

Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería

Hidráulica General

UNIDAD V:

Singularidades en contorno cerrado

Profesora Titular: Patricia Susana INFANTE

Profesor Adjunto: Luis Enrique GUIASOLA

Profesora Adjunta: Sara RODRIGUEZ

Ayudante de Primera: Alejandra PUNTA

Estudiante Colaborador: Tomás Dionisio CARDOZO

Año 2021

Contenido. Orificios: definición, clasificación, Teorema de Torricelli. **Orificio perfecto:** ecuación de gasto, coeficientes de corrección, vaciamiento de un depósito. **Orificio bajo compuerta. Orificio en pared gruesa:** coeficiente de gasto, aplicaciones. **Cambios bruscos y graduales de sección** en canalizaciones cerradas: Teorema de Borda, factores de resistencia en cambios de sección.

ÍNDICE

V. UNIDAD V	3
1. Definición de singularidades en contorno cerrado.....	3
1.1 Clasificación de singularidades.....	3
2. Orificios.....	3
2.1 Definición.....	3
2.2 Clasificación de los orificios.....	4
2.3 Ecuación de gasto de un orificio libre.....	5
2.4 Ecuación de gasto de un orificio ahogado o sumergido.....	9
2.5 Orificio perfecto.....	11
2.6 Coeficientes de gasto y correcciones a las condiciones de orificio perfecto.....	17
2.7 Orificio bajo compuerta.....	22
2.8 Aforos con compuertas.....	32
2.9 Vaciamiento de un depósito.....	44
2.10 Ejercitación sobre orificios en pared delgada.....	48
3. Orificio en pared gruesa.....	60
3.1 Pérdidas de carga en el orificio en pared gruesa.....	61
3.2 Orificio con tubo entrante.....	63
3.3 Orificio en pared intermedia.....	64
3.4 Orificio de conicidad variable, contornos convergentes.....	64
3.5 Tubos o conos divergentes (difusor).....	65
3.6 Tubo Venturi.....	66
3.7 Ejercitación sobre orificio en pared gruesa.....	71
4. Pérdidas de carga singulares.....	79
4.1 Ensanchamiento Brusco, Teorema de Borda - Bélanger.....	80
4.2 Ensanchamiento gradual.....	84
4.3 Estrechamientos bruscos.....	85
4.4 Estrechamientos graduales.....	88
4.5 Pérdidas por cambio de dirección.....	88
4.6 Pérdidas de carga en válvulas.....	90
4.7 Comentario Final.....	91
5. Bibliografía.....	91

V. UNIDAD V

Para completar lo necesario en cuanto a los saberes necesarios en el proyecto y cálculo de redes de tuberías, es necesario agregar los conceptos de singularidades en las mismas: cambios de dirección, de sección, válvulas, codos, entre otros. Asimismo, como el comportamiento de singularidades como el orificio, es decir, en las cuales la presión es la fuerza predominante, y en cuyo principio se basa el funcionamiento de los caudalímetros, tipo Venturi, o placa orificio.

El objetivo de esta unidad de estudio es analizar el fenómeno de una singularidad, en la cuantificación de las pérdidas de carga originadas, y en el diseño de tales singularidades para la medición de caudales en tuberías y depósitos cerrados.

1. Definición de singularidades en contorno cerrado

Se llaman singularidades a los pequeños tramos de escurrimiento en donde se producen considerables variaciones de las circunstancias hidráulicas, como pueden ser variaciones de presión, de velocidad, de pérdida de carga, etc.

Por ejemplo: los cambios de sección o de dirección en canalizaciones abiertas o cerradas, barreras de fondo, vertederos, orificios, compuertas, etc.

1.1 Clasificación de singularidades

Los comportamientos serán distintos según se trate de conducciones abiertas o cerradas, y según las mismas se clasifican en singularidades de contorno cerrado y singularidades de contorno abierto.

Las singularidades en contornos cerrados tienen la particularidad que el escurrimiento del agua está sometido a presiones mayores que la atmosférica, y por lo tanto se presentan en sistemas de tuberías donde el escurrimiento es a presión. Las singularidades en contorno cerrado son las siguientes:

- ✓ Orificios.
- ✓ Cambios de sección.
- ✓ Cambios de dirección.

Mientras que, en las singularidades en contornos abiertos, el escurrimiento de agua se produce a presión atmosférica, y por lo tanto son características de las canalizaciones abiertas. Se presentan las siguientes singularidades:

- ✓ Vertederos
- ✓ Cambios de sección
- ✓ Cambios de dirección

Las correspondientes definiciones de cada una de las singularidades serán dadas cuando se aborde su estudio.

2. Orificios

2.1 Definición

Se define como orificio a cualquier abertura practicada en un paramento de un depósito, por el cual fluye agua, de manera tal que la vena líquida esté totalmente rodeada por la pared del orificio.

Las situaciones que se pueden presentar son las siguientes:

1. Que la vena que fluye esté en contacto con la presión atmosférica (Figura 5.1.a).
2. Que la vena líquida no lo esté, es decir, que haya agua a los dos lados del paramento (Figura 5.1.b).

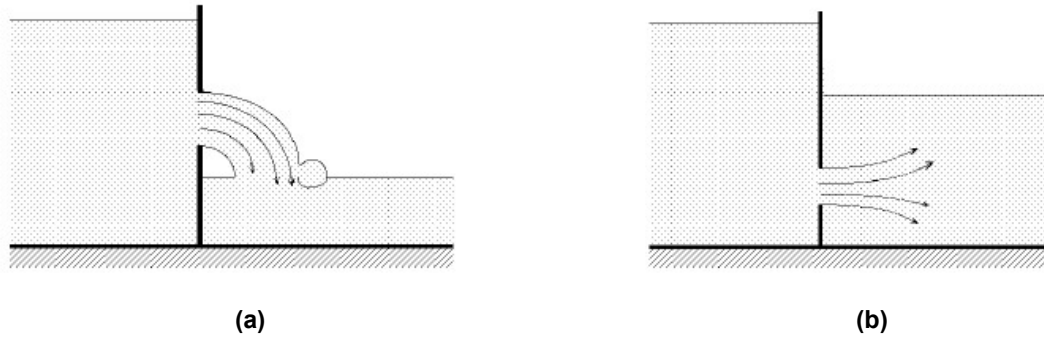


Figura 5.1. Orificio libre y orificio ahogado

En ambos casos observamos que el movimiento se producirá por una transformación de la energía hidrostática o de presión en energía cinética o de velocidad.

Observando las figuras anteriores se ve que el pasaje de agua se producirá del depósito con más altura hidrostática (depósito aguas arriba) al de menor altura hidrostática (depósito aguas abajo), por ser mayor el valor del empuje sobre el orificio aguas arriba que el de aguas abajo (recordar que el empuje hidrostático es función de la altura de agua). En el primer caso el empuje aguas abajo sobre el orificio es nulo (Figura 5.1.a).

2.2 Clasificación de los orificios

De acuerdo a la relación entre el espesor del paramento y la dimensión del orificio, los mismos se pueden clasificar en orificios en pared delgada u orificios en pared gruesa, los que pasamos a detallar a continuación en función de la Figura 5.2.

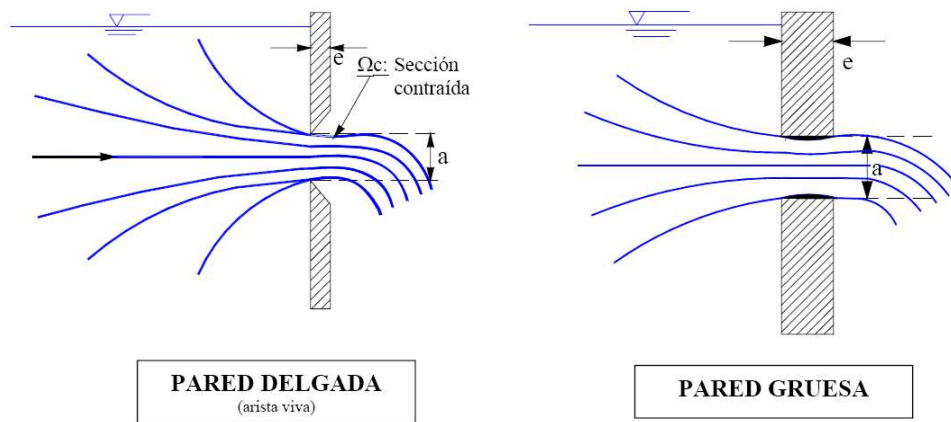


Figura 5.2. Orificio en pared delgada y orificio en pared gruesa

Orificio en pared delgada, es aquél en el que el contacto del paramento con la vena líquida tiene lugar en una, y sólo una, línea en todo el contorno del orificio, tal como puede apreciarse

en la Figura 5.2. Para realizar tal verificación la condición numérica es: $\frac{e}{a/2} \leq 1$, si el espesor

es menor o igual que la mitad de la menor dimensión del orificio, el orificio se comporta como un orificio en pared delgada.

Orificio en pared gruesa, es aquél en el cual, si bien existe una contracción inicial de la vena líquida, el contacto de la vena se produce en un plano o superficie mojando toda la pared del orificio a la salida, tal como puede observarse en la Figura 5.2. Para realizar tal verificación la

condición numérica es: $\frac{e}{a} \geq 3$, si la relación entre el espesor del paramento y la mayor

dimensión del orificio es mayor o igual que tres, el orificio se comporta como un orificio en pared gruesa.

A su vez los orificios, según su carga hidráulica, también se clasifican en orificios libres y orificios ahogados, los que pasamos a describir a continuación.

Orificio libre es aquél en el cual el chorro de agua sale a presión atmosférica, es decir que, tiene una carga hidráulica aguas arriba del mismo, pero sale a la atmósfera, Figura 5.3.

Orificio ahogado o sumergido es aquél en el cual el chorro de agua sale a presión mayor que la atmosférica, es decir que, tiene carga hidráulica aguas arriba y aguas abajo del orificio, Figura 5.3.

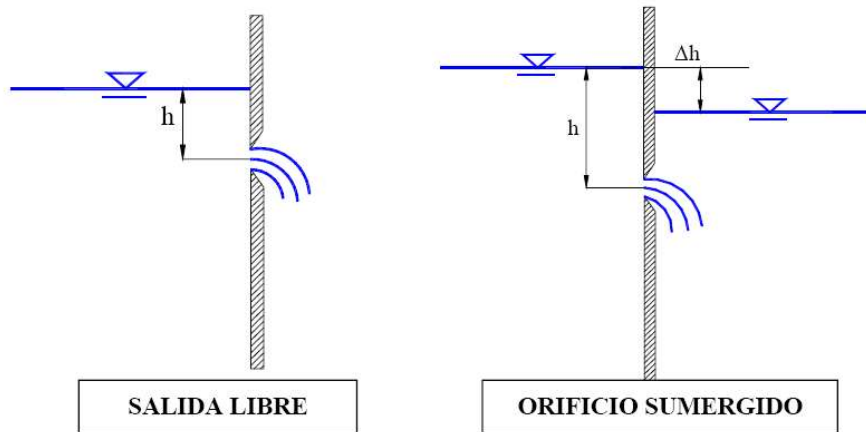


Figura 5.3. Orificio libre y orificio sumergido

2.3 Ecuación de gasto de un orificio libre

Se interpreta el comportamiento del escurrimiento en un orificio a través del uso de los conceptos de redes de corriente, tal como puede observarse en la Figura 5.4. La primera línea de corriente corresponde al tubo de flujo superior, que es el que más se deforma. Los tubos de flujo ubicados hacia el interior se deforman cada vez menos, hasta llegar al eje de simetría del orificio que no experimenta ningún cambio de curvatura.

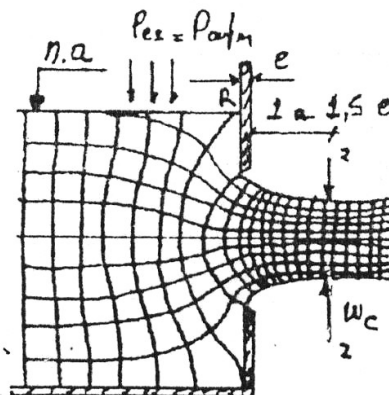


Figura 5.4. Red de corriente de un orificio libre

Siguiendo los contornos dados, y con radios de curvatura menores podemos trazar las líneas de corriente correspondientes a los otros tubos de flujo interiores. Y luego se traza la otra familia de curvas perpendiculares a las de corriente de manera que se formen mallas cuadradas.

En lo que hace al punto "R" irá descendiendo hasta llegar al dintel del orificio para salir con una cierta curvatura por la inercia que trae, produciéndose así la contracción de la vena líquida. Una

vez trazada la red de corriente se deben verificar las ecuaciones siguiente, las que nos expresan la continuidad a lo largo de cada tubo de flujo, y la que nos asegura que $\sum \Delta q = Q$.

Es difícil precisar donde se produce la sección contraída pero los ensayos muestran que lo hace a una distancia entre 1 y 1,5 de e, siendo e el espesor del paramento, ver Figura 5.4.

Ahora bien, si queremos calcular el caudal de salida Q_s , bastará con conocer la sección contraída ω_c y la velocidad en dicha sección U_c , el producto de ambas nos da el caudal de salida.

$$Q_s = \omega_c U_c \quad (5.1)$$

Para encontrar la llamada "ecuación de gasto" del orificio, necesitamos encontrar cuánto vale la sección contraída y la velocidad en la sección contraída y remplazarlas en la Ecuación 5.1.

Para realizar el estudio se parte de un punto "A" de la sección 1 donde comienza el "llamado hidráulico" del orificio, ver la Figura 5.5. La variación de presión vendrá dada por la expresión siguiente:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{U_c^2 - U_1^2}{2g} \quad (5.2)$$

Siendo:

U_c : velocidad media del agua en la sección contraída.

U_1 : velocidad media del agua en la sección 1.

Si se considera que el agua en el depósito está en reposo, aguas arriba de donde se produce el "llamado hidráulico", entonces $U_1=0$, y remplazándola en la Ecuación 5.2, y expresándola como altura piezométrica "h":

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{\gamma} &= \frac{U_c^2}{2g} \\ h &= \frac{U_c^2}{2g} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Despejando la velocidad en la sección contraída que es la incógnita:

$$U_c = \sqrt{2gh}$$

Lo que indica la transformación de la energía de presión (a través de la cota piezométrica h) en energía de velocidad o cinética.

Aplicando el Teorema de Bernoulli en la sección 1-1 (ver Figura 5.5), con respecto a un plano de comparación que se encuentra en el eje de simetría del orificio, y que, por lo tanto, pasa por el baricentro del mismo:

$$B_1 = z_1 + \underbrace{\frac{p_1}{\gamma}}_h + \frac{U_1^2}{2g} + \frac{p_{e1}}{\gamma}$$

Donde p_{e1} podrá ser o no la presión atmosférica.

En la sección 1-1 la velocidad es nula (líquido en reposo absoluto), y además considerando que la cota piezométrica en la sección 1-1 resulta igual a la altura de agua "h". La ecuación energética, es decir, el Bernoulli resulta:

$$B_1 = h + \frac{p_{e1}}{\gamma} \quad (5.4)$$

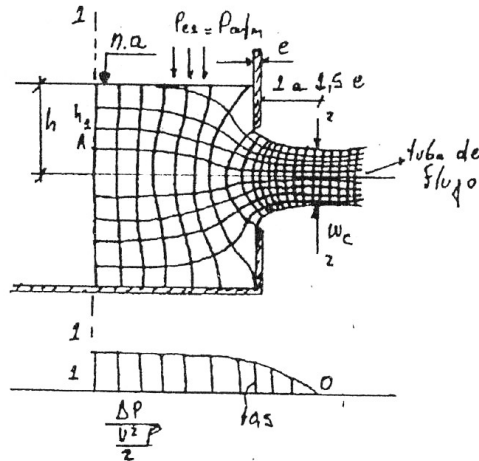


Figura 5.5. Red de corriente y diagrama de presiones de la línea media de corriente

Ahora se aplica Bernoulli en la sección 2-2, que corresponde a la sección contraída, obteniendo lo siguiente, ver Figura 5.6:

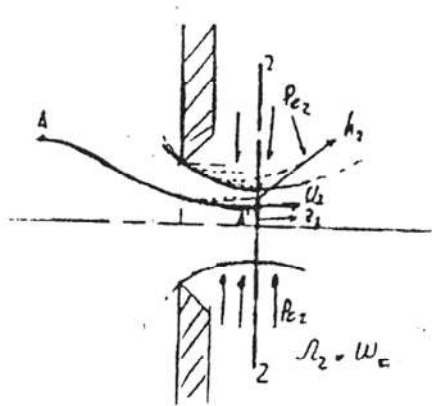


Figura 5.6. Sección contraída

$$B_2 = z_2 + \underbrace{\frac{p_2}{\gamma}}_{h_2} + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_{e2}}{\gamma}$$

Pero h_2 es muy pequeña respecto a p_{e2} que podrá ser o no la presión atmosférica, de modo que puede despreciarse:

$$B_2 = z_2 + \frac{U_c^2}{2g} + \frac{p_{e2}}{\gamma} \quad (5.5)$$

Si se igualan las Ecuaciones 5.4 y 5.5, despreciando la pérdida de carga que realmente se produce, generalizando z_2 llamándolo z y U_c será U , y si $p_{e1} = p_{e2}$, por lo tanto:

$$B_1 = B_2 = h + \frac{p_{e1}}{\gamma} = z_2 + \frac{U_c^2}{2g} + \frac{p_{e2}}{\gamma}$$

$$(h - z) + \left(\frac{p_{e1}}{\gamma} - \frac{p_{e2}}{\gamma} \right) = \frac{U^2}{2g}$$

$$U = \sqrt{2g(h-z) + 2g\left(\frac{P_{e1}}{\gamma} - \frac{P_{e2}}{\gamma}\right)}$$

$$U = \sqrt{2g(h-z)} \quad (5.6)$$

La Ecuación 5.6 es la EXPRESIÓN DE TORRICELLI para la velocidad del agua en un chorro que posee energía de presión dada por la presencia de un depósito aguas arriba del orificio.

Con la Ecuación 5.6 se ha determinado el valor de la velocidad en una línea de corriente de la sección contraída, pero interesa conocer cómo varía esta velocidad a lo largo de toda la sección transversal de la vena líquida. Para lo cual observando la Figura 5.7, se ve que hay una pequeña variación de la velocidad en la misma, lo que se representa a través de un diagrama prácticamente rectangular. Esa variación pequeña está originada por la gran aceleración que experimenta la corriente por los cambios de curvatura que tienen las líneas de corriente. Hay que recordar que el vector velocidad es tangente a dichas líneas de corriente, y por lo tanto sus cambios de curvatura implican cambios de dirección del vector velocidad instantánea, lo que se traduce en una mayor aceleración tangencial.

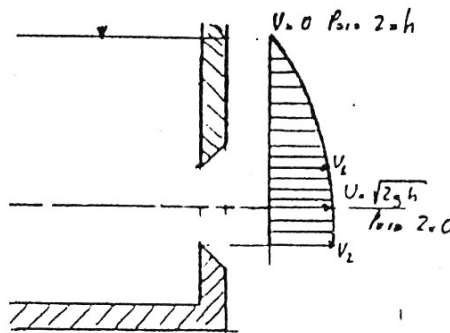


Figura 5.7. Distribución de velocidad

Se ve en el gráfico que en el dintel del orificio tenemos U_1 , en tanto que en el umbral U_2 . La velocidad media sale de la integración del diagrama de velocidades en la sección transversal dividida por la sección transversal total:

$$\frac{\int_{\omega} u d\omega}{\omega_0} = U$$

Por lo tanto, si el orificio es pequeño y simétrico la velocidad media la aplicaremos en su baricentro y valdrá la Ecuación 5.6, en la cual se considera z despreciable frente al valor de h (carga hidráulica aguas arriba del orificio), y la cual se corrige a través de un coeficiente ϕ , llamado "coeficiente de velocidad" que cuantifica el mayor o menor alejamiento de la distribución de velocidades en el chorro respecto del rectángulo que implica velocidad constante en el mismo. La expresión final queda así:

$$U = \phi \sqrt{2gh} \quad (5.7)$$

En la Ecuación N° 5.7, el coeficiente ϕ para el caso más desfavorable vale 0,90 (dependiendo del tamaño del orificio y de su simetría). Su valor es muy cercano a uno, ya que la gran aceleración tangencial presente en las líneas de corriente, hace que las líneas de corriente más rápidas arrastren a las más lentas, uniformando la distribución de velocidades en la sección, y originando un diagrama casi rectangular de velocidades.

Pero hay que tener en cuenta que, para obtener la Ecuación 5.7 se ha despreciado h_2 , por lo tanto, la expresión anterior se limitará a este tipo de orificios.

Ya se ha determinado el valor de la velocidad en la sección contraída a través de la expresión de Torricelli, resta ahora conocer el valor de la sección contraída ω_c . El valor de ω_c resulta muy difícil de precisar, no ocurriendo lo mismo con el valor de la sección geométrica del orificio, la cual llamaremos ω_o . Y es en función de la misma que se define el llamado "coeficiente de contracción" (μ) como el cociente entre la sección contraída ω_c y la sección del orificio ω_o .

$$\frac{\omega_c}{\omega_o} = \mu \quad (5.8)$$

Para obtener la ecuación de gasto del orificio se reemplaza las Ecuaciones 5.7 y 5.8 en la 5.1, obteniendo la siguiente expresión, y agrupando los coeficientes:

$$Q = \underbrace{\varphi \times \mu}_m \omega_o \sqrt{2gh}$$

$$Q = m \omega_o \sqrt{2gh} \quad (5.9)$$

Llamando al producto de φ y μ , coeficiente de gasto del orificio, indicado con la letra m.

La Ecuación 5.9 se la denomina ECUACIÓN UNIVERSAL DE GASTO DE LOS ORIFICIOS LIBRES, válida para movimiento permanente y uniforme. En la cual h es la carga hidráulica del orificio y se mide desde el baricentro del mismo hasta el nivel de agua arriba.

Cabe aclarar que el valor de "μ" puede ser determinado por ensayos en modelos hidráulicos cuando tengamos semejanzas geométricas e hidrodinámicas o bien por redes de corriente, simplemente con medir la magnitud de la sección contraída y compararlo con la sección geométrica del orificio.

2.4 Ecuación de gasto de un orificio ahogado o sumergido

Supongamos ahora que a la salida del orificio existe una carga hidráulica, lo que implica que la presión a la salida del chorro de agua es mayor que la atmosférica, tal cual puede observarse en la Figura 5.8.

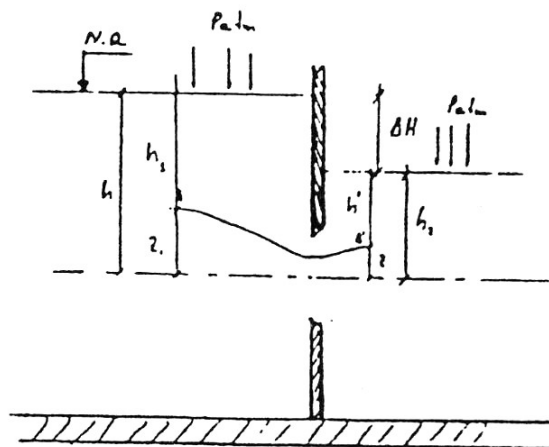


Figura 5.8. Orificio sumergido

De la misma manera que en el caso anterior, se aplica el Teorema de Bernoulli a la sección 1-1 y a la sección 2-2 (sección contraída).

$$B_1 = \underbrace{z_1 + h_1}_h + \frac{p_{e1}}{\gamma}$$

$$B_2 = \underbrace{z_2 + h'}_{h_2} + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_{e2}}{\gamma}$$

$$B_2 = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma}$$

Igualando los Bernoulli, considerando que las presiones externas son iguales, despreciando la pérdida de carga entre ambas secciones, y generalizando la velocidad media de salida como U:

$$h + \frac{p_{e1}}{\gamma} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{p_{e2}}{\gamma}$$

$$\frac{U_2^2}{2g} = \underbrace{h - h_2}_{\Delta H}$$

$$U = \sqrt{2g(\Delta H)}$$

La velocidad U no es función de z, por lo que las velocidades son uniformes a lo largo del orificio, es decir $\varphi \rightarrow 1$, pero igual se producirá la sección contraída a una distancia que puede variar entre $0,75r$ y $1r$. La velocidad en la sección contraída queda como:

$$U = \varphi \sqrt{2g \Delta H} \quad (5.10)$$

La sección contraída se calcula con la Ecuación 5.8, y podemos obtener la ecuación de gasto reemplazando los valores de velocidad y sección transversal en la sección contraída.

$$Q = \mu \omega_o \varphi \sqrt{2 \times g \times \Delta H}$$

$$Q = \underbrace{\mu \varphi \omega_o}_m \sqrt{2 \times g \times \Delta H}$$

$$Q = m \cdot \omega_o \sqrt{2 \times g \times \Delta H} \quad (5.11)$$

La Ecuación 5.11 se la denomina ECUACIÓN UNIVERSAL DE GASTO DE LOS ORIFICIOS AHOGADOS O SUMERGIDOS, válida para movimiento permanente. En la cual ΔH es la carga hidráulica del orificio y se calcula como la diferencia entre la carga de agua aguas arriba y la de aguas abajo del orificio.

Cabe aclarar que el valor de “ μ ” puede ser determinado por ensayos en modelos hidráulicos cuando tengamos semejanzas geométricas e hidrodinámicas o bien por redes de corriente, simplemente con medir la magnitud de la sección contraída y compararlo con la sección geométrica del orificio.

Los coeficientes de gasto para orificio sumergido se pueden consultar en la Tabla 1.

Tabla 1. Coeficientes de gasto para orificios sumergidos de 0,2m de ancho para diferentes alturas

Carga del orificio (m)	Altura del orificio (m)				
	0,20	0,10	0,05	0,03	0,01
0,01	0,500	0,511	0,481	0,509	0,578
0,02	0,502	0,522	0,508	0,548	0,614
0,03	0,508	0,528	0,543	0,583	0,640
0,04	0,515	0,538	0,570	0,620	0,659
0,05	0,520	0,552	0,589	0,639	0,668
0,06	0,526	0,561	0,603	0,640	0,673
0,07	0,531	0,573	0,613	0,639	0,675
0,08	0,536	0,580	0,621	0,639	0,675
0,09	0,541	0,584	0,625	0,638	0,674
0,10	0,545	0,588	0,628	0,637	0,673
0,15	0,562	0,600	0,631	0,634	0,668
0,20	0,575	0,607	0,638	0,632	0,665
0,30	0,592	0,613	0,630	0,631	0,658
0,50	0,600	0,615	0,625	0,629	0,648
0,80	0,602	0,615	0,624	0,627	0,637
1,00	0,602	0,614	0,624	0,625	0,630
1,20	0,602	0,614	0,623	0,623	0,625
1,40	0,601	0,613	0,621	0,621	0,620
1,60	0,601	0,611	0,618	0,619	0,617
1,80	0,601	0,609	0,616	0,616	0,614
2,00	0,601	0,607	0,614	0,614	0,613
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,609

2.5 Orificio perfecto

Experimentalmente se ha determinado el valor del coeficiente de gasto “m”, bajo determinadas condiciones geométricas e hidráulicas de los orificios. Mientras el orificio cumpla esas condiciones mencionadas se denomina “ORIFICIO PERFECTO” y el valor del coeficiente de gasto es $m=0,60$.

Se define como orificio perfecto aquél que cumple con las siguientes condiciones:

1. Pared delgada $e/r \leq 1$.
2. Contracción completa y perfecta.
3. Velocidad de llegada nula
4. Pared vertical y corte horizontal.
5. $h > 3r$.
6. Chorro libre, o descarga a presión atmosférica.

Si se cumplen estas condiciones en forma simultánea entonces $m=cte=0,60$, independientemente del tamaño del orificio y del valor del Re.

Se analizan en detalle cada una de las condiciones anteriores.

Pared Delgada

Esta condición implica que la vena líquida está en contacto con el paramento en una línea, y numéricamente se verifica de la siguiente manera:

$$\frac{e}{r} \leq 1 \quad (5.12)$$

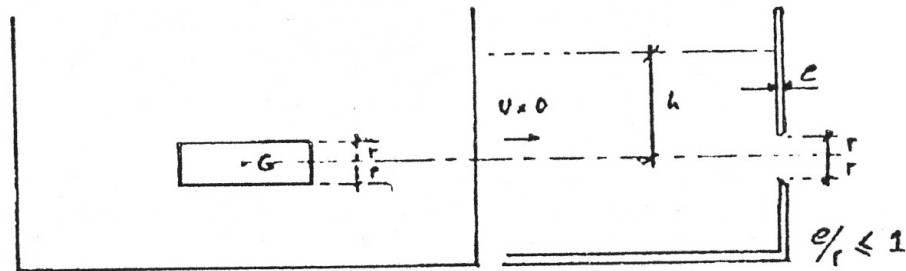


Figura 5.9. Condición de pared delgada

En donde “e” es el espesor del paramento y “r” es la mitad de la menor dimensión del orificio, y el radio cuando el orificio es circular.

Si no se cumple esta condición se tienen pérdidas de carga que no pueden ser despreciadas, las que se verá cuando se analice pérdidas de carga de tubos entrantes y salientes.

Contracción completa y perfecta

Para que haya contracción completa todo el orificio debe estar rodeado todo el perímetro de pared. Todas las líneas de corriente deben deformarse para poder pasar por el orificio.

