Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo P1- PROGRAMA DE ASIGNATURA			
Espacio Curricular	**Análisis Matemático II**		
Profesor Titular:	**Mercedes Larriqueta**		
Carrera:	**Licenciatura en Ciencias de la Computación**		
Año: 2023	**Semestre: segundo**	**Horas Semestre: 90**	**Horas Semana: 6**

CONTENIDOS

Contenidos mínimos: Cálculo Integral. Técnicas de integración. Comparación del orden de infinitésimos. Análisis diferencial e integral en varias variables. Funciones reales de varias variables reales. Derivación de funciones compuestas implícitas. Integrales dobles y triples, cálculo en coordenadas: cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas. Gradiente, potencial, derivada direccional. Integral de línea. Integral de superficie. Aplicaciones del cálculo diferencial. Campos vectoriales. Ecuaciones diferenciales. Serie Trigonométrica de Fourier. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

UNIDAD 1 Funciones de varias variables

1.1 Diferenciación

Funciones con valores reales. Gráficas, conjuntos de nivel, curvas y superficies. Límites: definición y propiedades. Funciones continuas: definición y propiedades. Derivadas parciales. Linealización o aproximación lineal. Diferenciabilidad de funciones de dos variables. Plano tangente al gráfico de una función de dos variables. Diferenciabilidad de funciones de R^n en R^m. Gradientes. Propiedades. Introducción a trayectorias y curvas. Velocidad y tangente a una trayectoria. Recta tangente a una trayectoria. Propiedades de la derivada. Regla de la cadena. Derivadas direccionales: definición y expresión de cálculo en términos del gradiente. Direcciones de máximo crecimiento de una función. Relación de gradientes con conjuntos de nivel. Planos tangentes a superficies de nivel. Campo vectorial gradiente.

1.2 Derivadas de orden superior y extremos

Derivadas parciales iteradas. Igualdad de las derivadas parciales cruzadas. Teorema de Taylor para varias variables, fórmulas de Taylor de primero y segundo órdenes y formas del resto. Extremos de funciones con valores reales. Puntos críticos, máximos y mínimos y puntos de silla de funciones de n variables. Condición de la derivada primera para extremos locales. Criterio de la derivada segunda para extremos locales. Caso especial para funciones de dos variables. Extremos globales, extremos en regiones cerradas y acotadas. Extremos condicionados, método de multiplicadores de Lagrange, teorema de Lagrange, casos. Aplicación del método de multiplicadores de Lagrange a la búsqueda de extremos globales en regiones con frontera. Criterio de la derivada segunda para extremos condicionados. Teoremas de la función implícita y de la función inversa (sin demostración). Método del descenso del gradiente: noción.

1.3 Funciones con valores vectoriales

Diferenciación de trayectorias y aplicaciones. Longitud de arco. Diferencial de la longitud de arco. Campos vectoriales: definición y representación gráfica de campos vectoriales en el plano y en el espacio. Líneas de flujo. Divergencia y rotacional: definiciones e interpretaciones. Propiedades. Laplaciano.

UNIDAD 2 Integrales dobles y triples

2.1 Integrales dobles y triples

Integrales dobles sobre rectángulos; reducción a integrales iteradas. Definición de integral doble. Propiedades. Teorema de Fubini. Integral doble sobre regiones más generales. Regiones elementales. Reducción a integrales iteradas. Cambio del orden de integración. Teorema del valor medio para integrales dobles. Integrales triples: definición, reducción a integrales iteradas, integrales sobre regiones elementales.

2.2 Fórmula del cambio de variables
Aplicaciones de R^2 en R^2, imágenes de aplicaciones, aplicaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Fórmula del cambio de variables, determinante jacobiano. Integrales en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Aplicaciones: medias. Integrales impropias.

UNIDAD 3 Integrales sobre curvas y superficies

3.1 Integrales sobre curvas
Integral a lo largo de una trayectoria. Integral de línea. Trabajo. Reparametrizaciones. Integrales de línea de campos gradiente. Definición de curva simple y de curva cerrada. Integrales de línea e integrales de trayectoria sobre curvas simples orientadas y curvas cerradas simples orientadas.

