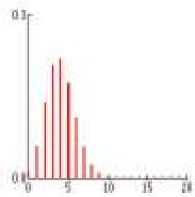


Fig. 3-2.5. Función de Distribución Acumulada para una media igual a 5



¡Atención!

Limitación del software. Las representaciones gráficas de algunos programas estadísticos, como el empleado en la UT 3-2, tienen limitaciones. Por ejemplo, se ha visto que la función de distribución acumulada de las variables aleatorias discretas tiene forma *escalonada*, sin embargo, en el gráfico sólo marca el punto.



Lectura de gráficos

La siguiente actividad tiene la finalidad de practicar la lectura de los gráficos de las Fig. 3-2.4 y 3-2.5. Para responder la consigna, NO debe realizar cálculos manuales, sólo leer e interpretar los gráficos.

E7.6) **Marque** con una X la opción correcta.

E7.6.1) En relación con la función masa de probabilidad:

a) ☐ $f(4) = f(5)$
b) ☐ $f(8) < f(4)$
c) ☐ $[f(1) + f(2)] > [f(9) + f(10)]$
d) ☐ $P(X > 10) < P(X < 4)$
e) ☐ Todas las anteriores

E7.6.2) En relación con la función de distribución acumulada:

a) ☐ $F(3) = 0{,}14$
b) ☐ $F(4{,}3) = 0$
c) ☐ $F(18) >> F(12)$ (entiéndase por >> mucho mayor que)
d) ☐ Mediana = 3
e) ☐ Ninguna de las anteriores

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E7.7) **Marque** con una X la opción correcta que corresponde al **planteo** para responder la consigna del problema: ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 3 de los clientes de la muestra tengan un automóvil con el defecto de fabricación detectado?

a) ☐ $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$
b) ☐ $P(X = 3) = f(3)$
c) ☐ $P(X \leq 3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$
d) ☐ $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F(2)$

Continuación Ejercicio 7

Realizar los cálculos necesarios

E7.8) **Marque** con una X la opción correcta.

La probabilidad solicitada en la consigna es:

a) ☐ 0,0842
b) ☐ 0,1247
c) ☐ 0,8753
d) ☐ 0,9158

E7.9) **Interprete** el valor numérico obtenido en los cálculos para responder la consigna del problema. No olvide que debe responder en un lenguaje coloquial, vinculado al contexto del problema.

Rta. ....

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-2. Ejercicio 8

Pedro es un estudiante de la escuela de pilotos de la aviación comercial. En primer lugar, Pedro debe aprobar la evaluación escrita y recién entonces, pasar a la prueba en el aire. La prueba escrita tiene una estructura de opción múltiple y la probabilidad de aprobarla es igual a 0,7. Encuentre la probabilidad de que Pedro apruebe el examen escrito, suponiendo independencia: a) recién en el tercer intento; b) antes del cuarto intento.

Resolución paso a paso: Ejercicio 8

E8.1) **Marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ La variable en estudio es la *probabilidad* de que Pedro apruebe el escrito.

b) ☐ La variable en estudio es una variable *discreta*.

c) ☐ La variable en estudio es una variable *continua*.

d) ☐ La información del enunciado revela explícitamente la *distribución de probabilidad* de la variable en estudio.

e) ☐ El *parámetro* de la distribución es el número de veces que debe rendir Pedro hasta que apruebe el examen escrito.

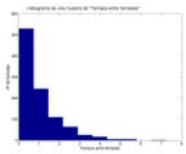
f) ☐ Ninguna de las anteriores.

Escriba lo solicitado en cada caso. Le propondremos una serie de actividades para construir la respuesta del problema.

X

E8.2) **Defina** la variable en estudio:

Rta. ....
....
....
....



E8.3) **Identifique** la distribución de la variable en estudio y su parámetro.

Rta.
La variable sigue una distribución .... *y su parámetro es:* .... = ...

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E8.4) **Marque** con una X la opción correcta.

E8.4.1) El planteo para responder la consigna a), probabilidad de que apruebe recién en el tercer intento, es:

a) ☐ $P(X = 3)$
b) ☐ $P(X > 3)$
c) ☐ $P(X < 3)$
d) ☐ $P(X \leq 3)$

E8.4.2) El planteo para responder la consigna b), probabilidad de que apruebe antes del cuarto intento, es:

a) ☐ $P(X = 4)$
b) ☐ $P(X > 4)$
c) ☐ $P(X < 4)$
d) ☐ $P(X \leq 4)$

Si ha tenido inconvenientes en identificar la distribución de la variable en estudio, a continuación, le presentamos la función masa de probabilidad y la función de distribución acumulada de la misma.