En la Figura 5.10 se pueden ver ejemplos de contracción incompleta:

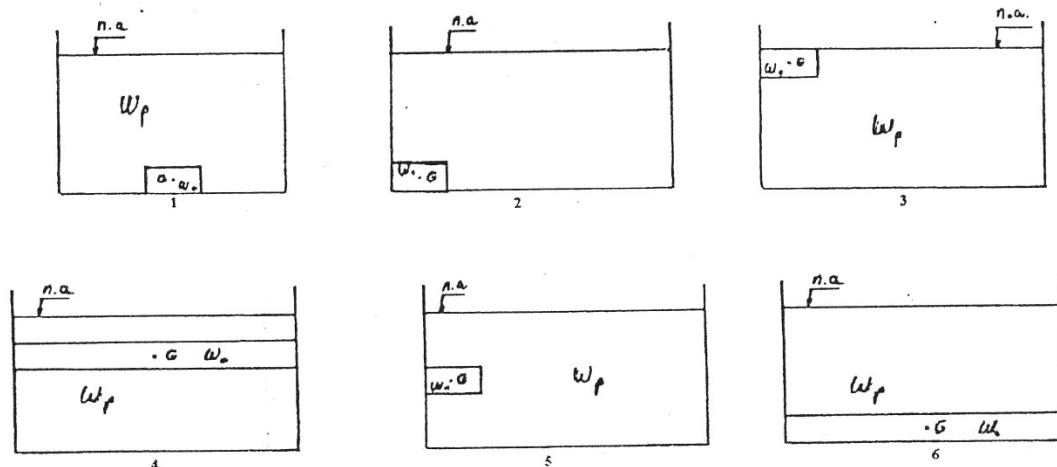


Figura 5.10. Ejemplos de contracción incompleta

En la Figura 5.10 se ve que, en 1, 5 y 6 falta contracción en una cara del orificio, y dos caras en el 2, 3 y 4.

Para que además la contracción sea perfecta se debe cumplir que la superficie anular de baja presión y ancho constante que rodea al orificio sea menor que 10 veces el área del orificio, o sea, la relación matemática entre las dimensiones del paramento anular y del orificio, la cual es la siguiente:

$$\underbrace{(\omega_p - \omega_o)}_{\text{anillo}} \geq 10\omega_o \quad (5.13)$$

$$\omega_p \geq 11\omega_o$$

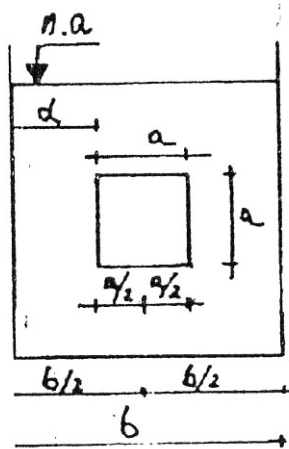
Siendo:

ω_p = superficie de la pared o paramento.

ω_o = superficie del orificio.

$(\omega_p - \omega_o)$ = sección neta

Ejemplo: considerando que el lado del paramento es b , y el del orificio es a , se aplica la Ecuación 5.13.



$$b^2 = 11a^2$$

$$b = \sqrt{11}a$$

$$b = 3,32a$$

$$\frac{b}{2} = 1,66a$$

$$d = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

$$d = 1,66a - 0,5a$$

$$d = 1,16a$$

Quiere decir que "d" deberá ser 1,16 a en cualquier dirección para que la contracción sea completa y perfecta.

Figura 5.11

Si hay una tubería de sección cuadrada con un orificio de salida, tal como lo muestra la Figura 5.12:

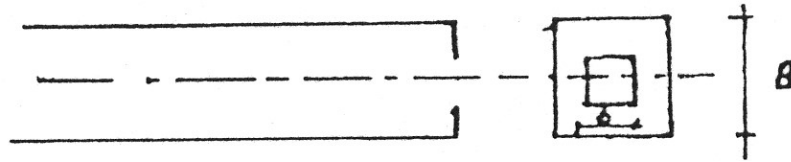


Figura 5.12. Contracción en una tubería

Se puede determinar para distintas relaciones de b/B el valor de m (coeficiente de gasto), obteniéndose en gráfico de la Figura 5.13.

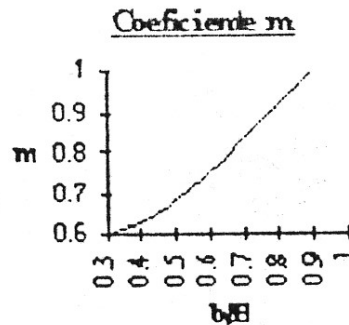


Figura 5.13. Coeficiente de gasto para orificios de salida en tuberías

De la misma manera para tuberías circulares, se puede obtener la relación entre el coeficiente de gasto "m" y el cociente entre la sección del orificio y la de la tubería, ver las Figuras 5.14 y 5.15. Weisbach fue el que encontró la relación entre "m" y ω_p/ω_o .

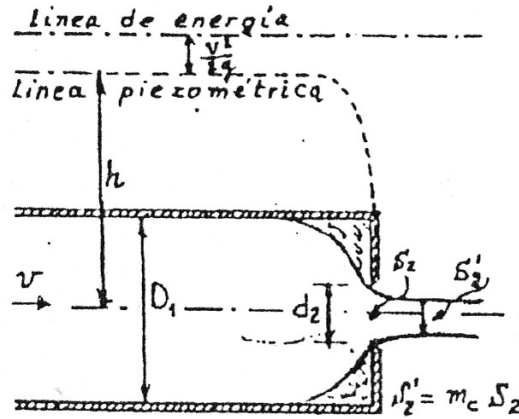


Figura 5.14. Orificio de salida de una tubería

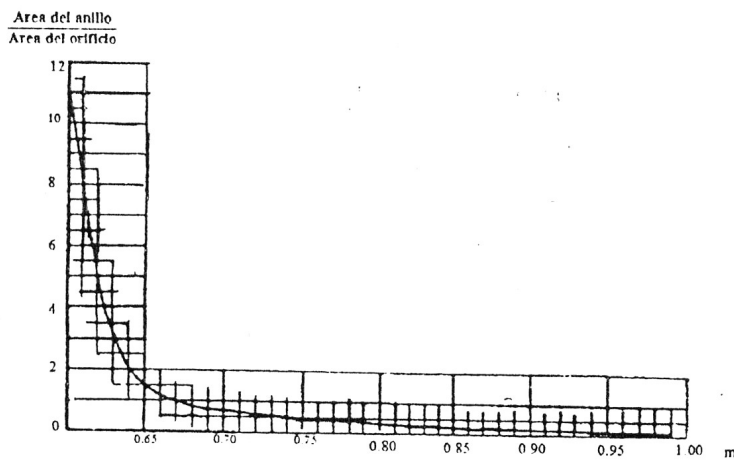


Figura 5.15. Coeficiente de gasto del orificio de salida de la tubería

Por otra parte, si la contracción no es completa se han experimentado sobre este tema arribando a algunos resultados, los que se resumen en la Figura 5.16, corrigiendo el coeficiente de gasto del orificio perfecto " m_0 " con valores que deben sumarse al mismo.

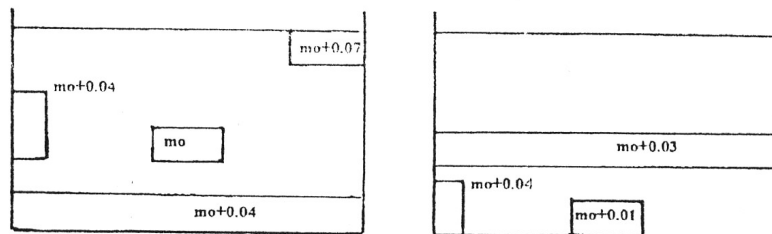


Figura 5.16. Correcciones del coeficiente m por contracción incompleta

Velocidad de llegada nula ($U=0$)

No obstante el nombre de la condición se admite que $U \leq 0.3\text{m/s}$, ya que de esta manera la altura de velocidad es despreciable, porque está en el orden del milímetro.

Llegado el caso en que la velocidad no es despreciable se hace necesario corregir la ecuación de gasto inicial, ya que la misma fue obtenida para velocidad inicial nula o despreciable, dicha corrección se realiza sumándole a la carga hidráulica el término de la energía de velocidad. Esto se fundamenta en que la velocidad del chorro de agua a la salida del orificio es una función de

la energía disponible aguas arriba del orificio y si se posee energía de velocidad en la misma hay que agregarla.

La ecuación de gasto queda:

$$Q = m_o \omega \sqrt{2g \left(h + \frac{U^2}{2g} \right)} \quad (5.14)$$

En la Ecuación 5.14 el m_o es el coeficiente de gasto del orificio perfecto, o sea, 0,60.

Pared vertical y corte horizontal

Si la pared no es vertical, ver Figura 5.17, existen fórmulas de corrección del coeficiente de gasto del orificio perfecto, no es significativa la variación, por ejemplo, si el orificio es de fondo y se cumplen el resto de las condiciones, $m=0,60$, ver Figura 5.18

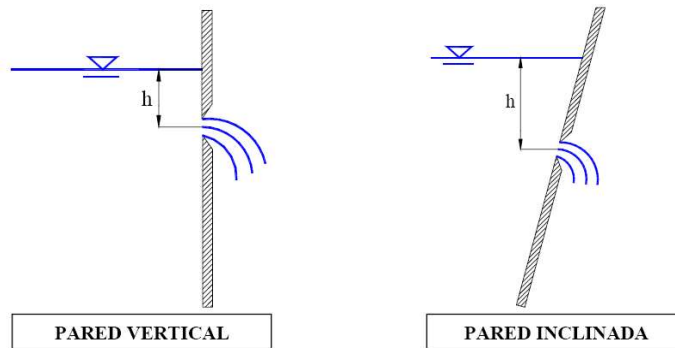


Figura 5.17. Paramento vertical y paramento inclinado

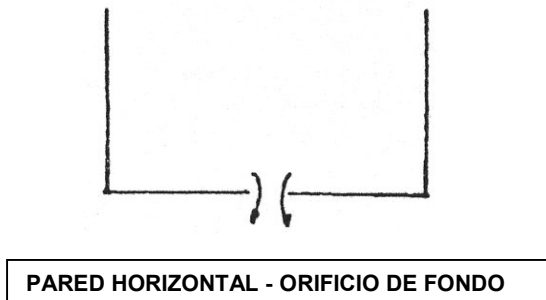


Figura 5.18. Orificio de fondo y paramento horizontal

Para orificios practicados en el fondo de paredes inclinadas el coeficiente de gasto m queda así:

$$m = 0,6385 + 0,21207(\cos \alpha)^3 + 0,10640(\cos \alpha)^4 \quad (5.15)$$

El ángulo α se mide como en la Figura 5.19.

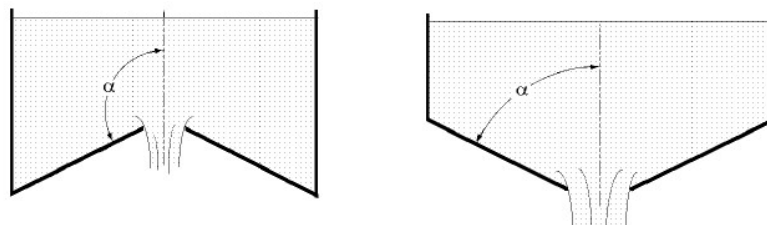


Figura 5.19. Orificio de fondo con paramentos inclinados

Sí influye notablemente, el tratamiento de la pared, si por ejemplo la pared acompaña el movimiento de los filetes, ver Figura 5.19, en cuyo caso prácticamente no existirá contracción $\mu=1$ y $m=\varphi=0,92$ a $0,95$.

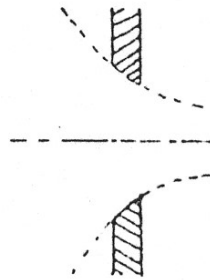


Figura 5.20. Tratamiento del paramento como guía de la corriente

Carga mínima, $h > 3r$

En líneas generales, cuando el valor de “h” se encuentra entre r y 2r de altura de carga hidráulica, ver Figura 5.21, el movimiento que se produce es impermanente, ya que se origina un vórtice alrededor del orificio, y por lo tanto no se puede usar la Ecuación 5.9 para calcular el caudal, ya que fue obtenida para movimiento permanente y uniforme.

Si la carga hidráulica “h” baja del valor de “r” el orificio funciona como un vertedero, ya que apenas el agua llegue al límite de funcionamiento como orificio a la altura del dintel ($h=r$), dejamos de tener orificio y pasamos a tener una singularidad de canalizaciones abiertas, es decir, un vertedero.

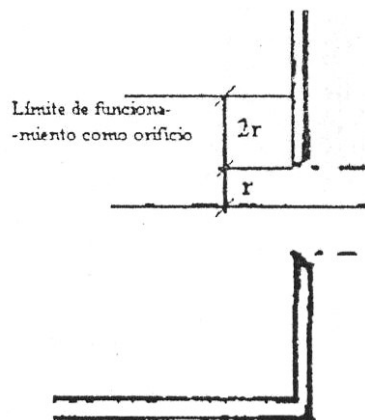


Figura 5.21. Límites para el movimiento permanente en orificios

Chorro libre

El cumplimiento de esta condición de orificio perfecto, implica que el chorro de salida se encuentre sometido a la presión atmosférica. Si no se cumple esta condición, pueden darse alguno de estos dos casos: el orificio se encuentra parcialmente sumergido o sumergido por completo.

Para calcular el caudal de un orificio sumergido se usa la Ecuación 5.11.

Mientras que, si está parcialmente sumergido, tal como lo muestra la Figura 5.22, el caudal se puede calcular como la suma de dos caudales, uno aportado por la parte del orificio que está libre, y que por supuesto se calcula como libre con la Ecuación 5.9; y otra parte del orificio que está sumergido o ahogado y cuyo caudal de salida se calcula con la Ecuación N° 5.11.

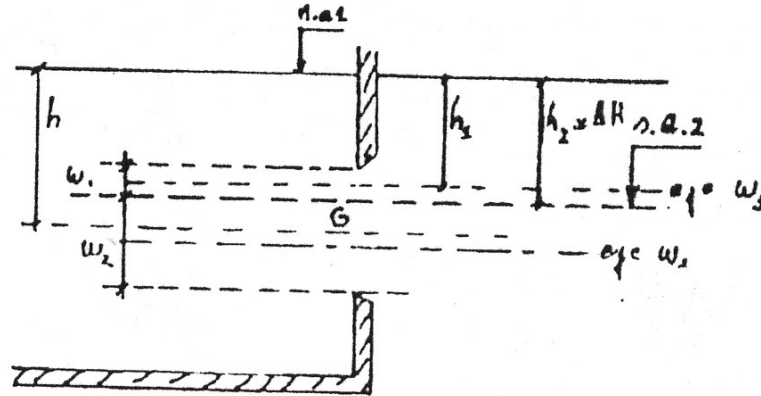


Figura 5.22. Orificio parcialmente sumergido

$$Q_s = Q_{\omega_1} + Q_{\omega_2}$$

$$Q_{\omega_1} = m_1 \omega_1 \sqrt{2gh_1}$$

$$Q_{\omega_2} = m_2 \omega_2 \sqrt{2gh_2}$$

Siendo:

ω_1 es la sección del orificio que se comporta como libre

m_1 es el coeficiente de gasto de orificio perfecto, si se cumplen el resto de las condiciones (0,60)

h_1 es la carga hidráulica y se mide desde el baricentro de la parte libre del orificio hasta el nivel de agua aguas arriba del mismo

$h_2 = \Delta H$ diferencia de carga hidráulica entre aguas arriba y aguas abajo.

m_2 es el coeficiente de gasto de orificio, si se cumplen las condiciones de orificio perfecto se adopta 0,60.

2.6 Coeficientes de gasto y correcciones a las condiciones de orificio perfecto

En el caso que no se cumplan alguna o algunas de las condiciones de orificio perfecto, el valor del coeficiente de gasto $m=0,60$ se puede corregir mediante el uso de diferentes correcciones.

Siempre se necesita considerar que el coeficiente de gasto m cuando se cumplen todas las condiciones anteriores, además $2r \geq 0.05m$ y $Re \geq 110000$, es: $m=m_0=0,60$.

Coefficiente de gasto de un orificio cuadrado en pared delgada vertical en función de la carga hidráulica

Tabla 2. Coeficientes de gasto para orificios cuadrados en pared delgada vertical

Carga sobre el orificio (m)	Lado del orificio cuadrado (m)					
	0,006	0,015	0,03	0,06	0,18	0,30
0,12		0,637	0,621			
0,15		0,633	0,619	0,605	0,597	
0,16	0,660	0,630	0,617	0,605	0,598	
0,21	0,656	0,628	0,616	0,605	0,599	0,596
0,24	0,652	0,625	0,615	0,605	0,600	0,597
0,27	0,650	0,623	0,614	0,605	0,601	0,598
0,30	0,648	0,622	0,613	0,605	0,601	0,599
0,40	0,642	0,618	0,610	0,605	0,602	0,601
0,60	0,637	0,615	0,608	0,605	0,604	0,602
0,90	0,632	0,612	0,607	0,605	0,604	0,603
1,20	0,628	0,610	0,606	0,605	0,603	0,602
1,80	0,623	0,609	0,605	0,604	0,603	0,602
2,40	0,619	0,608	0,605	0,604	0,603	0,602
3,00	0,616	0,606	0,604	0,603	0,602	0,601
6,00	0,606	0,603	0,602	0,602	0,601	0,600
30,00	0,599	0,598	0,598	0,598	0,598	0,598

Coefficiente de gasto de un orificio rectangular en pared delgada vertical en función de la carga hidráulica

Tabla 3. Coeficientes de gasto para orificios rectangulares de ancho de 0,20m en pared plana vertical

Carga sobre el orificio (m)	Altura del orificio (m)					
	> 0,2	0,1	0,05	0,03	0,02	0,01
0,005						0,705
0,100			0,607	0,630	0,660	0,701
0,015		0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,02	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,03	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,05	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,06	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,07	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,08	0,589	0,610	0,613	0,638	0,656	0,670
0,09	0,590	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,12	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,14	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,16	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,18	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,20	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655
0,25	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,30	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650
0,40	0,602	0,617	0,628	0,630	0,642	0,655
0,50	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644

Carga sobre el orificio (m)	Altura del orificio (m)					
	> 0,2	0,1	0,05	0,03	0,02	0,01
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,80	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,90	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,00	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,10	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,20	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,30	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,50	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,60	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,70	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,80	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,90	0,601	0,608	0,613	0,613	0,612	0,611
2,00	0,601	0,607	0,612	0,612	0,612	0,611
> 3,00	0,601	0,603	0,608	0,608	0,610	0,609

Coeficiente de gasto de un orificio circular en pared delgada vertical en función de la carga hidráulica

Tabla 4. Coeficientes de gasto para orificios circulares en pared delgada vertical

Carga sobre el orificio (m)	Diámetro del orificio (m)					
	0,006	0,015	0,03	0,05	0,18	0,30
0,12		0,631	0,618			
0,15		0,627	0,615	0,600	0,592	
0,16	0,650	0,624	0,613	0,601	0,593	0,590
0,21	0,651	0,622	0,611	0,601	0,594	0,590
0,24	0,648	0,620	0,610	0,601	0,594	0,591
0,27	0,646	0,618	0,609	0,601	0,595	0,591
0,30	0,644	0,617	0,608	0,600	0,595	0,591
0,40	0,638	0,613	0,605	0,600	0,596	0,593
0,60	0,632	0,610	0,604	0,599	0,597	0,595
0,90	0,627	0,606	0,603	0,599	0,597	0,597
1,20	0,623	0,611	0,602	0,599	0,598	0,596
1,80	0,618	0,604	0,600	0,598	0,597	0,596
2,40	0,614	0,603	0,600	0,598	0,596	0,595
3,00	0,611	0,601	0,598	0,597	0,596	0,595
6,00	0,601	0,598	0,596	0,596	0,596	0,594
30,00	0,593	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592

Valores del coeficiente de gasto m para orificio en pared delgada y contracción completa y perfecta. $e \leq r$ y $(\omega_p - \omega_o) \geq 10\omega_o$

Tabla 5. Coeficientes de gasto para orificios en pared delgada vertical y contracción completa y perfecta

Carga sobre el orificio (m)	Diámetro o lado menor del orificio (m)						
	0,005	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,30
0,10	0,680	0,650	0,630	0,610	0,590		
0,20	0,660	0,640	0,605	0,600	0,600	0,590	
0,50	0,640	0,630	0,615	0,600	0,600	0,600	0,600
1,00	0,630	0,620	0,610	0,600	0,600	0,600	0,600
$\geq 5,00$	0,620	0,610	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600

Valores del coeficiente de gasto m para orificios en pared delgada y contracción imperfecta, $e \leq r$ y $(\omega_p - \omega_o) < 10\omega_o$

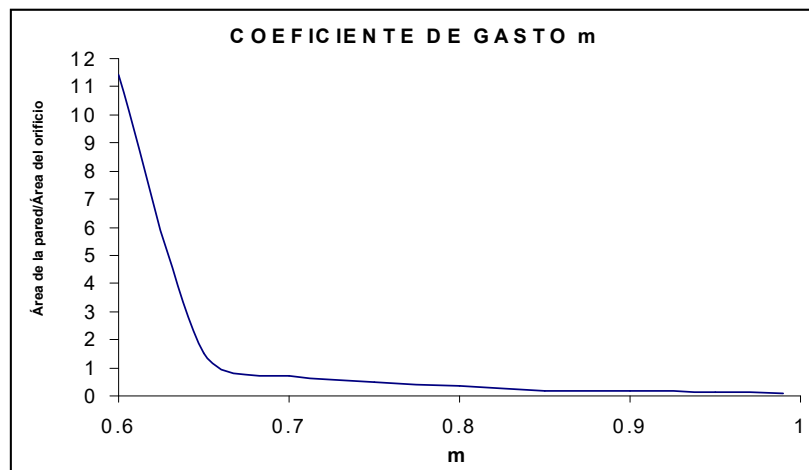


Figura 5.23. Coeficiente de gasto para orificios en pared delgada y contracción imperfecta

Valores del coeficiente de gasto m para orificios circulares de salida de tuberías circulares

Tabla 6. Coeficientes de gasto m para orificios circulares de salida de tuberías circulares obtenidos por LANDSFORD, para $Re \geq 110.000$

d es el diámetro del orificio (m)		d _o es el diámetro de la tubería (m)	
d/d _o	m	d/d _o	m
0	0,612	0,700	0,658
0,100	0,612	0,750	0,688
0,200	0,602	0,800	0,706
0,300	0,603	0,850	0,740
0,400	0,610	0,900	0,790
0,500	0,620	0,950	0,864
0,600	0,635	1,000	1,000

Tabla 7. Coeficientes de gasto m para orificios circulares de salida de tuberías circulares obtenidos por LANDSFORD, para Re<110.000

	m _o es el coeficiente de gasto de la Tabla 6		m es el coeficiente de gasto para Re<110000	
Re	60000	75000	90000	110000
m/m_o	1,100	1,030	1,005	1,000

También, se pueden utilizar los coeficientes de gasto de la Tabla 8 para distintos valores del Re.

Tabla 8. Coeficientes de gasto m para orificios circulares de salida de tuberías circulares, en donde d es el diámetro del orificio (m) y d_o es el diámetro de la tubería (m)

d/d _o	Re					
	5000	7500	10000	30000	60000	100000
0,75	0,790	0,775	0,705	0,740	0,728	0,726
0,70	0,739	0,730	0,709	0,704	0,696	0,692
0,60	0,682	0,675	0,671	0,656	0,652	0,650
0,50	0,645	0,640	0,637	0,628	0,626	0,625
0,40	0,622	0,622	0,619	0,612	0,612	0,612
0,30	0,610	0,607	0,606	0,604	0,604	0,604

Valores del coeficiente de gasto m para orificios en pared delgada (e ≤ r), chorro libre o sumergido y contracción incompleta, pero perfecta

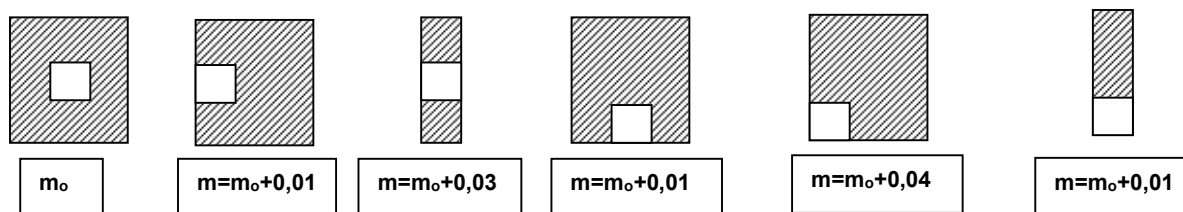


Figura 5.24. Coeficientes de gasto para orificios en pared delgada y contracción perfecta e incompleta, m_o es el coeficiente de gasto para contracción completa (0,60)

El último de los casos corresponde a orificio bajo compuerta, que es un caso especial de orificio, que será analizado en un apartado especial.

Corrección de la cuarta condición de velocidad de llegada nula

En caso de no cumplirse esta tercera condición debe sumársele a la carga hidrostática h la altura de velocidad, con lo cual la ecuación de gasto queda así:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2g \left(h + \frac{U^2}{2g} \right)} \quad (5.16)$$

Corrección de la quinta condición de carga mínima

En caso que no se cumpla la condición de carga mínima, no se puede usar la Ecuación 5.9 para el cálculo del caudal, ya que el movimiento que se produce origina vórtices impermanentes.

Corrección de la sexta condición de chorro libre

Para este caso pueden suceder dos alternativas. La primera es que la carga de aguas abajo sea mayor que el nivel del dintel del orificio, con lo cual el orificio está sumergido o ahogado. La carga

sobre el orificio para el cálculo del caudal se obtiene con la diferencia de cargas entre aguas arriba y aguas abajo.

La segunda es que la carga de aguas abajo sea mayor que el umbral del orificio, pero menor que el dintel del mismo, con lo cual el orificio está parcialmente sumergido. En este caso el orificio se divide en dos secciones, una de escurrimiento libre y otra de sumergido, caso que ya fue explicado oportunamente.

2.7 Orificio bajo compuerta

Se estudia el caso particular del orificio que se produce bajo una compuerta en una canalización abierta. Este tipo de orificio constituye un caso importante de contracciones suprimidas, y es un caso muy frecuente en las redes de riego a cielo abierto, y además por la interdependencia que existe entre el régimen de la canalización y la singularidad misma.

El accionamiento de compuertas en las redes de riego produce cambios en el régimen normal de la canalización. La gran contracción de la vena líquida en el orificio origina régimen de torrente inmediatamente aguas abajo del mismo, y si el régimen de la canalización es de río, se produce un resalto aguas abajo del orificio. Dicho resalto puede tener dos diferentes comportamientos, a saber:

- ✓ Resalto al pie o rechazado
- ✓ Resalto ahogado.

La formación de un resalto rechazado o al pie del orificio bajo compuerta, da lugar a que el orificio se comporte como libre, es decir que la vena líquida aguas abajo del mismo escurre a presión atmosférica, tal como puede observarse en la Figura 5.25.

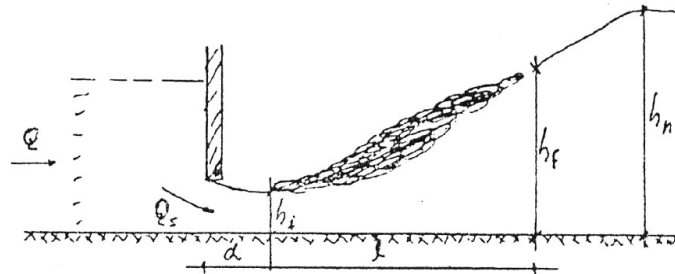


Figura 5.25. Resalto rechazado en un orificio bajo compuerta

Con respecto al resalto, diremos que es un fenómeno hidráulico de movimiento giratorio con una fuerte disipación de energía que se produce cuando existe un pasaje del régimen torrencial a río, pero será estudiado analíticamente más en detalle en las Unidades VI y VII.

Por lo general, al colocar una compuerta en una canalización ésta constituye una barrera produciéndose una disminución de la velocidad, además de originar una sobre elevación de la altura de agua aguas arriba de la misma.

Mientras la compuerta se encuentra cerrada la velocidad de llegada será prácticamente nula, de esta manera podemos sin inconvenientes trazar las redes de corrientes, e interpretar el comportamiento si se produce una apertura de la compuerta. La forma de la red de corriente de una compuerta puede observarse en la Figura 5.26.b, en la cual aparecen las dos familias de curvas correspondientes: las líneas de corriente y las perpendiculares a las líneas de corriente, así como también, el diagrama de presiones sobre la compuerta y en la sección transversal de la vena líquida.

En la Figura 5.26.a se ve la compuerta cerrada sometida a una presión hidrostática que varía linealmente con la profundidad del agua, en tanto que la diferencia con el diagrama de presiones de la Figura 5.26.b, nos expresa la energía cinética producto de la transformación de la energía de presión al iniciar el movimiento de paso por debajo de la compuerta.

En general, debido a lo explicado, el régimen con que se llega a la compuerta es de río, en tanto que por debajo de la compuerta se produce un torrente, y luego se volverá al régimen de río, con previa formación de un resalto, originado por el cambio de régimen aguas abajo de la compuerta.

