UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

GUÍA DE ESTUDIO

“HIDRÁULICA GENERAL”

UNIDAD N°6: CANALIZACIONES ABIERTAS: CANALES

MATERIAL DE ESTUDIO PREPARADO POR:

ING. PATRICIA S. INFANTE, PROF. ADJUNTO

ING. ALEJANDRA PUNTA, AYUD. DE PRIMERA

AÑO: 2005.

INDICE

6 UNIDAD 6.

CONTENIDO DEL PROGRAMA ANALÍTICO.

A. **Movimiento permanente uniforme en canales**. Tipos de canales. Ecuación del movimiento permanente. Distribución de velocidad, coeficientes de velocidad. Curva de descarga. Diseño y cálculo de secciones transversales en canales. Caudal a Bernoulli constante.
B. **Movimiento permanente variado**. Clasificación de las corrientes. Discusión del eje hidráulico: cambios de pendiente. Cálculo de curva de remanso para singularidades.
C. **Movimiento impermanente**: ecuaciones de Saint-Venant. Ondas de traslación: clasificación, estudio de la onda solitaria, ondas bajas y ondas altas, celeridad de las ondas. Onda estacionaria: resalto.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

En este tema estudiaremos y analizaremos el escurrimiento del agua en canales abiertos, con el objetivo de que el alumno adquiera capacidad en el manejo práctico de problemas de escurrimiento o conducción de agua en canales, y sus singularidades. Así como la concientización y comprensión de la importancia de los canales abiertos en el sistema de obras para riego de la Provincia de Mendoza.

Seguramente han visto canales para riego, desde las famosas cunetas o acequias mendocinas, que se usan tanto para el riego del arbolado público, como para la recolección de las aguas pluviales; hasta el Canal Cacique Guaymallén que delimita nuestra Ciudad Capital al Este.

Empecemos con los conceptos fundamentales al respecto.

Llamamos canalizaciones abiertas a aquellas conducciones donde el agua escurre a presión atmosférica; aún cuando el contorno geométrico de la misma es cerrado, si la sección no está completamente llena se comporta hidráulicamente como un canal abierto.

La superficie de contacto entre el agua y la presión atmosférica se denomina superficie libre de la canalización, si consideramos el perfil longitudinal de la misma esa superficie hidráulica se transforma en una línea que llamamos el "eje hidráulico" de la canalización. La pendiente del eje hidráulico es la pendiente hidráulica, y la altura de agua (h) es igual a la altura piezométrica (altura hidráulica = $z+p/\gamma$), también denominada carga de agua del canal.

BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA EN BIBLIOTECA.

1. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.
2. HIDRÁULICA DE FRANCISCO JAVIER DOMÍNGUEZ.
3. ELEMENTARY MECHANICS OF FLUIDS OF HUNTER ROUSE.
4. HIDRÁULICA PARA INGENIEROS DE DOMINGO ESCRIBÁ BONAFÉ.
5. APUNTES DE CORRIENTES IMPERMANENTES DE LUIS M. MAGISTOCCHI. EDITADOS POR LA FACULTAD DE INGENIERÍA.

6.A MOVIMIENTO PERMANENTE UNIFORME EN CANALES.

6.A.1 TIPOS DE MOVIMIENTO.

Tal como hemos estudiado en el Tema 3, el agua se mueve a través de dos tipos de movimientos: laminar y turbulento. Para el caso de las conducciones abiertas pueden producirse tanto el régimen laminar o turbulento, dependiendo de la relación entre las energía de las fuerzas de viscosidad y las de inercia. Si recordamos lo ya estudiado en el Tema 3, esta relación está representada por el número de Reynolds (Re), cuya ecuación es:

$$\mathrm{Re} = \frac{L \times U}{\nu}$$

Ecuación 1-6 donde

L es una dimensión característica

U es la velocidad media del escurrimiento

ν es la viscosidad cinemática

Para canales la longitud o dimensión característica es igual al radio hidráulico de la sección transversal: $L = R_H$

La ecuación 1-6, aplicada a canales queda por lo tanto igual a:

$$\mathrm{Re} = \frac{R_H \times U}{\nu}$$

Ecuación 2-6 donde

$R_H = \omega/\chi$

χ es el perímetro mojado de la sección transversal.

ω es el área de la sección transversal.

6.A.1.1 Ecuaciones para movimiento laminar

En este caso las fuerzas viscosas (originadas por la viscosidad del agua) son mayores a las de fuerzas debido a la inercia del movimiento, y por lo tanto el escurrimiento es ordenado, y los filetes y las líneas de corriente son paralelas.

Recordando lo que vimos en el Tema 3, que para movimiento laminar la pérdida de carga por unidad de longitud y de peso (J) es igual a :

$$J = \frac{2 \times \nu \times U}{g \times R_H^{\ 2}}$$

y el factor de resistencia: $\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$

Reemplazando en esta última ecuación la expresión del Re, calculado con la Ecuación 2-6, encontramos la ecuación de resistencia para movimiento laminar en canalizaciones abiertas:

$$\lambda = \frac{16 \times \nu}{R_H \times U}$$

El límite entre el movimiento laminar y turbulento está en el valor de Re=2000. Reemplazando este valor en la Ecuación 2-6, y tomando un valor de la viscosidad cinemática para 20ºC de:

$$\nu = \frac{1}{1.000.000} \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{R_H \times U}{\nu} = \frac{R_H \times U}{\frac{1}{1.000.000}\frac{s}{m^2}} = 2000 \Rightarrow R_H \times U = \frac{2000}{1.000.000 \times 4} = 5 \times 10^{-4}$$

Es decir que se produce movimiento laminar cuando el producto $R_H \times U \leq 5 \times 10^{-4}$. Este valor tan pequeño se logra sólo en experiencias de laboratorio, bajo condiciones muy específicas de escurrimiento. Por lo que, en la práctica predomina el movimiento turbulento en las canalizaciones abiertas.

6.A.1.2 Ecuaciones del movimiento turbulento.

Cuando las fuerzas producto de la viscosidad son pequeñas comparadas con las de inercia. las partículas de agua se mueven en forma desordenada e irregular, y existe pasaje de partículas de un tubo de flujo al contiguo. Para movimiento turbulento el cálculo de la pérdida de carga se hace en función de la tensión de corte hidráulico desarrollada por el frotamiento en las paredes del canal, a la que, recordando nuevamente el Tema 3, la habíamos de indicado con τ_o.

$$\tau_0 = \gamma \times R_H \times J$$ **Ecuación 3-6**

$$\tau_0 = \frac{\gamma \times f \times U^2}{2 \times g}$$ **Ecuación 4-6**

Donde:

f: es el factor de fricción

γ: es el peso específico del líquido

Igualando la Ecuación 3-6 con la Ecuación 4-6, obtenemos la pérdida de carga por unidad de longitud y peso debida al frotamiento del escurrimiento con las paredes y de los tubos de flujo entre sí, para movimiento turbulento en canales:

$$J = \frac{f \times U^2}{2g \times R_H}$$ **Ecuación 5-6**

De la Ecuación 5-6 podemos despejar la velocidad media del canal. Resultando:

$$U = \sqrt{J \times R_H}\sqrt{\frac{2g}{f}}$$ **Ecuación 6-6**

$$C = \sqrt{\frac{2\,g}{f}}$$ **Ecuación 7-6**

Llamamos a la segunda raíz cuadrada con la letra C, es el coeficiente de Chézy que se verá en detalle en el punto 6.4., la ecuación 6-6 queda expresada en función de este coeficiente:

$$U = C \times \sqrt{J \times R_H}$$ **Ecuación 8-6**

Recordamos del Tema 3, que el factor de resistencia es: $\lambda = 4 \times f$, se puede encontrar la relación entre el factor de fricción (f), el factor de resistencia (λ) y el coeficiente de Chézy (C), de la siguiente manera:

$$C^2 = \frac{2g}{f} = \frac{8g}{\lambda}$$

Recordamos que la ecuación de movimiento turbulento para tuberías dada por Prandtl que relaciona el factor de resistencia con la aspereza absoluta o irregularidad de la pared (ε) es:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}70 + 2\log\frac{R}{\varepsilon}$$ **Ecuación 9-6** donde

R es el radio de la tubería

La Ecuación 9-6 puede expresarse en función del radio hidráulico, para poder ser aplicada a canales el radio R se transforma en R = 2 R_H y reemplazando, la ecuación queda:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}302 + 2\log\frac{R_H}{\varepsilon}$$

Esta última ecuación puede expresarse en función de coeficiente de fricción f y del coeficiente de Chézy C.

En canalizaciones abiertas la aspereza absoluta ε es un parámetro de difícil determinación, pues es muy variable, es imposible hablar de uniformidad de la aspereza tanto en el perímetro mojado de una sección, como en la longitud del canal. En el ítem Ecuaciones del movimiento permanente y uniforme se encuentran fórmulas experimentales para el cálculo del coeficiente C, y así mediante la Ecuación 8-6 determinar la velocidad media en la canalización.

6.A.2 MOVIMIENTO PERMANENTE: UNIFORME Y VARIADO. MOVIMIENTO IMPERMANENTE.

Así como el movimiento de agua en un canal puede ser laminar o turbulento, según predominen las fuerzas de viscosidad o las de gravedad. Si lo analizamos respecto de las variables tiempo y espacio, el movimiento del agua en un canal también puede ser permanente o impermanente. Cuando las circunstancias hidráulicas (nivel de agua, velocidad del agua, presión, aceleración) en un canal son invariable en el tiempo se dice que el movimiento es **permanente**, siendo movimiento **impermanente** entonces en caso contrario, o sea cuando varía instante a instante.

Los estudios y cálculos habituales se basan en la condición de invariabilidad de la altura de agua respecto del tiempo, o sea que, las ecuaciones necesarias para el diseño de canales se basan en el movimiento permanente.

Un movimiento es **permanente uniforme** cuando las circunstancias hidráulicas, además de no variar en el tiempo, no varían en el espacio, o sea en las distintas secciones transversales del canal a lo largo de su recorrido. Con lo cual concluimos que la altura de agua y la velocidad media de escurrimiento es constante a lo largo de todo el canal, es decir en todas las sucesivas secciones transversales del mismo. Para que ello sea posible, la aceleración del agua debe ser nula, y si consideramos que el movimiento se debe a las fuerzas gravitacionales (la componente del peso del agua en la dirección del movimiento), éstas deben ser iguales y de signo contrario a las fuerzas de frotamiento que produce el agua en su movimiento.

Si recordamos el Segundo Principio de la mecánica: F= m.a, si la fuerza resultante es cero, por lo tanto, la aceleración también es nula. O sea que en un **movimiento permanente uniforme** se igualan las fuerzas gravitacionales con las de frotamiento del movimiento del agua.

Y por último, es movimiento **permanente variado** cuando las condiciones hidráulicas varían en distintas secciones a lo largo del canal.