Se ha omitido, a propósito, nombre y parámetros de la distribución. Compare sus respuestas anteriores con la distribución graficada que corresponde a la variable y decida continuar o rever lo realizado.

Continuación Ejercicio 8

Interpretación de gráficas

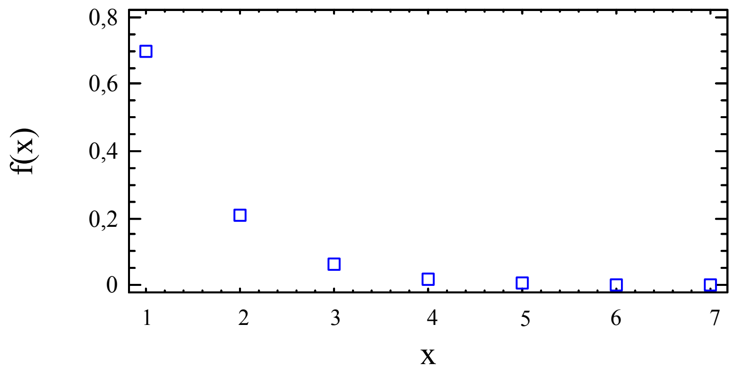


Fig. 3-2.6. Función masa de probabilidad

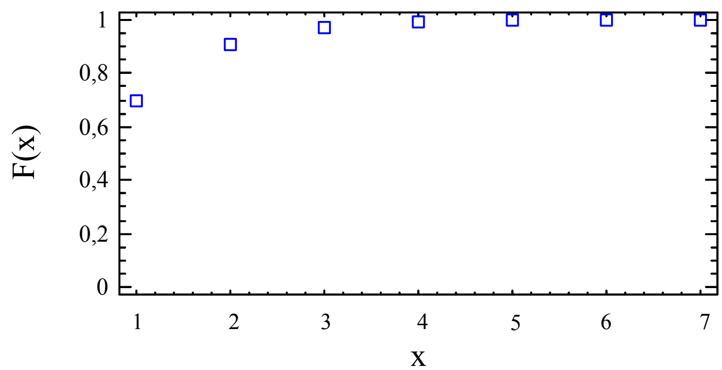


Fig. 3-2.7. Función de Distribución Acumulada

Realizar los cálculos necesarios

E8.5) **Marque** con una X la opción correcta.

E8.5.1) La probabilidad de que apruebe el escrito en el tercer intento es:

a) ☐ 0,027
b) ☐ 0,063
c) ☐ 0,147
d) ☐ 0,343

E8.5.2) La probabilidad de que apruebe el escrito antes del cuarto intento es:

a) ☐ 0,7
b) ☐ 0,21
c) ☐ 0,063
d) ☐ 0,973

E8.6) **Interprete** el valor numérico obtenido en los cálculos para responder la consigna del problema. No olvide que debe responder en un lenguaje coloquial, vinculado al contexto del problema.

E8.6.1) Interpretación del resultado para responder la consigna a)

Rta. ....
....
....
....
....
....

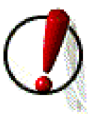
E8.6.2) Interpretación del resultado para responder la consigna b)

Rta. ....
....
....
....
....
....

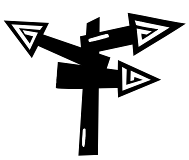
Sugerencias

La experiencia nos indica que cuando el alumno enfrenta problemas como los propuestos en la UT3-2, gran parte del problema es **identificar la distribución de probabilidad** que debe aplicar para realizar los cálculos y responder la consigna.

La otra gran dificultad consiste en proponer un **planteo correcto**. Esto es, en expresar mediante un lenguaje simbólico matemático correcto, qué cálculos debe realizar para arribar al resultado deseado.



En nuestras investigaciones hemos encontrado que los estudiantes encuentran un **nivel de dificultad mayor** en los ejercicios que deben resolver en las evaluaciones, al compararlos con el nivel de dificultad de los ejercicios que resuelven durante las prácticas en el aula. En tal sentido, le decimos que no es nuestra intención hacerlo así. Tenga en cuenta que cuando construimos con usted la solución de los ejercicios en documentos como éste o cuando se trabaja con los ejercicios propuestos en la bibliografía, en el momento de resolver los problemas, usted está acotado a la aplicación de los modelos matemáticos vistos en el tema o unidad particular del momento. Pero al momento de rendir usted tendrá que integrar los contenidos y seleccionar el método estadístico que le permita resolver su problema, sin acotarlo a una unidad particular. Por tal motivo, le sugerimos **practicar con las situaciones de prueba** que le proponemos, antes de la evaluación propiamente dicha.