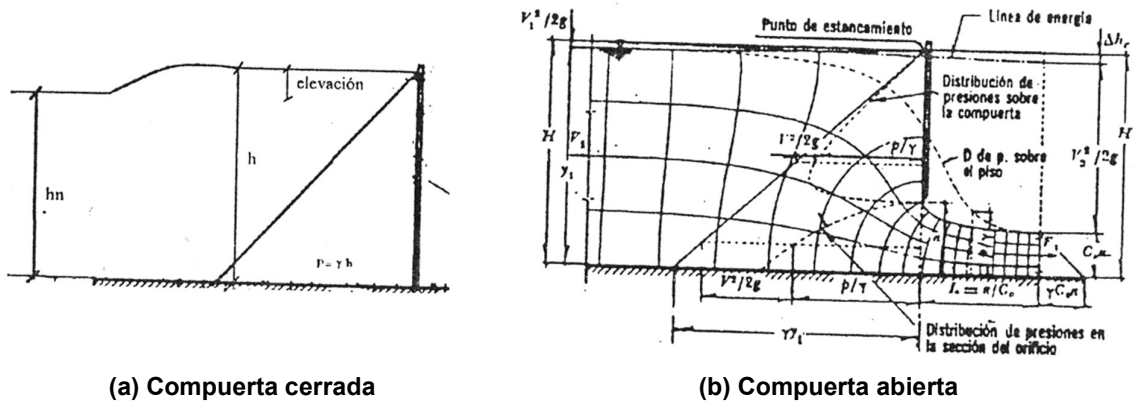


Figura 5.26

Compuerta con resalto al pie del orificio o rechazado

En el caso que la energía cinética del torrente que se produce en el orificio bajo compuerta sea mucho mayor que la energía del río aguas abajo del resalto, la velocidad de ese torrente empuja al resalto hacia aguas abajo originando un resalto rechazado, o sea, alejado del orificio de la compuerta y, por lo tanto, el orificio es libre, tal como puede verse en la Figura 5.27.

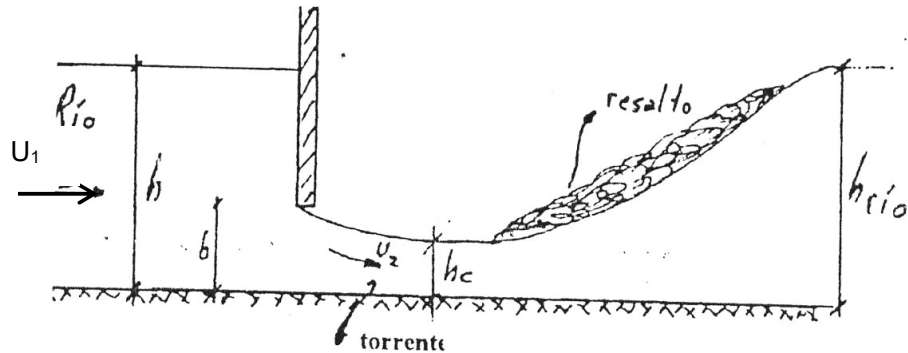


Figura 5.27. Resalto rechazado de un orificio bajo compuerta

A una distancia determinada desde el paramento de la compuerta hacia aguas abajo, hay una sección contraída, cuya altura de agua llamaremos "hc". Aplicando la ecuación de la continuidad el caudal que llega a la compuerta será igual al caudal que sale por el orificio. El caudal que llega es:

$$Q = U_1 \omega = cte$$

$$\omega = h \cdot 1 metro$$

$$Q = h U_1 1 metro$$

El caudal de salida por el orificio es:

$$Q_s = U_2 \omega_c$$

$$\omega_c = \mu \omega$$

$$Q_s = U_2 \mu \omega$$

$$\omega = h 1 metro$$

Igualando ambos caudales y despejando la velocidad aguas arriba:

$$h U_1 = \mu b U_2$$

$$U_1 = \frac{\mu b U_2}{h} \quad (5.17)$$

Si se realiza ahora el balance energético, aplicando Bernoulli, referido al fondo de la canalización, entre las dos mismas secciones transversales:

$$Bf_1 = h + \frac{U_1^2}{2g}$$

$$Bf_2 = \mu b + \frac{U_2^2}{2g}$$

Igualando las expresiones y despreciando la pérdida de carga entre ambas secciones transversales, $\Delta=0$:

$$Bf_1 = Bf_2$$

$$h + \frac{U_1^2}{2g} = \mu b + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$h - \mu b = \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g}$$

$$2g(h - \mu b) = U_2^2 - U_1^2$$

Reemplazando el valor de U_1 dado por la Ecuación 5.17:

$$2g(h - \mu b) = U_2^2 - \left(\frac{\mu b U_2}{h}\right)^2$$

$$2g(h - \mu b) = U_2^2 \left(1 - \left(\frac{\mu b}{h}\right)^2\right)$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{2g(h - \mu b)}{1 - \left(\frac{\mu b}{h}\right)^2}} = \sqrt{\frac{2g(h - \mu b)h^2}{h^2 - \mu^2 b^2}}$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{2g(h - \mu b)h^2}{(h - \mu b)(h + \mu b)}}$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{2gh^2}{(h + \mu b)}} = \sqrt{\frac{2gh}{(h + \mu b)}}$$

El caudal de salida se calcula así:

$$Q_s = U_2 \mu b$$

$$Q_s = \sqrt{\frac{2gh}{(h + \mu b)}} \mu b = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{\mu b}{h}}} \mu b$$

$$Q_s = \sqrt{\frac{2gh}{(h + \mu b)}} \mu b = b \times \mu \times \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\mu b}{h}}} \times \sqrt{2gh} \quad (5.18)$$

Recordando la Ecuación 5.9 y comparándola con la 5.18:

$$Q_s = b \times \mu \times \underbrace{\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\mu b}{h}}}}_m \times \sqrt{2gh} \quad (5.19)$$

La sección del orificio es el producto de la abertura del orificio por el ancho unitario, el coeficiente de gasto será:

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{h}}} \quad (5.20)$$

La Ecuación 5.20 nos da el coeficiente de gasto de una compuerta que produce un resalto al pie o rechazado, si aumenta b/h (levantando la compuerta), m disminuye, aunque se tenga en cuenta que aumenta la sección del orificio.

En general la variación de $m=f(b/h)$ puede observarse en la Figura 5.28.

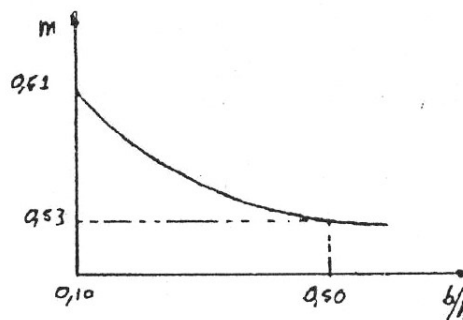


Figura 5.28. Coeficiente de gasto de una compuerta con resalto rechazado

Compuerta con resalto ahogado

En el caso que la energía cinética del torrente que se produce en el orificio bajo compuerta sea mayor que la energía del río aguas abajo del resalto, la velocidad de ese torrente nos es suficiente para empujar al resalto hacia aguas abajo, y el mismo se traslada hacia aguas arriba hasta llegar a la sección del orificio originando un resalto ahogado, o sea, ubicado sobre el orificio de la compuerta y por lo tanto, el orificio bajo compuerta está sumergido o ahogado, tal como puede verse en la Figura 5.29.

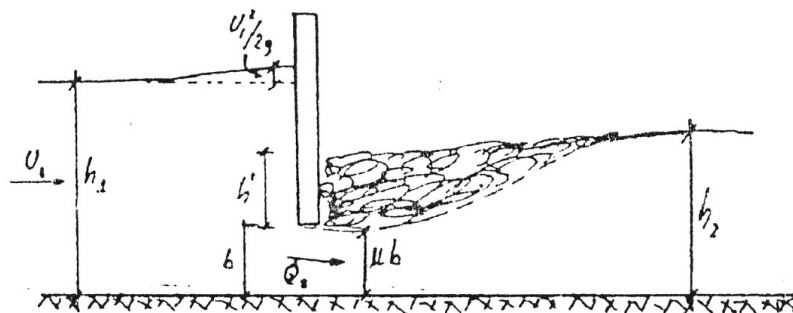


Figura 5.29. Resalto ahogado en orificio bajo compuerta

También se produce una sección contraída del flujo que participa del escurrimiento, pero existe sobre la vena pasante una presión hidrostática dada por la altura h' , que se produce por la presencia del resalto sobre la misma. Se aplica Teorema de Bernoulli en la sección 1 y en la sección contraída:

$$B_1 = h_1 + \frac{U_1^2}{2g}$$

$$B_2 = \underbrace{\mu b + h'}_{h_2} + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$B_2 = h_2 + \frac{U_2^2}{2g}$$

Igualando las expresiones de energía y despreciando la pérdida de carga entre ambas secciones, nos queda:

$$B_1 = B_2$$

$$h_1 - h_2 = \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g}$$

Reemplazando el valor de U_1 obtenido en la Ecuación 5.17, y llamando $h_1 - h_2 = \Delta H$:

$$2g \Delta H = U_2^2 \left(1 - \frac{\mu^2 b^2}{h^2} \right)$$

Despejando U_2 :

$$U_2 = \sqrt{\frac{2g \Delta H}{\left(1 - \frac{\mu^2 b^2}{h^2} \right)}} \quad (5.21)$$

Recordando que el caudal de salida se calcula multiplicando la velocidad por la sección transversal:

$$Q_s = \omega_c U_2 = \mu b U_2$$

$$Q_s = \mu \times b \times \sqrt{\frac{2 \times g \times \Delta H}{\left(1 - \frac{\mu^2 b^2}{h^2} \right)}}$$

$$Q_s = b \times \underbrace{\mu \times \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{\mu^2 b^2}{h^2} \right)}}}_m \times \sqrt{2 \times g \times \Delta H} \quad (5.22)$$

Entonces el coeficiente de gasto será:

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{1 - \frac{\mu^2 b^2}{h^2}}} \quad (5.23)$$

La Ecuación 5.23 nos da el coeficiente de gasto de una compuerta que produce un resalto ahogado. Si aumentamos el valor de b también crece el valor de m , distinto del caso del resalto al pie o rechazado.

Por ejemplo, cuando:

$$b/h = 0,5 \rightarrow m = 0,65$$

$$b/h = 0,1 \rightarrow m = 0,61$$

Cabe aclarar que en cualquiera de los dos casos $\mu = 0,61$.

Condiciones a verificar para resalto rechazado

La altura normal es aquel tirante de agua que se produce en el escurrimiento permanente uniforme para determinadas circunstancias hidráulicas: pendiente de fondo, radio hidráulico, rugosidad, caudal.

El resalto es una variación de la sección transversal, con movimiento de rolido horizontal, enorme turbulencia y de gran disipación de energía. El cual produce cuando existe pasaje de régimen de torrente a río. Dependerá de la potencia del torrente para rechazar o no al resalto aguas abajo de la compuerta. En definitiva, la ubicación y características del resalto dependerán de las condiciones de aguas arriba y de aguas abajo.

Ya se ha dicho que el coeficiente de gasto es $m = \varphi \times \mu$, pero en la sección contraída, debido a la rápida aceleración de las partículas el coeficiente de velocidad $\varphi = 1$, y por lo tanto, $m = \mu$.

Se estudia esta particularidad aplicando el segundo principio de la mecánica entre la sección contraída y la sección aguas abajo del resalto de la compuerta. Se establece que la fuerza que origina el movimiento es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración de la misma, y además la aceleración es la variación de la velocidad de dicha masa en el tiempo. También se puede interpretar al segundo miembro como el producto de la masa en la unidad de tiempo por la variación de la velocidad:

$$F = \frac{m}{\Delta t} \Delta u \quad (5.24)$$

A continuación, un esquema de la situación:

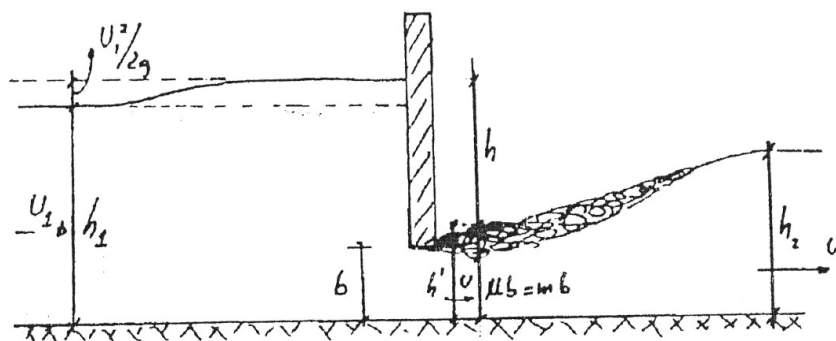


Figura 5.30. Resalto aguas debajo del orificio bajo compuerta

El producto de la densidad por el caudal ($\delta \times Q$) será la masa en la unidad de tiempo, y la variación de la velocidad entre las secciones de la compuerta, se puede obtener el producto de la masa por la aceleración.

$$\frac{m}{\Delta t} = \delta Q \quad \Delta u = U_2 - U_1$$

Como fuerzas actuantes tanto en la sección contraída, como en la sección del resalto, aparece el empuje hidrostático en las mismas, ya que es válida la ley hidrostática, y por lo tanto se puede calcular ambos empujes integrando el diagrama lineal de presiones:

$$E_c = \frac{\gamma h^2}{2} \text{ metro}$$

$$E_2 = \frac{\gamma h_2^2}{2} \text{ metro}$$

La fuerza resultante será la diferencia entre ambos valores, ya que E_c tiene sentido positivo (igual al sentido de circulación del agua), y E_2 tiene sentido negativo (contrario al de circulación del agua).

$$F = \left(\frac{\gamma h^2}{2} - \frac{\gamma h_2^2}{2} \right) \text{ metro}$$

Reemplazando primer y segundo miembro en el segundo principio de la mecánica, se obtiene:

$$\left(\frac{\gamma h^2}{2} - \frac{\gamma h_2^2}{2} \right) = \delta Q(U_2 - U)$$

Siendo $q=Q/\text{ancho}$ (unitario).

$$\left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} \right) \delta \times g = \frac{1}{g} q(U_2 - U)$$

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q(U_2 - U)$$

Considerando aplicable la ecuación de la continuidad en cada sección se puede expresar cada velocidad media en función del caudal y de la altura de agua en cada una.

$$U_2 = \frac{q}{h_2}$$

$$U = \frac{q}{\mu b}$$

Reemplazando dichas velocidades:

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q \left(\frac{q}{h_2} - \frac{q}{\mu b} \right)$$

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q^2 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{\mu b} \right)$$

$$q^2 = \frac{(h^2 - h_2^2)g}{2 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{\mu b} \right)}$$

Operando matemáticamente, se obtiene:

$$q^2 = \frac{(h_1^2 - h_2^2)g}{2\left(\frac{\mu b - h_2}{\mu b h_2}\right)}$$

$$q^2 = \frac{\mu b h_2 (h_1^2 - h_2^2)g}{2(\mu b - h_2)} \quad (5.25)$$

Recordando la Ecuación 5.9:

$$Q = \mu b \times 1m \times \sqrt{2g h}$$

$$\frac{Q}{1m} = q = \mu b \sqrt{2g h}$$

$$q^2 = \mu^2 b^2 2g h \quad (5.26)$$

Igualando la Ecuaciones 5.25 y 5.26, y operando matemáticamente para despejar el valor de la carga hidráulica "h" del orificio bajo compuerta, resulta:

$$\mu^2 b^2 2g h = \frac{\mu b h_2 (h_1^2 - h_2^2)g}{2(\mu b - h_2)}$$

$$h^2 - h_2^2 = 4\mu b (\mu b - h_2) \frac{h}{h_2}$$

$$h = \frac{h_1^2 - h_2^2}{(\mu b - h_2)} \frac{h_2}{4\mu b} \quad (5.27)$$

Del análisis del comportamiento del valor de "h" de la Ecuación 5.27 podemos entonces concluir qué tipo de resalto se produce en un orificio bajo compuerta.

Si se analiza un resalto rechazado, y observando la Figura 5.31, podemos concluir que $h' = \mu \times b$. En la Figura 5.31.a, en el orificio bajo compuerta de la Canaleta Experimental del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, puede observarse la vena descubierta y la formación del resalto rechazado.

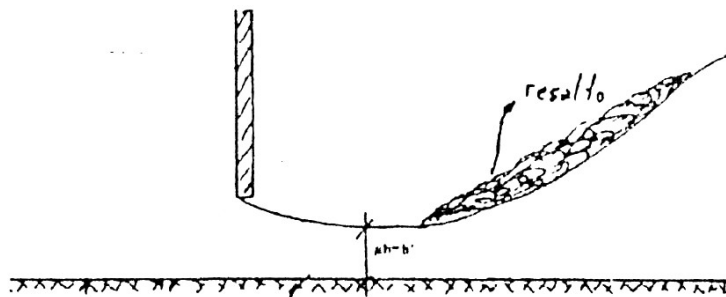


Figura 5.31. Resalto rechazado en el orificio bajo compuerta

La sección contraída del orificio bajo compuerta coincide con la altura inicial del resalto, y no hay turbulencia por encima de la misma, toda la sección participa del movimiento y produce variación de la cantidad de movimiento.



Figura 5.31.a. Caso de orificio bajo compuerta que posee una configuración especial: una rampa de entrada y salida, de manera tal de conseguir un resalto rechazado y cercano a la rampa de salida

Si se reemplaza en la Ecuación 5.27, se obtiene:

$$h = \frac{\mu^2 b^2 - h_2^2}{(\mu b - h_2)} \frac{h_2}{4\mu b}$$

$$h = \frac{(\mu b - h_2)(\mu b + h_2)}{(\mu b - h_2)} \frac{h_2}{4\mu b}$$

$$h = h_2 \frac{(\mu b + h_2)}{4\mu b} \quad (5.28)$$

La Ecuación 5.28 representa la Condición de resalto rechazado, y por lo tanto la ecuación de gasto es la Ecuación 5.19, para orificio bajo compuerta libre y resalto rechazado.

Observando la Figura 5.30, se ve que si:

- ✓ $h > \mu b$ el resalto está ahogado, y por lo tanto, parte del resalto se encuentra sobre la sección contraída, la ecuación de gasto es la Ecuación 5.22.
- ✓ $h \leq \mu b$ el resalto es rechazado o al pie del orificio, y la ecuación de gasto que se usa es la Ecuación 5.19.

Verificación del tipo de resalto a través del segundo principio de la mecánica

Teniendo en cuenta la ecuación que proviene de aplicar el segundo principio de la mecánica a la porción de corriente que cambia su cantidad de movimiento, en este caso la expansión de la vena líquida, llamada RESALTO HIDRÁULICO, que es una onda estacionaria en un MPV:

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q(U_2 - U) \quad (5.29)$$

Se reemplazan las velocidades aplicando la ecuación de la continuidad con un caudal por unidad de ancho "q", ya que es un Movimiento Permanente:

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q \left(\frac{q}{h_2} - \frac{q}{h'} \right)$$

Teniendo en cuenta que la sección transversal de la canalización es rectangular, puede observarse que el caudal por unidad de ancho "q" elevado al cuadrado y dividido la aceleración de la gravedad, se puede relacionar con la altura crítica de la misma sección transversal:

$$h_c^3 = \frac{q^2}{g}$$

Por lo que, llevado a la ecuación anterior:

$$h^2 - h_2^2 = \frac{2}{g} q^2 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h'} \right) = 2h_c^3 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h'} \right)$$

$$h^2 - h_2^2 = 2h_c^3 \left(\frac{h' - h_2}{h_2 h'} \right)$$

Por diferencia de cuadrados:

$$(h' - h_2) \cdot (h' + h_2) = 2h_c^3 \left(\frac{h' - h_2}{h_2 h'} \right)$$

Simplificando el binomio correspondiente:

$$(h' + h_2) = 2h_c^3 \left(\frac{1}{h_2 h'} \right)$$

$$(h' + h_2) \cdot h_2 h' = 2h_c^3$$

$$h_2^2 \cdot h' + h_2 h'^2 = 2h_c^3$$

$$\frac{h_2^2 \cdot h'}{h_c^3} + \frac{h_2 h'^2}{h_c^3} = 2$$

Introduciendo los conceptos paramétricos adimensionales de las alturas de agua en relación a la altura crítica, es decir el cociente de la altura respecto de la altura crítica, que se denomina X_i , y, considerando que h' corresponde a la altura inicial del resalto, h_i , y, h_2 corresponde a la altura final del resalto, la que se denomina su altura conjugada, h_f :

$$X_f = \frac{h_f}{h_c}, X_i = \frac{h_i}{h_c}$$

$$2 \cdot h_c^3 = h_i^2 \cdot h_f + h_f^2 \cdot h_i$$

$$2 = \frac{h_i^2 \cdot h_f}{h_c^3} + \frac{h_f^2 \cdot h_i}{h_c^3} = X_i^2 \cdot X_f + X_f^2 \cdot X_i$$

$$X_i^2 \cdot X_f + X_f^2 \cdot X_i - 2 = 0 \quad (5.30)$$

La Ecuación 5.30 es una ecuación de segundo grado, en la cual puede ser incógnita tanto X_i como X_f . Conocida una se calcula la otra a través de dicha ecuación. Las dos soluciones obtenidas de esta ecuación de segundo grado corresponden a la altura inicial y a la altura final del resalto. Por eso se dice que ambas son biunívocas, porque conocida una la otra se calcula con la ecuación de segundo grado y entre las soluciones se encuentra la altura que sirvió de dato.

Si se aplica la solución de la ecuación cuadrática nos queda, si la incógnita es X_i :

$$X_i^2 \cdot X_f + X_f^2 \cdot X_i - 2 = 0$$
$$X_i = -\frac{X_f}{2} \pm \sqrt{\frac{X_f^2}{4} + \frac{2}{X_f}} \quad (5.31)$$

De la Ecuación 5.31 se obtienen dos soluciones, una de ellas es el dato X_f y la otra la incógnita buscada X_i .

Si la incógnita es X_f la solución de la ecuación cuadrática es la siguiente:

$$X_i^2 \cdot X_f + X_f^2 \cdot X_i - 2 = 0$$
$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \quad (5.32)$$

De la Ecuación 5.32 se obtienen dos soluciones, una de ellas es el dato X_i y la otra la incógnita buscada X_f .

Verificación del resalto elegido como hipótesis de partida

Aguas abajo de la compuerta, existe un determinado régimen de río, con una determinada carga hidráulica, h_2 . Deberá compararse este calado con el calado conjugado mayor del resalto, h_f .

Resalto Rechazado: la altura final conjugada h_f es mayor que el calado de la canalización, h_2 , por lo que el resalto se trasladará aguas abajo hasta que h_f se iguale con h_2 . Esto implica que la energía final del resalto es mayor que la de la canalización, por lo que el resalto llegará aguas abajo hasta igualar la energía del régimen de río. De esta manera, podrá medirse la altura aguas arriba, conociendo la apertura de la compuerta, podrá calcularse el caudal de erogación, mediante la ecuación correspondiente. Este es un método de aforo habitual, sencillo y muy directo. Asimismo, los aforos con compuertas son más seguros también, debido a que en los edificios de compuertas se cuenta con protección antivandálica, con vigilancia y se encuentran cerca de los operadores de las obras de derivación.

Resalto ahogado: la altura final conjugada h_f , será menor que la de la canalización, h_2 , por lo que el resalto quedará por debajo del nivel de aguas abajo. El efecto superficial es una turbulencia importante, que es muy difícil de medir, por lo que se hace necesario colocar una estructura de aforo aguas abajo. Este efecto puede observarse en las filmaciones mostradas en clase y que se encuentran en el sitio web de la cátedra.

2.8 Aforos con compuertas

Para que pueda observarse las ventajas de la metodología de aforo con compuertas, se ejemplifican las obras de derivación en el Dique Cipolletti, ubicado en el Departamento de Luján de Cuyo, y en el Dique Valle de Uco, ubicado en el Departamento de San Carlos.

Aforos en el Dique Cipolletti

El llamado "dique" Cipolletti, no implica una obra construida para la acumulación de agua, sino que es una obra de derivación que concentra los caudales sobre la margen izquierda, tal como puede observarse en la Figura 5.32. En la margen izquierda se concentran las obras para el acondicionamiento del agua, mediante un desripador y un desarenador, de manera que el material que pueda sedimentar, no entre al sistema de distribución de caudales. Para poder realizar un primer control de los caudales que ingresan al sistema, el complejo cuenta con un edificio de compuertas que permite el ingreso del agua al canal Gran Matriz y al Canal Matriz Margen Derecha.



Figura 5.32. Vista aérea del DiqueCipolletti

En las figuras siguientes puede observarse el edificio de compuertas que cuenta con cuatro para el Canal Gran Matriz y una compuerta (Figura 5.33), sobre la margen derecha de la dársena de aproximación, donde se aquietta el agua para el ingreso a los canales. Sobre la margen izquierda se encuentra una escala (Figura 5.34) en la que puede medirse la carga sobre el fondo de la dársena, a fin de poder contar con la carga hidráulica aguas arriba, para poder calcular el caudal que eroga cada compuerta, según la Ecuación 5.19, si el resalto es rechazado, como se observa en las Figuras 5.38, 5.39, 5.41, 5.42 y 5.43. Conociendo la apertura de cada compuerta y la carga aguas arriba, a través de la mencionada ecuación, puede calcularse el caudal que eroga cada una.



Figura 5.33. Vista aguas arriba compuertas de riego del Dique Cipolletti



Figura 5.34. Escala Limnimétrica en el Dique Cipolletti



Figura 5.35. Vista desde aguas abajo de las compuertas de riego del Dique Cipolletti



Figura 5.36. Vista desde aguas abajo de las compuertas de riego del Dique Cipolletti (vacío)

El calado o carga hidráulica que existe aguas arriba de las compuertas, se mide mediante una escala, Figura 5.34, o, como ocurre en el caso particular del Dique Cipolletti, existen dos sensores. Se encuentran la escala limnimétrica, como la ya mostrada y, un sensor de nivel, conectado con la central de accionamiento a distancia, en la cual se reciben los datos de todas las obras de derivación, tanto de nivel de carga aguas arriba, como así también la apertura dada a cada compuerta. Mediante un software adecuado, desde la central de Cipolletti, se pueden telecomandar las compuertas del Canal Gran Matriz, del Canal Matriz Margen Derecha y del Gran Comparto (Canal Caci que Guaymallén y Canal San Martín)

En la Figura 5.37 se observa, desde la margen derecha, la compuerta de derivación del Canal Matriz Margen Derecha, perpendicular a la dirección del Edificio Principal. Aguas abajo de esta compuerta se encuentra el desarenador y embocadura del túnel del sifón que cruza el lecho del Río Mendoza y surge al sur, en su margen derecha. En ese sitio se encuentra un aforador, también telecomandado, que le indica a los operadores el caudal suministrado a la zona de riego de Luján sur. Esta metodología de concentrar las obras de derivación sobre una sola margen del río, es la más adecuada, ya que concentra en una sola sección todos los caudales. Estas acciones contribuyen a una mejor operación y gestión de las obras, demandando una inversión anual en operación y mantenimiento mucho menor y más eficiente.



Figura 5.37. Vista desde la margen derecha aguas arriba de la compuerta de derivación del Canal Matriz margen derecha del Dique Cipolletti

Debido a que el canal aguas abajo posee una pendiente topográfica importante, las condiciones aguas abajo serán siempre tales, que el resalto resultará rechazado en el rango de los caudales de diseño del Canal Gran Matriz. Este importante canal tiene en su cauce, intercalada la Central General San Martín, con una potencia instalada de 7 MW. Aguas abajo de la restitución de la central, se encuentra el segundo edificio de compuertas, llamado Gran Comparto, del cual nacen el Canal Caci que Guaymallén y el Canal San Martín, los que irrigan a casi 150.000 hectáreas empadronadas, divididas en seis zonas de riego, desde Luján hasta San Martín y Lavalle (fuente: Departamento General de Irrigación).

En las Figuras 5.38, 5.39, 5.41 y 5.42 puede observarse distintas situaciones de resaltos rechazados alejados de las compuertas. Cada compuerta puede erogar hasta 20 m³/s.



Figura 5.38. Vista desde aguas abajo de las compuertas de riego del Dique Cipolletti, resalto rechazado



Figura 5.39. Resalto rechazado en el canal de derivación de riego del Dique Cipolletti

En la Figura 5.40 puede observarse al Edificio de Compuertas durante la “Época de Corta”, de 60 días anuales durante los cuales se realiza el mantenimiento de toda la red hídrica de la Provincia, aprovechando los meses de junio y julio, en que la demanda agrícola es mínima. Sobre la margen izquierda, puede observarse la escala que mide el calado aguas arriba, a fin de calcular, junto a la apertura de cada compuerta, el caudal de erogación, mediante la Ecuación 5.19.



Figura 5.40. Vista desde aguas arriba y desde margen derecha de las compuertas de riego del Dique Cipolletti, con indicación de la escala limnimétrica



Figura 5.41. Resalto rechazado en las compuertas de riego del Dique Cipolletti, año 2015



Figura 5.42. Vista desde arriba del resalto rechazado en las compuertas de riego del Dique Cipolletti (2016)

En la Figura 5.43 puede observarse un detalle del umbral de la compuerta desde aguas abajo, donde se puede ver con toda nitidez el efecto de la contracción de la vena líquida a la salida del orificio. Esto es posible porque el Río Mendoza posee un Dique de Regulación y Laminación de Crecidas aguas arriba del Dique Cipolletti, el Dique Potrerillos, de 450 hm³ de capacidad. En este reservorio se sedimenta todo el material de arrastre y toda la turbidez que aporta en suspensión, por esta razón es que el sistema de riego tiene agua clara, tal como la imagen de la Figura 5.43.



