

<b>Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo</b>			
<b>P1- PROGRAMA DE ASIGNATURA</b>			
<b>Asignatura:</b>	<b>Análisis Matemático II</b>		
<b>Profesor Titular:</b>	<b>Dra. Mercedes Larriqueta</b>		
<b>Carrera:</b>	<b>Ingeniería de Petróleos, Mecatrónica, Industrial, Civil</b>		
<b>Año: 2023</b>	<b>Semestre: tercero</b>	<b>Horas Semestre: 90 (Petróleos tiene 105)</b>	<b>Horas Semana: 6 (Petróleos tiene 7)</b>

### **OBJETIVOS**

- Adquirir un buen manejo de lenguaje matemático técnico, tanto en forma oral como escrita (coloquial o simbólica).
- Lograr la interpretación geométrica o física de conceptos matemáticos referidos a campos escalares y vectoriales en el plano y en el espacio.
- Desarrollar habilidad para representar regiones limitadas por curvas en  $R^2$  y por superficies en  $R^3$ .
- Habilidad para reconocer y utilizar los métodos del Cálculo Diferencial e Integral de Campos escalares y vectoriales, y para operar con ellos.
  - Habilidad para reconocer Ecuaciones Diferenciales, plantearlas a partir de problemas concretos, y resolverlas de acuerdo a condiciones prefijadas.
  - Habilidad para determinar y utilizar aproximación de funciones mediante desarrollo de Series de Fourier.
- Adquirir rigor en la aplicación de definiciones a casos particulares y en la comprensión de procesos inductivos y deductivos.
- Adquirir rigor en el razonamiento y distinción de condiciones necesarias y suficientes.
- Desarrollar la Capacidad de síntesis para obtener visión global de los temas del programa.
- Desarrollar capacidad de análisis de situaciones concretas, ubicación del modelo matemático apto para problemas planteados y búsqueda de la solución de problemas en su campo de acción profesional.

### **CONTENIDOS**

**Contenidos Mínimos para Ing. Civil:** Funciones de dos y tres variables. Derivadas parciales. Fórmula de Taylor en dos variables. Extremos: máximos y mínimos. Integrales múltiples. Ecuaciones diferenciales ordinarias y **en derivadas parciales** aplicables a problemas de ingeniería civil. Series de Fourier.

**Contenidos Mínimos para Ing. Industrial (según Ord. CS 110/2004) y para Ing. Mecatrónica:** Funciones reales de varias variables reales. Derivación de funciones compuestas e implícitas. Integrales dobles y triples, cálculo en coordenadas: cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas. Gradiente, potencial, derivada direccional. Rotor, divergencia. Laplaciano. Integral de línea. Integral de superficie. Ecuaciones diferenciales. Serie trigonométrica de Fourier. Aplicaciones del cálculo diferencial. Aplicaciones en Ingeniería.

**Contenidos Mínimos para Ing. Petróleos:** Campos escalares; funciones y campos vectoriales. Cálculo diferencial de funciones multivariables. Derivada direccional. Gradiente. Integración de campos escalares, funciones y campos vectoriales. Integrales múltiples en distintos sistemas de coordenadas. Integrales curvilíneas y de superficie. Teoremas fundamentales. Aplicaciones. Ecuaciones diferenciales

ordinarias de primer orden. Ecuaciones diferenciales de orden superior, lineales, con coeficientes constantes. **Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales**. Aplicaciones. Serie trigonométrica de Fourier.