3.2 Integrales sobre superficies
Parametrización de superficies. Vectores tangentes a una superficie parametrizada. Superficies regulares o suaves. Plano tangente a una superficie parametrizada; área de una superficie parametrizada. Integrales de funciones escalares sobre superficies. Orientación de superficies. Integrales de campos vectoriales sobre superficies. Interpretación. Aplicaciones.

3.3 Teoremas de integración del análisis vectorial
Teoremas de Green, de Stokes y de Gauss. Campos conservativos. Aplicaciones.

UNIDAD 4 Ecuaciones diferenciales ordinarias

4.1 Introducción a las ecuaciones diferenciales
Definición. Tipos de ecuaciones: ordinarias (edo) y parciales (edp), lineales y no lineales, de primer orden y de orden superior. Solución de una edo. Intervalo de definición de una solución. Soluciones explícitas e implícitas. Familias n-paramétricas de soluciones de una edo, solución particular y solución singular. Problemas con valores iniciales (PVI), condiciones iniciales. Teorema de existencia y unicidad de soluciones para PVI de primer orden. Problemas con valores en la frontera (PVF). Ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos: aplicaciones.

4.2 Ecuaciones diferenciales de primer orden
Campos direccionales. Edo con variables separables: solución. Ecuaciones lineales: forma estándar, método de solución, solución general. Ecuaciones exactas: definición, criterio y solución. Soluciones por sustitución: ecuación de Bernoulli. Aplicaciones.

4.3 Ecuaciones diferenciales de orden superior
Ecuaciones lineales. Problemas con valores iniciales. Teorema de existencia y unicidad de solución para PVIs lineales de orden superior. Problemas con valores en la frontera. Tipos de condiciones, casos.
Ecuaciones lineales homogéneas. Principio de superposición de soluciones para edo lineales. Dependencia e independencia lineal de soluciones. Wronskiano, criterio para soluciones linealmente independientes. Conjunto fundamental de soluciones. Existencia de un conjunto fundamental. Teorema: solución general de ecuaciones lineales homogéneas. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes. Ecuación auxiliar, casos.
Ecuaciones lineales no homogéneas. Teorema: solución general de ecuaciones no homogéneas. Función complementaria y solución particular. Principio de superposición para edo lineales no homogéneas. Coeficientes indeterminados: Método de superposición, casos. Variación de parámetros. Aplicaciones.

UNIDAD 5: series de Fourier y ecuaciones diferenciales parciales

5.1 Series de Fourier

Funciones ortogonales: producto interno de funciones, familia ortogonal de funciones, familia completa de funciones. Series trigonométricas. Serie de Fourier y serie trigonométrica de Fourier de una función, convergencia, condiciones suficientes para la convergencia. Extensiones periódicas. Series de Fourier de senos y cosenos. Aplicaciones.

5.2 Ecuaciones diferenciales parciales (EDP)

EDP separables. Problemas con valores en la frontera: ecuación del calor, de onda y de Laplace. Aplicaciones.

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Las clases se basan en la idea de la autogestión del aprendizaje, por lo cual el estudiante debe concurrir a ellas habiendo realizado previamente las tareas recomendadas, basándose en el cronograma propuesto a principio del semestre por la cátedra.
Las clases serán presenciales y, en general, de tipo teórico-prácticas; los estudiantes deben participar activamente: se estimula el razonamiento, el pensamiento crítico y la confrontación de ideas como procesos en la construcción de conocimientos. En las clases, además de abordar temas teóricos, se resolverán problemas de tipo analítico y de aplicación. Se trabajará en base a una Guía de Trabajos Prácticos que contiene ejercicios a desarrollar en clase y ejercitación complementaria de refuerzo para que el estudiante resuelva en forma personal. El estudiante debe confeccionar una carpeta de Trabajos Prácticos con la totalidad de los ejercicios. Para la resolución de la Guía de Trabajos Prácticos los alumnos cuentan con el apoyo de los docentes en los horarios de clase y en los horarios de consulta.
En el dictado, se integran contenidos dentro de la misma asignatura y verticalmente con Análisis Matemático I, Álgebra y Geometría Analítica, dictadas en el primer año de la carrera y con Cálculo Numérico que se dicta en segundo año.
Se dispone de un *Espacio Virtual de Análisis Matemático II* dentro del Aula Abierta de la Facultad de Ingeniería, en el que se ofrece toda la información necesaria para el cursado presencial de la materia, así como el *material audiovisual complementario*. Además, en el Aula Abierta habrá *actividades complementarias*, diseñadas para favorecer los procesos de comprensión y reflexión de los estudiantes.