Figura 5.43. Vista de la sección contraída de salida del orificio bajo compuerta en el Dique Cipolletti (2016)

El escurrimiento que puede verse a través de los costados de las compuertas en las Figuras 5.38 y 5.41, se debe a defectos en el sistema de estanqueidad de las compuertas, que debe ser reparado, durante la época de invierno.

Aforos en el Dique Valle de Uco

El río Tunuyán es el segundo río de la Hidrografía de Mendoza, si enumeran de norte a sur. Sus aguas abastecen al Oasis Centro o del Valle de Uco y, mediante la acción reguladora del Dique El Carrizal, al sector este del Oasis Norte, desde el Departamento de San Martín hasta La Paz.

La primera obra de derivación ubicada en el río Tunuyán es el llamado Dique Valle de Uco, cuyas imágenes se aprecian en las Figuras 5.44 y 5.45. Las obras de acondicionamiento se encuentran sobre la margen izquierda. La primera de ellas es el vertedero cuyo efecto es, disminuyendo la velocidad del agua y, por lo tanto, su capacidad de transporte, la sedimentación del material más grueso en el propio cauce del río.



Figura 5.44. Vista aérea del Dique Valle de Uco



Figura 5.45. Vista general del Dique Valle de Uco

En la Figura 5.45 se observa la segunda obra de acondicionamiento, el Desripiador. Esta obra está compuesta por cuatro cámaras y cuatro compuertas. Su objetivo es abatir el material de tamaño mayor a las dos pulgadas, dejando pasar, solamente el material fino en suspensión. El efecto es disminuir aún más la velocidad de escurrimiento para favorecer la sedimentación de la mayor cantidad de material de arrastre posible. La limpieza de las cámaras sedimentadoras se efectúa mediante la acción de la carga hidráulica y la apertura de una compuerta del desripiador por vez. El río Tunuyán no posee ninguna obra de regulación aguas arriba, razón por la cual, la operación de la derivación debe realizarse con sumo cuidado y profesionalidad. La formación de los operadores de diques de derivación se transforma en una actividad de vital importancia para la vida útil y optimización del sistema, tanto ingenieros como personal técnico.

La operación y mantenimiento de todos los Diques Derivadores de la Provincia son jurisdicción del Departamento General de Irrigación, organismo de Ley y Constitucional, que es responsable por la gestión y distribución del agua superficial y subterránea en todo el territorio y suelo provincial.

La sección de control está compuesta por un edificio con dos compuertas, que funcionan con un sistema de motorización con un generador eléctrico como reserva por si hubiera un corte de energía durante una emergencia. En las Figuras 5.46 y 5.47 puede observarse el funcionamiento con un resalto rechazado, el cual puede verse descubierto y la lámina descubierta en la Figura 5.47. La estructura resistente de las compuertas está compuesta por perfiles transversales, distribuidos de acuerdo al criterio de igual empuje, tal como se vio en la Unidad Uno, Compuertas Planas, Figuras 5.47 a 5.49.



Figura 5.46. Sección de control del Dique Valle de Uco



Figura 5.47. Resalto rechazado en compuerta del Dique Valle de Uco



Figura 5.48. Sección de control del Dique Valle de Uco sin agua

La estructura de la conducción puede observarse en las Figuras 5.48 a 5.50. Debido a que las obras de acondicionamiento se encuentran muy cercanas a la sección de control, y las pendientes topográficas son importantes, las velocidades son elevadas, por lo que se hace necesario evitar el ingreso de la mayor cantidad de material. Para lograr este cometido, existe un escalón de fondo aguas arriba de la obra de control. Frente a cada compuerta existe una compuerta de fondo en su margen izquierda, como puede observarse en la Figura 5.50, de manera de poder eliminar, mediante un flujo constante, el arrastre de fondo, principalmente de arena que puede trasponer el desripiador.

Aguas abajo de las obras de acondicionamiento, existe una obra de aforo, que posee una doble medición, una con escala limnimétrica y un sensor ultrasónico de medición, que comunica los caudales al sistema telemétrico del Dique y de la Subdelegación del río Tunuyán Superior.



Figura 5.49. Vista desde aguas abajo de la compuerta de la sección de control del Dique Valle de Uco



Figura 5.50. Compuerta de limpieza del material depositado en el Dique Valle de Uco

Para el caso que la geomorfología obligue al sistema a la utilización de pendientes bajas para su sistema de distribución, la metodología para el control de caudales mediante compuertas, se complica con resaltos ahogados, tales como los visualizados en las Figuras 5.51 y 5.53. El resalto ahogado se manifiesta en la superficie con una alta turbulencia que impide una lectura segura de la carga aguas abajo y poder aplicar la Ecuación 5.22. Para poder efectuar el aforo de los caudales se debe acudir a otra estructura adicional, interpuesta aguas abajo, como por ejemplo un Vertedero en Pared Gruesa (Unidad 7) tal como puede observarse en la Figura 5.52 y la medición de la carga hidráulica mediante una escala limnimétrica, Figura 5.54, donde el eje hidráulico se encuentra mucho más estabilizado.

Para el caso de la Figura 5.53, orificio bajo compuerta en la sección de control del Canal Matriz Margen Derecha en el Dique Cipolletti, se encuentra siempre en condiciones de carga hidráulica sobre el resalto, debido a que aguas abajo se encuentra el desarenador a 80 metros. El régimen

de esta estructura debe ser muy lento y con mucha carga hidráulica y velocidades muy bajas. Para solucionar esta eventualidad, se cuenta con una segunda estructura que afora aguas abajo y permite regular la entrada de caudales al desarenador y al canal. Esta sección cuenta con un sensor ultrasónico y limnimétrico. La señal es transmitida a la central de comando, para que maniobre la compuerta y se ajusten las dotaciones de riego de acuerdo a la programación de entregas.



Figura 5.51. Resalto ahogado (nótese el color del agua debido al material en suspensión)



Figura 5.52. Vertedero y regla limnimétrica para medición de caudales

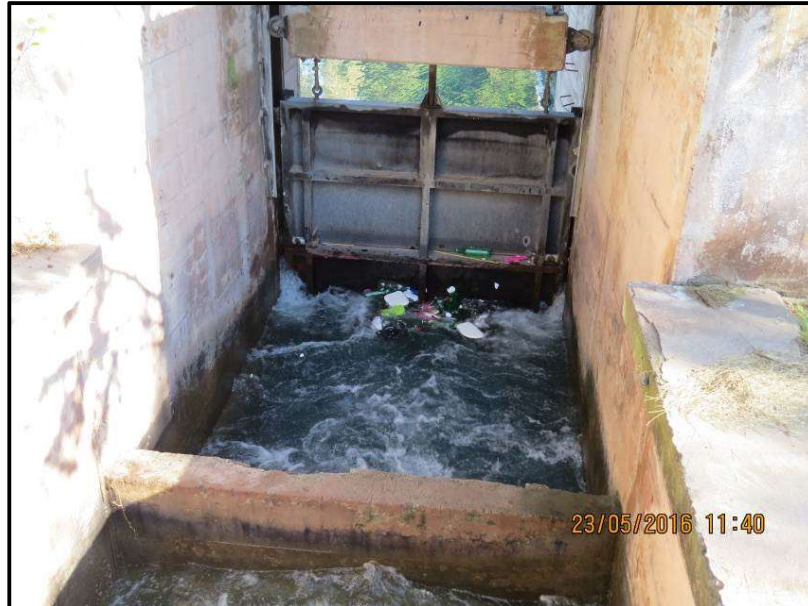


Figura 5.53. Resalto ahogado



Figura 5.54. Escala limnimétrica

2.9 Vaciamiento de un depósito

La singularidad orificio también tiene gran aplicación en el fenómeno del vaciamiento de un depósito. Supongamos un depósito de sección cualquiera al cual ingresa un caudal Q_e y egresa por el orificio de fondo un caudal Q_s , tal como se esquematiza en la Figura 5.55.

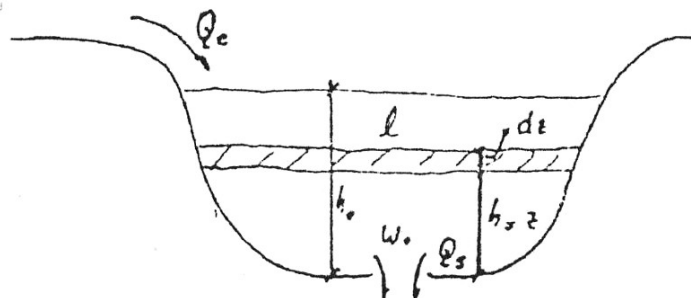


Figura 5.55. Vaciamiento de un depósito

Se propone determinar la expresión que brinde el tiempo de vaciado en función del caudal de ingreso y el caudal de salida.

Se llama "h₀" a la carga hidráulica inicial y "h" a la carga hidráulica genérica en un tiempo t. El caudal de salida queda expresado por la Ecuación 5.9:

$$Q_s = m \omega_o \sqrt{2g h} \quad (5.9)$$

Siendo ω_o la sección del orificio, y "h" la carga hidráulica sobre el orificio, la que ahora será una variable, a medida que el depósito se vacía dicha carga disminuye, y por lo que se transforma en una variable:

$$Q_s = m \omega_o \sqrt{2g z}$$

En un dt el volumen de salida será:

$$dV_s = Q_s dt$$

$$dV_s = m \omega_o \sqrt{2g z} dt$$

Y si el caudal de entrada es nulo, $Q_e=0$, se habrá producido un descenso de altura de agua en el depósito, y el volumen del mismo habrá disminuido, este volumen será:

$$dV_d = \omega(z) dz$$

Siendo $\omega(z)$ la sección transversal del depósito, variable con la altura de agua.

Al considerar el caudal de entrada nulo es obvio que el volumen egresado por el orificio es igual a la variación de volumen en el depósito, por lo tanto, se igualan ambos volúmenes:

$$\omega(z) dz = m \omega_o \sqrt{2g z} dt$$

La ecuación diferencial anterior, de variables separables, debe cumplir con las condiciones de contorno para que puedan reflejar la realidad. Esto significa que la magnitud tiempo aumenta, mientras la magnitud altura disminuye. La variabilidad opuesta, debe reflejarse en los diferenciales de ambas magnitudes a través de un signo menos en el "dz":

$$\omega(z)(-dz) = m \omega_o \sqrt{2g z} dt$$

$$dt = - \frac{\omega(z) dz}{m \omega_o \sqrt{2g z}}$$

Para integrar esta expresión se deben resolver varias incógnitas:

- ✓ m: no varía, salvo al final cuando la carga es muy pequeña.
- ✓ ω_o : sección del orificio constante y fácil de determinar.
- ✓ $\omega(z)$: sección transversal del depósito en función de z, no obstante, si no fuera constante, se puede integrar en la altura z.

Los límites de integración serán:

- ✓ Para $z=h_0$ (carga inicial sobre el orificio en el depósito) $\rightarrow t=0$
- ✓ Para $z=h$ (carga final sobre el orificio en el depósito) $\rightarrow t=T$

Entonces:

$$\int_0^T dt = - \int_{h_0}^h \frac{\omega(z)}{m \omega_o \sqrt{2g}} \frac{dz}{\sqrt{z}} = - \int_{h_0}^h \frac{\omega(z)}{m \omega_o \sqrt{2g}} z^{-1/2} dz$$

$$T = - \frac{1}{m \omega_o \sqrt{2g}} \int_{h_0}^h \omega(z) z^{-1/2} dz$$

Considerando el signo negativo del segundo miembro, se pueden invertir los límites de integración por lo que la expresión será:

$$T = \frac{1}{m \omega_o \sqrt{2g}} \int_h^{h_0} \omega(z) z^{-1/2} dz \quad (5.33)$$

La Ecuación 5.33 permite obtener el tiempo de vaciado de un depósito de forma cualquiera, si no hay una definición analítica sencilla de ω en función de h , se procederá al cálculo exacto o aproximado de diferentes valores de $\omega(z) z^{1/2}$ y mediante, por ejemplo, de diferencias finitas se puede obtener el valor de la integral arriba indicada.

Si se considera un depósito prismático rectangular, su sección será constante, entonces:

$$\omega(z) = \omega = cte$$

$$T = \frac{\omega}{m \omega_o \sqrt{2g}} \int_h^{h_0} z^{-1/2} dz$$

$$T = \frac{\omega}{m \omega_o \sqrt{2g}} 2z^{1/2} \Big|_h^{h_0}$$

$$T = \frac{2\omega}{m \omega_o \sqrt{2g}} (h_0^{1/2} - h^{1/2}) \quad (5.34)$$

La Ecuación 5.34 permite calcular el tiempo de vaciado de un depósito prismático rectangular entre dos cargas hidráulicas conocidas.

Si se realiza el análisis dimensional de la ecuación anterior se obtiene:

$$[T] = \frac{[L^2] [L^{1/2}]}{[L^2] \left[\left(\frac{L}{T^2} \right)^{1/2} \right]} = \frac{[L^{1/2}]}{\left[\frac{L^{1/2}}{T} \right]} = [T]$$

Vaciado de depósitos comunicados entre sí

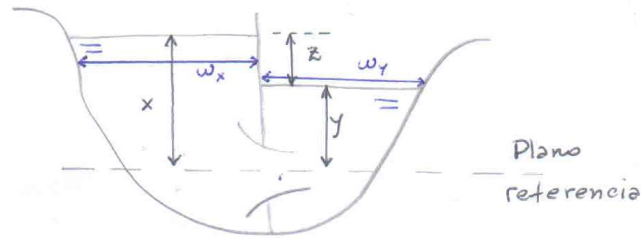


Figura 5.56. Vaciado de depósitos comunicados entre sí

Se busca una expresión que calcule el tiempo de vaciado en el caso de tener depósitos comunicados entre sí con un orificio que se comporta como sumergido.

Se adopta un plano de referencia que pasa por el baricentro del orificio, y denominando a la carga hidráulica aguas arriba del orificio con la letra x , la carga hidráulica aguas abajo del orificio con la letra y , y con la letra z la carga hidráulica sobre el orificio sumergido, se cumple que:

$$x = y + z$$

Diferenciando

$$dx = dy + dz$$

El caudal de salida por un orificio se calcula como:

$$Q_s = m \times \omega_o \sqrt{2gz}$$

Siendo:

- ✓ ω_o la sección del orificio
- ✓ m el coeficiente de gasto del orificio
- ✓ z la carga sobre el orificio que es variable.

La disminución de volumen en el depósito aguas arriba del depósito es igual al caudal de fluye a través del orificio en un cierto tiempo, entonces:

$$-\omega_x dx = m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt$$

$$dx = -\frac{1}{\omega_x} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt \quad (5.35)$$

El signo negativo indica que el nivel de agua en el depósito de la izquierda disminuye, mientras el tiempo aumenta, o sea, el dx tiene signo contrario al dt .

El aumento en el volumen en el depósito de la derecha es igual al volumen de salida del orificio, o sea, el caudal que fluye por el orificio en un cierto tiempo.

$$\omega_y dy = m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt$$

$$dy = \frac{1}{\omega_y} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt \quad (5.36)$$

Sustituyendo (5.35) y (5.36) en la relación geométrica $dx = dy + dz$

$$-\frac{1}{\omega_x} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt = \frac{1}{\omega_y} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt + dz$$

Despejando dz :

$$dz = -\frac{1}{\omega_x} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt - \frac{1}{\omega_y} m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt$$

$$dz = -m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt \left(\frac{1}{\omega_x} + \frac{1}{\omega_y} \right)$$

$$dz = -m \times \omega_o \sqrt{2gz} dt \left(\frac{\omega_y + \omega_x}{\omega_x \omega_y} \right)$$

Despejando ahora dt:

$$dt = -\frac{\omega_x \omega_y}{m \times \omega_o \sqrt{2g} (\omega_y + \omega_x)} (z)^{-1/2} dz$$

Integrando el tiempo entre 0 y el tiempo T, que se quiere calcular, y la variable z entre los límites de variación de la carga hidráulica del orificio sumergido:

$$\int_0^T dt = -\int_{h_1}^{h_2} \frac{\omega_x \omega_y}{m \times \omega_o \sqrt{2g} (\omega_y + \omega_x)} (z)^{-1/2} dz$$

Siendo h_1 el desnivel entre el depósito 1 y 2 para el tiempo inicial ($t = 0$) y h_2 el desnivel entre los mismos depósitos para el tiempo T.

Resolviendo:

$$T = -\int_{h_1}^{h_2} \frac{\omega_x \omega_y}{m \times \omega_o \sqrt{2g} (\omega_y + \omega_x)} (z)^{-1/2} dz$$

Si las secciones de los depósitos son constantes.

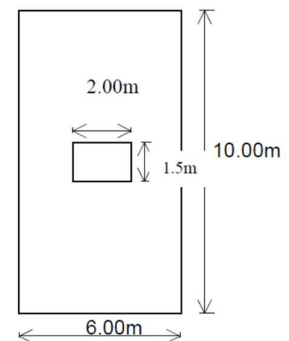
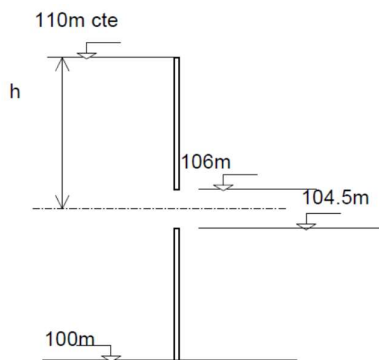
$$T = -\frac{\omega_x \omega_y}{m \times \omega_o \sqrt{2g} (\omega_y + \omega_x)} \int_{h_1}^{h_2} (z)^{-1/2} dz \quad (5.37)$$

La Expresión 5.37 permite encontrar el tiempo en el caso de dos depósitos prismáticos comunicados entre sí con un orificio sumergido.

2.10 Ejercitación sobre orificios en pared delgada

Ejercicio 5.1

Calcular el caudal que eroga un orificio delgado de sección rectangular, ubicado a media altura sobre una pared vertical de un depósito y que desagua en otro depósito. La carga hidráulica sobre el primer depósito se mantiene constante. Considerar las alternativas de velocidad de llegada nula y velocidad de llegada de 2 m/s. La variación de carga hidráulica del segundo depósito es: 0; 107m y 105m.



Se verifican las condiciones de orificio perfecto.

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared delgada	(e<r) Se cumple por enunciado
2	Contracción completa y perfecta	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$ $\omega_p = 6m \times 5,5m = 33m^2$ $\omega_o = 2m \times 1,5m = 3m^2$ $\frac{33 - 3}{3} = 10$ La contracción completa se cumple porque el orificio está rodeado de pared. La contracción perfecta se cumple por la igualdad de la ecuación anterior
3	Velocidad de llegada nula ó U<0.3m/s	Se toman los dos casos del ejercicio: U=0 y U=2m/s, corrigiendo para el último caso la carga hidráulica
4	Pared vertical y corte horizontal	Se cumple
5	Carga mínima	h > 3r Se verifica para cada alternativa de carga hidráulica, considerando r=0,75m (3r=2,25m)
6	Chorro libre (caída libre)	Se verifica para cada alternativa de carga hidráulica

Considerando las condiciones de orificio perfecto que se verifican se puede adoptar el coeficiente de gasto m=0,60, corrigiendo la velocidad de llegada y el chorro libre para cada caso bajo análisis.

CASO 1. Depósito aguas arriba con cota de agua a 110m y depósito aguas abajo del orificio vacío.

Se calcula la carga hidráulica sobre el orificio h_1 considerando que el baricentro del mismo se ubica en la mitad de la altura del depósito.

$$h_1 = \frac{110m - 100m}{2} = 5m \wedge h_2 = 0 \wedge \omega_o = 3m^2 \wedge h_1 = 5m) 3r = 2,25m$$

A) Se considera velocidad de llegada nula U=0.

El caudal será:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2gh} = 0,60 \times 3m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} 5m} = 17,83 \frac{m^3}{s}$$

B) Se considera velocidad de llegada U=2m/s.

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2g \left(h + \frac{U^2}{2g} \right)} = 0,60 \times 3m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \left(5m + \frac{4m^2}{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}} \right)} = 18,19 \frac{m^3}{s}$$

CASO 2. Depósito aguas arriba con cota de agua a 110m y depósito aguas abajo del orificio con cota 107m, o sea, por encima del dintel del orificio, y, por lo tanto, es un ORIFICIO SUMERGIDO. Se calcula la carga hidráulica sobre el orificio como la diferencia entre la de aguas arriba y la de aguas abajo.

$$\Delta h = 110m - 107m = 3m \wedge \omega_o = 3m^2 \wedge \Delta h = 3m) 3r = 2,25m$$

A) Se considera velocidad de llegada nula U=0.

El caudal será:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2g\Delta h} = 0,60 \times 3m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} 3m} = 13,81 \frac{m^3}{s}$$

B) Se considera velocidad de llegada U=2m/s.

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2g \left(\Delta h + \frac{U^2}{2g} \right)} = 0,60 \times 3m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \left(3m + \frac{4m^2}{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} s^2} \right)} = 14,27 \frac{m^3}{s}$$

CASO 3. Depósito aguas arriba con cota de agua a 110m y depósito aguas abajo del orificio con cota 105m, o sea, por encima del umbral del orificio, pero no del dintel del mismo, y, por lo tanto, es un **ORIFICIO PARCIALMENTE SUMERGIDO**.

El cálculo del caudal se compone de la suma del aporte de la parte sumergida y de la parte libre del orificio.

La carga hidráulica sobre la parte libre del orificio medida hasta el baricentro de dicha parte es:
 $h_L = 110m - 105,375m = 4,625m \gg 3r$

La carga hidráulica sobre la parte sumergida del orificio es: $\Delta h_S = 110m - 105m = 5m \gg 3r$

La sección libre del orificio, en este caso coincide con la sección sumergida, ya que el baricentro del orificio se encuentra en el centro del paramento: $\omega_{oL} = \omega_{oS} = 2m \times 0,75m = 1,5m^2$

A) Se considera velocidad de llegada nula $U=0$.

El caudal será la suma de la parte libre y la parte sumergida del orificio.

$$Q_L = m \times \omega_{oL} \times \sqrt{2gh_L} = 0,60 \times 1,5m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} 4,625m} = 8,57 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_S = m \times \omega_{oS} \times \sqrt{2g\Delta h_S} = 0,60 \times 1,5m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} 5m} = 8,91 \frac{m^3}{s}$$

El caudal total es la suma de ambos.

$$Q_T = Q_L + Q_S = (8,57 + 8,91) \frac{m^3}{s} = 17,48 \frac{m^3}{s}$$

B) Se considera velocidad de llegada $U=2m/s$.

$$Q_L = m \times \omega_{oL} \times \sqrt{2g \left(h_L + \frac{U^2}{2g} \right)} = 0,60 \times 1,5m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \left(4,625m + \frac{4m^2}{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} s^2} \right)} = 8,76 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_S = m \times \omega_{oS} \times \sqrt{2g \left(\Delta h_S + \frac{U^2}{2g} \right)} = 0,60 \times 1,5m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \left(5m + \frac{4m^2}{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} s^2} \right)} = 9,09 \frac{m^3}{s}$$

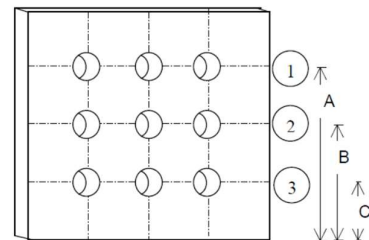
El caudal total es la suma de ambos.

$$Q_T = Q_L + Q_S = (8,76 + 9,09) \frac{m^3}{s} = 17,85 \frac{m^3}{s}$$

Ejercicio 5.2

Calcular el caudal que escurre por una placa perforada con 9 orificios de 25 mm de diámetro cada uno, separados 50 mm, cuando la presión media sobre la placa es 0,21 kgf/cm². Los orificios cumplen la condición de orificio perfecto ($m=0,6$).

Para calcular la carga hidráulica sobre la placa de orificios se tiene en cuenta la presión media sobre la misma, y se calcula la altura de presión correspondiente:



A=0.2125m
 B=0.1375m
 C=0.0625m

$$h = \frac{p}{\gamma} = 0,21 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \times \frac{1\text{m}^3}{1000\text{kgf}} \frac{10^4 \text{cm}^2}{1\text{m}^2} = 2,1\text{m}$$

O sea que, sobre la placa actúa una carga hidráulica de 2,1m desde el fondo de la misma, por lo que cada grupo, de tres orificios, ubicados sobre la misma horizontal tienen la misma carga hidráulica, que resulta de restar de los 2,1m las distancias A, B y C a las que se ubican los baricentros de dichos orificios.

La sección de cada orificio se calcula con la ecuación de la superficie de un círculo:

$$\omega_o = \frac{\pi \times D^2}{4} = \frac{\pi \times (0,025\text{m})^2}{4} = 0,00049\text{m}^2$$

Se aplica la ecuación de gasto de un orificio, considerando las diferentes cargas hidráulicas y que por cada una de ellas hay tres orificios iguales:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2gh}$$

$$Q_A = 3 \times m \times \omega_o \times \sqrt{2g(h-A)} = 3 \times 0,60 \times 0,00049\text{m}^2 \times \sqrt{2g(2,1\text{m} - 0,2125\text{m})} = 0,00546 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 5,46\text{l/s}$$

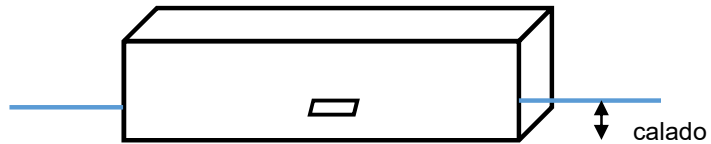
$$Q_B = 3 \times m \times \omega_o \times \sqrt{2g(h-B)} = 3 \times 0,60 \times 0,00049\text{m}^2 \times \sqrt{2g(2,1\text{m} - 0,1375\text{m})} = 0,00557 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 5,57\text{l/s}$$

$$Q_C = 3 \times m \times \omega_o \times \sqrt{2g(h-C)} = 3 \times 0,60 \times 0,00049\text{m}^2 \times \sqrt{2g(2,1\text{m} - 0,0625\text{m})} = 0,00568 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 5,68\text{l/s}$$

$$Q_T = Q_A + Q_B + Q_C = 0,01671 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 16,71 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Ejercicio 5.3

Una caja de acero de planta rectangular flota con un calado de 0,60m. Las dimensiones de la caja son: longitud de 6m, ancho de 3m y profundidad de 1,82m. Calcular el tiempo para hundirla hasta su orilla superior mediante la abertura de un orificio perfecto de 0,15m de lado. Considerar un coeficiente de gasto de 0,60.



Si se adopta un coeficiente de gasto de 0,60 no hace falta verificar las condiciones de orificio perfecto.

Según las condiciones iniciales, el orificio de fondo se encuentra libre, ya que la caja está vacía. A medida que se va llenando la presión de agua en el orificio disminuye y por lo tanto, la carga hidráulica va disminuyendo también, hasta hacerse cero que es cuando la caja se llena por completo y, por lo tanto, se hunde.

Se aplica la ecuación de tiempo de vaciado con una carga hidráulica inicial igual al calado de 0,60m y la final es de 0m.

$$T = \frac{2 \times \omega}{m \times \omega_o \sqrt{2g}} (h_o^{1/2} - h^{1/2}) \Rightarrow \omega = 6\text{m} \times 3\text{m} = 18\text{m}^2 \Rightarrow \omega_o = 0,15\text{m} \times 0,15\text{m} = 0,0225\text{m}^2$$

$$T = \frac{2 \times 18\text{m}^2}{0,6 \times 0,0225\text{m}^2 \sqrt{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} ((0,60\text{m})^{1/2} - (0\text{m})^{1/2}) = 466\text{s}$$

$$T = 466\text{s}$$

Ejercicio 5.4

Calcular el tiempo de vaciado de un depósito cilíndrico de 5 m de diámetro (D) y que posee una altura de agua de 10 cm. Si presenta un orificio de fondo en pared delgada de 7,5 cm de diámetro (d) ubicado en el eje del cilindro.

En general, las condiciones de orificio perfecto son

Se verifican las condiciones de orificio perfecto.

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared delgada	(e<r) Se cumple por enunciado
2	Contracción completa y perfecta	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$ $\omega_p = \frac{\pi \times D^2}{4} = \frac{\pi \times (5m)^2}{4} = 19,63m^2$ $\omega_o = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times (0,075)^2}{4} = 0,0044m^2$ $\frac{19,63 - 0,0044}{0,0044} > 10$ La contracción completa se cumple porque el orificio está ubicado en el centro del cilindro y rodeado de pared. La contracción perfecta también se cumple
3	Velocidad de llegada nula ó U<0.3m/s	Se cumple, ya que el agua está en reposo dentro del depósito
4	Pared vertical y corte horizontal	Se cumple porque el orificio es de fondo
5	Carga mínima	h > 3r La carga será variable hasta vaciarse el depósito.
6	Chorro libre (caída libre)	Se supone que descarga a presión atmosférica

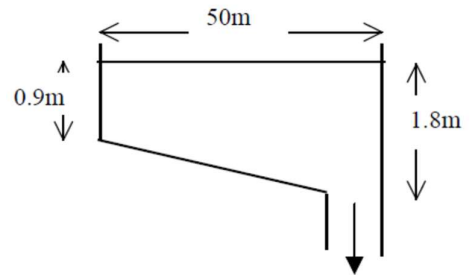
Se aplica la ecuación de tiempo de vaciado, para h_o=0,10m y h=0

$$T = \frac{2 \times \omega}{m \times \omega_o \times \sqrt{2 \times g}} (h_o^{1/2} - h^{1/2}) \Rightarrow \omega = \omega_p$$

$$T = \frac{2 \times 19,63m^2}{0,60 \times 0,0044m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}} ((0,10m)^{1/2} - (0)^{1/2}) = 1058s = 0,29h$$

Ejercicio 5.5

Calcular el tiempo de vaciado de un orificio en pared delgada de 0,2 m² de sección transversal, practicado en el fondo de un estanque, cuyo fondo descende con una pendiente de 45°, tal como la figura. El ancho del estanque es de 10m. Considerar que se cumplen las condiciones de orificio perfecto.