## **UNIDAD 1: FUNCIONES CON VALORES VECTORIALES Y MOVIMIENTO EN EL ESPACIO**

*Curvas en el espacio y sus tangentes*: definición de curva, parametrización, funciones componentes, límites, continuidad, derivadas, curva suave y suave por tramos, recta tangente, vectores velocidad y aceleración, reglas de derivación, regla de la cadena. *Integrales de funciones vectoriales*: integral indefinida e integral definida. *Longitud de arco en el espacio*: definición de longitud de un arco, fórmula de cálculo, parámetro de longitud de arco con punto base fijo, rapidez de una curva suave, vector tangente unitario. *Curvatura y vectores normales de una curva*: definición de curvatura de una curva plana suave, fórmula de cálculo de la curvatura, definición de vector unitario principal y fórmula de cálculo; curvatura y vectores normales para curvas en el espacio. *Marco de Frenet o marco TNB*, componentes tangencial y normal de la aceleración, fórmulas.

## **UNIDAD 2: FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES REALES**

### **2.A. Definiciones y representaciones gráficas**

Definición y nomenclatura, dominios y rangos para funciones de varias variables. Nociones de punto interior, punto frontera, regiones abiertas y cerradas, acotadas y no acotadas, conexas y simplemente conexas.

*Funciones de dos variables*: gráficas, curvas de nivel o contornos y trazas.

*Funciones de tres variables*: gráficas, superficies de nivel.

### **2.B. Derivadas parciales y diferenciales**

*Límites y continuidad en dimensiones superiores*: definición de límite y continuidad; propiedades; criterio de dos trayectorias para demostrar la inexistencia de un límite; continuidad de composiciones; Teorema de existencia de valores extremos de funciones continuas en conjuntos cerrados y acotados.

*Derivadas parciales*: definición y cálculo; derivadas parciales y continuidad; derivadas parciales de segundo orden, notación; Teorema de la derivada mixta o de Clairaut; derivadas parciales de orden superior. Laplaciano.

*Diferenciabilidad*: definición, condición suficiente para la diferenciabilidad de una función en un punto (Teorema del incremento para funciones de dos variables); relación entre la continuidad y la diferenciabilidad. Derivación de funciones compuestas, regla de la cadena: funciones de dos variables, funciones de tres variables, funciones definidas en superficies, derivación implícita.

*Gradiente y derivadas direccionales de funciones de dos variables*, interpretación, vector gradiente, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y tangentes a curvas de nivel.

*Gradiente y derivadas direccionales de funciones de tres variables*, interpretación, vector gradiente, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y vectores normales a superficies de nivel.

*Linealización de una función en un punto y fórmula de Taylor*: planos tangentes y rectas normales a una superficie en un punto; estimación del cambio en una dirección específica. Aproximación lineal de una función de dos variables, error. Diferenciales: definición de diferencial total. Aproximación lineal de una función de tres o más variables, error. Fórmula de Taylor para funciones de dos o más variables.

## **2.C. Extremos**

*Valores extremos y puntos de silla:* definiciones de máximos y mínimos locales y absolutos, punto crítico y punto de ensilladura o de silla. Criterio de la derivada primera para valores extremos locales. Criterio de la segunda derivada para valores extremos locales, discriminante o Hessiano. Dedución del criterio de la segunda derivada; fórmula del error para aproximaciones lineales. Máximos y mínimos absolutos en regiones cerradas. Multiplicadores de Lagrange: máximos y mínimos con restricciones, método de multiplicadores de Lagrange; Teorema del gradiente ortogonal, aplicación. Multiplicadores de Lagrange con dos restricciones.

Aplicaciones.

## **UNIDAD 3: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES-INTEGRACIÓN**

### **Integrales Múltiples**

*Integrales dobles e iteradas.* Integrales dobles sobre rectángulos: definición, integrales dobles como volúmenes, Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones generales: integrales dobles sobre regiones acotadas no rectangulares, volúmenes, Teorema de Fubini; determinación de límites de integración; propiedades de las integrales dobles. Áreas por doble integración: áreas de regiones acotadas en el plano, definición; valor medio o promedio de una función sobre una región. Integrales dobles en forma polar: integrales en coordenadas polares, determinación de los límites de integración; área en coordenadas polares; cambio de integrales cartesianas a integrales polares y viceversa.