Actividad	**Carga horaria por semestre**
Teoría y resolución de ejercicios simples	84
Formación práctica	
Formación Experimental – Laboratorio	0
Formación Experimental - Trabajo de campo	0
Resolución de problemas de ingeniería	0
Proyecto y diseño	0
Total	**84**

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía básica

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca

J.E.Marsden, A.J.Tromba	Cálculo vectorial	Pearson	2004	3
G.B.Thomas, Jr.	Cálculo varias variables	Pearson	2006	23
R.Larson, R.P.Hostetler	Cálculo II de varias variables	McGraw-Hill	2010	9
R.K.Nagle, E.B.Saff, A.D.Snider	Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera	Pearson	2005	6
D.G.Zill, M.R.Cullen	Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera	Cengage Learning	2006	3
J.Smith y M. Adams	Cálculo Numérico	Limusa	1988	2

Bibliografía complementaria

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca
C.H.Edwards, D.E.Penney	Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera: cómputo y modelado	Pearson	2009	5
J.Stewart	Cálculo multivariable	Thomson Learning	1999	11
J.Rey pastor, P.Pi Calleja, C.A.Trejo	Análisis Matemático II	Kapelusz	1969	15
T.M.Apostol	Calculus II	Reverté	1973	5
P.V.O'Neill	Matemáticas avanzadas para ingeniería: análisis de Fourier, ecuaciones diferenciales parciales y análisis complejo	Thomson Learning	2004	4

EVALUACIONES (S/ Ord. 108-10_CS)

A los efectos de obtener la **condición de regularidad de la materia**, se plantean evaluaciones parciales a lo largo del curso.

En éstas se evalúa el desempeño y manejo de los contenidos tanto teóricos como prácticos de los estudiantes de distintas maneras, a saber:

1) **Actividades** autocorregibles en aula abierta, que reciben una calificación de 0 a 100; la ausencia a una de estas actividades implica una calificación 0 en la misma. Llamemos A al promedio de las calificaciones obtenidas en estas actividades.

2) Tres **evaluaciones parciales** presenciales, que reciben una calificación de 0 a 100; la ausencia a una de estas evaluaciones implica una calificación 0 en la misma. Llamemos P1, P2 y P3 a las calificaciones obtenidas en respectivamente en las evaluaciones parciales.

3) Una **evaluación recuperatoria**, que recibe una calificación de 0 a 100: Quienes hayan desaprobado uno o dos parciales pero aprobado al menos un parcial (y rendido los tres) podrán rendir una evaluación con contenidos del o de los parciales desaprobados. No es una evaluación que deban rendir todos los estudiantes, sino sólo los que necesiten hacerlo (ver más adelante cómo se alcanza la regularidad en la materia, específicamente el ítem c, donde se aclara quiénes pueden rendir esta evaluación recuperatoria). La **ausencia** a esta instancia (por parte de quienes deban rendirla) implica la desaprobación de la evaluación y la calificación es 0.

4) Una **evaluación global**, que recibe una calificación de 0 a 100, que incluirá contenidos prácticos de la totalidad del programa, así como definiciones y enunciados de teoremas. No

es una evaluación que deban rendir todos los estudiantes, sino sólo los que necesiten hacerlo (ver más adelante cómo se alcanza la regularidad en la materia, específicamente el ítem d, donde se aclara quiénes pueden rendir esta evaluación global). La **ausencia** a esta instancia (por parte de quienes deban rendirla) implica la desaprobación de la evaluación y la calificación es 0.