Se verifican las condiciones de orificio perfecto.

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared delgada	(e<r) Se cumple por enunciado

Nº	Condición		Verificación
2	Contracción completa y perfecta	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$	$\omega_p = 50m \times 10m = 500m^2$ $\omega_o = 0,2m^2$ $\frac{500 - 0,2}{0,2} > 10$ La contracción perfecta SI se cumple. La contracción completa NO se cumple, ya que el orificio no está rodeado de pared. Se corrige el coeficiente de gasto: $m = m_o + 0,01 = 0,61$
3	Velocidad de llegada nula ó $U < 0,3m/s$	Se cumple, ya que el agua está en reposo dentro del depósito	
4	Pared vertical y corte horizontal		Se cumple porque el orificio es de fondo
5	Carga mínima	$h > 3r$	La carga será variable hasta vaciarse el depósito.
6	Chorro libre (caída libre)		Se supone que descarga a presión atmosférica

Un primer intervalo de tiempo se presenta con sección de depósito constante y carga hidráulica variable entre 1,8m y 0,90m.

$$T_1 = \frac{2 \times \omega}{m \times \omega_o \times \sqrt{2 \times g}} (h_o^{1/2} - h^{1/2}) \Rightarrow \omega = \omega_p = 500m^2$$

$$T_1 = \frac{2 \times 500m^2}{0,61 \times 0,2m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}} ((1,8m)^{1/2} - (0,9m)^{1/2}) = 727s = 0,20h$$

Mientras que la segunda parte del tiempo se considera que la sección transversal del depósito es variable con la carga hidráulica, la que varía desde 0,90m a 0. Para el cálculo de la sección transversal se considera el fondo descendente a 45°.

$$T_2 = \frac{1}{m \times \omega_o \times \sqrt{2g}} \int_h^{h_o} \omega(z) \times z^{-1/2} dz \Rightarrow \omega_o = 0,2m^2 \Rightarrow \omega_p = 10m \times \frac{50m}{0,9m} \times h = 555,56 \times z$$

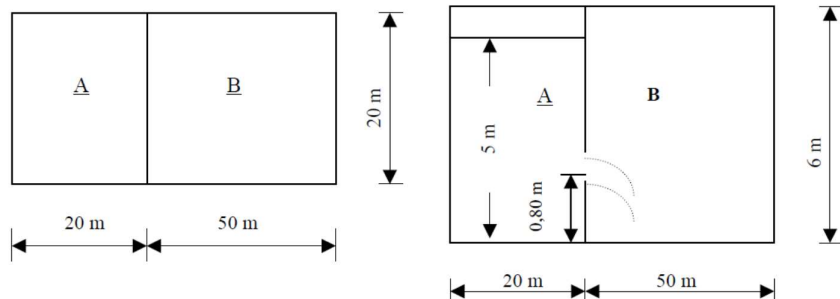
$$T_2 = \frac{1}{m \times \omega_o \times \sqrt{2g}} \int_h^{h_o} 555,56 \times z \times z^{-1/2} dz = \frac{555,56}{m \times \omega_o \times \sqrt{2g}} \int_h^{h_o} z^{1/2} dz = \frac{555,56}{m \times \omega_o \times \sqrt{2g}} \left[\frac{z^{3/2}}{3/2} \right]_0^{0,90}$$

$$T_2 = \frac{2 \times 555,56}{3 \times m \times \omega_o \times \sqrt{2g}} [(0,90m)^{3/2}] = 585s = 0,16h$$

$$T = T_1 + T_2 = 727s + 585s = 1312s = 0,36h$$

Ejercicio 5.6

Un recipiente prismático tiene dos compartimentos (A y B) que se comunican por medio de un orificio perfecto. El orificio tiene un diámetro de 10 cm, y su centro se encuentra a 80 cm del fondo del recipiente. Las



dimensiones de los reservorios se muestran en la figura. Cuando el primer compartimento posee un nivel de agua de 5 m, el segundo se encuentra vacío. Calcular el tiempo que transcurre desde

que comienza a verter agua del primer al segundo compartimento hasta que el orificio deja de comportarse como libre. Expresar el resultado en horas.

La disminución de volumen en el depósito A es igual al volumen vertido por el orificio en el depósito B, o sea, que el volumen que desciende el depósito A es el mismo que asciende en el B, y esa igualdad se usa para calcular el descenso de la carga hidráulica en el depósito A (Δh).

$$\left. \begin{aligned} Vol_A &= 20m \times 20m \times \Delta h \\ Vol_B &= 50m \times 20m \times 0,80m \end{aligned} \right\} \Delta h = \frac{50m \times 20m \times 0,80m}{20m \times 20m} = 2m$$

La carga hidráulica inicial y final del depósito A resultan:

$$h_i = 5m - 0,8m = 4,2m$$

$$h_f = 4,2m - 2m = 2,2m$$

Para el cálculo del tiempo se aplica:

$$T = \frac{2 \times \omega_A}{m \times \omega_o \times \sqrt{2 \times g}} (h_i^{1/2} - h_f^{1/2}) \Rightarrow \omega_A = 400m^2 \Rightarrow \omega_o = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times (0,10m)^2}{4} = 0,00785m^2$$

$$T = \frac{2 \times 400m^2}{0,60 \times 0,00785m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}} ((4,2m)^{1/2} - (2,2m)^{1/2}) = 21710s = 6,03h$$

Ejercicio 5.7

Dos depósitos cuadrados tienen una pared común en la que hay un orificio de 230 cm² y un coeficiente de gasto igual a 0,80. El primer depósito tiene 2,4 m de lado y el nivel inicial de agua está a 3m por encima del orificio. El segundo depósito tiene 1,2 m de lado y el nivel de agua inicial es de 0,9 m por encima del orificio. ¿Cuánto tiempo tardará el agua en alcanzar el mismo nivel en los dos depósitos?

Se calculan las superficies de ambos depósitos

$$\omega_x = 2,4m \times 2,4m = 5,76m^2$$

$$\omega_y = 1,2m \times 1,2m = 1,44m^2$$

Se aplica la Ecuación 5.37:

$$T = - \frac{\omega_x \omega_y}{m \times \omega_o \sqrt{2g} (\omega_y + \omega_x)} \int_{h_1}^{h_2} (z)^{-1/2} dz$$

Cuando $t = 0$, la carga hidráulica inicial sobre el orificio es $h_1 = 3m - 0,9m = 2,1m$

Cuando $t = T$, la carga hidráulica final sobre el orificio es $h_2 = 0$, ya que los depósitos se igualan en nivel.

$$T = - \frac{5,76m^2 \times 1,44m^2}{0,80 \times 0,0230m^2 \sqrt{2g} (1,44 + 5,76)m^2} \int_{2,1m}^0 (z)^{-1/2} dz$$

$$T = - \frac{2 \times 5,76m^2 \times 1,44m^2}{0,80 \times 0,0230m^2 \sqrt{2g} (1,44 + 5,76)m^2} [z^{1/2}]_{2,1m}^0$$

$$T = - \frac{2 \times 5,76m^2 \times 1,44m^2}{0,80 \times 0,0230m^2 \sqrt{2g} (1,44 + 5,76)m^2} [\sqrt{0m} - \sqrt{2,1m}]$$

$$T = 28,26 \left(-\sqrt{2,1} \right) \left[\frac{m^2 m^2}{m^2 \frac{\sqrt{m m^2}}{s}} \sqrt{m} \right] = 41s$$

$$T = 41s$$

Ejercicio 5.8

El chorro de salida en un orificio delgado de 7,3mm de diámetro practicado en una pared vertical, tiene una carga de 5m. La descarga es de 0,000254m³/s. La velocidad media en la sección contraída es de 9,77m/s. Calcular el coeficiente de gasto (m), el coeficiente de velocidad (φ) y el coeficiente de contracción (μ).

Se verifican las condiciones de orificio perfecto.

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared delgada	(e<r) Se cumple por enunciado
2	Contracción completa y perfecta	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$ Suponemos que SI se cumple contracción completa y perfecta.
3	Velocidad de llegada nula ó U<0.3m/s	Suponemos que se cumple
4	Pared vertical y corte horizontal	Se cumple, ya que el paramento es vertical
5	Carga mínima	h > 3r h=5m > 3r(0,011m). SI se cumple
6	Chorro libre (caída libre)	Se supone que descarga a presión atmosférica

La ecuación de gasto del orificio es la siguiente:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow \omega_o = \frac{\pi \times (d)^2}{4} = \frac{\pi \times (0,0073m)^2}{4} = 0,000042m^2$$

$$m = \frac{Q}{\omega_o \times \sqrt{2gh}} = \frac{0,000254 \frac{m^3}{s}}{0,000042m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 5m}} = 0,61 \Rightarrow m = 0,61$$

El coeficiente de gasto m se calcula:

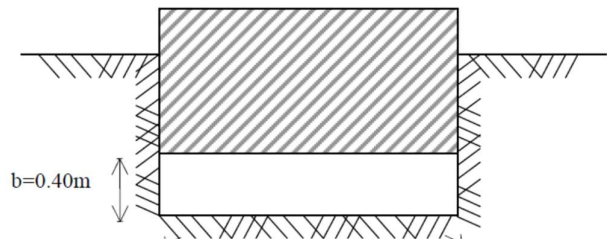
$$Q = \omega_c \times U_c \Rightarrow \omega_c = \frac{Q}{U_c} = \frac{0,000254 \frac{m^3}{s}}{9,77 \frac{m}{s}} = 0,000026m^2 \Rightarrow \mu = \frac{\omega_c}{\omega_o} = \frac{0,000026m^2}{0,000042m^2} = 0,62$$

$$m = \varphi \times \mu \Rightarrow \varphi = \frac{m}{\mu} = \frac{0,61}{0,62} = 0,99$$

$$m = 0,61 \wedge \mu = 0,62 \wedge \varphi = 0,99$$

Ejercicio 5.9

Un canal de sección rectangular de 2,5m de ancho (L) tiene una compuerta abierta a 0,40m (b) desde el fondo. La altura aguas arriba de la compuerta es h₁=1,30 m y aguas abajo es h₂=0,80 m. Determinar el caudal que eroga, considerando el espesor de la compuerta de 0,02m.



Se supone una condición para el resalto (ahogado o rechazado) para calcular el caudal, y luego se verifica.

En este caso se supone RESALTO RECHAZADO, cuya ecuación de gasto es la siguiente, en la que se ha aplicado la condición de contracción incompleta en el coeficiente de contracción μ=0,61:

$$Q = b \times L \times \frac{\mu}{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{h_1}}} \times \sqrt{2 \times g \times h_1}$$

$$Q = 0,4m \times 2,5m \times \frac{0,61}{\sqrt{1 + \frac{0,61 \times 0,4m}{1,3m}}} \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 1,3m} = 2,83 \frac{m^3}{s}$$

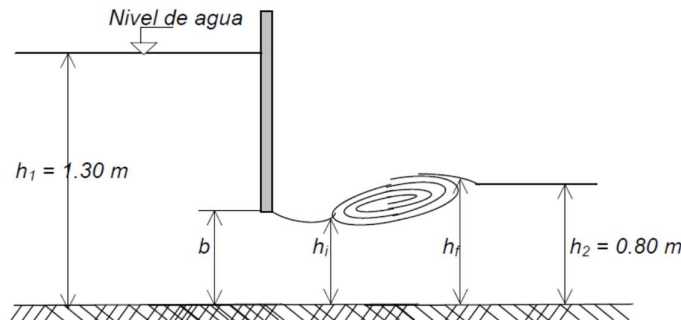
Calculado el Q se verifica la condición supuesta de RESALTO RECHAZADO, para lo cual se debe calcular la altura conjugada final del resalto, considerando que la conjugada inicial coincide con la sección contraída de la compuerta. Las ecuaciones aplicadas son las siguientes:

$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \Rightarrow X_i = \frac{\mu \times b}{hc} \wedge X_f = \frac{h_f}{hc} \wedge hc = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2 \frac{1}{g}}$$

Q (m ³ /s)	hc (m)	Xi	Xf	hf (m)
2,83	0,51	0,48	1,81	0,92

$$h_f = 0,92m > h_2 = 0,80m$$

Por último, se compara la h_f con la altura de agua aguas abajo del resalto h_2 , y como resulta mayor, el RESALTO es RECHAZADO, tal como la condición supuesta.



Ejercicio 5.10

Un canal rectangular de 2 m de ancho conduce un caudal que se desea determinar. Existe una compuerta de fondo levantada a 30 cm del fondo. La altura aguas arriba de la compuerta es de 1,52m, y aguas abajo, donde el régimen ya está tranquilo, es de 1 m. Calcular el caudal erogado.

Se supone RESALTO RECHAZADO, cuya ecuación de gasto es la siguiente, en la que se ha aplicado la condición de contracción incompleta en el coeficiente de contracción $\mu=0,61$:

$$Q = b \times L \times \frac{\mu}{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{h_1}}} \times \sqrt{2 \times g \times h_1}$$

$$Q = 0,3m \times 2m \times \frac{0,61}{\sqrt{1 + \frac{0,61 \times 0,3m}{1,52m}}} \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 1,52m} = 1,89 \frac{m^3}{s}$$

Calculado el Q se verifica la condición supuesta de RESALTO RECHAZADO, para lo cual se debe calcular la altura conjugada final del resalto, considerando que la conjugada inicial coincide con la sección contraída de la compuerta. Las ecuaciones aplicadas son las siguientes:

$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \Rightarrow X_i = \frac{\mu \times b}{hc} \wedge X_f = \frac{h_f}{hc} \wedge hc = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2 \frac{1}{g}}$$

Q (m ³ /s)	hc (m)	xi	xf	hf (m)
1,89	0,45	0,41	2,02	0,91

$$h_f = 0,91m < h_2 = 1m \text{ RESALTO AHOGADO}$$

Por último, se compara la hf con la altura de agua aguas abajo del resalto h₂ y como resulta menor, el RESALTO es AHOGADO, por lo que se debe recalcular con las ecuaciones del orificio ahogado.

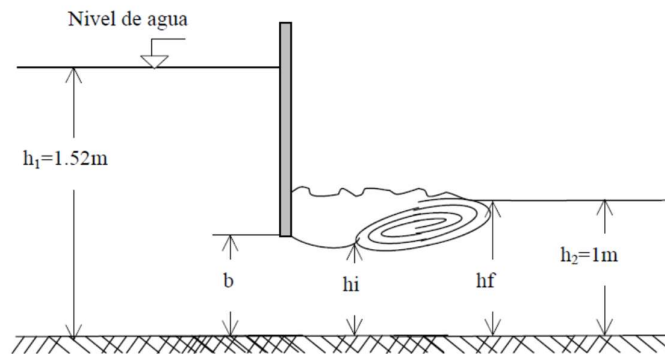
$$Q = b \times L \times \frac{\mu}{\sqrt{1 - \frac{\mu^2 b^2}{h_1^2}}} \times \sqrt{2 \times g \times \Delta H} = b \times L \times \frac{\mu}{\sqrt{1 - \frac{\mu^2 b^2}{h_1^2}}} \times \sqrt{2 \times g \times (h_1 - h_2)}$$

$$Q = 0,3m \times 2m \times \frac{0,61}{\sqrt{1 - \frac{0,61^2 (0,3m)^2}{(1,52m)^2}}} \times \sqrt{2 \times g \times (1,52m - 1m)} = 1,18 \frac{m^3}{s}$$

$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \Rightarrow X_i = \frac{\mu \times b}{hc} \wedge X_f = \frac{h_f}{hc} \wedge hc = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2 \frac{1}{g}}$$

Q (m ³ /s)	hc (m)	xi	xf	hf (m)
1,18	0,33	0,56	1,64	0,54

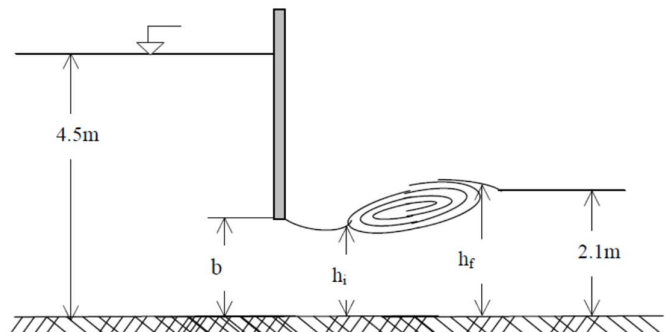
$$h_f = 0,54m < h_2 = 1m \text{ RESALTO AHOGADO}$$



$$Q = 1,18 \frac{m^3}{s}$$

Ejercicio 5.11

Un canal rectangular de hormigón con un ancho de 2,4m, tiene una altura normal de escurrimiento de h₂=2,10m con un caudal de 8,5m³/s. Además, posee una compuerta de fondo del mismo ancho, con una carga aguas arriba h₁=4.5m. Calcular la abertura de la compuerta (b) para



que erogare el mismo caudal del canal.

Se supone RESALTO RECHAZADO, en cuya ecuación de gasto la incógnita es la abertura de la compuerta (b). Se aplica la condición de contracción incompleta en el coeficiente de contracción $\mu=0,61$.

$$Q = b \times L \times \frac{\mu}{\sqrt{1 + \frac{\mu b}{h_1}}} \times \sqrt{2 \times g \times h_1}$$

$$Q = b \times 2,4m \times \frac{0,61}{\sqrt{1 + \frac{0,61 \times b}{4,5m}}} \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 4,5m} = 8,5 \frac{m^3}{s}$$

La ecuación anterior se puede resolver por iteraciones sucesivas, adoptando valores de b y verificando el Q, y luego revisando la condición de RESALTO RECHAZADO con las ecuaciones siguientes.

$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}} \Rightarrow X_i = \frac{\mu \times b}{hc} \wedge X_f = \frac{h_f}{hc} \wedge hc = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2 \frac{1}{g}}$$

Los cálculos se resumen en el cuadro siguiente.

ancho canal	nivel a.ar.	abertura	nivel a.ab.	μ	m	Q	hc	Xi	Xf	hf
L(m)	h_1 (m)	b (m)	h_2 (m)			(m ³ /s)	(m)			(m)
2,4	4,5	0,3	2,1	0,6	0,60	4,05	0,66	0,28	2,55	1,69
2,4	4,5	0,4	2,1	0,6	0,59	5,36	0,80	0,31	2,41	1,92
2,4	4,5	0,5	2,1	0,6	0,59	6,66	0,92	0,33	2,30	2,12
2,4	4,5	0,6	2,1	0,6	0,59	7,94	1,04	0,35	2,21	2,29
2,4	4,5	0,7	2,1	0,6	0,58	9,20	1,14	0,37	2,14	2,44
2,4	4,5	0,65	2,1	0,6	0,58	8,57	1,09	0,36	2,17	2,37
2,4	4,5	0,64	2,1	0,6	0,59	8,45	1,08	0,36	2,18	2,36
2,4	4,5	0,644	2,1	0,6	0,58	8,50	1,09	0,36	2,18	2,36

$$h_f = 2,36m > h_2 = 2,1m \text{ RESALTO RECHAZADO}$$

$$b = 0,644m$$

Ejercicio 5.12

Un pequeño orificio de 3,22cm² de superficie, está en el lado vertical de un tanque rectangular. El área de la sección horizontal del tanque es de 0,37m². En un momento determinado la carga sobre el orificio es de 1,2m, y 267s después es de 0,60m. Calcular el coeficiente de descarga.

Respuesta: $m=0,623$

Ejercicio 5.13

Calcular el caudal, expresado en m³/s, que escurre por un orificio perfecto de 5cm de diámetro con una carga hidráulica de 2,74m.

Respuesta: $Q= 0,009 \text{ m}^3/\text{s}$

Ejercicio 5.14

En una pared vertical se encuentra un orificio perfecto de 5cm de diámetro, por el que escurre un caudal de 0,03m³/s. Determinar la carga hidráulica sobre el orificio a la cual subirá el agua en el depósito.

Respuesta: $h=32,01m$

Ejercicio 5.15

Dos recipientes con agua están separados mediante una pared vertical intermedia. En ella se ha practicado un orificio de ancho $b=3,0\text{m}$. El borde superior de éste se encuentra en la cota $+95\text{m}$ y el inferior en la $+93\text{m}$. El nivel del agua en el recipiente I (nivel superior del depósito aguas arriba) alcanza en todo momento la cota $+98\text{m}$. Considerando que se cumplen las condiciones de orificio perfecto, calcular el caudal que eroga el orificio en las siguientes situaciones:

1- Considerando velocidad de llegada nula, y encontrándose el nivel del depósito II a:

- en la cota $+92\text{m}$.
- en la cota $+96\text{m}$.
- en la cota $+94\text{m}$.

2- Considerando los tres casos anteriores cuando existe una velocidad de llegada de 2m/s .

Respuesta: 1.a) $31,89\text{m}^3/\text{s}$. 1.b) $22,55\text{m}^3/\text{s}$. 1.c) $30,86\text{m}^3/\text{s}$. 2.a) $32,69\text{m}^3/\text{s}$. 2.b) $23,67\text{m}^3/\text{s}$. 2.c) $31,69\text{m}^3/\text{s}$

Ejercicio 5.16

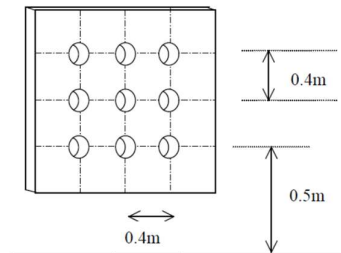
Un depósito rectangular de $4,88\text{m} \times 1,22\text{m}$ presenta una altura de agua de $1,22\text{m}$. En el fondo del recipiente y en el centro del mismo existe un orificio en pared delgada de 10cm de diámetro. ¿A qué altura en el depósito llegará el agua después de estar fluyendo por el orificio durante 5 minutos?

Respuesta: $h=0,34\text{m}$

Ejercicio 5.17

Calcular el caudal que escurre por una placa con orificios según el esquema de la figura. La presión en el fondo del recipiente es de $5000\text{kgf}/\text{m}^2$.

Respuesta: $Q=0,024\text{m}^3/\text{s}$



Ejercicio 5.18

Determinar el tiempo de vaciado de un orificio rectangular, de $0,50\text{m} \times 0,80\text{m}$, practicado en el fondo de un recipiente prismático, de $300\text{m} \times 400\text{m}$, con un caudal afluente constante. El orificio está sobre la base horizontal de canto vivo y su pared delgada. La carga hidráulica es de 10m y coeficiente de gasto $m=0,60$.

Respuesta: $T=198\text{h}$

Ejercicio 5.19

Un tanque rectangular con lados verticales de 5m de ancho, contiene agua con un tirante de $1,2\text{m}$. ¿Cuánto tiempo se necesitará para vaciar ese tanque mediante una abertura de 10cm de aristas vivas, formando un orificio circular en el fondo (considerar un coeficiente de gasto de $0,61$).

Respuesta: $T=2582\text{s}=0,72\text{h}$

Ejercicio 5.20

Un recipiente prismático tiene dos compartimentos A y B que se comunican por medio de un orificio estándar de 30cm de lado (sección cuadrada), que presenta un coeficiente de gasto de $0,60$. El depósito A tiene $10\text{m} \times 3\text{m}$ de base, y el B tiene $40\text{m} \times 3\text{m}$, ambos depósitos tienen una altura de 8m . En un tiempo determinado el agua en el depósito A está $5,4\text{m}$ sobre el centro del orificio y en B a $2,7\text{m}$. ¿Qué tiempo transcurre para que los niveles de agua estén separados un desnivel de $1,2\text{m}$?

Respuesta: $T=110\text{s}$

Ejercicio 5.21

Un canal de hormigón premoldeado presenta una compuerta. La sección de este canal es rectangular, siendo la base de $3,5\text{m}$. En condiciones normales (MPU) la altura de agua en el canal es de $1,3\text{m}$. Determinar el caudal que escurre por el canal cuando la abertura de la compuerta es de $0,55\text{m}$ y la carga aguas arriba de la misma es de $2,5\text{m}$. Establecer si el resalto que se produce es rechazado o ahogado.

Respuesta: $Q = 7,72 \text{ m}^3/\text{s}$. RESALTO RECHAZADO

Ejercicio 5.22

Por un canal de hormigón premoldeado rectangular circulan $8 \text{ m}^3/\text{s}$, con una altura normal de $0,97 \text{ m}$ y un ancho de 3 m . Se coloca una compuerta con una carga de agua de 5 m . Calcular la abertura de la misma para que se erogúe el mismo caudal del canal.

Respuesta: $b = 0,455 \text{ m}$

Ejercicio 5.23

En un canal de 3 m de ancho hay una compuerta de fondo levantada $0,46 \text{ m}$. El nivel de agua medido donde el régimen es tranquilo (MPU) es de $1,5 \text{ m}$. El caudal que escurre es de $3,87 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcular la carga hidráulica de la compuerta.

Respuesta: $h = 2,565 \text{ m}$

Ejercicio 5.24

Determinar la abertura necesaria de una compuerta para que escurra un caudal de $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ por la misma. El ancho del canal es de 3 m , la carga hidráulica es $1,5 \text{ m}$ y el nivel aguas abajo es de 1 m . Además, se impone la condición de que el resalto se ubique al pie de la compuerta.

Respuesta: $b = 0,26 \text{ m}$.

3. Orificio en pared gruesa

Recordando la condición de orificio en pared gruesa: $e/2r > 3$, en donde r es la mitad de la mayor dimensión del orificio, tal como se puede observar en las Figura 5.57.

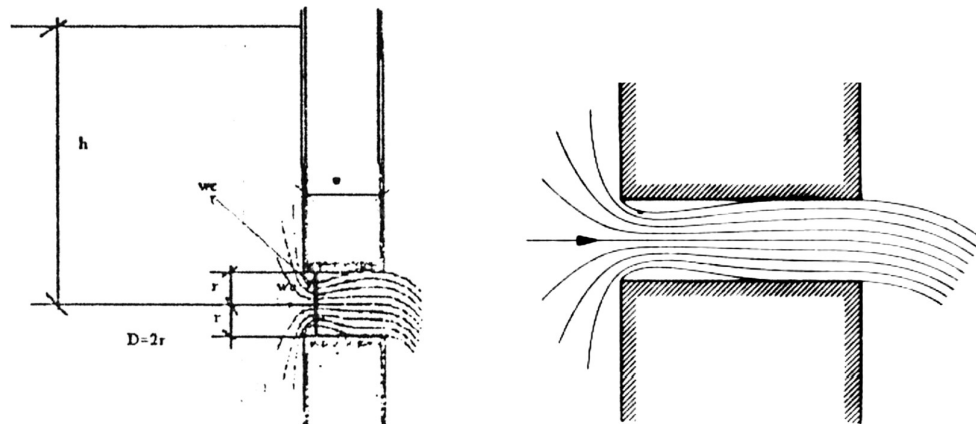


Figura 5.57. Orificio en pared gruesa

Cuando se cumple esta condición se produce una contracción inicial de la vena líquida, pero luego los filetes se adhieren a las paredes del tubo que representa el orificio en pared gruesa, la vena fluirá al exterior sin contracción. Esta situación equivale a colocar a la salida del depósito un tubo de longitud e , tal como lo muestra la Figura 5.58.

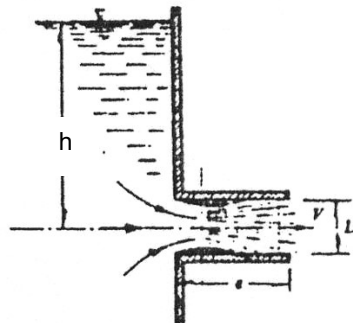


Figura 5.58. Tubo saliente equivalente a un orificio en pared gruesa

Si se aplica el Teorema de Bernoulli (Figura 5.57) a la sección ubicada aguas arriba del orificio, e indicada como 1, y a la sección de salida de la vena líquida, indicada como 2, podemos obtener la expresión siguiente:

$$B_1 = h + \frac{U_1^2}{2g}$$

$$B_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta \quad (5.38)$$

En las Ecuaciones 5.38 la altura de velocidad aguas arriba del orificio se puede considerar nula cuando se cumple la condición de velocidad de llegada nula, mientras que en el B_2 también se puede considerar despreciable la influencia de la cota piezométrica ($z_2 + p_2/\gamma$) frente al valor de la cota piezométrica aguas arriba h . Y por último, la pérdida de carga Δ , que resulta en la pérdida de carga por frotamiento más la pérdida de carga por estrechamiento, se puede calcular mediante el uso de coeficientes de resistencia λ . Las Ecuaciones 5.38 quedan así:

$$B_1 = B_2 = h = \frac{U_2^2}{2g} + \sum \lambda \frac{U_2^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{U_2^2}{2g} (1 + \sum \lambda)$$

Despejando la velocidad media en la sección 2:

$$U_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \sqrt{2gh}$$

Podemos calcular el caudal del orificio en pared gruesa haciendo el producto de la velocidad por la sección transversal, en cuya expresión podemos encontrar el coeficiente de velocidad φ y el coeficiente de contracción μ , que componen el coeficiente de gasto "m" del orificio en pared gruesa:

$$Q = U_2 \times \omega_2 = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}}}_{\varphi} \sqrt{2gh} \times \mu_s \times \omega_o \quad (5.39)$$

La sección de salida de la vena líquida coincide con la del orificio, de modo que $\mu_s=1$ y el coeficiente de velocidad que expresado en función de las pérdidas de carga que se producen, según la Ecuación 5.39.