*Integrales triples.* Integrales triples en coordenadas rectangulares: definición, volumen de una región en el espacio, cálculo de límites de integración; valor promedio de una función en una región en el espacio; propiedades de las integrales triples. Centros de masa: masas y centroides. Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas: ecuaciones de relación con otros sistemas de coordenadas, aplicación al cálculo de integrales.

*Sustitución* en integrales dobles y triples, definición de matriz Jacobiana y determinante Jacobiano. Fórmula para el cambio de variables.

Aplicaciones.

## **UNIDAD 4: CAMPOS VECTORIALES**

### **4.A. Campos vectoriales e integrales de línea**

*Integrales de línea de campos escalares:* definición, cálculo, aplicación; integral de línea en el plano, interpretación.

*Campos vectoriales e integrales de línea:* definición de campo vectorial; conceptos de funciones componentes, continuidad, campos gradiente, integrales de línea de campos vectoriales, integrales de línea con respecto a los ejes coordenados, trabajo realizado por una fuerza sobre una curva en el espacio; integrales de flujo y circulación de campos de velocidad, flujo a través de una curva plana. *Independencia de la trayectoria, campos conservativos y funciones potenciales:* definiciones; integrales de línea en campos conservativos, Teorema fundamental de las integrales de línea y consecuencias.

*Teorema de Green en el plano:* formas diferenciables exactas. Definición de divergencia de un campo vectorial; giro alrededor de un eje, componente  $k$  del rotacional; dos formas del Teorema de Green, demostración de un caso especial; uso del Teorema de Green para evaluar integrales de línea. Aplicación del Teorema de Green al cálculo de áreas.

Aplicaciones.

#### **4.B. Integrales de superficie**

*Superficies y áreas*: parametrizaciones de superficies, área de una superficie, definición de superficie suave y de área de una superficie suave; fórmula para el área de una superficie que es la gráfica de una función de dos variables. *Integrales de superficie*: definición y fórmulas. Orientación, superficies orientadas, orientación positiva, cinta de Möbius, botella de Klein. Integral de superficie para el flujo, aplicaciones. Definición de rotor o rotacional de un campo vectorial, interpretación; Teorema de Stokes: enunciado e interpretación; demostración de un caso especial del Teorema de Stokes. Campos conservativos y Teorema de Stokes. Definición de divergencia de un campo vectorial en tres dimensiones. El teorema de la divergencia o de Gauss: enunciado del Teorema de la divergencia, aplicaciones.

### **UNIDAD 5: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**

#### **5.A. Introducción a las ecuaciones diferenciales**

Definición. Tipos de ecuaciones: ordinarias (edo) y parciales (edp), lineales y no lineales, de primer orden y de orden superior. Solución de una edo. Intervalo de definición de una solución. Soluciones explícitas e implícitas. Familias n-paramétricas de soluciones de una edo, solución particular y solución singular. Problemas con valores iniciales (PVI), condiciones iniciales. Teorema de existencia y unicidad de soluciones para PVI de primer orden. Problemas con valores en la frontera (PVF). Ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos: dinámica poblacional, ley de enfriamiento/calentamiento de Newton, circuitos en serie.

#### **5.B. Ecuaciones diferenciales de primer orden**

Curvas solución sin una solución: campos direccionales. Edo con variables separables: solución. Ecuaciones lineales: forma estándar, método de solución, solución general. Ecuaciones exactas: definición, criterio y solución. Soluciones por sustitución: ecuación de Bernoulli. Aplicaciones.

#### **5.C. Ecuaciones diferenciales de orden superior**

Ecuaciones lineales. Problemas con valores iniciales. Teorema de existencia y unicidad de solución de solución para PVI lineales de orden superior. Problemas con valores en la frontera. Tipos de condiciones, casos.

*Ecuaciones lineales homogéneas*. Teorema: principio de superposición de soluciones para edo lineales. Dependencia e independencia lineal de soluciones. Wronskiano, criterio para soluciones linealmente independientes. Conjunto fundamental de soluciones. Existencia de un conjunto fundamental. Teorema: solución general de ecuaciones homogéneas.