Estas consideraciones respecto de la variabilidad de las circunstancias hidráulicas en el tiempo y en el espacio, pueden aplicarse a la ecuación de Saint-Venant. Recordando del Tema Nº 2 la ecuación de Saint-Venant se expresa así:

$$i - J - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \frac{U^2}{2g}\right) = 0$$

Ecuación 10-6

i: pendiente de fondo del canal.
J: pérdida de carga por unidad de longitud.
h: altura de agua del canal.
U: velocidad media del agua en la sección transversal.
g: aceleración de la gravedad 9,81 m/s^2.
x: es la dirección del movimiento.
t: es el tiempo.

6.A.2.1 Movimiento uniforme.

Si el movimiento es uniforme, entonces la velocidad y la altura de agua en la canalización no varían ni en el tiempo ni en el espacio, y por lo tanto son magnitudes constantes, sus derivadas parciales respecto de cualquier variable son cero:

$$\left.\begin{array}{l} U = cte \\ h = cte \end{array}\right\} \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \frac{U^2}{2g}\right) = 0$$

quedando la Ecuación 10-6 de la siguiente forma:

i = J **Ecuación 11-6**

Esta expresión indica que para canales con movimiento permanente y uniforme la pendiente de fondo de la canalización (i) es igual a la pendiente de la línea piezométrica del escurrimiento en dicho canal (J).

La velocidad media podemos calcularla entonces, según la Ecuación 8-6 como:

$$U = C\sqrt{R_H \times i}$$ **Ecuación 12-6**

y el caudal

$$Q = \omega \times C\sqrt{R_H \times i}$$ **Ecuación 13-6**

6.A.2.2 Movimiento permanentemente variado.

En este caso los parámetros o circunstancias hidráulicas no varían en el tiempo, pero sí lo hacen en el espacio, de modo que respecto del tiempo son constantes, pero respecto del espacio son variables: $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$

La Ecuación 10-6 se transforma en:

$$i - J - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \frac{U^2}{2g}\right) = 0$$

Ecuación 14-6

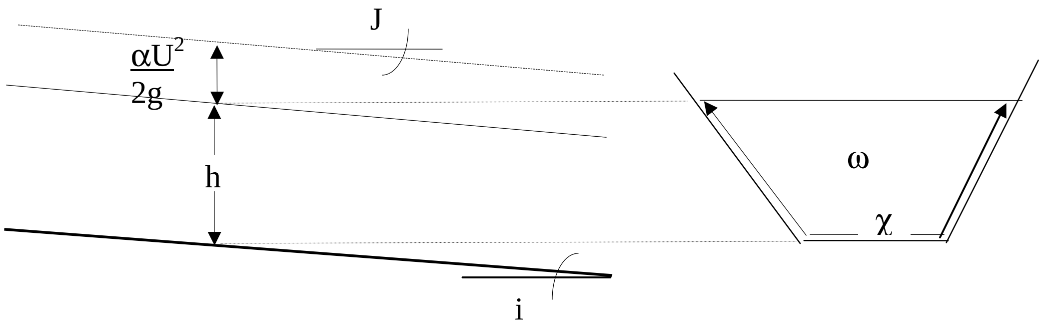
6.A.2.3 Movimiento impermanente.

En este caso no existe ninguna simplificación a la ecuación de Saint-Venant, porque los parámetros hidráulicos son función del espacio y del tiempo. La ecuación que se aplica toma la forma de la Ecuación 10-6.

6.A.3 MOVIMIENTO PERMANENTE UNIFORME.

En este caso la altura de agua y la velocidad del agua permanecen constantes en el espacio y en el tiempo. Se denomina altura normal de escurrimiento a la altura del tirante de agua en una canalización abierta cuando la misma presenta movimiento permanente y uniforme.

Según la Ecuación 10-6, **i = J** , lo que indica que la pendiente del fondo o solera del canal es igual a



la pendiente de la línea energía del escurrimiento en el mismo, y también a la pendiente del eje hidráulico, por lo tanto son todas paralelas entre sí.

Las ecuaciones que rigen este movimiento para el cálculo de caudal y la velocidad media son las Ecuación 12-6 y Ecuación 13-6 respectivamente. El problema de la aplicación de las mismas reside en encontrar el valor de C. Ya vimos que por medio de la aspereza absoluta no se puede calcular, por la gran variedad de este parámetro en los canales.

Diversos autores han propuesto distintas fórmulas experimentales para el cálculo del coeficientes de Chézy, a continuación se indican las más utilizadas:

a) Fórmula de Ganguillet y Kutter:

$$C = \frac{25 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{25n}{\sqrt{R_H}}}$$

Ecuación 15-6

2º columna de la Tabla N°1.

b) Fórmula de Bazin

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_H}}}$$

Ecuación 16-6

3º columna de la Tabla N°1.

c) Fórmula de Manning

$$C = \frac{R_H{}^{1/6}}{n}$$

Ecuación 17-6

4º columna de la Tabla N°1.

Tabla N°1: Comparación de coeficientes de rugosidad .

NATURALEZA DE LAS PAREDES	Ganguillet y Kutter (n)	Bazin (γ)	Manning (n)
Canaletas de madera muy bien cepillada	0.009	- 0.217	0.009
Canales enlucidos (cemento puro) muy lisos	0.010	-0.130	0.010
Conductos de mat. vítreo y de hierro nuevo	0.010	-0.130	0.010
Canales o conductos revocados con mortero cementicio	0.011	-0.040	0.011
Conductos de hierro sin asperezas y canaletas semicirculares de chapa con juntas lisas.	0.011	-0.040	0.011
Canaletas de madera sin cepillar.	0.012	0.03	0.012
Conductos de chapas metálicas (D=1a3m), juntas remachadas.	0.013	0.13	0.013
Mampostería de ladrillo de máquina bien terminada, sin salientes.	0.014	0.22	0.014
Mampostería de piedra labrada	0.014	0.22	0.014
Conductos de barro cocido (drenajes)	0.014	0.22	0.014
Conductos de hormigón premoldeado	0.014	0.22	0.014
Hormigón moldeado in situ	0.016	0.39	0.016
Mampostería de piedra de cantera, caras lisas	0.017	0.48	0.017
Conducto de chapas acanaladas de hierro galvanizado de secc. circular y semicircular	0.019	0.65	0.019
Revestimientos de piedra en seco muy bien ejecutados.	0.019	0.65	0.019
Canaletas en tosca y greda compacta, paredes lisas.	0.020	0.74	0.020

NATURALEZA DE LAS PAREDES	Ganguillet y Kutter (n)	Bazin (γ)	Manning (n)
Canales en pedregullo o grava bien afirmada, sección regular.	0.021	0.83	0.021
Canales revestidos con piedras en seco, partidas a combo.	0.023	1.00	0.023
Canales en tierra, libres de vegetación y ripio suelto.	0.025	1.17	0.025
Ríos de pendiente pequeña y mucho caudal.	0.027	1.35	0.027
Canales de tierra, con alguna vegetación y ripio	0.030	1.61	0.030
Canales excavados en roca compacta, libre de salientes grandes	0.032	1.78	0.032
Canales y ríos con piedras sueltas y vegetación	0.037	2.21	0.037
Canales en roca esquistosa o granítica sin alisar las paredes	0.040	2.48	0.040
Ríos con plantas acuáticas y mucha vegetación	0.041	2.56	0.041
Canales de drenaje en servicio	0.045	2.91	0.045
Canales de drenaje con mucha vegetación, fondo y taludes irregulares	0.050 0.060	3.35 4.22	0.050 0.060
Zonas inundables: ancho aprox.400m, terreno desmontado, pero con raíces.	0.048	3.18	0.048
Zonas inundables: ancho aprox.400m, terreno cubierto con monte natural.	0.078	5.78	0.078

Si remplazamos la Ecuación 17-6 en la del Movimiento Permanente Uniforme (Ecuación 12-6 y Ecuación 13-6), podemos encontrar una expresión del caudal en la que están todas la variables involucradas.

$$Q = U \times \omega = C \times \sqrt{R_H \times i} = \frac{R_H{}^{2/3} \times \sqrt{i} \times \omega}{n}$$

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n} \times R_H{}^{2/3} \times \omega$$

Ecuación 18-6

La Ecuación 18-6 es la que usaremos en el diseño y cálculo de la sección transversal de canales. A continuación describiremos cada una de esas variables.

6.A.3.1 Rugosidad de los canales.

Como puede observarse en las ecuaciones anteriores un rol muy importante juega el material de las paredes del canal, más precisamente, la mayor o menor aspereza de dicho material.

Esta Cátedra adopta para el diseño de canales la Fórmula de Manning (Ecuación 17-6), y a continuación se dan los valores del Coeficiente de Manning "n" para distintos materiales del revestimiento.

Tabla N°2: Coeficientes de rugosidad de Manning "n ".

Nº	DESCRIPCIÓN	MÍNIMO	NORMAL	MÁXIMO
1	CANALES REVESTIDOS METALICOS.			
1.1	SUPERFICIE LISA DE ACERO SIN PINTAR.	0.011	**0.012**	0.014
1.2	SUPERFICIE LISA DE ACERO PINTADA.	0.012	0.013	0.017
1.3	SUPERFICIE CORRUGADA.	0.021	0.025	0.03
2	CANALES REVESTIDOS DE CEMENTO.			
2.1	SUPERFICIE PULIDA	0.01	0.011	0.013
2.2	SUPERFICIE DE MORTERO	0.011	0.013	0.015
3	CANALES REVESTIDOS DE MADERA.			
3.1	MADERA CEPILLADA SIN TRATAR.	0.010	0.012	0.014
3.2	MADERA CEPILLADA CREOSOTADA	0.011	0.012	0.015
3.3	MADERA SIN CEPILLAR	0.011	0.013	0.015
3.4	LÁMINAS CON LISTONES	0.012	0.015	0.018
3.5	FORRADA CON IMPERMEABILIZANTE	0.010	0.014	0.017
4	CANALES REVESTIDOS CON HORMIGÓN			
4.1	TERMINADO CON LLANA METÁLICA.	0.011	**0.013**	0.015
4.2	TERMINADO CON LLANA DE MADERA	0.013	0.015	0.016
4.3	PULIDO, CON GRAVAS EN EL FONDO	0.015	0.017	0.020
4.4	SIN PULIR	0.014	0.017	0.02
4.5	PROYECTADO, SECCIÓN BUENA.	0.016	0.019	0.023
4.6	PROYECTADO, SECCIÓN ONDULADA	0.018	0.022	0.025
4.7	CONCRETO SOBRE ROCA BIEN EXCAVADA	0.017	0.020	
4.8	CONCRETO SOBRE ROCA IRREGULARMENTE EXCAVADA	0.022	0.027	
5	FONDO DE HORMIGÓN TERMINADO CON LLANA DE MADERA Y LADOS DE:			
5.1	PIEDRA LABRADA SOBRE MORTERO	0.015	0.017	0.020
5.2	PIEDRA SIN SELECCIONAR SOBRE MORTERO	0.017	0.020	0.024
5.3	MAMPOSTERÍA DE PIEDRA CEMENTADA CON RECUBRIMIENTO.	0.016	0.020	0.024