La expresión del coeficiente de gasto de la ecuación de gasto en un orificio en pared gruesa queda como:

$$m = \varphi \times \mu_s \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \mu_s = \frac{\omega_s}{\omega_o} = 1$$

La expresión de la ecuación de gasto es:

$$Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \quad (5.40)$$

3.1 Pérdidas de carga en el orificio en pared gruesa

Entonces cuáles son las pérdidas de carga que se producen en el orificio en pared gruesa.

No existe contracción de salida de la vena líquida, la contracción se produce en el interior del mismo, o sea, a la entrada del orificio.

Existe una pérdida de energía de la corriente, la cual resultará de la suma de las producidas por la embocadura (contracción inicial) y por el rozamiento (frotamiento con las paredes). Ambas pérdidas de carga se pueden cuantificar a través de factores de resistencia de la manera siguiente: $\lambda = \lambda_e + \lambda_f$.

Pérdidas por embocadura: (λ_e)

El coeficiente de resistencia de la pérdida de carga por embocadura, consecuencia de la contracción de la vena líquida, se puede cuantificar como una pérdida de carga singular. El cambio de sección se produce desde la sección del orificio ω_o a la sección contraída ω_c , por lo tanto, se aplica la siguiente ecuación:

$$\lambda_e = \left(\frac{\omega_o}{\omega_c} - 1 \right)^2 = \left(\frac{\omega_o}{\mu \omega_o} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \quad (5.41)$$

Si se considera que el coeficiente de contracción μ es el coeficiente de contracción en la embocadura del orificio, podemos considerar que se trata inicialmente de un orificio en pared delgada; y luego, al pegarse la vena líquida a la pared, se transforma en orificio en pared gruesa. Por lo tanto, y recordando que el coeficiente de gasto resulta el producto del coeficiente de contracción μ por el coeficiente de velocidad φ , y que además el coeficiente de velocidad tiende al valor de uno para orificio en pared delgada, entonces $m = \mu$; y si se cumplen las condiciones de orificio perfecto $m = 0,60$, y por lo tanto, $m = \mu = 0,6$. Reemplazando numéricamente en la Ecuación 5.41, nos queda:

$$\lambda_e = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{0,6} - 1 \right)^2 = 0,44$$

Pérdida por rozamiento: (λ_f)

Para calcular el factor de resistencia asociado al frotamiento del agua con el orificio, usamos la Ecuación de Chezy, válida en el movimiento turbulento, de la cual se despeja la pérdida de carga unitaria J , para encontrar una relación con el valor del factor de resistencia λ a través de la Ecuación de Darcy-Weisbach, y multiplicando y dividiendo por $2g$:

$$U = C \sqrt{R_H J} \Rightarrow \therefore J = \frac{U^2}{C^2 R_H}$$

$$J = \frac{U^2}{2g} \frac{2g}{C^2 R_H}$$

La pérdida de carga resulta del producto de la pérdida de carga unitaria por la longitud e , que es el espesor del orificio, que representa una longitud de tubería:

$$\Delta = J e \therefore \Delta = \frac{U^2}{2g} \frac{2g}{C^2 R_H} e$$

$$\Delta = \underbrace{\frac{2ge}{C^2 R_H}}_{\lambda_f} \frac{U^2}{2g} \Rightarrow \Delta_f = \lambda_f \frac{U^2}{2g}$$

$$\lambda_f = \frac{2g e}{C^2 R_H} \quad (5.42)$$

Sumando las dos pérdidas de carga del orificio en pared gruesa:

$$\sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + \frac{2g e}{C^2 R_H} \quad (5.43)$$

Reemplazando algunos valores para encontrar un valor numérico del coeficiente de resistencia total:

- ✓ $e = 3D$, condición límite inferior para el orificio en pared gruesa (tres veces la mayor dimensión).
- ✓ $\omega_o = \omega_s$, no hay contracción a la salida de la vena líquida, $\mu_s = 1$.
- ✓ $R_H = D/4$
- ✓ Pérdida por embocadura, $\lambda_e = 0,44$.

✓ Pared del orificio de hormigón con un $C=50$.
 Remplazando en las ecuaciones anteriores para el cálculo del coeficiente m .

$$\sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f \approx 0,44 + \frac{2g e}{C^2 R_H}$$

$$\sum \lambda \approx 0,44 + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 3D}{2500 \frac{D}{2}} \approx 0,487 \approx 0,50$$

$$\sum \lambda \approx 0,50$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{1+0,50}} = 0,816$$

$$m = \mu_s \varphi = 1 \times 0,816 = 0,816$$

$$m = 0,816$$

Siendo μ_s el coeficiente de contracción de la vena líquida a la salida, que para orificios de pared gruesa vale 1, porque no hay contracción a la salida, la sección transversal del chorro líquido es igual a la del orificio. Por lo tanto, para este caso particular el coeficiente de gasto resulta mayor (mayor caudal erogado) que para un orificio de pared delgada ($m=0,6$), pero debemos tener en cuenta que a medida que aumentamos el espesor del orificio aumentan las pérdidas por rozamiento.

Otro concepto que surge es que el valor de $\lambda=0,50$ implica que la pérdida de carga $\Delta=\lambda \times U^2/2g$ resulta la mitad de la energía de velocidad.

3.2 Orificio con tubo entrante

En este caso, y observando la Figura 5.59, y para tubos de corta longitud, $e=3D$, la vena líquida se contrae y sale al exterior sin tocar las paredes, o sea, sin producir pérdidas de energía por frotamiento.

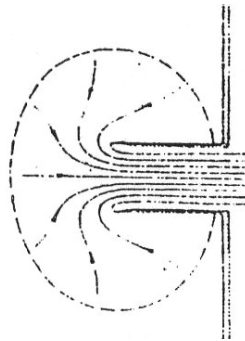


Figura 5.59. Tubo entrante a un depósito

La experiencia demuestra que el coeficiente de contracción a la entrada vale $\mu_e=0,50$ y la contracción a la salida vale $\mu_s=0,70$.

Entonces cuánto vale el coeficiente de gasto m , aplicando la Ecuaciones 5.43:

$$\sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f = \lambda_e + 0$$

$$\sum \lambda = \left(\frac{\omega_o}{\mu_e \omega_o} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{0,50} - 1 \right)^2$$

$$\sum \lambda = (2 - 1)^2 = 1$$

$$\sum \lambda = 1$$

Es decir que, la pérdida de carga, en un tubo entrante equivale a una altura de velocidad, el coeficiente de velocidad se obtiene usando la Ecuación 5.39, y el coeficiente de gasto m :

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = 0,707$$

$$m = \mu_s \times \varphi = 0,70 \times 0,707 = 0,495 \approx 0,50$$

$$m = 0,50$$

La ecuación de gasto será:

$$Q = 0,5 \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \tag{5.44}$$

En donde h se mide de igual forma que en las anteriores ecuaciones de gasto, desde el baricentro del orificio hasta la altura de agua aguas arriba del tubo entrante.

3.3 Orificio en pared intermedia

Se llaman paredes intermedias aquéllas en las cuales el espesor “e” está comprendido entre la mitad de la menor dimensión del orificio y seis veces la mitad de la mayor dimensión, $r < e < 6R$.

- ✓ r es la mitad de la menor dimensión del orificio.
- ✓ R es la mitad de la mayor dimensión del orificio.

Si se supone, para simplificar, que el orificio es circular o cuadrado, según escasas experiencias al respecto, se puede aceptar que el coeficiente de gasto m toma los valores siguientes, suponiendo contracción completa:

Tabla 9. Coeficientes de gasto m para orificios circulares o cuadrados en pared intermedia para λ constante, $Re > 100.000$ y vena líquida ensanchada sin cavitación en la singularidad. Donde e es el espesor del orificio (m) y R es la mitad de la mayor dimensión del orificio (m)

e/2R	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	$\leq 0,50$
m	0,81	0,80	0,79	0,78	0,75	0,60

3.4 Orificio de conicidad variable, contornos convergentes

Se designa bajo la denominación de conos a todas las canalizaciones de contorno cerrado en que la sección transversal crece o decrece paulatinamente.

El fenómeno principal que se verifica en un cono es la transformación de una forma de energía en otra, o sea, la disminución de uno de los sumandos del Teorema de Bernoulli y aumento de otro, Figura 5. 60.

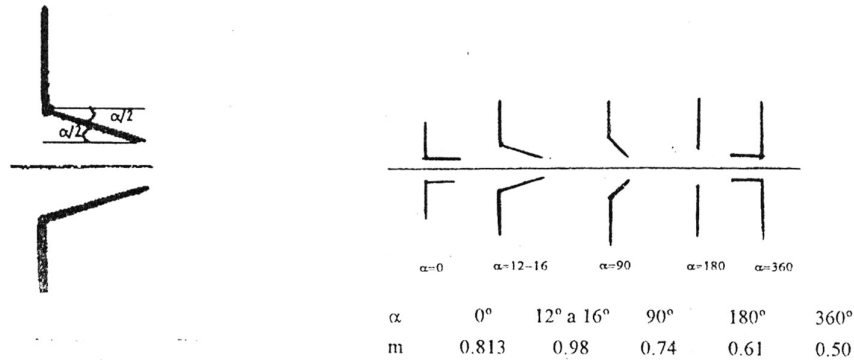


Figura 5.60. Orificios de conicidad variable

En el caso de los conos convergentes, disminuye la cota piezométrica y aumenta la velocidad del agua, debido a la disminución de la sección transversal. La transformación de un tipo de energía en otro, sería exacta sino no hubiera pérdida de carga.

Los conos convergentes están, por lo general, afectados de una pérdida de carga en la entrada, pérdida por frotamiento y pérdida por la contracción a la salida.

La pérdida de carga a la entrada tiende a disminuir el coeficiente de velocidad φ . Mientras que la contracción final afecta al coeficiente μ , la cual depende del ángulo de conicidad.

Experiencias realizadas demuestran que, siempre y cuando los contornos sean convergentes y el $e \geq 3D$, la correlación entre el ángulo α de conicidad y el coeficiente de gasto es el dado por los

valores de la Figura 5.60, además considerando que no hay pérdida de carga por la entrada, ya que tienen entrada redondeada.

Mientras mayor es la conicidad el coeficiente de gasto disminuye, hasta adoptar el valor mínimo de 0,5, que es el que corresponde a tubo entrante ($\alpha=360^\circ$).

La conicidad que produce el mayor coeficiente de gasto es de 12 a 16°. Cabe destacar que la conicidad de 0° implica la presencia de un orificio en pared gruesa.

En la Figura 5.61 y en la Tabla 10 se resumen los coeficientes de gasto para conos convergentes en función del ángulo de conicidad α .

Tabla 10. Coeficientes de gasto m para orificios con conicidad

α	m	Caso especial
360°	0,500	Tubo entrante
270°	0,538	Tubo convergente entrante
180°	0,600	Orificio en pared delgada
90°	0,740	Tubo convergente saliente
16°	0,950	Tubo convergente saliente
0°	0,810	Orificio en pared gruesa

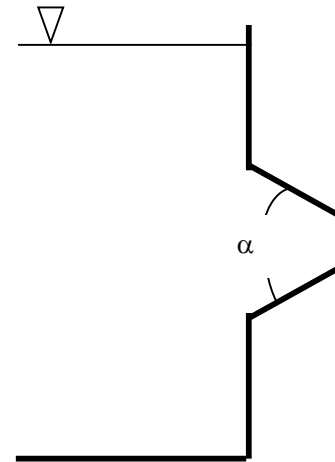
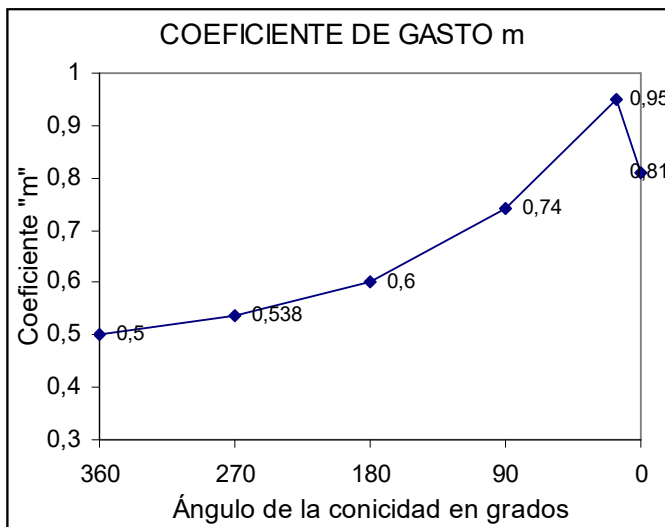


Figura 5.61. Coeficiente de gasto para orificios con conicidad

3.5 Tubos o conos divergentes (difusor)

El fenómeno del escurrimiento es más complejo, la disminución de las velocidades por el aumento de la sección transversal, trae como consecuencia un aumento de la turbulencia y se produce una alteración profunda en la corriente. Las pérdidas son de tres clases: ensanche de la corriente en la entrada, frotamientos y ensanche paulatino.

- ✓ La primera de las pérdidas de carga puede no estar cuando los bordes de entrada son redondeados.
- ✓ La pérdida por frotamiento, no sólo es función del ángulo de conicidad, sino también de la longitud del difusor.
- ✓ La pérdida por ensanche paulatino se puede calcular aplicando el Teorema de Borda.

En estos casos existe mucha inestabilidad, por ejemplo, si $\theta > 8^\circ$ la vena líquida no abarca toda la sección y ocurre el despegue. El coeficiente de gasto máximo se obtiene a 5°. Mediante el gráfico de la Figura 5.62 podemos evaluar la variación del coeficiente de gasto con la conicidad del difusor.

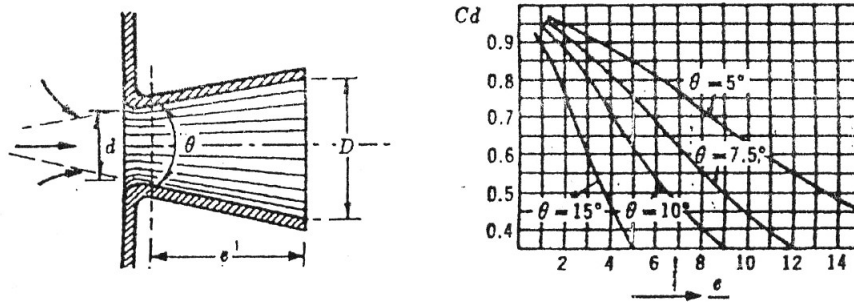


Figura 5.62. Coeficientes de gasto para orificios divergentes

3.6 Tubo Venturi



Giovanni Battista Venturi (1746 -1822)

Físico italiano. Descubrió efecto Venturi del cual toma su epónimo. Fue el epónimo también de la bomba Venturi (Aspiradora) y el tubo Venturi.

Nació en Bibbiano, Italia y fue contemporáneo de personajes como Leonhard Euler y de Daniel Bernoulli. Fue alumno de Lazzaro Spallanzani y ordenado sacerdote en 1769. En ese mismo año es nombrado como profesor de lógica en el seminario de Reggio Emilia. En 1774 se convirtió en profesor de geometría y filosofía en la Universidad de Módena, donde en 1776 se convirtió en Profesor de Física.

Venturi fue el primero que mostró la importancia de Leonardo da Vinci como científico, y compiló y publicó muchos de los manuscritos y cartas de Galileo. Murió en Reggio Emilia, Italia en 1822.

Es una singularidad de contorno cerrado que se usa para producir una variación de presión originada por una variación de la sección transversal de la conducción (y la consecuente variación de la velocidad), con la finalidad de poder determinar el caudal que circula por la misma, midiendo la diferencia de presiones en un piezómetro conectado a dicha singularidad, tal como puede observarse en la Figura 5.63.

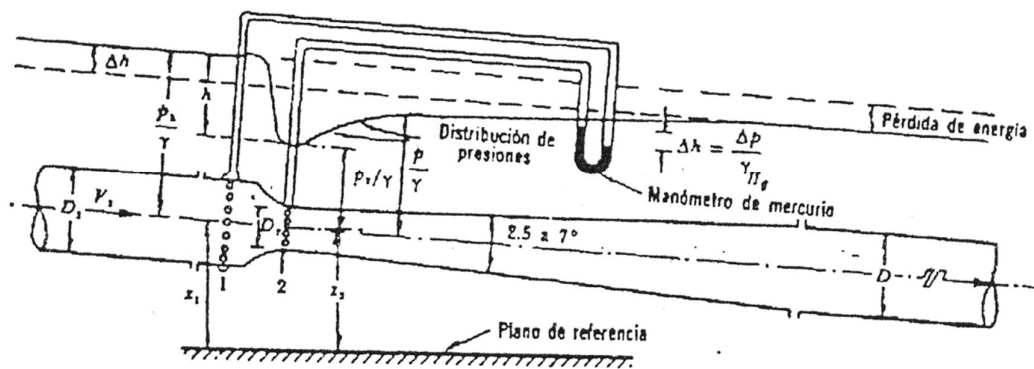


Figura 5.63. Tubo Venturi

El tubo Venturi se compone de una boquilla redondeada para disminuir la sección transversal, la garganta o sección estrecha y un difusor de ángulo conveniente para unirse a la cañería en la cual va instalado.

La medición del caudal en un Venturímetro está limitada por el valor de la presión resultante de la variación de sección transversal, ya que hasta el valor de una presión llamada "crítica" en la cual el agua se vaporiza por efecto de la cavitación.

Las relaciones de diámetro más comúnmente usadas en los venturímetros están comprendidas entre $\frac{1}{4} < \frac{D_2}{D_1} < \frac{3}{4}$. Mientras que los ángulos de convergencia y divergencia óptimos son 20° y 5° respectivamente.

Una relación pequeña entre los diámetros aumenta la precisión de la lectura manométrica, pero va acompañada de una mayor pérdida por frotamiento y puede producir una presión baja en la garganta originando cavitación.

Para conseguir una buena precisión en la medición, el Venturi viene precedido de un tramo de tubería recta cuya longitud es por lo menos de 5 a 10 D_1 .

Se plantea el Teorema de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 de la Figura 5.64, y se despeja la diferencia de cotas piezométricas de ambas:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} \quad (5.45)$$

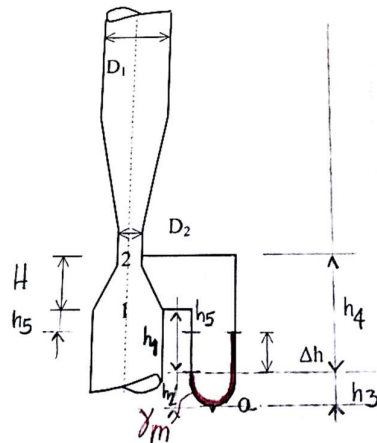


Figura 5.64. Tubo Venturi

Aplicando la ecuación de la continuidad a ambas secciones transversales 1 y 2:

$$Q = U_1 \times \omega_1 = U_2 \times \omega_2 \Rightarrow U_1 = U_2 \times \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (5.46)$$

Reemplazando la Ecuación 5.46 en la 5.45, y despejando la velocidad en la sección 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{U_2^2}{2g} - \left[\frac{U_2^2}{2g} \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right] \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{U_2^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) \right) \times 2g}{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}}$$

$$\left. \begin{matrix} z_1 = 0 \\ z_2 = H \end{matrix} \right\} U_2 = \sqrt{\frac{\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (0 - H) \right) \times 2g}{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}} \quad (5.47)$$

Para el cálculo de las cotas piezométricas de las secciones 1 y 1, se aplica la ley hidrostática en la Figura 5.64:

$$\begin{aligned}
 p_1 + \gamma h_1 + \gamma_m h_2 &= \gamma_m h_3 + \gamma_m \Delta h + \gamma h_4 + p_2 \\
 p_1 - p_2 &= \gamma_m \Delta h + \gamma h_4 - \gamma h_1 \\
 p_1 - p_2 &= \gamma_m \Delta h + \gamma h_4 - \gamma h_5 - \gamma \Delta h \\
 p_1 - p_2 &= \gamma_m \Delta h + \gamma h_5 + \gamma H - \gamma h_5 - \gamma \Delta h \\
 p_1 - p_2 &= \gamma_m \Delta h + \gamma H - \gamma \Delta h \\
 \frac{p_1 - p_2}{\gamma} &= \frac{\gamma_m}{\gamma} \Delta h + H - \frac{\gamma}{\gamma} \Delta h \\
 \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - H &= \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \Delta h
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

Reemplazando la Ecuación 5.48 en la 5.47:

$$U_2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \Delta h \times 2g}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}} \tag{5.49}$$

Como existe una pérdida de carga por frotamiento entre las secciones 1 y 2, el valor de la velocidad real en la garganta del Venturi es ligeramente menor que el valor ideal calculado a través de la Ecuación 5.49; y por lo tanto, se introduce un coeficiente de descarga K, de manera que el caudal se calcula como el producto de K, la sección en B y la velocidad en la garganta dada por la Ecuación 5.49. Se puede calcular el caudal en el Tubo Venturi de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 Q &= K \times \omega_2 \times U_2 \\
 Q &= K \times \omega_2 \times \frac{\sqrt{\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \Delta h \times 2g}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}}
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

Para encontrar la ecuación de gasto de un tubo Venturi se compara la Ecuación 5.50 con la Ecuación N° 5.9, con la finalidad de encontrar la expresión del coeficiente de gasto del mismo. Considerando que h representa la energía disponible en la singularidad en contorno cerrado para que el agua circule por la misma, para el caso del tubo Venturi la energía disponible es la diferencia de cotas piezométricas entre ambas secciones, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 Q &= K \times \omega_2 \times \frac{\sqrt{\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \Delta h \times 2g}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}} \Rightarrow Q = m \times \omega_o \times \sqrt{2 \times g \times h} \\
 Q &= \frac{K}{\underbrace{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]}}_m} \times \omega_2 \times \underbrace{\sqrt{2g \times \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \Delta h}}_{\sqrt{2gh}}
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

$$m = \frac{K}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]}}$$

La Ecuación 5.51 da el coeficiente de gasto “m” del Venturi, el cual depende del coeficiente de descarga K, y de la relación entre los diámetros de la garganta y la tubería. El coeficiente de descarga K depende del Re y del cociente D_2/D_1 , y el fabricante del mismo brinda una curva en la cual se puede extraer dicho valor en función de las dimensiones geométricas del Venturi.

A menos que existe información específica sobre un tubo Venturi dado, se puede suponer que el valor de K es aproximadamente 0,99 para tubos grandes, y aproximadamente 0,97 o 0,98 para tubos pequeños, siempre y cuando los $Re > 100000$. El coeficiente puede reducirse ligeramente cuando se aumenta la rugosidad del tramo convergente con el uso o las incrustaciones.

Para obtener un coeficiente de descarga adecuado, se recomienda realizar un calibrado del tubo Venturi realizando pruebas en las que se mide el caudal en un rango muy amplio de Re.

Para el cálculo del caudal que pasa en un Venturi, conocido el valor del coeficiente K y las dimensiones geométricas del mismo, se mide la diferencia de cotas piezométricas en el piezómetro conectado y se la introduce en la Ecuación 5.50.

O sea que midiendo en el piezómetro la diferencia de altura de la columna manométrica de mercurio, y conociendo el coeficiente de descarga K y la geometría del Venturi, se puede obtener la ecuación de gasto del mismo aplicando la Ecuación 5.50.

Con el tubo Venturi se puede medir el caudal en tuberías de una manera precisa. La única desventaja que posee el mismo es la pérdida de energía por frotamiento que se produce en el tramo divergente (difusor).

En las Figuras 5.64 a 5.69 pueden observarse algunos ejemplos de Tubos Venturi para realizar mediciones, tanto de líquidos como de gases. En ellos se observan las gargantas donde se produce los aumentos de velocidades y disminución de las presiones. En estas secciones se ubican los orificios para colocar las tuberías para evaluar las diferencias de presiones entre ambas secciones. En la Figura 5.69 se encuentran representadas las líneas de corriente. Se puede notar claramente la influencia de los contornos que guían a las partículas a aumentar la velocidad en la garganta. En la Figura 5.70 se muestra que el efecto Venturi tiene varias aplicaciones, entre las cuales se encuentra la introducción de otro fluido, por lo cual es arrastrado en la sección de la garganta ya que la presión en ese lugar es mucho menor.

Como concepto final, es necesario agregar que el tubo Venturi no es el único dispositivo para medir caudales en tuberías, basado en principio de disminución de la presión a través del aumento de velocidad del agua. Existen también medidores a toberas y medidor de orificio, comúnmente llamada “placa orificio” tal como la mostrada en la Figura 5.71. Ambos se instalan dentro de la tubería en una misma sección transversal, o sea que, ocupan menos lugar que el Venturi, y de la misma manera, producen un estrechamiento de la corriente líquida para ocasionar aumento de la velocidad del agua y la consecuente disminución de la presión de la misma. Esa variación de presión se mide en un piezómetro conectado a la tubería y la ecuación de gasto tiene la misma forma que la Ecuación 5.50.

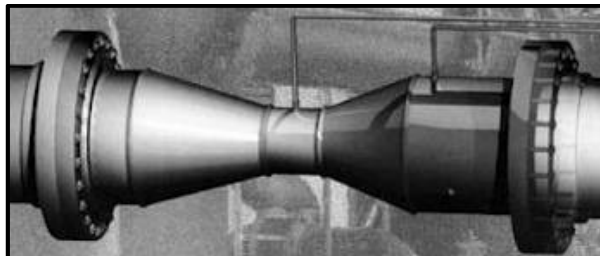


Figura 5.64. Tubo Venturi

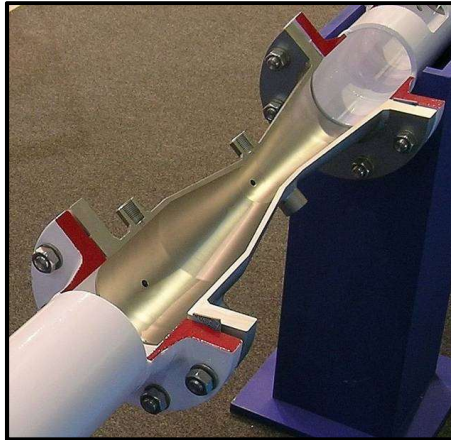


Figura 5.65. Tubo Venturi por dentro



Figura 5.66. Instalación de un Tubo Venturi



Figura 5.67. Fabricación de Tubo Venturi

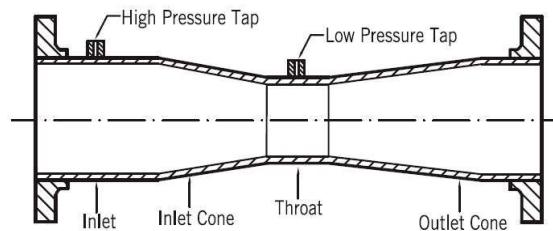


Figura 5.68. Secciones características del Tubo Venturi

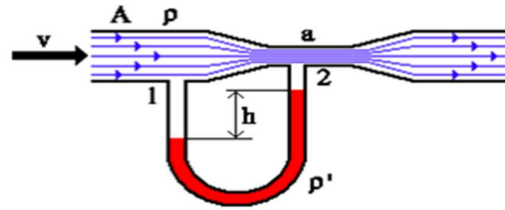


Figura 5.69. Líneas de corriente del Tubo Venturi

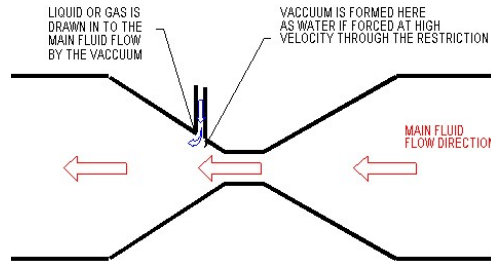


Figura 5.70. Introducción de otro fluido a través del Tubo Venturi

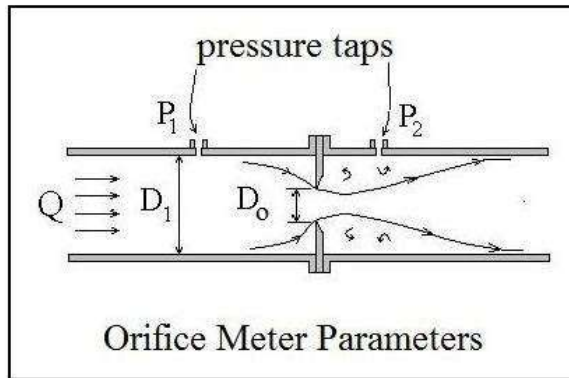


Figura 5.71. Placa Orificio

3.7 Ejercitación sobre orificio en pared gruesa

Ejercicio 5.25

Calcular el caudal que escurre por un orificio de paredes lisas y bordes rectos de 10cm de diámetro y 1m de espesor. Adoptar un coeficiente de Chezy de 50, y la carga sobre el orificio liso es de 2m.