*Ecuaciones lineales no homogéneas*. Teorema: solución general de ecuaciones no homogéneas. Función complementaria y solución particular. Teorema: principio de superposición para edo lineales no homogéneas. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes. Ecuación auxiliar, casos. Coeficientes indeterminados: Método de superposición, casos. Variación de parámetros. Aplicaciones: sistemas masa-resorte, movimiento libre no amortiguado, movimiento libre amortiguado, movimiento forzado; circuitos en serie LRC.

### **UNIDAD 6: SERIES DE FOURIER**

#### **Series de Fourier**

Funciones ortogonales: producto interno de funciones, familia ortogonal de funciones, familia completa de funciones. Series trigonométricas. Serie de Fourier y serie trigonométrica de Fourier de una función, convergencia, condiciones suficientes para la convergencia. Extensiones periódicas. Series de Fourier de senos y cosenos. Aplicaciones.

### **METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA**

Las clases se basan en la idea de la autogestión del aprendizaje, por lo cual el estudiante debe concurrir a ellas habiendo realizado previamente las tareas recomendadas, basándose en el cronograma propuesto a principio de año por la cátedra.

Las clases serán presenciales y, en general, de tipo teórico-prácticas; los estudiantes deben participar activamente: se estimula el razonamiento, el pensamiento crítico y la confrontación de ideas como procesos en la construcción de conocimientos. En las clases, además de abordar temas teóricos, se resolverán problemas de tipo analítico y de aplicación. Se trabajará en base a una Guía de Trabajos Prácticos que contiene ejercicios a desarrollar en clase y ejercitación complementaria de refuerzo para que el estudiante resuelva en forma personal. El estudiante debe confeccionar una carpeta de Trabajos Prácticos con la totalidad de los ejercicios. Para la resolución de la Guía de Trabajos Prácticos los alumnos cuentan con el apoyo de los docentes en los horarios de clase y en los horarios de consulta.

En el dictado, se integran contenidos dentro de la misma asignatura, horizontalmente, con los contenidos de Física II y Cálculo Numérico que se cursan simultáneamente con Análisis Matemático II, y verticalmente con Análisis Matemático I, Álgebra y Geometría Analítica, dictadas en el primer año de la carrera.

Se dispone de un *Espacio Virtual de Análisis Matemático II* dentro del Aula Abierta de la Facultad de Ingeniería, en el que se ofrece toda la información necesaria para el cursado presencial de la materia, así como el *material audiovisual complementario*. Además, en el Aula Abierta habrá *actividades complementarias*, diseñadas para favorecer los procesos de comprensión y reflexión de los estudiantes.

<b>Actividad</b>	<b>Carga horaria por semestre</b>
Teoría y resolución de ejercicios simples	90 (105 petróleoos)
Formación práctica	
Formación Experimental – Laboratorio	0
Formación Experimental - Trabajo de campo	0
Resolución de problemas de ingeniería	0
Proyecto y diseño	0
<b>Total</b>	<b>90 (105 petróleoos)</b>

### **BIBLIOGRAFÍA**

#### ***Bibliografía básica***

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca
G.B.Thomas, Jr.	Cálculo varias variables	Pearson	2010	0
D.G.Zill, W.S.Wright	Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera	CENGAGE Learning	2014	0

G.B.Thomas, Jr.	Cálculo varias variables	Pearson	2006	23
R.Larson, R.P.Hostetler	Cálculo II de varias variables	McGraw-Hill	2010	9
R.K.Nagle, E.B.Saff, A.D.Snider	Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera	Pearson	2005	6
D.G.Zill, M.R.Cullen	Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera	Cengage Learning	2006	3
J.Smith y M. Adams	Cálculo Numérico	Limusa	1988	2