Recuerde, uno de los objetivos específicos del curso, es que usted aprenda que a menudo, **un problema estadístico puede resolverse de modos diferentes**. A propósito, ¿cómo resolvería el último ejercicio utilizando las herramientas de cálculo vistas en la UT2: Probabilidad? Es decir, intente resolver el Ejercicio 8 de la UT3-2 imaginando que aún no ha visto los contenidos de la unidad temática 3.

A esta altura, nos imaginamos lo que está pensando ...

¡Es hora de descansar!

Respuestas

UT3-2. Ejercicio 1

1.1.d)
1.2.d)
1.3.d)
1.4.c)
1.5.a)
2.1.a)
2.2.c)
3) Completar: $n = 10$; $p = 0{,}05$
4.1.b)
4.2.c)
4.3.d)
5.1.d)
5.2.a)
6.c)
7) Interpretar
En las condiciones actuales (esto es, con un 5% de focos defectuosos en el proceso de producción), si cada mañana se seleccionan 10 focos al azar para su control, la probabilidad de que se tenga que detener el proceso de producción por encontrar más de un foco defectuoso en la muestra, es igual a 0,0861.

UT3-2. Ejercicio 2

1) X: Cantidad de artículos defectuosos en la muestra de 3 seleccionados de un lote de 25 artículos, 4 de los cuales son defectuosos.

2) Completar:
Hipergeométrica – $N = 25$; $M = 4$; $n = 3$

3) Planteo: $P(X = 0)$
4) 0,5783
5) Interpretar:
La probabilidad de que al inspeccionar tres artículos seleccionados al azar, de un lote que tiene veinticinco artículos, cuatro de los cuales son defectuosos, no se encuentre artículos defectuosos en la muestra y, en consecuencia, el lote se embarque, es igual a 0,5783.

UT3-2. Ejercicio 3

1.1.d)
1.2.d)
1.3.d)
1.4.d)
1.5.d)
2.1.d)
2.2.d)
2.3. N =25 ; $M = 4$; $n = 3$
3.1.d)
3.2.d)
3.3.d)
4.1.d)
4.2.d) 0,5783
5.1.d)
5.2.d)

UT3-2. Ejercicio 4

1.1.b)
1.2.b)
2) Completar:
0,16 – con – 0,16 – probabilidad – modifica – independientes – dos – defectuoso (éxito) – no defectuoso (fracaso) – reposición – independientes – constante – n – 0,16 – cantidad – defectuosos – n – binomial – n =3 – $p = 0{,}16$.
3.a)
4.b)
5) Completar:
25 – 4 – con – 3 – uno o más – 0,407296

UT3-2. Ejercicio 5

1.1.d)
1.2.e)
2.1.a)
2.2.b)
3.1.a)
3.2.d)
3.3.d)
4) d)

UT3-2. Ejercicio 6

1.a) → b)
1.b) → g)
1.c) → e)
1.d) → f)
1.e) → a)
1.f) → c)
1.g) → d)

2) c)

UT3-2. Ejercicio 7

1) X: Cantidad de clientes que compraron el modelo de automóvil con defectos de fabricación, en la muestra de 10000 clientes.
2) Completar:
Binomial – $n = 10000$; $p = 0{,}0005$
3) Sin respuesta. Sólo debe observar.
4) d)
5) Sin respuesta. Sólo debe observar.
6.1.e)
6.2.e)
7.d)
8.c)

UT3-2. Ejercicio 8

1.b)
2) X: Cantidad de veces que Pedro rinde la evaluación escrita para aprobarla.
3) Completar:
Geométrica – $p = 0{,}7$
4.1.a)
4.2.c)
5.1.b)
5.2.d)
6.1) Interpretar:
a) La probabilidad de que Pedro apruebe la evaluación escrita, recién la tercera vez que la rinda, es igual a 0,063.
b) La probabilidad de que Pedro apruebe la evaluación escrita, antes del cuarto intento, es igual a 0,973.

Tabla de contenidos