Se verifica si es orificio en pared gruesa

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared gruesa (OPG) ($e/2r \geq 3$)	Espesor $e=1m$, $r=0,05m$. $\frac{e}{2r} = \frac{1m}{0,1m} = 10 \geq 3$ SI cumple

$$Q = m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi \times \mu_s \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f = \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H}$$

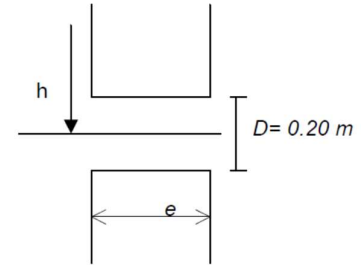
$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H}}} \times \omega_o \times \sqrt{2gh}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \underbrace{\left(\frac{1}{0,61} - 1\right)^2 + \frac{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 1m}{50^2 \times \frac{0,10m}{4}}}_{m=0,75}}} \times \frac{\pi \times (0,10m)^2}{4} \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 2m} = 0,037 \frac{m^3}{s}$$

$$Q = 0,037 \frac{m^3}{s}$$

Ejercicio 5.26

Un depósito tiene un muro vertical en el que hay un tubo corto de 0,20m de diámetro y 3m de longitud, de paredes lisas y bordes redondeados. Del mismo vierte un caudal de 0,2m³/s. Calcular la altura de agua medida desde el centro del orificio. Adoptar un coeficiente de Chezy de 50.



Se verifica si es orificio en pared gruesa

Nº	Condición	Verificación
1	Orificio en pared gruesa (OPG)	$(e/2r \geq 3)$ Espesor $e=3m$, $r=0,10m$. $\frac{e}{2r} = \frac{3m}{0,2m} = 15 \geq 3$ Si cumple

Se aplica la ecuación de gasto de un orificio en pared gruesa, considerando que los bordes redondeados implica que λ_e es ceros, y se despeja la carga hidráulica h:

$$Q = m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi \times \underbrace{\mu_s}_1 \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f = \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H} \Rightarrow$$

$$\omega_o = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times (0,20m)^2}{4} = 0,0314m^2$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H}}} \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{Q \times \sqrt{1 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H}}}{\omega_o \times \sqrt{2g}} = \sqrt{h}$$

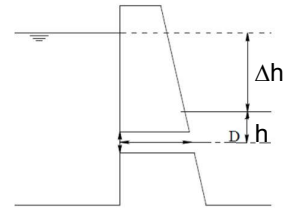
$$h = \left[\frac{Q \times \sqrt{1 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H}}}{\omega_o \times \sqrt{2g}} \right]^2 = \frac{Q^2 \times \left(1 + \frac{8 \times g \times e}{C^2 \times d}\right)}{\omega_o^2 \times 2 \times g} = \frac{\left(0,2 \frac{m^3}{s}\right)^2 \times \left(1 + \frac{8 \times 9,81 \times 3}{50^2 \times 0,20 \frac{m}{s^2}}\right)}{\left(0,0314m^2\right)^2 \times 2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}$$

$$h = 3,04m$$

Ejercicio 5.27

A través de un conducto revestido de hormigón ($C=50$), corto es necesario descargar un gasto $Q=2,3\text{m}^3/\text{s}$, con una carga de 10 m, calcular el diámetro D de dicho conducto.

Además, calcular la carga mínima h aguas abajo con la cual se ahoga el orificio, y necesaria para que la presión en el conducto no supere la equivalente a 6 m de columna de agua. Despreciar el frotamiento en el conducto.



Para verificar las condiciones geométricas del orificio en pared gruesa, se adopta el valor mínimo de la relación entre el espesor "e" y el diámetro "D" del conducto:

$$\frac{e}{2r} \geq 3 \Rightarrow \frac{e}{D} = 3 \Rightarrow e = 3 \times D$$

Se aplica la ecuación de gasto de un orificio en pared gruesa:

$$Q = m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi \times \underbrace{\mu_s}_1 \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \sum \lambda = \underbrace{\lambda_e}_0 + \lambda_f = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \Rightarrow$$

$$\sum \lambda = \underbrace{\left(\frac{1}{0,60} - 1 \right)^2}_{0,44} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} = 0,83$$

$$Q = m_{OPG} \times \frac{\pi \times D^2}{4} \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \times Q}{m_{OPG} \times \pi \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h}}}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 2,3 \text{m}^3/\text{s}}{0,83 \times \pi \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 10 \text{m}}}} = 0,50 \text{m} \Rightarrow D = 0,50 \text{m}$$

Para calcular la carga mínima h , se plantea el Teorema de Bernoulli aplicado a un plano de referencia que pasa por el baricentro del orificio.

$$B_{A.Arr} = \Delta h + h_{min} = B_{A.Ab} = \underbrace{\frac{p_o}{\gamma}}_{6\text{m}} + \frac{U_o^2}{2g} + \Delta_{emb}$$

$$U_o = m \times \sqrt{2 \times g \times \Delta h} \Rightarrow \frac{U_o^2}{2g} = \frac{m^2 \times 2 \times g \times \Delta h}{2g} = m^2 \times \Delta h = 6,89 \text{m}$$

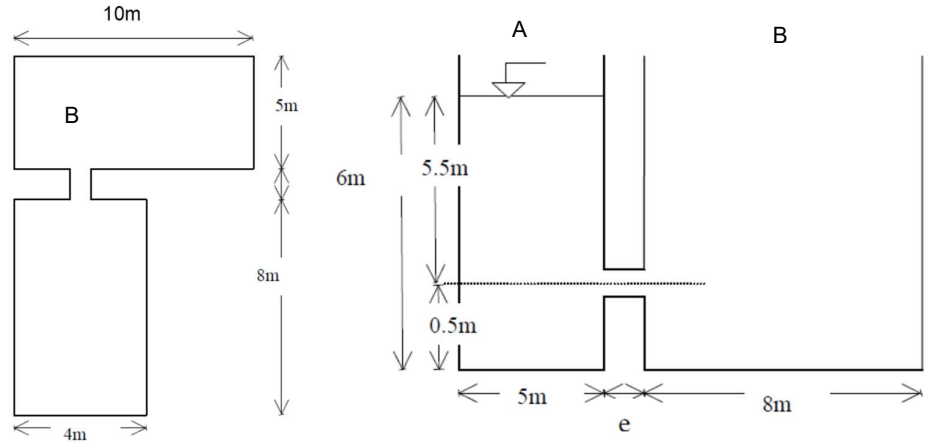
$$\Delta_{emb} = 0,5 \times \frac{U_o^2}{2g} = 3,45 \text{m}$$

$$h_{min} = \frac{p_o}{\gamma} + \frac{U_o^2}{2g} + \Delta_{emb} - \Delta h = 6 \text{m} + 6,89 \text{m} + 3,45 \text{m} - 10 \text{m}$$

$$h_{min} = 6,34 \text{m}$$

Ejercicio 5.28

Determinar el tiempo en que los tanques A y B de la figura alcanzan el mismo nivel. Adoptar material del orificio con $C=50$, espesor del paramento de $0,35m$ y diámetro del orificio de $0,10m$.



Se verifica si es orificio en pared gruesa

N°	Condición	Verificación
1	Orificio en pared gruesa (OPG)	$(e/2r \geq 3)$ Espesor $e=0,35m$, $r=0,05m$. $\frac{e}{2r} = \frac{0,35m}{0,1m} = 3,5 \geq 3$ SI cumple
2	Contracción completa y perfecta	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$ Se considera el paramento que rodea inmediatamente al orificio, considerando que la menor distancia es al fondo del recipiente ($0,45m$) $\omega_p = 1m \times 1m = 1m^2$ $\omega_o = \frac{\pi d^2}{4} = 0,00785m^2$ SI cumple $\frac{1 - 0,00785}{0,00785} = 126 \geq 10$
3	Velocidad de llegada nula ó $U < 0.3m/s$	Suponemos que se cumple ya que son depósitos
4	Pared vertical y corte horizontal	Se cumple, ya que el paramento es vertical
5	Carga mínima	$h > 3r$ La carga es variable por el vaciado
6	Chorro libre (caída libre)	Se puede analizar en función del llenado del segundo depósito

Se calcula el coeficiente de gasto del orificio en pared gruesa.

$$Q = m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi \times \frac{\mu_s}{\mu} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f$$

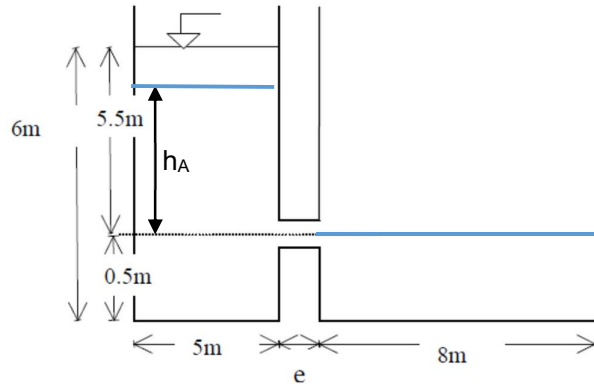
$$\sum \lambda = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H} = \left(\frac{1}{0,60} - 1 \right)^2 + \frac{8 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 0,35m}{50^2 \times (0,10m)} = 0,55 \Rightarrow m_{OPG} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,55}} = 0,80$$

Para el análisis del tiempo en que los dos depósitos alcanzan el mismo nivel, es necesario discutir el comportamiento de la carga hidráulica en el depósito B. Mientras la altura de agua en el depósito B no alcance el umbral del orificio el mismo se comporta como libre, al superar dicho nivel el orificio se comporta como parcialmente sumergido hasta alcanzar la altura del dintel, a partir de la cual pasa a comportarse como un orificio ahogado. En resumen, hay tres intervalos de tiempo a considerar, los que pueden simplificarse a dos: ORIFICIO LIBRE Y ORIFICIO AHOGADO. Dicha simplificación se puede realizar ya que la diferencia de altura entre umbral y dintel del orificio es de 0,10m, prácticamente despreciable frente a las variaciones de carga hidráulica del orden de varios metros. Por lo que el cálculo del tiempo se divide en dos partes.

Cálculo del tiempo para orificio libre

Se considera un primer período de tiempo en el que el depósito A desagua a presión atmosférica en el depósito B, o sea, el orificio se comporta como un orificio libre, hasta que el nivel de agua en el depósito B alcanza el baricentro del orificio y la carga hidráulica en el depósito A desciende a h_A .

El volumen de agua que desciende en el depósito A es el mismo que asciende en el depósito B



$$\omega_A \times (5,5m - h_A) = \omega_B \times 0,5m \Rightarrow (5,5m - h_A) = \frac{\omega_B}{\omega_A} 0,5m$$

$$5,5m - \frac{\omega_B}{\omega_A} 0,5m = h_A = 5,5m - \frac{4m \times 8m}{10m \times 5m} 0,5m = 5,22m \Rightarrow h_A = 5,18m$$

La carga hidráulica inicial es de $h_0=5,5m$ y la final $h_A=5,18m$. Se aplica la ecuación del tiempo de vaciado para orificio libre en el depósito A

$$T_1 = \frac{2 \times \omega_A}{m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2g}} (h_o^{1/2} - h_A^{1/2}) = \frac{2 \times 5m \times 10m}{0,80 \times 0,00785m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}} ((5,5m)^{1/2} - (5,18m)^{1/2})$$

$$T_1 = 249s = 0,069h$$

Cálculo del tiempo para orificio sumergido

En este segundo período de tiempo el orificio se comporta como sumergido, a medida que disminuye el volumen en el depósito A, aumenta en el depósito B, hasta igualarse los niveles. La carga hidráulica inicial es la diferencia de cargas hidráulicas entre el depósito A y B (h_A-0) y la carga hidráulica final es cero, ya que quedan al mismo nivel.

Se aplica la ecuación del tiempo de vaciado para orificio sumergido entre los depósitos A y B.

$$T_2 = \frac{2 \times \omega_A \times \omega_B}{m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2g} (\omega_A + \omega_B)} (h_A^{1/2} - 0) = \frac{2 \times 50m^2 \times 32m^2}{0,80 \times 0,00785m^2 \times \sqrt{2g} (50 + 32)m^2} ((5,18m)^{1/2})$$

$$T_2 = 3193s$$

El tiempo total es la suma de los dos:

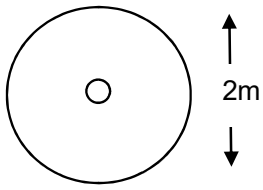
$$T = T_1 + T_2 = 249s + 3193s = 3442s$$

$$T = 3442s$$

Ejercicio 5.29

Calcular el tiempo de vaciado de un depósito cilíndrico cuya base mide 2m de diámetro y que posee una altura de 5m, con un orificio de 5cm de radio ubicado en el baricentro de su base. El espesor medio de las paredes es de 0,5m, los bordes son redondeados y el coeficiente de Chezy es de 50.

Se verifica si es orificio en pared gruesa

N°	Condición		Verificación
1	Orificio en pared gruesa (OPG)	$(e/2r \geq 3)$	Espesor $e=0,35m$, $r=0,05m$. $\frac{e}{2r} = \frac{0,5m}{0,1m} = 5 \geq 3$ SI cumple
2	Contracción completa y perfecta 	$\frac{\omega_p - \omega_o}{\omega_o} \geq 10$ Se considera el paramento que rodea inmediatamente al orificio, considerando que la menor distancia es al fondo del recipiente (0,45m)	$\omega_p = \frac{\pi D^2}{4} = 3,14m^2$ $\omega_o = \frac{\pi d^2}{4} = 0,00785m^2$ SI cumple $\frac{3,14 - 0,00785}{0,00785} = 399 \geq 10$
3	Velocidad de llegada nula ó $U < 0.3m/s$	Suponemos que se cumple ya que son depósitos	
4	Pared vertical y corte horizontal	Se cumple, ya que el paramento es perpendicular al orificio	
5	Carga mínima	$h > 3r$	La carga es variable por el vaciado
6	Chorro libre (caída libre)	Se cumple, ya que desagua al aire libre	

Se aplica la ecuación de gasto del orificio en pared gruesa, con bordes redondeados $\lambda_e=0$.

$$Q = m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2gh} \Rightarrow m_{OPG} = \varphi \times \underbrace{\mu_s}_1 \Rightarrow \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \lambda}} \Rightarrow \sum \lambda = \underbrace{\lambda_e}_0 + \lambda_f$$

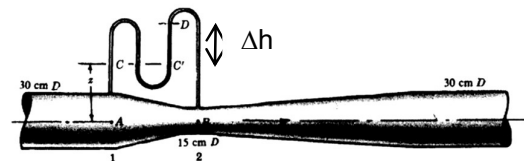
$$\sum \lambda = \frac{2 \times g \times e}{C^2 \times R_H} = \frac{8 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 0,5m}{50^2 \times (0,10m)} = 0,16 \Rightarrow m_{OPG} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,16}} = 0,93$$

$$T = \frac{2 \times \omega}{m_{OPG} \times \omega_o \times \sqrt{2g}} (h_o^{1/2} - h_f^{1/2}) = \frac{2 \times 3,14m^2}{0,93 \times 0,00785m^2 \times \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2}}} ((5m)^{1/2})$$

$$T = 434s$$

Ejercicio 5.30

Calcular el coeficiente de gasto del tubo Venturi de la figura, cuyo caudal es de $0,4m^3/s$, el diámetro aguas arriba es de $0,30m$ y el de la garganta es de $0,15m$. La lectura en el piezómetro diferencial de mercurio es de $1m$ (Δh), o sea, la diferencia de altura de la columna de mercurio (CD) es de $1m$. Considerar un peso específico relativo de $12,5$.



Se aplica la ecuación de gasto de un tubo Venturi.

$$Q = m_{Venturi} \times \omega_2 \times \sqrt{\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2)\right) \times 2g} \Rightarrow m_{Venturi} = \frac{Q}{\omega_2 \times \sqrt{\left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + \underbrace{(z_1 - z_2)}_0\right) \times 2g}}$$

$$p_1 = p_C + \gamma \times z$$

$$p_C = p_C$$

$$p_C = p_D + \gamma_m \Delta h$$

$$p_D = p_2 - (z + \Delta h)\gamma$$

$$p_1 = p_2 + \gamma \times z + \gamma_m \Delta h - (z + \Delta h)\gamma \Rightarrow p_1 - p_2 = \gamma \times z + \gamma_m \Delta h - (z + \Delta h)\gamma$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = z + \frac{\gamma_m}{\gamma} \Delta h - (z + \Delta h) \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\gamma_m}{\gamma} \Delta h - \Delta h$$

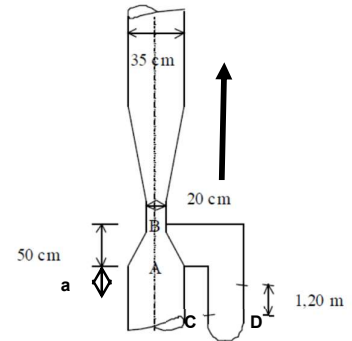
$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right) \Delta h$$

$$m_{Venturi} = \frac{0,4m^3/s}{\frac{\pi(0,15m)^2}{4} \times \sqrt{2g \times (12,5 - 1) \times 1m}} = 1,51$$

$$m_{Venturi} = 1,51$$

Ejercicio 5.31

Por un venturímetro de 35 cm de diámetro mayor y 20cm de diámetro menor (garganta del Venturi) circula una caudal de agua de 0,077m³/s. El piezómetro diferencial mide una diferencia de altura de las ramas de 1,20m. El peso específico relativo del líquido manométrico es de 1,25. Calcular el coeficiente de gasto y el coeficiente de descarga del venturímetro.



Se aplica la ecuación de gasto del tubo Venturi.

$$Q = m_{Venturi} \times \omega_B \times \sqrt{\left(\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} + (z_A - z_B)\right) \times 2g} \Rightarrow m_{Venturi} = \frac{Q}{\omega_B \times \sqrt{\left(\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} + (z_A - z_B)\right) \times 2g}}$$

$$p_C = p_A + (a + 1,2m) \times \gamma = p_D = p_B + (0,5m + a) \times \gamma + 1,20m \times \gamma_m$$

$$p_A + (a + 1,2m) \times \gamma = p_B + (0,5m + a) \times \gamma + 1,20m \times \gamma_m$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = (0,5m + a) + 1,20m \times \frac{\gamma_m}{\gamma} - (a + 1,2m)$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} - \underbrace{0,5m}_{z_A - z_B} = 1,20m \times \frac{\gamma_m}{\gamma} - 1,2m = 1,2m(\gamma_R - 1)$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) = (1,25 - 1) \times 1,2m = 0,3m$$

$$m_{Venturi} = \frac{0,077m^3/s}{\frac{\pi \times (0,20m)^2}{4} \times \sqrt{(0,3m) \times 2g}} = 1,01$$

$$K = m \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_B}{\omega_A}\right)^2\right]} = 1,01 \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{0,20^2 m^2}{0,35^2 m^2}\right)^2\right]} = 0,955$$

$$m_{Venturi} = 1,01 \wedge K = 0,955$$

Ejercicio 5.32

En un venturímetro vertical de diámetro mayor de 300mm y diámetro menor de 150mm, se lee una desviación en el manómetro diferencial de 1,18m. El líquido del manómetro tiene un peso específico relativo de 1,25. El coeficiente de gasto es de 0,98. Las dos ramas del manómetro se encuentran a una distancia de 450mm, estando ubicada una de ellas en la estrechura del venturímetro. Calcular el caudal y el coeficiente de descarga de Venturi.

Se aplica la ecuación de gasto del tubo Venturi.

$$Q = m_{Venturi} \times \omega_B \times \sqrt{\left(\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} + (z_A - z_B)\right) \times 2g}$$

$$Q = m_{Venturi} \times \omega_B \times \sqrt{\left(\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} + (z_A - z_B)\right) \times 2g}$$

$(\gamma_R - 1)1,18m$

$$Q = 0,98 \times \frac{\pi \times (0,15m)^2}{4} \times \sqrt{((1,25 - 1) \times 1,18m - (0,45m)) \times 2g}$$

$$Q = 0,042 \frac{m^3}{s}$$

$$K = m \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_B}{\omega_A}\right)^2\right]} = 0,98 \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{0,15^2 m^2}{0,30^2 m^2}\right)^2\right]} = 0,949$$

$$Q = 0,042 \frac{m^3}{s} \wedge K = 0,949$$

Ejercicio 5.33

Calcular el caudal que escurre por un orificio de diámetro 10cm practicado en un muro de 40cm de ancho, si los bordes del orificio están redondeados. La cota del nivel de aguas arriba de la pared es de 100m, la de agua abajo es de 93m. El centro del orificio se encuentra a una cota de 90m, adoptar un coeficiente C=50.

Respuesta: Q=0,087m³/s.

Ejercicio 5.34

Calcular el caudal que escurre por un orificio de 12cm de diámetro efectuado en un paramento vertical de 65cm de espesor. Los bordes de la pared están redondeados. La cota del nivel de aguas arriba del paramento es de 200m y la de agua abajo es de 193m. El eje del orificio se encuentra a una cota de 187m (orificio sumergido), adoptar un coeficiente de Chezy de 50.

Respuesta: Q=0,122m³/s

Ejercicio 5.35

Un depósito cuadrado de 3m de lado contiene 1,30m de agua, según lectura de escala en uno de sus muros. A 25cm del fondo se encuentra un tubo entrante de 10cm de diámetro y 0,5m de longitud de hormigón. Calcular el coeficiente de gasto del tubo entrante, tomándolo como orificio en pared gruesa, y la altura que se medirá en la escala luego que el agua fluye por el tubo entrante durante 6 minutos.

Respuesta: H=0,48m

Ejercicio 5.36

Un tanque está dividido por una pared gruesa de 40cm de ancho, dejando dos compartimientos cuadrados iguales de 5m de lado cada uno. En la misma hay un orificio de 5cm de diámetro, bordes redondeados y paredes lisas (C=50). El orificio se encuentra sumergido. En un instante t=0 la diferencia de niveles es de 2m. Calcular el tiempo que transcurre desde el instante inicial hasta que los depósitos alcanzan el mismo nivel.

Respuesta: T=4549s=1,26h

Ejercicio 5.37

Determinar el caudal que pasa por una tubería de 25 cm de diámetro, si en ella se ha instalado un orificio de 1cm de diámetro. El manómetro de mercurio diferencial indica una caída de presión de 1cm. El peso específico relativo del mercurio es de 13,542. El coeficiente de gasto m es de 0,63.

Respuesta: Q=0,078l/s

Ejercicio 5.38

Por un venturímetro de diámetro mayor de 305mm y diámetro menor de 152mm, determinar el coeficiente de descarga del venturímetro K y el coeficiente de gasto m. Por el mismo circula un caudal de 0,0422m³/s. En el manómetro diferencial se lee una diferencia de 1,07m. El peso específico relativo del líquido manométrico es de 1,25.

Respuesta: K= 0,978; m= 1,01

4. Pérdidas de carga singulares

En líneas generales las pérdidas de carga en las singularidades se producirán por:

- ✓ Cambio de Sección (brusca o gradual).
- ✓ Cambio de dirección (brusca o gradual).

Los mayores avances en el estudio hidráulico de estos problemas se han producido en lo que respecta a ensanchamientos bruscos, mediante la aplicación del teorema de la cantidad de movimiento. En las demás singularidades es poco el avance con respecto a lo que ya se sabía a principios del siglo pasado.

Las pérdidas de carga singulares se acostumbra a expresarlas en función de la altura de velocidad a través del factor de resistencia λ , y la expresión matemática es la siguiente:

$$\Delta = \lambda \frac{U^2}{2g} \quad (5.52)$$

Este factor λ , cuando se trata de cuantificar pérdidas de carga por frotamiento, en determinadas condiciones de semejanza geométrica y mecánica, resulta constante, pero en general depende del número de Reynolds (Re), el cual es función de una dimensión (D), de la velocidad (U) y de la viscosidad cinemática del fluido (ν).

Hace pocos años se puede afirmar que con pequeños números de Reynolds el coeficiente λ es variable, creciendo proporcionalmente con el Re hasta un máximo, luego decrece y finalmente se hace independiente del mismo, y resulta constante para determinados valores según la rugosidad (recordando las experiencias de Nikuradse, Unidad 3). No obstante, en la mayoría de los casos prácticos que interesan al ingeniero civil, los escurrimientos se encuentran en la zona de independencia con respecto al Re.

La evaluación del valor y la cuantificación del factor de resistencia λ para una singularidad, se realiza mediante la aplicación del Segundo Principio de la Mecánica a la masa fluida limitada por secciones terminales 1 y 2, que encierran las características del fenómeno, y este estudio analítico da origen a lo que se denomina el TEOREMA DE BORDA.

4.1 Ensanchamiento Brusco, Teorema de Borda - Bélanger

Para comenzar este estudio analítico se supone una tubería en la cual existe un ensanche brusco de la misma, y se consideran dos secciones transversales 1 y 2, y se definen las alturas de posición, presión y de velocidad de cada una de ellas: $z_1, z_2, p_1/\gamma, p_2/\gamma, U_1^2/2g, U_2^2/2g$. Además se considera la pérdida de carga entre dichas secciones, Δ , que es justamente lo que es necesario calcular para poder cuantificar el factor de resistencia correspondiente. Para ello debemos observar la Figura 5.72.

Dada una tubería de sección ω_1 que se ensancha a otra sección mayor ω_2 y debido a la inercia con que viene el fluido, al llegar a la sección ω_2 se producirá un ensanchamiento gradual en una longitud "l", hasta llenar nuevamente el agua en movimiento toda la sección ω_2 , Figura 5.72.

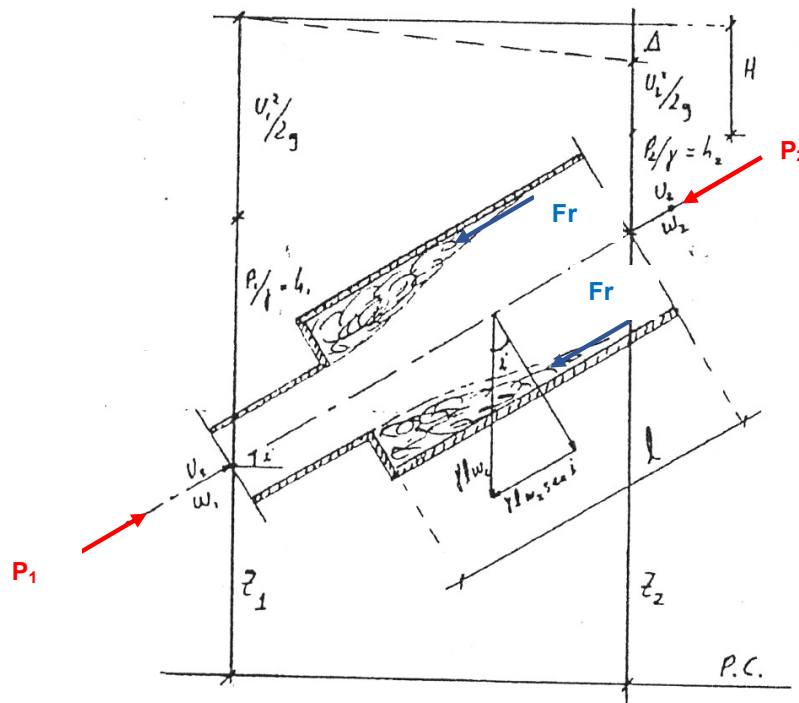


Figura 5.72. Ensanche brusco en una tubería

A lo largo de la transición se generan torbellinos de gran agitación y consiguientemente gran disipación de energía cinética, que no participan del escurrimiento, son las denominadas "aguas muertas", que no producen variación de la cantidad de movimiento, pero sí producen empuje hidrostático de agua.

Esta pérdida de energía, producida en el ensanchamiento brusco (Δ), se puede obtener mediante la diferencia entre la energía aguas arriba de la singularidad y la de aguas abajo de la misma, mientras las secciones transversales estén muy cerca.

Si observamos la Figura 5.72 podemos realizar el balance energético entre ambas secciones. Recordando que rige la ecuación de la continuidad, si la sección transversal aumenta, la velocidad debe disminuir, y, por lo tanto, $U_1 > U_2$.

Tomando Bernoulli en ambas secciones de la Figura 5.72 se obtiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta$$

$$\Delta = \left(\underbrace{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g}}_{b_1} \right) - \left(\underbrace{z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}}_{b_2} \right) \quad (5.53)$$

Aplicando el segundo principio de la mecánica en la Figura 5.72, se deben definir las fuerzas puestas en juego, la masa y la variación de la velocidad.

Hay fuerzas que colaboran al movimiento del agua y hay fuerzas que se oponen al mismo.

- ✓ Los empujes del agua producto de la presión en cada sección transversal, colaboran al escurrimiento.
- ✓ La componente del peso en la dirección del movimiento, en este caso se opone, ya que la tubería es ascendente.
- ✓ La presión del agua muerta en el cambio de sección, se opone al movimiento.
- ✓ La fuerza de frotamiento en las paredes de la tubería, se opone al movimiento.