Nº	DESCRIPCIÓN	MÍNIMO	NORMAL	MÁXIMO
5.4	MAMPOSTERÍA DE PIEDRA CEMENTADA.	0.020	0.025	0.030
5.5	PIEDRA SUELTA O RIP-RAP.	0.020	0.030	0.035
6	FONDO DE GRAVAS CON LADOS DE:			
6.1	CONCRETO ENCOFRADO.	0.017	0.020	0.025
6.2	PIEDRA SIN SELECCIONAR SOBRE MORTERO.	0.020	0.023	0.026
6.3	PIEDRA SUELTA O RIP-RAP.	0.023	0.033	0.036
7	LADRILLO			
7.1	LADRILLO BARNIZADO O LACADO	0.011	**0.013**	0.015
7.2	EN MORTERO DE CEMENTO	0.012	**0.015**	0.018
8	MAMPOSTERÍA			
8.1	PIEDRA PARTIDA CEMENTADA.	0.017	0.025	0.030
8.2	PIEDRA SUELTA.	0.023	0.032	0.035
9	BLOQUES DE PIEDRA LABRADOS.	0.013	0.015	0.017
10	ASFALTO LISO.	0.013	0.013	
11	ASFALTO RUGOSO.	0.016	0.016	
12	REVESTIMIENTO VEGETAL.	0.030		0.500
13	CANALES EXCAVADOS EN TIERRA, RECTO Y UNIFORME.			
13.1	LIMPIO, RECIENTEMENTE TERMINADO.	0.016	0.018	0.020
13.2	LIMPIO, DESPUÉS DE EXPOSICIÓN A LA INTEMPERIE.	0.018	**0.022**	0.025
13.3	CON GRAVAS, SECCION UNIFORME Y LIMPIO	0.022	0.025	0.030
13.4	CON PASTOS CORTOS, ALGUNAS MALEZAS.	0.022	0.027	0.033
14	CANALES EXCAVADOS EN TIERRA, POCO SINUOSO.			
14.1	SIN VEGETACIÓN.	0.023	0.025	0.030
14.2	PASTOS, ALGUNAS MALEZAS.	0.025	0.030	0.033
14.3	MALEZAS DENSAS O PLANTAS ACUÁTICAS EN CANALES PROFUNDOS.	0.030	0.035	0.040
14.4	FONDO EN TIERRA CON LADOS EN PIEDRA	0.028	0.030	0.035
14.5	FONDO PEDREGOSO Y COSTADOS CON MALEZAS.	0.025	0.035	0.040
14.6	FONDO EN CANTO RODADO Y LADOS LIMPIOS.	0.030	0.040	0.050
15	CANALES EXCAVADOS CON PALA.			
15.1	SIN VEGETACIÓN.	0.025	0.028	0.033
15.2	MATORRALES LIGEROS EN LOS COSTADOS.	0.035	0.050	0.060
16	CANALES EXCAVADOS CON CORTES EN ROCA.			
16.1	LISOS Y UNIFORMES.	0.025	0.035	0.040
16.2	AFILADOS E IRREGULARES.	0.035	0.040	0.050
17	CANALES EXCAVADOS SIN MANTENIMIENTO, MALEZAS SIN CORTAR.			

Nº	DESCRIPCIÓN	MÍNIMO	NORMAL	MÁXIMO
17.1	MALEZAS DENSAS, TAN ALTAS COMO LA ALTURA DE AGUA.	0.050	0.080	0.120
17.2	FONDO LIMPIO, MATORRALES EN LOS LADOS.	0.040	0.050	0.080
17.3	FONDO LIMPIO Y MATORRALES EN LOS LADOS DE LA ALTURA DEL AGUA.	0.045	0.070	0.110
17.4	MATORRALES DENSOS DE ALTO NIVEL.	0.080	0.100	0.140

NOTA: Las cifras en negrita son los valores generalmente recomendados para el diseño.

FUENTE DE INFORMACIÓN: HIDRAULICA DE CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.

6.A.3.2 Pendiente de fondo del canal.

La pendiente de fondo del canal es una de las variables principales, ya que en función de ella se calcula la velocidad media del canal, de acuerdo a cualquiera de las fórmulas experimentales ya enunciadas. La que adoptaremos nosotros es la de Manning. La pendiente se expresa en tanto por uno, es decir, una pendiente del 2% se expresa como i=0.02. Mientras mayor es la pendiente de fondo, mayor es la velocidad de escurrimiento, y se necesita menor sección transversal para conducir igual caudal, de acuerdo a la ecuación de la continuidad ($Q=U.\omega$ = constante).

6.A.4 DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES.

Para el diseño de las secciones transversales en los canales se toma en el cálculo la velocidad media U, cuya expresión ya fue dada (Ecuación 12-6), pero en los canales la velocidad del agua no es constante, sino que tienen una distribución de velocidades, originando una función velocidad instantánea que depende de la altura de agua.

Las velocidades instantáneas del escurrimiento no están uniformemente distribuidas en la sección transversal de un canal, debido a la fricción que se desarrolla entre el fluido en movimiento y las paredes del canal, y la presencia de la superficie libre. Para los cálculos hidráulicos se usa el concepto de velocidad media (U), para lo cual es necesario determinar :

a) distribución de velocidades en la altura de agua.

b) la velocidad máxima en la sección transversal.

c) la velocidad mínima en la sección transversal.

Curvas Isotacas: son las líneas que unen puntos de igual velocidad. La forma que adoptan estas líneas dependen de la forma de la sección transversal, la rugosidad y la presencia de curvas. En general pueden darse dos casos bien diferenciados:

6.A.4.1 Caso en que el ancho superficial del canal es mayor que el quíntuplo de la altura de agua (B > 5 h).

Es el caso más sencillo, y mas común entre las corrientes naturales. Son canales anchos y de poca profundidad. Las paredes laterales tienen poca influencia en la distribución de velocidades, dependiendo de la rugosidad del fondo. Según Bazín canales que presentan esta relación pueden considerarse como de ancho infinito. En este caso las curvas isotacas son rectas paralelas al fondo.

La expresión de Bazín de la velocidad instantánea a una profundidad genérica “z”, para canales de gran ancho es la siguiente:

$$u_z = u_s - 20\sqrt{h \times i} \times \left(\frac{z^2}{h^2}\right)$$

Ecuación 19-6

u_s = velocidad en la superficie libre.

u_z = velocidad a una profundidad z, medida desde la superficie.

z = profundidad, medida desde la superficie libre.

y la velocidad media, resulta ser:

$$U = u_s - \frac{20}{3}\sqrt{h \times i}$$

y se produce a una distancia $\frac{z}{h} = 0{,}577 \cong 0{,}6$

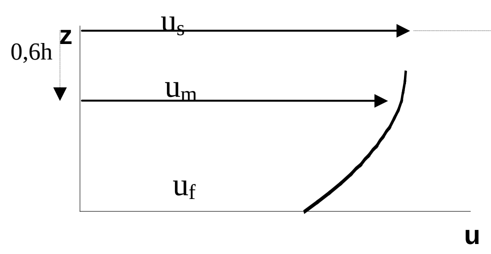
La velocidad de la superficie o velocidad superficial, u_s, se determina in situ midiéndola por medio de un elemento flotante.

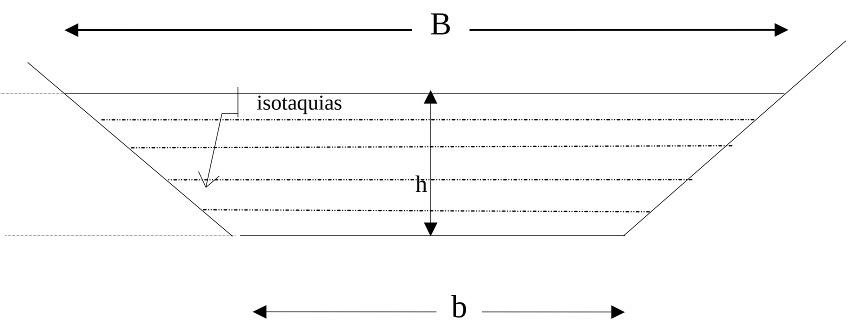
La Ecuación 18-6 dada por Bazín, $u_z=f(z^2)$, es la ecuación de una parábola de segundo grado, por lo que para un cálculo rápido puede determinarse la velocidad media como la semisuma de las velocidades en z=0,2h y z=0,8h, siendo h la altura total del escurrimiento. La ecuación queda:

$$U = \frac{U_{0,2h} + U_{0,8h}}{2}$$

Otra expresión para encontrar la variación de la velocidad en función de la altura es la siguiente:

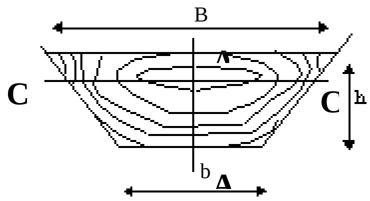
$$\frac{u_z - u_s}{\sqrt{ghi}} = 5{,}75 \times \log\frac{h}{z}$$

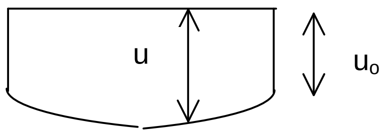




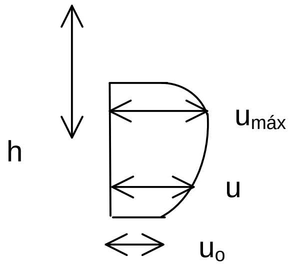
6.A.4.2 Caso en que B< 5h

a) Si el canal tiene un eje de simetría la mayor velocidad se desarrolla sobre este eje, debajo del nivel de superficie libre. Las curvas isotacas se caracterizan por asemejarse a arcos de elipses que no cierran en la superficie libre. El semieje mayor de la elipses baja a medida que la curva está más alejada del eje de simetría o eje central.



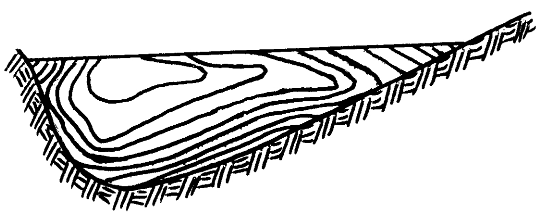


Corte C-C



Corte B-B

b) Si el canal no tiene ningún eje de simetría, las velocidades mayores se ubican en la vertical de mayor profundidad, por lo tanto el centro de las curvas isotacas se ubican sobre esta vertical. La distribución de velocidades en una vertical, es una curva que presenta un máximo debajo del nivel de la superficie de agua. Hacia el fondo del canal la variación de velocidades es mayor. La curva no sigue una forma predeterminada, pues depende de la rugosidad de las paredes y de la distancia entre la vertical analizada y la pared lateral. A mayor rugosidad del fondo del canal, mayor variación en la curvatura de la curva de velocidades. Mientras que la repartición de velocidades en una horizontal presenta un máximo en correspondencia con la mayor profundidad. La forma de la curva de velocidades se asemeja a un arco de parábola, de poca curvatura; en los extremos, cerca de las paredes laterales la variación de velocidades es mayor.



6.A.4.3 Coeficiente de velocidad.