Para **obtener la regularidad en la materia** un estudiante debe enmarcarse en una de las siguientes opciones:

a) Aprueba las tres evaluaciones parciales, con un porcentaje de al menos 60% en cada una de ellas;

b) El promedio de las calificaciones obtenidas en las actividades, A, es mayor o igual que 60% y aprueba dos evaluaciones parciales, con un porcentaje de al menos 60% en cada una de ellas.

c) Quien no quede regular de acuerdo a los casos a o b anteriores podrá rendir la evaluación recuperatoria si se enmarca en uno de los siguientes casos:
c1) aprobó dos parciales
c2) aprobó un parcial y el promedio de las actividades, A, es mayor o igual a 60%.
Si obtiene 60% en esta evaluación recuperatoria, estará regular en la materia.

d) Quien no quede regular de acuerdo a los casos a, b o c anteriores pero cumpla que la suma de sus calificaciones en los parciales (o en el correspondiente recuperatorio, se toma la mayor) más el promedio de las actividades sea mayor o igual que 140, es decir: $P1+P2+P3+A \geq 140$, podrá rendir la evaluación global. Quien apruebe esta evaluación con una calificación de al menos 60%, estará regular en la materia.

El estudiante que, **habiendo cursado**, no se encuadre en uno de los ítems a, b, c o d anteriores, estará en condición **insuficiente**.

Los estudiantes que no cursen o, habiéndose inscripto, no rindan todas las evaluaciones que corresponda, abandonando el cursado, estarán en condición de **libres**.

Las evaluaciones a que se refieren los ítems 1, 2, 3 y 4, se realizan en función de los contenidos enseñados, en las fechas previstas y con el nivel de dificultad desarrollado tanto en clase, como en el material de consulta sugerido, en las actividades y en las guías de trabajos prácticos. Se evalúa la capacidad de interpretar consignas, transferir y aplicar conocimientos, al mismo tiempo que se estimula al estudiante a mejorar su capacidad de comunicación escrita.

Los resultados de las evaluaciones son publicados en un espacio consensuado (puede ser virtual) en todos los casos antes de la evaluación siguiente y se responde consultas relacionadas con las mismas.

Evaluación integradora final, para acreditar la materia:

Para obtener la promoción en la materia un estudiante debe rendir y aprobar con al menos 60% una evaluación integradora final.
Esta instancia de evaluación está planteada como una actividad de síntesis e integradora de los contenidos. Se evalúan la totalidad de los temas presentados en el programa, independientemente que se hayan evaluado o no en las instancias de evaluaciones parciales.
La condición de aprobación implica el dominio de los contenidos conceptuales y procedimentales de todas las unidades temáticas del programa de la asignatura, así como también de las aplicaciones prácticas y la articulación de contenidos entre sí, trabajados durante el cursado.

Estudiantes regulares:
Los estudiantes que han obtenido la regularidad en la materia deberán rendir un examen final integrador que incluirá temas teóricos y/o prácticos y podrá ser escrito, oral o tener una parte escrita y una parte oral. Tendrá una calificación de 0 a 10.
Estudiantes en condición insuficiente o libre por pérdida de regularidad:
Los estudiantes en condición insuficiente o libre por pérdida de regularidad en la materia deberán rendir un examen final integrador que incluirá temas teóricos y/o prácticos y podrá ser escrito, oral o tener una parte escrita y una parte oral. Tendrá una calificación de 0 a 10.

Estidiantes libres:
Los estudiantes LIBRES deberán rendir un examen escrito en el que se evaluarán contenidos teóricos y/o prácticos de la materia. En caso de aprobarse esta instancia escrita, los alumnos LIBRES rendirán una evaluación oral que también podrá incluir contenidos teóricos o prácticos de la materia. Tendrá una calificación de 0 a 10.

