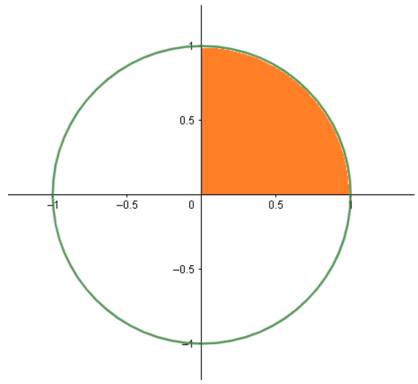
FACULTAD DE INGENIERÍA

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

Análisis Matemático II

TP3: Ejercicio 26

Representamos la región de integración, con r variando entre 0 y 1, y theta entre 0 y π/2:



Ahora re escribamos la integral de manera que podamos reconocer los términos siguientes:

$$\int_0^{\pi/2}\int_0^1 \underbrace{r\cos\theta}_{x}\cdot\underbrace{rsen\theta}_{y}\cdot\underbrace{r}_{J}\cdot drd\theta$$

En el argumento de la integral reconocemos el producto "xy". Además aparece la variable r, de la que ya sabemos que en una integral en coordenadas polares representa el Jacobiano de la transformación.

Ahora representemos la región de integración en coordenadas cartesianas. Si elegimos el orden de integración dydx, primero "miramos de abajo hacia arriba" y vemos que la variable de integración **y** comienza en **y=0** y termina en **y=+(1-x²)⁰·⁵**. Luego, la variable **x** va entre 0 y 1. Finalmente la integral resulta:

$$\int_0^1\int_0^{+\sqrt{1-x^2}} x\cdot y\cdot dydx$$

Ahora bien, si invertimos el orden de integración, debemos "barrer primero la variable **x** de izquierda a derecha" y luego la variable **y** "de abajo hacia arriba".

Vemos que **x** entra por **x =0** y sale por **x =+(1-y²)⁰·⁵**. En tanto que y entra en **y =0** y sale en **y =1**. Finalmente:

$$\int_0^1\int_0^{+\sqrt{1-y^2}} x\cdot y\cdot dxdy$$