Como no existe una distribución uniforme de velocidades, la altura de velocidad es mayor que la calculada como $U^2/2g$ (siendo U la velocidad media). Para corregirlo se multiplica por un valor α, mayor que la unidad. Este coeficiente se denomina “coeficiente de energía o de Coriolis”. Los datos experimentales indican que varía entre 1,03 y 1,36 en canales prismáticos.

En Movimiento Permanente y Uniforme las secciones transversales son constantes a lo largo del canal, por lo tanto las velocidades también lo son, a lo largo de las líneas de corriente. Bazin relacionó el coeficiente α con el coeficiente de Chézy C, obteniendo las siguientes expresiones:

Canales de anchura restringida y semicirculares: $\alpha = 1 + \frac{240}{C^2}$

Canales anchos: $\alpha = 1 + \frac{210}{C^2}$

Canales muy anchos o de anchura indefinida $\alpha = 1 + \frac{150}{C^2}$

Para canales de sección transversal de tamaño regular y paredes rectas puede suponerse un coeficiente igual a uno, ya que la diferencia entre la altura de velocidad calculada suponiendo un distribución uniforme de velocidades y la real es pequeña, comparada con las demás incógnitas del cálculo. En canales de sección compleja no se puede hacer esta hipótesis.

6.A.5 PROYECTO Y CÁLCULO DE SECCIONES TRANSVERSALES DE CANALES REVESTIDOS.

Para los problemas de cálculo de movimiento uniforme la ecuación generalmente utilizada es la Ecuación 18-6. Los problemas que se presentan generalmente en el cálculo de canales se resumen en la siguiente tabla:

Caudal Q	Veloc. U	Altura h	Coef.de Manning n	Pendiente i	Dimensiones del canal	Ecuación	Ejemplos de aplicaciones
?	-	☑	☑	☑	☑	Ecuación 18-6	1- Para determinar la capacidad de un canal 2- Para determinar la curva de descarga Q=f(h)
-	?	☑	☑	☑	☑	Ecuación 12-6	Determinar la velocidad de un canal.
☑	-	?	☑	☑	☑	Ver tema 6.4.5.1.	Determinar el nivel de escurrimiento de una canal dado
☑	-	☑	?	☑	☑	despejando n de Ecuación 18-6	
☑	-	☑	☑	?	☑	despejando i de Ecuación 18-6	
☑	-	☑	☑	☑	?	Iterar con de Ecuación 18-6	Dimensionar un canal

☑ Dato ? Incógnita - No es necesario para el cálculo de la incógnita

6.A.5.1 Determinación de la altura normal:

El cálculo de esta altura no es directo ya que en la Ecuación 18-6 la altura es función del radio hidráulico (R_H) y de la sección transversal.

Se desarrollarán dos métodos para encontrar h_n , conociendo los demás parámetros de la ecuación:

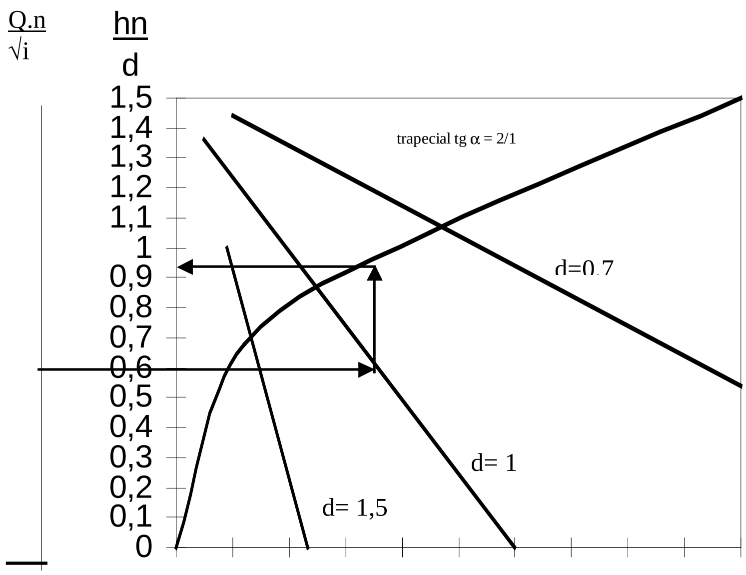
Mediante aproximaciones sucesivas.

Dependiendo de la incógnita del problema a resolver, en el caso que sea la altura normal de agua, se adopta un valor de la misma, se calcula la sección, el radio hidráulico y el caudal. Se realizan los tanteos necesarios hasta que el caudal calculado coincida con el dado como dato.

Mediante ábacos.

Para el cálculo de la altura normal puede utilizarse el ábaco de Lhemann. El procedimiento se resume a continuación:

a. Entrar en el gráfico mediante la relación $\frac{Q \times n}{\sqrt{i}}$ hasta interceptar la curva que corresponde a "d" (siendo d una dimensión característica función de la sección transversal).
b. Trazar una recta hasta vertical hasta cortar a la curva correspondiente a la forma de la sección transversal.
c. Trazar una horizontal leyendo en el eje de ordenadas h_n /d



Q = Caudal en m³/s
n = número de Manning
i = pendiente
hn = altura normal en metros
d = longitud característica en metros

6.A.5.2 Tipo de régimen de escurrimiento.

Una vez que calculamos la altura normal de escurrimiento, que habíamos dicho que correspondía al Movimiento Permanente Uniforme, se debe determinar el tipo de régimen de escurrimiento del canal. Tal como lo vimos y estudiamos en el Tema N° 2, hay dos tipos de régimen: río y torrente. Y para saber a cuál de los dos corresponde nuestro cálculo se debe calcular el Número de Froude:

Ecuación 20-6

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{\frac{g \times \omega}{B}}}$$

U: velocidad media del canal.
ω: sección transversal del canal.
B: ancho superficial de la sección transversal.
g: aceleración de la gravedad

Si Fr > 1 el Régimen es de Torrente, la hn < hc y la U > Uc.

Si Fr < 1 el Régimen es de Río, la hn > hc y la U < Uc

Si Fr = 1 el Régimen es Crítico, o sea de emergía mínima, de Bernoulli mínimo. La hn = hc y la U = Uc.

6.A.6 SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL.

6.A.6.1 Geometría de las secciones transversales. Formas más convenientes

Analizaremos cuál es la sección más conveniente teniendo en cuenta sólo las condiciones hidráulicas, o sea la forma geométrica de sección transversal más eficiente, o sea que conduce el mayor caudal. Es decir, que no se analizan factores como factibilidad de construcción, materiales, costo de excavación, etc.

El caudal aumenta con el aumento del radio hidráulico. Por lo tanto aumenta cuando el área de la sección transversal también aumenta o cuando el perímetro mojado disminuye.

La sección que tenga menor perímetro mojado para un área determinada transportará mayor caudal, entonces esa sección es la óptima hidráulicamente. Entre secciones de igual superficie, el semicírculo tiene el menor perímetro, por lo que es la forma geométrica más eficiente desde el punto de vista hidráulico.

A continuación se resumen criterios para elegir la sección más conveniente hidráulicamente:

- Entre las superficies de igual perímetro la de mayor superficie es el círculo.
- De los polígonos de n lados, el de mayor superficie es el regular.
- De los polígonos de lados de longitud dada el de mayor superficie es el que se inscribe en un círculo.
- De los polígonos de ángulos dados el de mayor área superficie es el que se circunscribe en un círculo.

La sección transversal puede considerarse como medio polígono, para poder aplicar las condiciones anteriores.

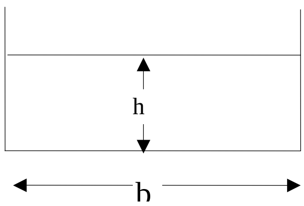
Por lo tanto la mejor sección es el semicírculo, entre las trapeciales el semihexágono regular, entre las rectangulares el semicuadrado, y entre las triangulares el triángulo isósceles de 45º.

El principio de la mejor sección hidráulica se aplica sólo en el diseño de canales no erosionables, o sea revestidos con hormigón o cualquier otro material.

Las secciones transversales en canales naturales son irregulares, mientras que en los canales artificiales se proyectan de formas geométricas regulares. A continuación indicamos las más usuales.

6.A.6.2 Sección rectangular

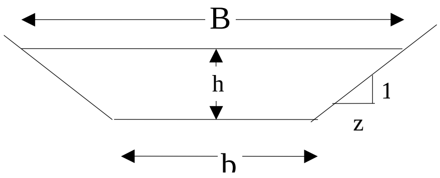
Sección	ω	χ	RH
Rectangular	b.h	b+2h	$\frac{bh}{b+2h}$



Como la sección rectangular, tiene sus lados verticales, se usan en canales revestidos, sus paredes deben ser autoportantes por lo que son generalmente de Hormigón Armado, se dimensionan a un estado carga que contempla el empuje del agua y el del suelo a los costados del mismo. El dimensionamiento y proyecto integral de un canal corresponden a la Materia de Obras hidráulicas I, de modo que en nuestra Materia sólo estudiaremos el canal desde el punto de vista de su comportamiento hidráulico, y no desde el punto de vista integral.

6.A.6.3 Sección trapecial:

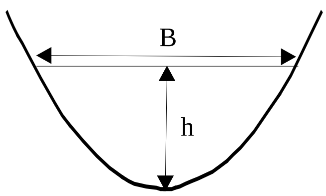
Sección	ω	χ	RH
trapecial	$\frac{b+B}{2}\times h = (b+h\times z)\times h$	$b+2h\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+h\times z)\times h}{b+2\times h\sqrt{1+z^2}}$



Desde el punto de vista constructivo y económico es una de las secciones más usadas por su rapidez constructiva y economía de materiales. Los espesores del hormigón de revestimiento son menores que para las secciones rectangulares, y necesitan menos armadura que las mismas.

El parámetro que aparece en este tipo de sección transversal es el talud lateral "z" que se expresa como la tangente del ángulo que forma el talud con la vertical, o sea cateto horizontal sobre cateto vertical (H:V).

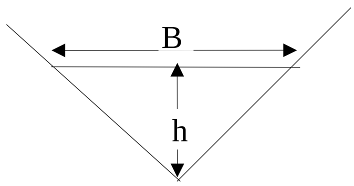
6.A.6.4 Sección parabólica.



Sección	ω	χ	RH
parabólica	$\frac{2\times B\times h}{3}$	$B+\frac{8\times h^2}{3\times B}$	$\frac{2\times B^2\times h}{3\times B^2+8\times h^2}$

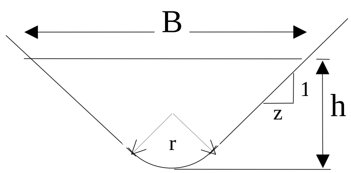
6.A.6.5 Sección triangular:

Sección	ω	χ	RH
triangular	$z\times h^2$	$2\times h\times\sqrt{1+z^2}$	$\frac{z\times h}{2\times\sqrt{1+z^2}}$



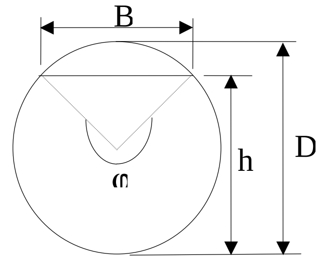
6.A.6.6 Sección tolva

En la cual la sección transversal se puede calcular mediante el ábaco de Lhemann, ya que la expresión matemática que la representa es muy complicad de expresar, pero depende del ángulo φ, el radio r de la porción circular y los taludes laterales z.