Criterios de evaluación:

Exactitud en las expresiones de definiciones, en los enunciados de teoremas, en las demostraciones y en los cálculos.
Coherencia en lo que se expresa en forma oral o escrita, así como entre lo que se plantea en forma analítica con lo que se representa gráficamente.
Consistencia en el tratamiento de temas relacionados directamente con temas ya tratados en las materias con las que se tiene correlatividad.
Organización lógica de los pasos en las demostraciones de teoremas y/o justificaciones de cálculos o desarrollos.
Pertinencia de las hipótesis formuladas.
Claridad en la comunicación en dos sentidos: por una parte, la comprensión de consignas, enunciados, ejercicios, dados en forma oral o escrita, permite al estudiante resolver o desarrollar exactamente lo pedido. Por otra parte, se requiere claridad en el uso del lenguaje en la expresión oral o escrita de la producción del estudiante.
Precisión en el empleo del vocabulario o léxico específico de la disciplina.
Exhaustividad en la selección de los posibles argumentos que fundamenten alguna posición, en los métodos para plantear una solución a un problema.

Programa de examen

Contempla la totalidad de los temas del presente programa.

Mercedes Larriqueta
01/08/2022

FECHA, FIRMA Y ACLARACIÓN TITULAR DE CÁTEDRA

UNIDAD 1: FUNCIONES CON VALORES VECTORIALES Y MOVIMIENTO EN EL ESPACIO

Repaso de temas vistos en Análisis Matemático I: Cálculo integral. Técnicas de integración. Comparación del orden de infinitésimos.

Curvas en el espacio y sus tangentes: definición de curva, parametrización, funciones componentes, límites, continuidad, derivadas, curva suave y suave por tramos, recta tangente, vectores velocidad y aceleración, reglas de derivación, regla de la cadena.

Integrales de funciones vectoriales: integral indefinida e integral definida. Longitud de arco en el espacio: definición de longitud de un arco, fórmula de cálculo, parámetro de longitud de arco con punto base fijo, rapidez de una curva suave, vector tangente unitario.

Curvatura y vectores normales de una curva: definición de curvatura de una curva plana suave, fórmula de cálculo de la curvatura, definición de vector unitario principal y fórmula de cálculo, círculo osculador, radio y centro de curvatura; curvatura y vectores normales para curvas en el espacio. Marco de Frenet o marco TNB, componentes tangencial y normal de la aceleración, fórmulas.

UNIDAD 2: FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES REALES

2.A. Definiciones y representaciones gráficas

Definición y nomenclatura, dominios y rangos para funciones de varias variables. Nociones de punto interior, punto frontera, regiones abiertas y cerradas, acotadas y no acotadas, convexas, conexas y simplemente conexas.

Funciones de dos variables: gráficas, curvas de nivel o contornos y trazas.

Funciones de tres variables: gráficas, superficies de nivel.

2.B. Derivadas parciales y diferenciales

Límites y continuidad en dimensiones superiores: definición de límite y continuidad; propiedades; criterio de dos trayectorias para demostrar la inexistencia de un límite; continuidad de composiciones; Teorema de existencia de valores extremos de funciones continuas en conjuntos cerrados y acotados.

Derivadas parciales: definición y cálculo; derivadas parciales y continuidad; derivadas parciales de segundo orden, notación; Teorema de la derivada mixta o de Clairaut; derivadas parciales de orden superior. Laplaciano.

Diferenciabilidad: definición, condición suficiente para la diferenciabilidad de una función en un punto (Teorema del incremento para funciones de dos variables); relación entre la continuidad y la diferenciabilidad. Derivación de funciones compuestas, regla de la cadena: funciones de dos variables, funciones de tres variables, funciones definidas en superficies, derivación implícita.

Derivadas direccionales y vector gradiente: derivadas direccionales de funciones de dos variables, interpretación, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y tangentes a curvas de nivel. Derivadas direccionales de funciones de tres variables, interpretación, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y vectores normales a superficies de nivel.

Planos tangentes y rectas normales a una superficie en un punto; estimación del cambio en una dirección específica. Aproximación lineal de una función de dos variables, error. Diferenciales: definición de diferencial total. Aproximación lineal de una función de tres o más variables, error. Fórmula de Taylor para funciones de dos o más variables.