### ***Bibliografía complementaria***

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca
C.H.Edwards, D.E.Penney	Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera: cómputo y modelado	Pearson	2009	5
J.Stewart	Cálculo multivariable	Thomson Learning	1999	11
J.Rey pastor, P.Pi Calleja, C.A.Trejo	Análisis Matemático II	Kapelusz	1969	15
T.M.Apostol	Calculus II	Reverté	1973	5
J.E.Marsden, A.J.Tromba	Cálculo vectorial	Pearson	2004	3
P.V.O'Neill	Matemáticas avanzadas para ingeniería: análisis de Fourier, ecuaciones diferenciales parciales y análisis complejo	Thomson Learning	2004	4

### ***EVALUACIONES (S/Ord. 108-10\_CS)***

A los efectos de obtener la **condición de regularidad de la materia**, se plantean evaluaciones parciales a lo largo del curso.

En éstas se evalúa el desempeño y manejo de los contenidos tanto teóricos como prácticos de los estudiantes de distintas maneras, a saber:

- 1) **Actividades** autocorregibles en aula abierta, que reciben una calificación de 0 a 100; la ausencia a una de estas actividades implica una calificación 0 en la misma. Llamemos A al promedio de las calificaciones obtenidas en estas actividades.
- 2) Tres **evaluaciones parciales** presenciales, que reciben una calificación de 0 a 100; la ausencia a una de estas evaluaciones implica una calificación 0 en la misma. Llamemos P1, P2 y P3 a las calificaciones obtenidas en respectivamente en las evaluaciones parciales.
- 3) Una **evaluación recuperatoria**, que recibe una calificación de 0 a 100: Quienes hayan desaprobado uno o dos parciales pero aprobado al menos un parcial (y rindiendo los tres) podrán rendir una evaluación con contenidos del o de los parciales desaprobados. No es una evaluación que deban rendir todos los estudiantes, sino sólo los que necesiten hacerlo (ver más adelante cómo se alcanza la regularidad en la materia, específicamente el ítem c, donde se aclara quiénes pueden rendir esta evaluación recuperatoria). La **ausencia** a esta instancia (por parte de quienes deban rendirla) implica la desaprobación de la evaluación y la calificación es 0.

- 4) Una **evaluación global**, que recibe una calificación de 0 a 100, que incluirá contenidos prácticos de la totalidad del programa, así como definiciones y enunciados de teoremas. No es una evaluación que deban rendir todos los estudiantes, sino sólo los que necesiten hacerlo (ver más adelante cómo se alcanza la regularidad en la materia, específicamente el ítem d, donde se aclara quiénes pueden rendir esta evaluación global). La **ausencia** a esta instancia (por parte de quienes deban rendirla) implica la desaprobación de la evaluación y la calificación es 0.

Para **obtener la regularidad en la materia** un estudiante debe enmarcarse en una de las siguientes opciones:

- a) Aprueba las tres evaluaciones parciales, con un porcentaje de al menos 60% en cada una de ellas;
- b) El promedio de las calificaciones obtenidas en las actividades, A, es mayor o igual que 60% y aprueba dos evaluaciones parciales, con un porcentaje de al menos 60% en cada una de ellas.
- c) Quien no quede regular de acuerdo a los casos a o b anteriores podrá rendir la evaluación recuperatoria si se enmarca en uno de los siguientes casos:
  - c1) aprobó dos parciales; recupera el parcial desaprobado.
  - c2) aprobó un parcial y el promedio de las actividades, A, es mayor o igual a 60%; recupera temas de los dos parciales desaprobados..Si obtiene 60% en esta evaluación recuperatoria, estará regular en la materia.
- d) Quien no quede regular de acuerdo a los casos a, b o c anteriores pero cumpla que la suma de sus calificaciones en los parciales (o en el correspondiente recuperatorio, se toma la mayor) más el promedio de las actividades sea mayor o igual que 140, es decir:  $P1+P2+P3+A \geq 140$ , podrá rendir la evaluación global. Quien apruebe esta evaluación con una calificación de al menos 60%, estará regular en la materia.