La sección tolva tiene un muy buen rendimiento hidráulico, desde el punto de vista de su forma, pero cuando se trata de evacuar grandes caudales las secciones transversales se hacen muy profundas complicando bastante la construcción del canal, no sólo por la excavación, sino también por la necesidad de contar con muy buenas propiedades portantes en el suelo a profundidades mayores.

6.A.6.7 Sección circular: acueductos abovedados



Sección	ω	χ	RH
circular	$\frac{(\varphi - \operatorname{sen}\varphi)\times D^2}{8}$	$\frac{\varphi \times D}{2}$	$\frac{D}{4}\times\left(1-\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\varphi}\right)$

En este caso la conducción tiene una geometría cerrada, pero hidráulicamente trabaja a presión atmosférica, o sea como una canalización abierta. Esta forma se utiliza para el transporte de líquido cloacal por ejemplo. La característica hidráulica más importante es que el máximo caudal no ocurre con el ducto lleno.

Para encontrar la altura en la que se produce la velocidad máxima, debe encontrarse el valor de φ que haga máximo el radio hidráulico:

$$R_H = \frac{D\times(\varphi - sen\varphi)}{4\times\varphi}$$

$$\frac{dR_H}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi}\frac{D(\varphi - sen\varphi)}{4\times\varphi} = 0 = \frac{D}{4}\frac{sen\varphi - \varphi\cos\varphi}{\varphi^2} \Rightarrow$$

$$\varphi = 4{,}49 = 257º30'$$

Expresando la altura en función de φ y reemplazando el valor encontrado:

$$h = \frac{D(\varphi - \operatorname{sen}\varphi)}{8\left(\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}\right)} = 0{,}82D = 1{,}64r$$

Por lo que, la velocidad máxima se produce a una h=1,64 r

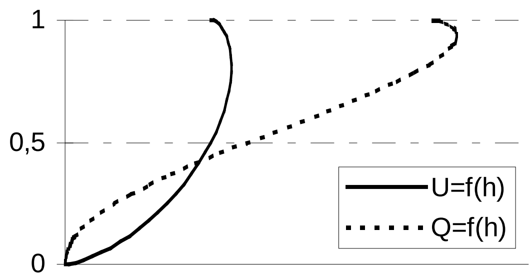
De la misma manera, para encontrar la altura a la que se produce el caudal máximo, aceptando que el coeficiente C es independiente del radio hidráulico:

$$Q = f(\omega \times R_H)$$

$$\frac{dQ}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi}\frac{\left[\frac{D^2(\varphi - sen\varphi)}{8}\right]^2}{\frac{\varphi D}{2}} = 0$$

Operamos matemáticamente para encontrar que el valor de φ que satisface la ecuación es 308º 10'. Por lo que h=1,90 r.

Observando la gráfica, se deduce que para un acueducto circular con Movimiento Permanente Uniforme (M.P.U.), la velocidad media para $\frac{h}{D} = 0{,}5$ y para $\frac{h}{D} = 1$ son iguales, entre estas dos alturas hay dos alturas conjugadas cuyas velocidades medias serán iguales, produciéndose el valor máximo para $\frac{h}{D} = 0{,}84$.



Análogamente para el caudal, entre $\frac{h}{D} = 0{,}84$ y $\frac{h}{D} = 1$ existen alturas conjugadas que tendrán el mismo escurrimiento, estando el máximo caudal para $\frac{h}{D} = 0{,}94$.

6.A.7 CÁLCULO DE CANALES NO REVESTIDOS O EROSIONABLES.

La fórmula del Movimiento Permanente y Uniforme (Ecuación 18-6) permite diseñar canales no erosionables estables, pero es insuficiente para el proyecto de canales erosionables. En estos últimos, el diseño del canal (elección de la sección transversal) depende del material que forma las paredes del canal y no de las propiedades hidráulicas de la sección transversal.

Existen dos criterios para el diseño de canales erosionables:

- Método de la máxima velocidad permitida.
- Método de la fuerza tractiva.

En esta materia veremos sólo el primer criterio.

6.A.7.1 Velocidad máxima permitida.

Esta velocidad es la máxima velocidad media que no producirá erosión en el canal. Se caracteriza por tener un valor incierto y variable. Sin embargo existen algunas ecuaciones basadas en experimentación que permiten su cálculo.

La primer fórmula que apareció que permite el cálculo de una velocidad que no produce depósito ni erosión en el canal, es la de Kennedy (año 1895):

$U_0 = C\, h^x$ **Ecuación 21-6**

donde U_0 es la velocidad media sin depósito ni socavación, medida en pie/seg.

h es la altura de agua medida en pies.

C un coeficiente que depende del material de las paredes del canal

x exponente que vale 0,64 y que para agua clara es igual a 0,5

Sin embargo para agua cargada con sedimentos esta fórmula no es válida.

Existen tablas publicadas con las velocidades máximas, que no producen erosión. Los valores de U_{max} utilizados están dados en la siguiente tabla (usada en Chile):

Tabla N°3. Velocidades máximas permitidas .

Material	**U_{max} m/s**
Roca en buen estado	4,5
Roca descompuesta y tosca	2,5
Ripio apretado	1,6
Ripio suelto	1,2
Tierra vegetal o arcillosa	1,0
Tierra arenosa	0,7
Arena	0,35

Scobey publicó (año 1939) un cuadro con los valores de "Velocidades permitidas de un canal", en la tabla siguiente se transcriben las velocidades medias máximas permitidas:

Tabla N°4: Velocidades permitidas de un canal

Material	**$U_{máx}$ (m/s)**		
	Agua clara sin transporte de material	Agua que transporta sedimento coloidal	Agua que no transporta sedimento coloidal, pero si arena fragmentos de roca, etc
Arena fina, no coloidal	0.45	0.75	0.45
Limo arenoso, no coloidal	0.50	0.75	0.60
Limo sedimentario, no coloidal	0.60	0.90	0.60
Sedimento fluvial, no coloidal	0.60	1.10	0.60
Arcilla compacta	0.75	1.10	0.70
Ceniza volcánica	0.75	1.10	0.60

Material	$U_{máx}$ (m/s)		
	Agua clara sin transporte de material	Agua que transporta sedimento coloidal	Agua que no transporta sedimento coloidal, pero si arena fragmentos de roca, etc
Greda muy compacta, muy coloidal	0.15	1.50	0.90
Limo graduado a ripio, no coloidal	0.15	1.50	1.50
Sedimento fluvial, coloidal	0.15	1.50	0.90
Limo graduado a ripio, coloidal	1.20	1.70	1.50
Grava gruesa, no coloidal	1.20	1.80	2.00
Canto rodado y ripio	1.50	1.60	2.00
Arcilla esquistosa o capas duras	1.80	1.80	1.50

Los valores indicados son para canales bien compactados y de pequeña pendiente de fondo, alturas de agua menores de 0,90 metros, y para canales rectos. Para canales de recorrido sinuoso la velocidad máxima permitida debería disminuirse.

Si conocemos el caudal a transportar, la pendiente de fondo y adoptamos un tipo de sección; por ejemplo sección trapecial (más utilizada en canales no revestidos debido a la mayor estabilidad de sus taludes laterales), el procedimiento de cálculo es el siguiente:

1- Estimamos un coeficiente "n" de Manning (Tabla N°2), según el tipo de material, la pendiente de los taludes laterales "z" (inclinación de los taludes laterales de la sección trapecial), y la velocidad máxima permitida de acuerdo al tipo de suelo (Tablas N°3 y4).

2- De la ecuación siguiente calculamos el radio hidráulico (R_H).

$$U_{máx} = \frac{R_H^{1/6}}{n} \times \sqrt{R_H \times i} = \frac{R_H^{2/3} \times i^{1/2}}{n} \Rightarrow R_H = \left(\frac{U_{máx} \times n}{\sqrt{i}} \right)^{3/2}$$

3- Despejamos el área de la sección transversal de la siguiente igualdad, $\omega = \frac{Q}{U_{max}}$

4- Calculamos el perímetro mojado, $\chi = \frac{\omega}{R_H}$

5- Calcular la base menor (b) y la altura (h), utilizando las fórmulas dadas en el punto 6.4.6. Sección transversal de un canal, de acuerdo a la forma de la misma.

También podemos aplicar el método de iteraciones sucesivas al cálculo, y la variable de comparación en este caso es la velocidad de escurrimiento, la que es necesario que sea menor que la máxima permitida de acuerdo al material del canal.

6.A.8 CURVA DE DESCARGA O CURVA DE GASTO.

Esta curva nos permite relacionar el caudal con la altura. Estas curvas son utilizadas para determinar el caudal en un canal mediante la lectura del nivel de agua (h) en una escala graduada, llamada limnimétrica. Para expresar el caudal en función de la altura de agua, recordamos la Ecuación 12-6 y Ecuación 17-6 y remplazamos una en otra:

$$Q = U \times \omega = C \times \sqrt{R_H \times i} = \frac{R_H^{\ 2/3} \times \sqrt{i} \times \omega}{n}$$

Ecuación 18-6

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n} \times R_H^{\ 2/3} \times \omega$$

R_H: es el radio hidráulico.
i: es la pendiente del fondo del canal.
ω: es la sección transversal.
n: es el coeficiente de rugosidad de Manning.

En la expresión anterior tanto el radio hidráulico como la sección transversal son función de la altura, por lo tanto determinando las funciones:

$R_H = j(h)$

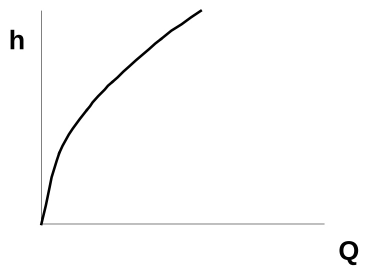
$\varpi = g(h)$, se conoce la variación del gasto respecto de la altura Q =f(h)

Para canales rectangulares muy anchos, donde h $\langle\langle\langle$ b, las expresiones anteriores se pueden simplificar de la manera siguiente:

$$\left.\begin{array}{l}\omega = bh \\ \chi \to b\end{array}\right\} R_H \to h$$ reemplazando en la Ecuación 18-6

$$\mathrm{Q} = \frac{\sqrt{\mathrm{i}}}{\mathrm{n}} \mathrm{b} \times \mathrm{h} \times \mathrm{h}^{2/3} = \frac{\sqrt{\mathrm{i}}}{\mathrm{n}} \mathrm{b} \times \mathrm{h}^{5/3} \approx \mathrm{K} \times \mathrm{h}^{\mathrm{a}}$$

donde $\mathrm{a} \approx 2$



6.A.9 VARIACION DE CAUDAL A BERNOULLI CONSTANTE.