2.C. Extremos

Valores extremos y puntos de silla: definiciones de máximos y mínimos locales y absolutos, punto crítico y punto de ensilladura o de silla. Criterio de la derivada primera para valores extremos locales. Criterio de la segunda derivada para valores extremos locales, discriminante o Hessiano. Deducción del criterio de la segunda derivada; fórmula del error para aproximaciones lineales. Máximos y mínimos absolutos en regiones cerradas y acotadas.

Multiplicadores de Lagrange: máximos y mínimos con restricciones, método de multiplicadores de Lagrange; Teorema del gradiente ortogonal, aplicación. Multiplicadores de Lagrange con dos restricciones.

Aplicaciones.

UNIDAD 3: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES-INTEGRACIÓN

Integrales Múltiples

Integrales dobles e iteradas: definición de integrales dobles e iteradas sobre rectángulos, integrales dobles como volúmenes, Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones acotadas no rectangulares, volúmenes, Teorema de Fubini; determinación de límites de integración; propiedades de las integrales dobles. *Áreas por doble integración:* áreas de regiones acotadas en el plano, definición; valor medio o promedio de una función sobre una región. *Integrales dobles en forma polar:* integrales en coordenadas polares, determinación de los límites de integración; área en coordenadas polares; cambio de integrales cartesianas a integrales polares y viceversa.

Integrales triples en coordenadas rectangulares: integrales triples, volumen de una región en el espacio, definición, cálculo de límites de integración; valor promedio de una función en una región en el espacio; propiedades de las integrales triples. *Centros de masa:* masas y centroides. *Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas:* coordenadas cilíndricas, definición y ecuaciones de relación con otros sistemas de coordenadas, aplicación al cálculo de integrales; coordenadas esféricas, definición y ecuaciones de relación con otros sistemas de coordenadas, aplicación al cálculo de integrales. *Sustitución en integrales múltiples:* sustituciones en integrales dobles y triples, definición de matriz Jacobiana y determinante Jacobiano. Fórmula para el cambio de variables.

Aplicaciones.

UNIDAD 4: CAMPOS VECTORIALES

4.A. Integrales de línea y campos vectoriales

Integrales de línea de campos escalares: definición de integral de línea de campos escalares, cálculo, aplicación; integral de línea en el plano, interpretación.

Campos vectoriales: definición de campo vectorial; conceptos de funciones componentes, continuidad, campos gradiente.

Integrales de línea de campos vectoriales: definición, integrales de línea con respecto a los ejes coordenados, trabajo realizado por una fuerza sobre una curva en el espacio; integrales de flujo y circulación de campos de velocidad, flujo a través de una curva plana. Independencia de la trayectoria, campos conservativos y funciones potenciales: definiciones; integrales de línea en campos conservativos, Teorema fundamental de las integrales de línea y consecuencias.

Divergencia y componente k del rotacional de un campo vectorial en R^2*:* definición de divergencia de un campo vectorial; giro alrededor de un eje, componente k del rotacional; *Teorema de Green en el plano:* dos formas del Teorema de Green, demostración de un caso especial; uso del Teorema de Green para evaluar integrales de línea; aplicación al cálculo de áras.

Aplicaciones.

4.B. Integrales de superficie

Superficies y áreas: parametrizaciones de superficies, área de una superficie, definición de superficie suave y de área de una superficie suave; fórmula para el área de una superficie que es la gráfica de una función de dos variables.

Integrales de superficie: definición de integral de superficie de un campo escalar, aplicación a áreas y masas; fórmulas. Orientación, superficies orientadas, orientación positiva, cinta de Möbius, botella de Klein. Definición de integral de superficie de un campo vectorial, flujo, aplicaciones.

Divergencia y rotacional de un campo vectorial: definición de rotor o rotacional de un campo vectorial, interpretación; Teorema de Stokes: enunciado e interpretación; demostración de un caso especial del Teorema de Stokes. Campos conservativos y Teorema de Stokes. Definición de divergencia de un campo vectorial en tres dimensiones. El teorema de la divergencia o de Gauss: enunciado del Teorema de la divergencia; aplicaciones.