El estudiante que, **habiendo cursado**, no se encuadre en uno de los ítems a, b, c o d anteriores, estará en condición **insuficiente**.

Los estudiantes que no cursen o, habiéndose inscripto, no rindan todas las evaluaciones que corresponda, abandonando el cursado, estarán en condición de **libres**.

Las evaluaciones a que se refieren los ítems 1, 2, 3 y 4, se realizan en función de los contenidos enseñados, en las fechas previstas y con el nivel de dificultad desarrollado tanto en clase, como en el material de consulta sugerido, en las actividades y en las guías de trabajos prácticos. Se evalúa la capacidad de interpretar consignas, transferir y aplicar conocimientos, al mismo tiempo que se estimula al estudiante a mejorar su capacidad de comunicación escrita.

Los resultados de las evaluaciones son publicados en un espacio consensuado (puede ser virtual) en todos los casos antes de la evaluación siguiente y se responde consultas relacionadas con las mismas.

#### **Evaluación integradora final, para acreditar la materia:**

Para obtener la promoción en la materia un estudiante debe rendir y aprobar con al menos 60% una evaluación integradora final.

Esta instancia de evaluación está planteada como una actividad de síntesis e integradora de los contenidos. Se evalúan la totalidad de los temas presentados en el programa, independientemente que se hayan evaluado o no en las instancias de evaluaciones parciales.

La condición de aprobación implica el dominio de los contenidos conceptuales y procedimentales de todas las unidades temáticas del programa de la asignatura, así como también de las aplicaciones prácticas y la articulación de contenidos entre sí, trabajados durante el cursado.

#### **Estudiantes regulares:**

Los estudiantes que han obtenido la regularidad en la materia deberán rendir un examen final integrador que incluirá temas teóricos y/o prácticos y podrá ser escrito, oral o tener una parte escrita y una parte oral. Tendrá una calificación de 0 a 10.

#### **Estudiantes en condición insuficiente o libre por pérdida de regularidad:**

Los estudiantes en condición insuficiente o libre por pérdida de regularidad en la materia deberán rendir un examen final integrador que incluirá temas teóricos y/o prácticos y podrá ser escrito, oral o tener una parte escrita y una parte oral. Tendrá una calificación de 0 a 10.

**Estudiantes libres:**

Los estudiantes LIBRES deberán rendir un examen escrito en el que se evaluarán contenidos teóricos y/o prácticos de la materia. En caso de aprobarse esta instancia escrita, los alumnos LIBRES rendirán una evaluación oral que también podrá incluir contenidos teóricos o prácticos de la materia. Tendrá una calificación de 0 a 10.

***Criterios de evaluación:***

Exactitud en las expresiones de definiciones, en los enunciados de teoremas, en las demostraciones y en los cálculos.

Coherencia en lo que se expresa en forma oral o escrita, así como entre lo que se plantea en forma analítica con lo que se representa gráficamente.

Consistencia en el tratamiento de temas relacionados directamente con temas ya tratados en las materias con las que se tiene correlatividad.

Organización lógica de los pasos en las demostraciones de teoremas y/o justificaciones de cálculos o desarrollos.

Pertinencia de las hipótesis formuladas.

Claridad en la comunicación en dos sentidos: por una parte, la comprensión de consignas, enunciados, ejercicios, dados en forma oral o escrita, permite al estudiante resolver o desarrollar exactamente lo pedido. Por otra parte, se requiere claridad en el uso del lenguaje en la expresión oral o escrita de la producción del estudiante.

Precisión en el empleo del vocabulario o léxico específico de la disciplina.

Exhaustividad en la selección de los posibles argumentos que fundamenten alguna posición, en los métodos para plantear una solución a un problema.

***Programa de examen***

Contempla la totalidad de los temas del presente programa.

**FECHA, FIRMA Y ACLARACIÓN TITULAR DE CÁTEDRA**