En este tema estudiaremos la variación del caudal de una canalización abierta considerando que la energía de la misma, o sea el Bernoulli (Be), permanece constante. Si Be es constante su derivada primera es cero, y por lo tanto:

$\frac{\partial Be}{\partial h} = 0$. Remplazando la función Bernoulli nos queda la siguiente ecuación :

Ecuación 6-22

$$Be = h + \frac{U^2}{2g}$$

en donde:

h es la profundidad de agua de la sección.

U es la velocidad media del agua en la sección.

$$1+\frac{2U}{2g}\frac{\partial U}{\partial h}=0$$

$$1+\frac{U}{g}\frac{\partial U}{\partial h}=0$$

Ecuación 23-6

Para encontrar el caudal máximo derivamos la función caudal respecto a la altura e igualamos a 0:

$$\frac{\partial Q}{\partial h}=0 \Rightarrow Q=U\times\omega \Rightarrow \frac{\partial\omega}{\partial h}\times U+\frac{\partial U}{\partial h}\times\omega=0$$

$$\frac{\partial U}{\partial h}=-\frac{U}{\omega}\times\frac{\partial\omega}{\partial h}$$

Ecuación 24-6

Pero por definición la variación de la sección transversal en la altura (dω/dh) es lo que llamamos el ancho superficial "B", remplazando en las expresiones anteriores:

$$\frac{\partial\omega}{\partial h}=B \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial h}=-\frac{U}{\omega}\times B$$

Ecuación 25-6

Reemplazamos la Ecuación 25-6 en la 23-6, y despejamos U:

$$1+\frac{U}{g}\left(-\frac{U}{\omega}\times B\right)=0 \Rightarrow \frac{U^2\times B}{g\times\omega}=1$$

$U=\sqrt{\dfrac{g\times\omega}{B}}=U_c$ Es la velocidad crítica.

Ecuación 26-6

O sea que, las condiciones de escurrimiento a Bernoulli constante que hacen máximo el caudal de una sección transversal de un canal, corresponden a las condiciones críticas, y por lo tanto el Bernoulli correspondiente es el crítico, o sea la energía mínima.

Aplicamos en una sección rectangular, remplazamos ω=b$\times$h en la expresión de la Ecuación de la Continuidad, y las que cumplen con la condición de escurrimiento crítico, o sea U=Uc.

$Q_{\max}=U_c\times\omega_c=\sqrt{\dfrac{g\times b\times h_c}{b}}\times h_c\times b=\sqrt{g\times h_c}\times h_c\times b$ pero,

$Be_c=h_c+\dfrac{U_c^2}{2g}=h_c+\dfrac{g\times h_c}{2g}=h_c+\dfrac{h_c}{2}=\dfrac{3}{2}h_c \Rightarrow h_c=\dfrac{2}{3}Be_c$ reemplazando en la anterior

$$Q_{\max}=\sqrt{g\times\frac{2}{3}\times Be_c}\times\frac{2}{3}\times Be_c\times b$$

Ecuación 27-6

Para encontrar el caudal en función del Bernoulli, Q=f(Be), remplazamos la Ecuación de la Continuidad Q=U$\times$b$\times$h, en la expresión del Bernoulli.

$Be = h + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g(h \times b)^2}$ despejando el caudal

$$Q = \sqrt{(Be - h) \times 2g} \times h \times b$$ **Ecuación 28-6**

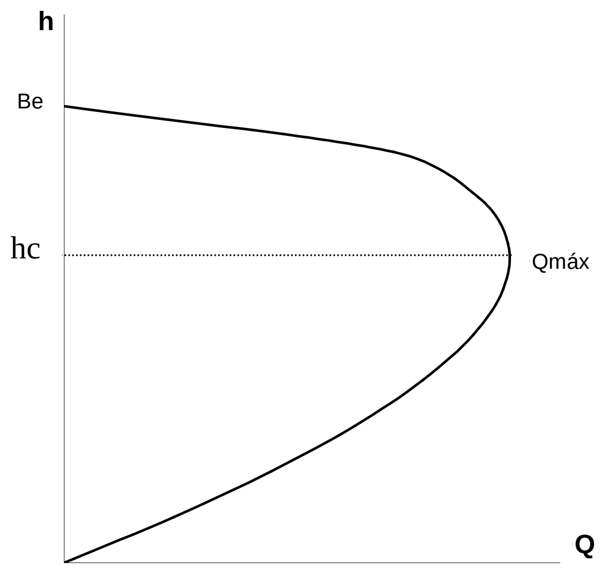
Para el caudal máximo $Be_c = \frac{3}{2}h_c$, por lo que el caudal máximo expresado en función de la altura crítica es:

$$Q_{\max} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}h_c - h_c\right) \times 2g} \times h_c \times b = \sqrt{\left(\frac{h_c}{2}\right) \times 2g} \times h_c \times b = \sqrt{g \times h_c} \times h_c \times b$$

$$Q_{\max} = \sqrt{g \times h_c} \times h_c \times b$$ **Ecuación 29-6**

Graficamos la curva de gasto Q = f(h) a Bernoulli constante, mantenemos el Be constante y variamos la altura de agua h, para graficar la Ecuación 28-6.

$$Q = \sqrt{(Be - h) \times 2g} \times h \times b$$
$$Cuando \Rightarrow h = 0 \Rightarrow Q = 0$$
$$Cuando \Rightarrow h = Be \Rightarrow Q = 0$$
$$Cuando \Rightarrow h = hc \Rightarrow Q = \sqrt{\left(\frac{3}{2}hc - hc\right) \times 2g} \times hc \times b = \sqrt{\left(\frac{1}{2}hc\right) \times 2g} \times hc \times b = \sqrt{g \times hc} \times hc \times b = Q_{máx}$$



Mientras que para la curva de $Q/Q_{máx}$=f(h/Be), hacemos el desarrollo analítico siguiente. Usando las Ecuaciones 28-6 y 29-6 obtenemos el cociente de caudales siguiente:

$$\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\sqrt{(Be-h)\times 2g}\times h\times \cancel{b}}{\sqrt{g\times hc}\times hc\times \cancel{b}}=\frac{\sqrt{(Be-h)\times 2\cancel{g}}\times h}{\sqrt{\cancel{g}\times hc}\times hc}=\frac{\sqrt{2}\times h}{hc^{3/2}}\times\sqrt{(Be-h)}$$

Si al contenido de la raíz cuadrada de esta última expresión la multiplicamos y dividimos por Be queda:

$$\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\sqrt{2}\times h}{hc^{3/2}}\times\sqrt{(Be-h)\times\frac{Be}{Be}}=\frac{\sqrt{2}\times h}{hc^{3/2}}\times\sqrt{\left(1-\frac{h}{Be}\right)\times Be}=\frac{\sqrt{2}\times h}{hc^{3/2}}\times\sqrt{\left(1-\frac{h}{Be}\right)}\times\sqrt{Be}$$

$$\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\sqrt{2}\times h}{hc^{3/2}}\times\sqrt{\left(1-\frac{h}{Be}\right)}\times\sqrt{Be}\times\frac{Be}{Be}=\frac{\sqrt{2}}{hc^{3/2}}\times\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}\times Be^{3/2}$$

$$\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}}{\frac{hc^{3/2}}{\sqrt{2}\times Be^{3/2}}}=\frac{\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}}{\frac{hc^{3/2}}{Be^{3/2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

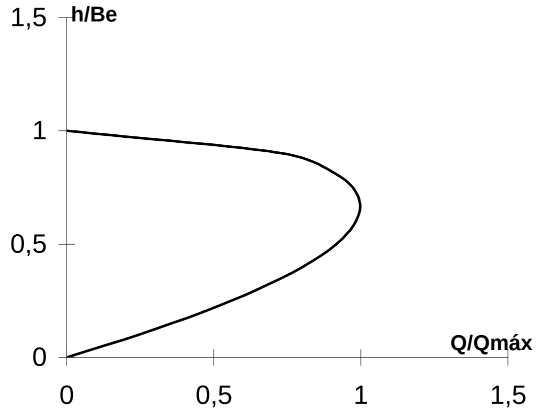
La relación hc/Be, ya la hemos desarrollado y toma el valor 2/3, porque el Be=1,5 hc, remplazando ese valor:

$$\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{372}\times\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}}{0{,}385}\Rightarrow\frac{Q}{Q_{máx}}=\frac{\frac{h}{Be}\times\left(1-\frac{h}{Be}\right)^{1/2}}{0{,}385}$$

$$Cuando\Rightarrow\frac{h}{Be}=1\Rightarrow\frac{Q}{Q_{máx}}=0$$

$$Cuando\Rightarrow h=0\Rightarrow\frac{Q}{Q_{máx}}=0$$

$$Cuando\Rightarrow\frac{Q}{Q_{máx}}=1\Rightarrow Q=Q_{máx}\Rightarrow\frac{h}{Be}=0{,}667$$



6.B MOVIMIENTO PERMANENTE VARIADO EN CANALES.

A lo largo de la vida útil de las canalizaciones abiertas la invariabilidad de los parámetros hidráulicos (sección transversal mojada, rugosidad de las paredes, velocidad o pendiente de fondo), no se mantienen como se supone en el M.P.U.

Los canales presentan singularidades como compuertas, cambios de pendiente de fondo, estrechamientos y ensanches laterales, puentes, etc., cuyo funcionamiento se manifiesta con variaciones de las circunstancias hidráulicas en el espacio, y dan origen a un M.P.V. Es necesario que conozcamos la forma que toma el eje hidráulico al momento de proyectar los canales (conociendo la altura de agua h a lo largo del eje x que es el de la dirección de escurrimiento).

Características principales:

- Las características hidráulicas son invariables en el tiempo.
- La altura de agua y demás parámetros varían a lo largo del canal (eje x).
- Es válida la ley de hidrostática de presiones en la sección transversal del canal.

6.B.1 ECUACIÓN BÁSICA DE CÁLCULO:

Recordamos la ecuación 14-6, para movimiento permanentemente variado (MPV):

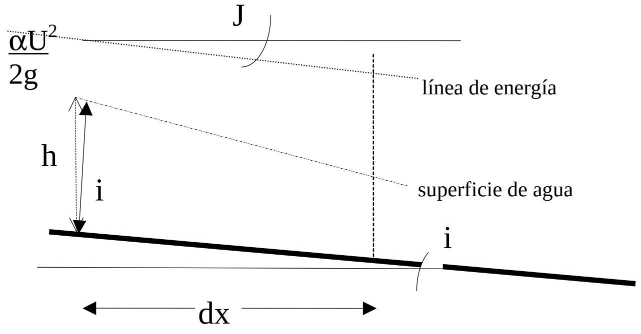
$$i - J - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha U^2}{2g}\right) = 0$$

En M.P.V. puede suponerse el coeficiente de Coriolis α = 1, por lo que la ecuación anterior queda igual a:

$$\boxed{i - J - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U^2}{2g}\right) = 0}$$

Ecuación 30-6

Como en los canales las pendientes de fondo son pequeñas podemos suponer que la vertical y la normal al fondo del canal son iguales. Entonces de aquí en más se referirá con “h” a la altura de agua medida en la vertical de la sección transversal bajo estudio.