En cuanto a los empujes, como las presiones son constantes en toda la sección transversal, el empuje se obtiene multiplicando la presión por la superficie. El empuje en la sección 1 tiene sentido igual al del movimiento del agua, y por lo tanto, se lo supone positivo. Mientras que el empuje en la sección 2 tiene sentido contrario al del movimiento del agua y, por lo tanto, tiene signo negativo, Figura 5.73.

$$E_1 = p_1 \omega_1$$

$$-E_2 = -p_2 \omega_2 \quad (5.53)$$

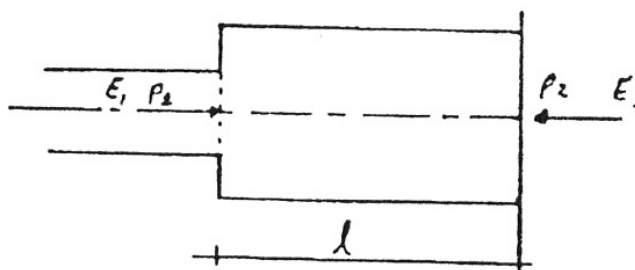


Figura 5.73. Presiones y empujes en las secciones 1 y 2

La componente del peso en la dirección del movimiento se calcula como el peso del agua encerrada en la singularidad multiplicada por el seno del ángulo que forma el eje hidráulico de la tubería con la horizontal.

$$-\gamma \ell \omega_2 \text{sen}(i) \quad (5.54)$$

Además, el agua que se encuentra en la corona, agua muerta, genera un empuje producto de la presión hidrostática de la misma, que tiene sentido opuesto al movimiento.

$$F_c = -p(\omega_2 - \omega_1) \quad (5.55)$$

Y, por último, en la zona de torbellino o aguas muertas, si bien no participa del escurrimiento, existe agua, la cual genera una fuerza de frotamiento de sentido contrario al de la corriente, Fr= fuerza de frotamiento.

En cuanto a la masa en la unidad de tiempo se puede calcular como el producto de la densidad por el caudal.

$$\frac{m}{dt} = \delta Q \quad (5.56)$$

La variación de velocidad que experimenta la masa puesta en este movimiento es:

$$du = (U_2 - U_1) \quad (5.57)$$

Remplazando las Ecuaciones 5.53, 5.54, 5.55, 5.56 y 5.57 en el Segundo Principio de la Mecánica:

$$F = \frac{m}{dt} du$$

$$p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2 - \gamma \ell \omega_2 \text{sen}(i) - p(\omega_2 - \omega_1) - F_r = \delta \times Q \times (U_2 - U_1)$$

Dividiendo ambos miembros por $(\gamma \times \omega_2)$ y reemplazando $Q = U_2 \times \omega_2$, y resolviendo matemáticamente la relación entre el peso específico y la densidad:

$$\frac{\delta U_2 \omega_2 (U_2 - U_1)}{\gamma \omega_2} = \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p_2 \omega_2}{\gamma \omega_2} - \frac{\gamma \ell \omega_2 \text{sen}(i)}{\gamma \omega_2} - \frac{p(\omega_2 - \omega_1)}{\gamma \omega_2} - \frac{F_r}{\gamma \times \omega_2}$$

$$\frac{U_2 (U_2 - U_1)}{g} = \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p_2}{\gamma} - \ell \text{sen}(i) - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - \frac{F_r}{\gamma \times \omega_2}$$

Si se observa la Figura 5.72 podemos remplazar el producto de la longitud "l" por el sen i, con la diferencia de alturas de posición de ambas secciones transversales:

$$\frac{U_2 (U_2 - U_1)}{g} = \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p_2}{\gamma} - (z_2 - z_1) - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - \frac{F_r}{\underbrace{\gamma \times \omega_2}_{F_r'}}$$

Multiplicando y dividiendo por 2 el primer miembro:

$$\frac{2U_2 (U_2 - U_1)}{2g} = \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p_2}{\gamma} - (z_2 - z_1) - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - F_r'$$

Ahora bien, sumando en ambos miembros $\frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}$ y sumando y restando en el segundo

miembro $\frac{p_1}{\gamma}$, se obtiene:

$$2 \frac{U_2^2}{2g} - \frac{2U_2 U_1}{2g} + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} = \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p_2}{\gamma} - (z_2 - z_1) + \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - F_r'$$

$$\underbrace{\frac{U_2^2}{2g} - \frac{2U_2 U_1}{2g} + \frac{U_1^2}{2g}}_{\frac{(U_2 - U_1)^2}{2g}} = \underbrace{-\frac{p_2}{\gamma} - z_2 - \frac{U_2^2}{2g}}_{-B_2} + \underbrace{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g}}_{B_1} - \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) + \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - F_r'$$

$$\frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \underbrace{B_1 - B_2}_{\Delta} - \frac{p_1}{\gamma} + \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - F_r'$$

Recordando la Ecuación 5.53, se puede remplazar la pérdida de carga:

$$\frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \Delta - \frac{p_1}{\gamma} + \frac{p_1 \omega_1}{\gamma \omega_2} - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - F_r'$$

$$\frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \Delta - \frac{p_1}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - \frac{p}{\gamma} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) - F_r'$$

$$\frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \Delta + \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \times \left(-\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p}{\gamma}\right) - F_r' \quad (5.58)$$

Simultáneamente a este estudio analítico, Borda también realizó un estudio experimental de la pérdida de carga, realizando experiencias de laboratorio a escala adecuada que le permitieron concluir que la pérdida de carga en un ensanche brusco se puede cuantificar a través de la diferencia de velocidades elevada al cuadrado y dividida por $2g$:

$$\Delta = \frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} \quad (5.59)$$

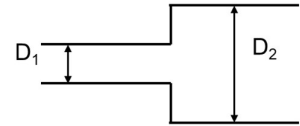
La Ecuación 5.59 es la expresión del TEOREMA DE BORDA-BÉLANGER.

Con lo cual, de la comparación de las Ecuaciones 5.58 y 5.59, concluyó que se podían dar las siguientes dos situaciones:

1. Que $\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \times \left(-\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p}{\gamma}\right) = F_r'$, con lo cual ambos términos se anulan entre sí porque tienen signos distintos.
2. Que $\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \times \left(-\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p}{\gamma}\right) \approx 0$
 $F_r' \approx 0$

Lo cierto es que se puede considerar que el valor de la pérdida de carga es el de la Ecuación 5.59.

Para encontrar el factor de resistencia λ del ensanche brusco se usa la Ecuación 5.59, considerando con el subíndice 1 las condiciones aguas arriba y con el 2 las de aguas abajo.



Para referir el factor de resistencia a la altura de velocidad aguas abajo, se usa lo siguiente:

$$\Delta = \frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \left(U_2 - U_2 \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{U_2^2}{2g} \underbrace{\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}_{\lambda_{U_2}} \quad (5.60)$$

$$\lambda_{U_2} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2$$

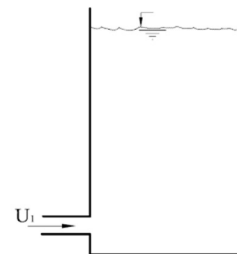
Mientras que, si se refiere a la velocidad aguas arriba, U_1 , queda la siguiente expresión:

$$\Delta = \frac{(U_2 - U_1)^2}{2g} = \left(\frac{U_1 \times \omega_1}{\omega_2} - U_1\right)^2 = \frac{U_1^2}{2g} \underbrace{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2}_{\lambda_{U_1}} \quad (5.61)$$

$$\lambda_{U_1} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2$$

De manera que la pérdida de carga por el ensanche brusco se puede calcular en función de la altura de velocidad aguas abajo, y es necesario usar la Ecuación 5.60 para calcular el factor de resistencia apropiado. Mientras que, si se usa la altura de velocidad aguas arriba, se debe usar la Ecuación 5.61 para el cálculo del factor de resistencia correspondiente.

Como caso extremo del ensanche brusco se considera la llegada de una tubería a un depósito, como en la figura, en la cual la velocidad aguas abajo es cero y por lo tanto la Ecuación 5.61 queda así:



$$\Delta = \lambda_{llegada} \frac{U_1^2}{2g} \quad (5.62)$$

$$1,06 < \lambda_{llegada} < 1,1 \Rightarrow \lambda_{medio} = 1$$

Con posterioridad al Teorema de Borda algunos investigadores perfeccionaron la Ecuación 5.59, de manera que los factores de resistencia λ se corrigieron a través de las expresiones siguientes:

$$\lambda_{U_2} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + \frac{1}{9} \quad (5.63)$$

$$\lambda_{U_1} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2 + \frac{1}{9} \quad (5.64)$$

Según Hanoncq, la corrección es la siguiente:

$$\lambda_{U_2} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 0.20 \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \quad (5.65)$$

Por ejemplo:

Si $\omega_2 = 2\omega_1$

$$\lambda_{(U_1)} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2 = (0,50 - 1)^2 \quad \lambda_{(U_2)} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = (1 - 2)^2 = 1$$

$$\lambda_{(U_1)} = 0,25$$

$$\lambda_{(U_2)} = 1$$

De la comparación de los valores obtenidos, uno es cuatro veces mayor que el otro, se ve la importancia de la cuantificación de las pérdidas de energía, ya que las mismas influyen en el cálculo de la potencia de los sistemas de impulsión necesarios en tuberías. De modo que hay que prestar especial atención a dicho proceso, ya que un error en defecto produce insuficiencia de los sistemas de impulsión del agua en tuberías.

Ejemplo de llegada de una tubería a un depósito

Por ejemplo, el caso de una tubería que desemboca en un depósito, despreciando el término correctivo $1/9$. La Ecuación que se usa en este caso es la Ecuación N° 5.62, ya que la velocidad aguas abajo de la desembocadura de la tubería es nula, porque se trata de un depósito.

La sección aguas abajo es mucho mayor que la de aguas arriba, de modo que el cociente de ambas resulta cero:

$$\lambda_{(U_1)} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2 = (0 - 1)^2$$

$$\lambda_{(U_1)} = 1 \therefore \Delta = \frac{U_2^2}{2g}$$

Es decir que la pérdida de carga es el equivalente a una altura de velocidad de la tubería.

4.2 Ensanchamiento gradual

Para el caso del ensanchamiento gradual, si el mismo acompaña la transición hidráulica, la pérdida de carga tiende a cero, tal como puede verse en la Figura 5.74.

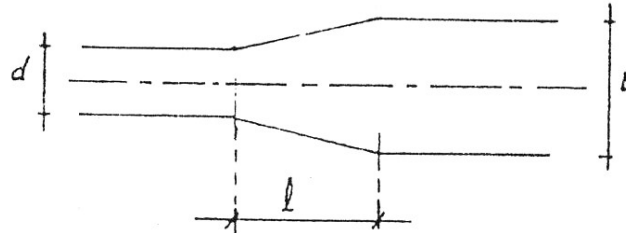


Figura 5.74

Si $l > D/2$ se puede admitir que la pérdida de energía es despreciable, $\Delta \approx 0$.

El esquema general es el que presenta la Figura 5.75.

En este caso la velocidad aguas arriba es menor que la velocidad aguas abajo, $U_2 < U_1$, y, por lo tanto, se transforma la energía cinética en energía de presión:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Llamaremos rendimiento del difusor o Venturímetro a η , el que mide la relación de transformación de energía cinética en energía de presión:

$$\eta = \frac{\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}}{\frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}}$$

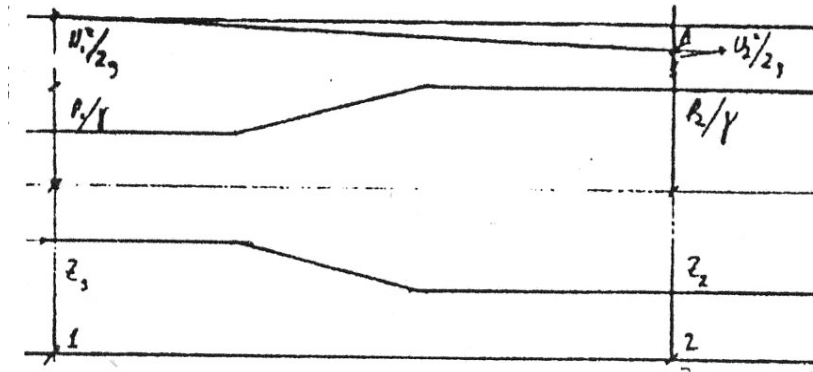


Figura 5.75

El valor de la pérdida de carga se obtiene a través del número de Gibson ξ , el cual relaciona:

$$\Delta = \xi \frac{U_1^2}{2g} \tag{5.66}$$

Siendo ξ el número de Gibson, el cual toma los siguientes valores, de acuerdo a la relación entre los diámetros D_2 y D_1 y el ángulo de la conicidad del ensanche gradual:

Tabla 11. Número de Gibson en función de los diámetros aguas arriba (D_1) y aguas abajo (D_2) y la conicidad

D_2/D_1	2°	10°	20°	30°	50°
1,10	0,01	0,03	0,10	0,15	0,21
1,60	0,02	0,07	0,26	0,42	0,52
2,00	0,03	0,07	0,29	0,44	0,63
3,00	0,03	0,08	0,31	0,48	0,66

4.3 Estrechamientos bruscos

Geoméricamente se experimenta un estrechamiento, pero hidráulicamente se produce un estrechamiento seguido de una contracción de la vena líquida y el posterior ensanchamiento,

efectivamente, pasamos de una sección ω_1 a una sección contraída ω_c para luego ensancharse hasta una sección ω_2 , tal como la muestra la Figura 5.76.

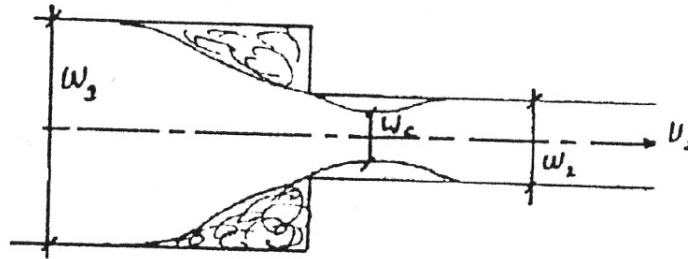


Figura 5.76

Podemos aplicar las Ecuaciones 5.60 o 5.61 que corresponden a la aplicación del Teorema de Borda, obteniendo las expresiones siguientes:

$$\Delta = \frac{U_2^2}{2g} \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_c} \right)^2$$

$$\Delta = \frac{U_1^2}{2g} \left(\frac{\omega_1}{\omega_c} - 1 \right)^2$$

Es decir que el factor de resistencia tiene la siguiente expresión:

$$\lambda_{(U_2)} = \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_c} \right)^2$$

y si llamamos $K_1 = \frac{\omega_c}{\omega_2}$, entonces:

$$\lambda_{(U_2)} = \left(1 - \frac{1}{K_1} \right)^2 \quad (5.67)$$

Es importante recordar que los valores de λ resultan constantes para disposiciones de semejanza geométrica y mecánica. Por otra parte, para mayor precisión, también pueden agregarse los términos correctivos ya vistos (Ecuaciones 5.63, 5.64 y 5.65), pero en el hecho de utilizar el coeficiente K_1 ya contemplan esas correcciones, las cuales se obtienen experimentalmente. Se puede obtener el coeficiente K_1 en función de la relación de los diámetros del estrechamiento brusco, según Merriman:

Tabla 12. Coeficiente K_1 en función de los diámetros aguas arriba (D_1) y aguas abajo (D_2)

D_2/D_1	0,10	0,50	0,70	0,90	1,00
K_1	0,62	0,65	0,69	0,79	1,00

Observando la tabla anterior y recordando que el coeficiente de contracción para orificios perfectos vale $\mu=0,61$, lo cual tiene correlación con K_1 para $D_2/D_1=0,10$, ya que prácticamente para esta relación se tiene un orificio.

Otro caso de interés es el diafragma en el interior de la tubería, que produce un estrechamiento de la corriente, es el fenómeno mediante el cual se produce una disminución de la presión por aumento de la velocidad del agua, la placa orificio, tal como puede verse en la Figura 5.77.

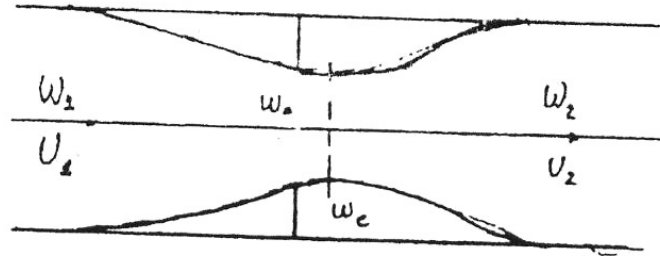


Figura 5.77

En este caso las secciones aguas abajo y aguas arriba son iguales, mientras que se define una sección del orificio ω_0 que corresponde al diafragma. Aguas abajo del diafragma se produce una contracción de la vena líquida. Por lo tanto, $\omega_2 = \omega_1$, y $\omega_0 < \omega_2$, y $\omega_0 > \omega_c$. La pérdida de energía se cuantifica con la Ecuación 5.68.

$$\Delta = \frac{U_2^2}{2g} \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_c} \right)^2 \quad (5.68)$$

Llamando $K_2 = \frac{\omega_c}{\omega_0}$ y reemplazando:

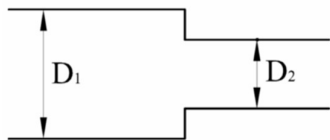
$$\Delta = \frac{U_2^2}{2g} \left(1 - \frac{\omega_2}{K_2 \times \omega_0} \right)^2 \quad (5.69)$$

Al igual que en el caso anterior se han realizado experimentaciones que conducen, según Weisbach, a los siguientes valores del coeficiente K_2 para cuantificar el factor de resistencia:

Tabla 13. Coeficiente K_1 en función de los diámetros aguas arriba (D_1) y aguas abajo (D_2)

ω_0 / ω_1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
K_2	0,63	0,66	0,71	0,81	1,00

También se puede expresar la pérdida de carga por estrechamiento brusco en tuberías con la Ecuación 5.70:



$$\Delta = \lambda_{estrech} \times \frac{U_2^2}{2g} \quad (5.70)$$

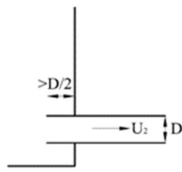
$$\lambda_{estrech} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right)^2$$

Para el caso de embocadura de una tubería en un depósito se puede aplicar las Ecuaciones 5.71, 5.72, 5.73 y 5.74 para las diferentes variantes de la singularidad:



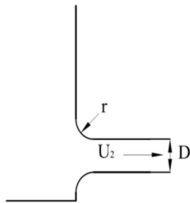
$$\Delta = \lambda_{embocadura} \times \frac{U_2^2}{2g} \quad (5.71)$$

$$\lambda_{embocadura} = \frac{1}{2}$$



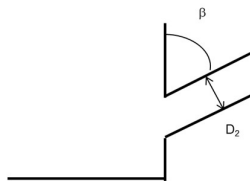
$$\Delta = \lambda_{entrante} \times \frac{U_2^2}{2g} \quad (5.72)$$

$$\lambda_{entrante} = 1 \therefore L > \frac{D}{2}$$



$$\Delta = \lambda_{redondeado} \times \frac{U_2^2}{2g} \quad (5.73)$$

$$\lambda_{redondeado} = 0,05 \therefore \frac{r}{D} > 0,18$$



$$\Delta = \lambda_{oblicua} \times \frac{U_2^2}{2g} \quad (5.74)$$

$$\lambda_{oblicua} = 0,5 + 0,3 \times \cos \beta + 0,2 \times \cos^2 \beta$$

4.4 Estrechamientos graduales

En los estrechamientos graduales, se pueden respetar las dimensiones necesarias para que las pérdidas de carga sean mínimas, Figura 5.78.

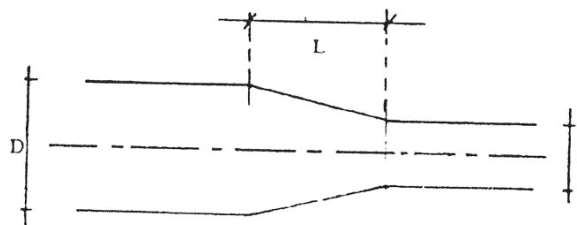


Figura 5.78

Si se considera que $L > D/2$, la pérdida de energía producida por el estrechamiento gradual tiende a cero, $\rightarrow \Delta = 0$.

4.5 Pérdidas por cambio de dirección

Los cambios de dirección están asociados a la traza en planta y corte del sistema de tuberías que se está proyectando. Estos cambios de dirección pueden ser:

- ✓ Bruscos, tales como los codos.
- ✓ Graduales, en los cuales se intercala una curva, por supuesto que éstos últimos ocupan más lugar que los primeros.

Cambios Bruscos de dirección

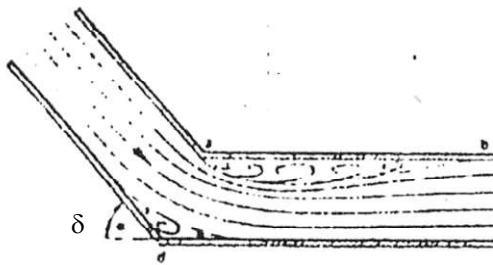


Figura 5.79

En los cambios bruscos de dirección se produce una alteración en las líneas de corriente, la cual se traduce en contracción de la vena líquida y choque con las paredes, tal como lo muestra la Figura 5.79.

En general, los factores de resistencia son pequeños, y se han tabulado, Tabla 14, en función del ángulo de inclinación o de cambio de dirección δ , que es el ángulo formado por los dos ejes hidráulicos.

Tabla 14. Factor de resistencia para cambios bruscos de dirección en función del ángulo δ , según Wiesbach

δ	λ
60°	0,37
80°	0,74
90°	1,00

Para ángulos menores de 50° las pérdidas de carga son despreciables.

A continuación, en la Tabla 15, se resumen valores de coeficientes de resistencia para cambios bruscos de dirección, identificados de acuerdo a la singularidad.

Tabla 15. Factor de resistencia para cambios bruscos de dirección, según Manual Técnico Degremont

Singularidad		Coeficientes de resistencia λ																																															
codos en ángulo		<table border="1"> <thead> <tr> <th>δ (°)</th> <th>23</th> <th>30</th> <th>45</th> <th>60</th> <th>75</th> <th>90</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>λ_{codo}</td> <td>0,17</td> <td>0,20</td> <td>0,40</td> <td>0,70</td> <td>1,00</td> <td>1,50</td> </tr> </tbody> </table> <p>δ: ángulo en el cambio de dirección</p>						δ (°)	23	30	45	60	75	90	λ_{codo}	0,17	0,20	0,40	0,70	1,00	1,50																												
δ (°)	23	30	45	60	75	90																																											
λ_{codo}	0,17	0,20	0,40	0,70	1,00	1,50																																											
codos redondeados		<table border="1"> <thead> <tr> <th>r/D</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\delta=22,5^\circ$</td> <td>0,11</td> <td>0,10</td> <td>0,09</td> <td>0,08</td> <td>0,08</td> </tr> <tr> <td>$\delta=45^\circ$</td> <td>0,19</td> <td>0,17</td> <td>0,16</td> <td>0,15</td> <td>0,15</td> </tr> <tr> <td>$\delta=60^\circ$</td> <td>0,25</td> <td>0,22</td> <td>0,21</td> <td>0,20</td> <td>0,19</td> </tr> <tr> <td>$\delta=90^\circ$</td> <td>0,33</td> <td>0,29</td> <td>0,27</td> <td>0,26</td> <td>0,26</td> </tr> <tr> <td>$\delta=135^\circ$</td> <td>0,41</td> <td>0,36</td> <td>0,35</td> <td>0,35</td> <td>0,35</td> </tr> <tr> <td>$\delta=180^\circ$</td> <td>0,48</td> <td>0,43</td> <td>0,42</td> <td>0,42</td> <td>0,42</td> </tr> </tbody> </table> <p>r: radio de curvatura. D: diámetro. δ: ángulo del cambio de dirección</p>						r/D	1	1,5	2	3	4	$\delta=22,5^\circ$	0,11	0,10	0,09	0,08	0,08	$\delta=45^\circ$	0,19	0,17	0,16	0,15	0,15	$\delta=60^\circ$	0,25	0,22	0,21	0,20	0,19	$\delta=90^\circ$	0,33	0,29	0,27	0,26	0,26	$\delta=135^\circ$	0,41	0,36	0,35	0,35	0,35	$\delta=180^\circ$	0,48	0,43	0,42	0,42	0,42
r/D	1	1,5	2	3	4																																												
$\delta=22,5^\circ$	0,11	0,10	0,09	0,08	0,08																																												
$\delta=45^\circ$	0,19	0,17	0,16	0,15	0,15																																												
$\delta=60^\circ$	0,25	0,22	0,21	0,20	0,19																																												
$\delta=90^\circ$	0,33	0,29	0,27	0,26	0,26																																												
$\delta=135^\circ$	0,41	0,36	0,35	0,35	0,35																																												
$\delta=180^\circ$	0,48	0,43	0,42	0,42	0,42																																												
codos redondeados (que desembocan en un depósito lleno)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>r/D</th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\delta=90^\circ$</td> <td>1,68</td> <td>1,64</td> <td>1,62</td> <td>1,61</td> <td>1,61</td> </tr> </tbody> </table> <p>r: radio de curvatura. D: diámetro. δ: ángulo del cambio de dirección</p>						r/D	1	1,5	2	3	4	$\delta=90^\circ$	1,68	1,64	1,62	1,61	1,61																														
r/D	1	1,5	2	3	4																																												
$\delta=90^\circ$	1,68	1,64	1,62	1,61	1,61																																												

Cambios Graduales de dirección, curvas

Los valores del coeficiente de resistencia para las curvas están en función del diámetro de la tubería D y del radio de curvatura de la curva R , ver Tabla 15.

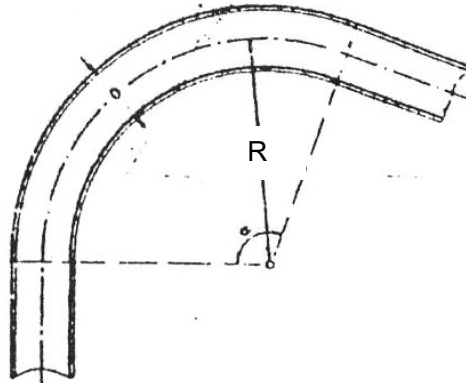



Figura 5.80

Tabla 16. Factor de resistencia para curvas en función de D/R . D es el diámetro de la tubería y R el radio de curvatura de la curva

D/R	λ
1	1
5	0,60
10	0,60
15	0,76




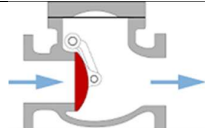
Tabla 17. Factor de resistencia para cambios graduales de dirección, según Manual Técnico Degremont

Singularidad		Coeficientes de resistencia λ	
curvas a 90°		r/D	λ
		1,00	0,40
		1,50	0,32
		2,00	0,27
		3,00	0,22
		4,00	0,20
r: radio de curvatura. D:diámetro			

4.6 Pérdidas de carga en válvulas

A continuación, en la Tabla 18, se resumen valores de coeficientes de resistencia para distintos tipos de válvulas.

Tabla 18. Factor de resistencia para distintos tipos de válvulas, según Manual Técnico Degremont

Singularidad		Coeficientes de resistencia λ										
válvulas mariposa		β (°)	0 a 5	10	20	30	40	45	50	60	70	
		λ	0,25 a 0,30	0,52	1,54	3,91	10,80	18,70	32,60	118,00	751,00	
β : ángulo de apertura												
válvulas de compuerta a plana		I/D	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8		
		λ	0,12	0,15	0,26	0,81	2,06	5,52	17,00	98,00		
D: diámetro, l: elevación												
válvulas de llaves de paso		β (°)	10	20	30	40	45	50	55			
		λ	0,31	1,84	6,15	20,70	41,00	95,30	275,00			
β : ángulo de apertura												
válvulas de retención		β (°)	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
		λ	90,00	62,00	42,00	30,00	20,00	14,00	9,50	6,60	3,20	1,70
β : ángulo del obturante												

4.7 Comentario Final

Otro método para cuantificar las pérdidas de carga en singularidades, es el denominado de la "longitud equivalente". El que consiste en cuantificar en términos de longitud de la tubería cada una de las pérdidas de energía que producen las singularidades.

Existen tablas en las cuales en función de las características geométricas de la singularidad y del diámetro de la tubería, se dan las longitudes a las que equivalen cada una de las singularidades. Entonces la pérdida de energía total resulta de calcular la pérdida por el frotamiento de la tubería en la longitud que se obtiene sumando la longitud original y todas las longitudes equivalentes necesarias y correspondientes a las singularidades que se presentan.

5. Bibliografía

- Céspedes, G. (1950). Manual de Hidráulica corregido y aumentado por José y Juan Gandolfo. Buenos Aires, Argentina. Centro de Estudiantes de Ingeniería de Buenos Aires.
- Rouse, H. (1960). Mecánica Elemental de Fluidos. Madrid, España. Editorial Dossat SA.
- Giles, R. (1969). Mecánica de Fluidos e Hidráulica. Colombia. McGrawHill.
- Mataix y Plana, C (1986). Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas. Madrid, España. Ediciones del Castillo SA.
- Sotelo Ávila, G (1997). Hidráulica General. México. Editorial Limusa SA.
- Domínguez, F.J. (1999). Hidráulica. Santiago de Chile. Editorial Universitaria.
- Franzini, J & Finemore, E (1999). Mecánica de Fluidos con aplicaciones en Ingeniería. España. Mc Graw Hill.
- Munson, B, Young, D & Okiishi, T (1999). Fundamentos de Mecánica de Fluidos. México. Limusa.
- Streeter, V. & Wylie, B. (1986). Mecánica de los Fluidos. México. Mc Graw Hill.