6.B.1.1 Clasificación del escurrimiento: Río y Torrente

Como ya vimos en puntos anteriores, el escurrimiento en canales abiertos puede darse en dos formas:

➢ **RÉGIMEN DE RÍO O SUBCRÍTICO**: en el cual la altura de agua es mayor que la altura crítica

$$\boxed{h \rangle h_c}$$

y la velocidad media es menor que la velocidad crítica

$$\boxed{U \langle U_c}$$

➢ **RÉGIMEN DE TORRENTE O SUPERCRÍTICO**: en el cual la altura de agua es menor que la altura crítica $\boxed{h \langle h_c}$

y la velocidad media es mayor que la velocidad crítica

$$\boxed{U \rangle U_c}$$

6.B.1.2 Clasificación del lecho según la pendiente: Suave y Fuerte.

En este caso comparamos la altura de agua que se desarrolla en M.P.U., es decir la altura normal, con la altura crítica:

PENDIENTE SUAVE: en el cual la altura de agua NORMAL es mayor que la altura crítica

$$\boxed{h_n \rangle h_c}$$

y la pendiente de fondo es menor que la pendiente crítica:

$$\boxed{i \langle i_c}$$

PENDIENTE FUERTE: en el cual la altura de agua NORMAL es menor que la altura crítica

$$\boxed{h_n \langle h_c}$$

y la pendiente de fondo es mayor que la pendiente crítica

$$\boxed{i \rangle i_c}$$

donde i_c es la pendiente crítica y es la que separa las suaves de las fuertes.

La velocidad crítica se calcula mediante la siguiente expresión:

$$U_c = \sqrt{g \times \frac{\omega_c}{B_c}}$$

En movimiento uniforme la velocidad crítica puede calcularse como:

$$U_c = C \times \sqrt{R_H \times i_c} = C \times \sqrt{\frac{\omega_c}{\chi_c} \times i_c} \Rightarrow C \times \sqrt{\frac{\omega_c}{\chi_c} \times i_c} = \sqrt{g \times \frac{\omega_c}{B_c}}$$

Igualando ambas ecuaciones, puede calcularse la pendiente crítica:

$$i_c = \frac{g}{C^2} \times \frac{\omega_c}{\omega_c} \times \frac{\chi_c}{B_c} = \frac{g}{C^2} \times \frac{\chi_c}{B_c}$$

Usando la Ecuación 17-6 para el reemplazo de “C”.

$$C = \frac{R_H^{1/6}}{n} \Rightarrow i_c = \frac{g}{R_H^{2/6}} \times \frac{n^2 \times \chi_c}{B_c} = \frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi_c^{4/3}}{B_c}$$

Ecuación 31-6

$$i_c = \frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi_c^{4/3}}{B_c}$$

- En síntesis para determinar si una corriente es río o torrente es necesario comparar la altura de agua de MPV con la altura crítica o la velocidad media de MPV con la velocidad crítica.
- Para determinar si es pendiente suave o fuerte se compara la pendiente de fondo con la pendiente crítica o la altura normal de MPU con la altura crítica.

6.B.1.3 Curvas peraltadas y deprimidas.

La superficie del agua en correspondencia con el MPV presenta variaciones de curvatura en su recorrido, de modo que podemos decir que describe una curva.

Dicha curva puede ser deprimida cuando la pérdida de carga (J) es mayor que la pendiente del fondo (i), y es peraltada en caso contrario.

- En régimen de río, si es peraltado (J<i) el eje hidráulico sube, y si es deprimido (J>i) el eje hidráulico baja.
- En régimen de torrente, si es peraltado (J<i) el eje hidráulico baja, y si es deprimido (J>i) el eje hidráulico sube.

La explicación a estas consideraciones las veremos en el próximo ítem.

6.B.2 DISCUSIÓN GENERAL DEL EJE HIDRÁULICO.

6.B.2.1 Análisis de la variación del eje hidráulico mediante el Teorema de Bernoulli.

En los canales de sección rectangular, trapecial, parabólicas, o abovedados no llenos, la sección y el radio hidráulico crecen con la profundidad de agua, h. Recordamos la Ecuación 6-8, de la cual despejamos la pérdida de carga por unidad de longitud y peso “J”.

$$Q = \omega \times C \times \sqrt{R_H \times J} \Rightarrow J = \frac{Q^2}{\omega^2 \times C^2 \times R_H}$$

Reemplazando C con la ecuación de Manning: $C = \frac{R_H^{\ 1/6}}{n}$, la pérdida de carga por unidad de longitud y peso “J” queda:

Ecuación 32-6

$$J = \frac{Q^2 \times n^2}{\omega^2 \times R_H^{\ 4/3}}$$

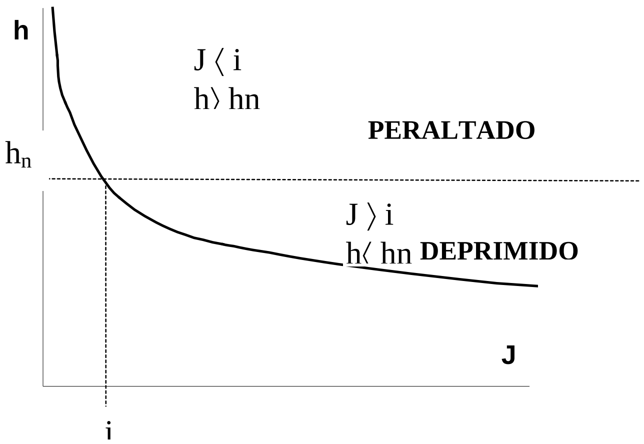
El numerador de esta relación es constante, la sección y el radio hidráulico son funciones directas de la altura h, por lo tanto:

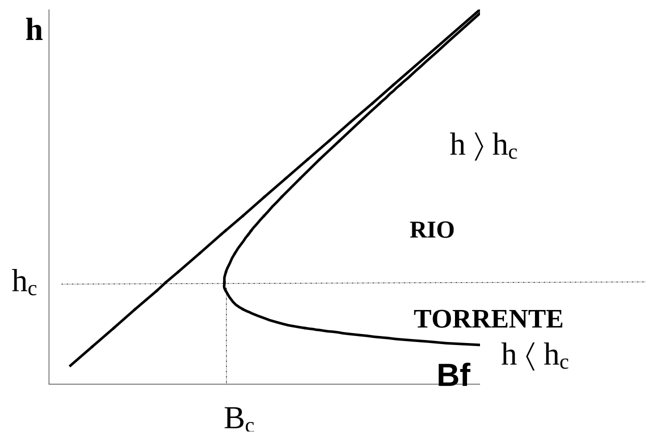
Cuando $h \rightarrow \infty \Rightarrow R_H \rightarrow \infty \Rightarrow J \rightarrow 0$

Cuando $h \rightarrow 0 \Rightarrow R_H \rightarrow 0 \Rightarrow J \rightarrow \infty$

En la siguiente gráfica se encuentra representada la pérdida de carga por unidad de longitud y peso J=f(h). En M.P.U. la altura de agua es la altura normal, y además J=i.

Para M.P.V. si la altura de agua es mayor que la altura normal, estamos subiendo por la curva desde hn, y por lo tanto la pérdida de carga J es menor que la pendiente del terreno i, y debido a ello las corrientes son peraltadas. Para el caso contrario, cuando la altura de agua es menor que la altura normal hn, estamos bajando por la curva, y entonces el valor de J resulta mayor que el de i, y las corrientes son deprimidas. Tal como puede seguirse en el gráfico izquierdo inferior J=f(h).





Cuando la corriente es deprimida, o sea que la pérdida de carga (J) es mayor que i, a medida que avanza el agua en la dirección del flujo, el movimiento pierde más rápidamente energía que lo que baja el fondo de la canalización, entonces el Bernoulli referido al fondo disminuye acercándose al Bernoulli crítico. Si analizamos tal situación en el gráfico de la derecha (Bf= f(h)) estamos moviéndonos en la curva desde los Be mayores hacia el Bec (que es el mínimo) desde arriba y desde abajo de la crisis.

De modo que, si el régimen es de río estamos bajando en la curva hacia la crisis y por lo tanto, la altura de agua "h" disminuirá con la disminución del Be en el sentido del escurrimiento de agua. Y si el régimen es de torrente estamos subiendo por la curva hacia la crisis y por lo tanto, la altura de agua "h" aumentará con la disminución del Be en el sentido del escurrimiento de agua.

En el caso que la corriente sea peraltada, J es menor que i, por lo que el Bernoulli de fondo aumenta desde el valor crítico que es el mínimo, y si seguimos el mismo razonamiento anterior, nos movemos desde el Bec hacia arriba y hacia abajo, según sea el caso. Para el régimen de río nos movemos desde el Bec hacia arriba aumentando el valor de la altura de agua "h" con el aumento del Be en el sentido del escurrimiento. Mientras que para el régimen de torrente nos movemos desde el Bec hacia abajo en la curva, ocasionando una disminución de "h" a medida que aumenta Be en el sentido del escurrimiento. O sea que:

- ✓ En los ríos deprimidos la altura de agua disminuye en el sentido del escurrimiento.
- ✓ En los torrentes deprimidos la altura de agua aumenta en el sentido del escurrimiento.
- ✓ En los ríos peraltados la altura de agua aumenta en el sentido del escurrimiento.
- ✓ En los torrentes peraltados la altura de agua disminuye en el sentido del escurrimiento.

6.B.2.2 Análisis de la variación del eje hidráulico mediante ecuación del Movimiento Permanente Variado.

Tratamos de encontrar la variación del eje hidráulico a lo largo del eje x (el que hacemos coincidir con el fondo de la canalización y su sentido positivo con el de la dirección del escurrimiento del agua), para un movimiento permanente variado.

Adoptamos las siguientes hipótesis de cálculo:

1. La forma de la sección transversal, pendiente, y rugosidad del canal no varían a lo largo del mismo.
2. La pérdida de carga es la misma que la que se produce en MPU, calculada con la velocidad y radio hidráulico de la sección.
3. Como la pendiente del canal es pequeña, puede considerarse que la altura de agua medida en la vertical es igual a la medida en la normal al fondo del canal.

Si en la Ecuación 30-6, consideramos que el movimiento es unidireccional se remplazan las derivadas parciales por derivadas totales, ya que existe una única variable que es "x" el espacio recorrido por el agua. Derivamos para poder despejar la variación de la altura respecto de la variable "x" (dh/dx):

$$i - J - \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx}\left(\frac{U^2}{2g}\right) = 0$$

$$i - J - \frac{dh}{dx} - \frac{2U}{2g}\frac{dU}{dx} = 0$$

Recordando la ecuación de la continuidad: $Q = U\omega = \mathrm{cte}$; y derivándola respecto del espacio "x".

$$\frac{dQ}{dx} = 0 = U\frac{d\omega}{dx} + \omega\frac{dU}{dx} \Rightarrow \frac{dU}{dx} = -\frac{U}{\omega}\frac{d\omega}{dx}$$

Reemplazando nos queda: $i - J - \frac{dh}{dx} + \frac{U}{g}\frac{U}{\omega}\frac{d\omega}{dx} = 0$

Recordando que para la sección rectangular: $\omega = b \times h \Rightarrow d\omega = b \times dh$. Por lo tanto queda:

$$i - J - \frac{dh}{dx} + \frac{U^2}{g}\frac{b}{\omega}\frac{dh}{dx} = 0 \Rightarrow i - J - \frac{dh}{dx}\left(1 - \frac{U^2}{g}\frac{b}{\omega}\right) = 0$$

Y despejamos dh/dx: $-\frac{dh}{dx} = \frac{J - i}{\left(1 - \frac{U^2 b}{g\omega}\right)} \Rightarrow \frac{dh}{dx} = \frac{i - J}{\left(1 - \frac{U^2 b}{g\omega}\right)}$

Recordando que $U_c = \sqrt{\frac{g \times \omega}{b}} \Rightarrow U_c^2 = \frac{g \times \omega}{b}$ y reemplazando en la anterior:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{(i - J)}{\left(1 - \frac{U^2}{U^2{}_c}\right)} = \frac{(i - J)}{\left(\frac{U^2{}_c - U^2}{U^2{}_c}\right)}$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{U^2{}_c (i - J)}{U^2{}_c - U^2}$$

Ecuación 33-6

Podemos analizar el signo de la dh/dx, mediante el análisis del signo de la ecuación misma, o sea, el signo del numerador y el signo del denominador:

a) <u>Análisis del denominador.</u>

El signo del denominador determina el tipo de escurrimiento.

En **RIO** $U \langle U_c$ entonces **$U_c^2 - U^2 \rangle 0 \Rightarrow$ EN RÉGIMEN DE RÍO EL DENOMINADOR ES POSITIVO.**

En **TORRENTE** $U \rangle U_c$ entonces **$U_c^2 - U^2 \langle 0 \Rightarrow$ EN RÉGIMEN DE TORRENTE EL DENOMINADOR ES NEGATIVO.**

b) <u>Análisis del numerador</u>

i es la pendiente del fondo del canal y J es la pendiente del eje hidráulico por lo que:

En corrientes **PERALTADAS** $i \rangle J$ entonces $i - J \rangle 0 \Rightarrow$ **EN CORRIENTES PERALTADAS EL NUMERADOR ES POSITIVO.**

En corrientes **DEPRIMIDAS** $i \langle J$ entonces $i - J \langle 0 \Rightarrow$ **EN CORRIENTES DEPRIMIDAS EL NUMERADOR ES NEGATIVO.**

Y para i=J presenta movimiento permanente uniforme, el numerador es cero, y por lo tanto la dh/dx es cero.

c) Análisis de h=f(x) mediante la ecuación $\frac{dh}{dx} = \frac{U^2{}_c (i - J)}{U^2{}_c - U^2}$, para distintos casos.

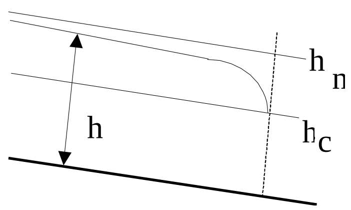
c.1) $\frac{dh}{dx} = \frac{+}{+} = \frac{peraltado}{rio} \rangle 0$ la altura de agua crece cuando x crece (hacia aguas abajo) c.2) $\frac{dh}{dx} = \frac{-}{-} = \frac{\text{deprimido}}{\text{torrente}} \rangle 0$ la altura de agua crece cuando x crece (hacia aguas abajo)

c.3) $\frac{dh}{dx} = \frac{-}{+} = \frac{deprimido}{rio} \langle 0$ la altura de agua decrece cuando x crece (hacia aguas abajo)

c.4) $\frac{dh}{dx} = \frac{+}{-} = \frac{peraltado}{torrente} \langle 0$ la altura de agua decrece cuando x crece (hacia aguas abajo)

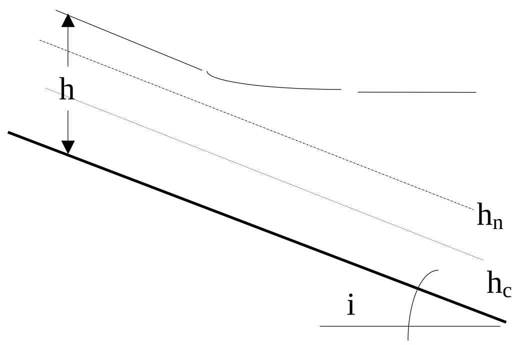
c.5) $\frac{dh}{dx} = 0 \Rightarrow i = J$, esto se produce cuando existe M.P.U., como no existe variación de la altura de agua a lo largo del eje x, la altura h es constante e igual a la altura normal.

c.6) $\frac{dh}{dx} \to \infty$. Cuando el denominador es cero, o sea, $U \to U_c$.



Cuando la velocidad se acerca a la velocidad crítica la altura de agua tiende a la altura crítica y la variación de altura aumenta. Recordando que la tangente a una curva es la derivada de la función, podemos decir que la tangente al eje hidráulico (h=f(x)), es perpendicular al mismo pues la derivada tiende a infinito. En otras palabras en las proximidades a la altura crítica el eje hidráulico corta perpendicularmente a la recta paralela al fondo de la canalización distante una altura igual a la crítica del mismo.

c.7) $\frac{dh}{dx} \to i$. Cuando $h \to \infty \Rightarrow U \to 0$ y $J \to 0$. Si la altura crece indefinidamente, entonces la pérdida de carga y la velocidad tienden a 0, por lo que reemplazando y simplificando en la ecuación $\frac{dh}{dx} = \frac{U^2{}_c (i - J)}{U^2{}_c - U^2}$, la variación de la altura a lo largo del canal es igual a la pendiente del fondo del canal. $\frac{dh}{dx} = i$ El eje hidráulico tiende entonces a ponerse horizontal.



c.8) Cuando i = i_c. Cuando la pendiente de fondo es la crítica, la altura normal es la altura crítica, y la velocidad es la velocidad crítica. Aplicando la ecuación $\frac{dh}{dx} = \frac{U^2{}_c(i - J)}{U^2{}_c - U^2}$ queda una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$. Es posible salvar la indeterminación reemplazando con la ecuación de Manning $J = \frac{U^2 \times n^2}{R_H^{4/3}}$, y la pendiente crítica de acuerdo a la Ecuación 6-31 $i_c = \frac{g}{\omega_c^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi_c^{4/3}}{B_c}$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi^{4/3}}{B} - \frac{U^2 \times n^2}{R_H^{4/3}}}{\left(1 - \frac{U^2 \times B}{g \times \omega}\right)} = \frac{\frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi^{4/3}}{B} - \frac{U^2 \times n^2 \times \chi^{4/3}}{\omega^{4/3}}}{\left(1 - \frac{U^2 \times B}{g \times \omega}\right)} = \frac{\frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi^{4/3}}{B}\left(1 - \frac{U^2 \times B}{g \times \omega}\right)}{\left(1 - \frac{U^2 \times B}{g \times \omega}\right)}$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{g}{\omega^{1/3}} \times \frac{n^2 \times \chi^{4/3}}{B} = i_c$$

La pendiente de la superficie de agua coincide con la pendiente crítica.

6.B.2.3 Posibles casos

Analizaremos los posibles casos que se pueden presentar en el escurrimiento en canales. Pero primero clasifiquémoslos:

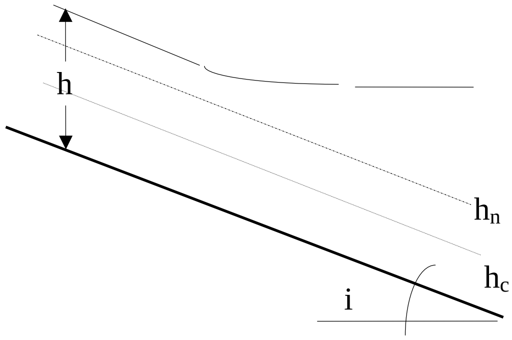
$$\text{Pendiente suave } h_n \rangle h_c \begin{cases} 1)\ \text{Rio peraltado } h \rangle h_n \\ 2)\ \text{Rio deprimido } h_n \rangle h \rangle h_c \\ 3)\ \text{Torrente deprimido } h \langle h_c \end{cases}$$

$$\text{Pendiente fuerte } h_n \langle h_c \begin{cases} 4)\ \text{Rio peraltado } h \langle h_c \\ 5)\ \text{Torrente peraltado } h_c \rangle h \rangle h_n \\ 6)\ \text{Torrente deprimido } h \langle h_n \end{cases}$$

Río peraltado con pendiente suave.

$h_n \rangle h_c$ y $h \rangle h_n$

El eje hidráulico está ubicado sobre la altura normal. Hacia aguas abajo la altura tiende a crecer indefinidamente, U entonces tiende a 0, por lo que el eje hidráulico tiende a ser horizontal. Esto se encuentra en compuertas, disminución de pendientes, aumento de rugosidad o disminución de la sección.

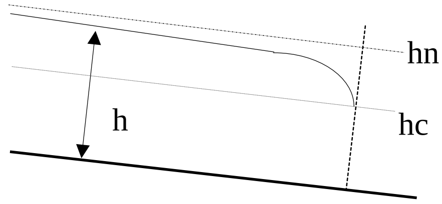


Río deprimido con pendiente suave.

hn 〉 h 〉 hc

El eje hidráulico se separa suavemente de la altura normal, como dh/dx es negativo tiende a bajar hasta acercarse a la altura crítica.

Cuando el eje corta a la altura crítica, el escurrimiento se convierte en crítico, con la energía mínima Bc. Para que esto se produzca se necesita una singularidad.

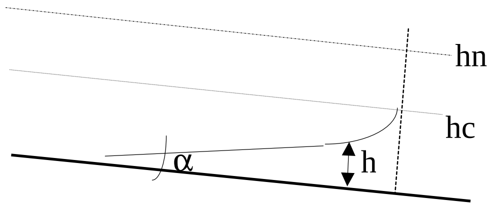


Torrente deprimido en pendiente suave

h 〈 hc 〈 hn

En este caso dh/dx es positivo por lo que la altura crece, acercándose a la altura crítica, en forma normal.

El ángulo α depende del coeficiente C de Chezy.

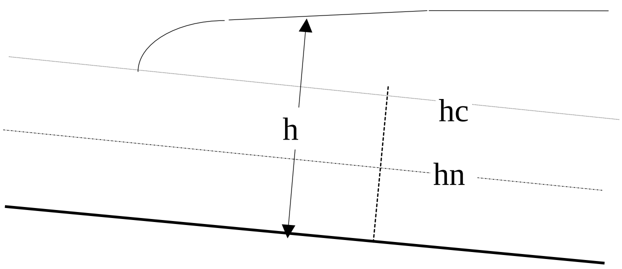


Río peraltado con pendiente fuerte.

h 〉 hc 〉 hn

En este caso dh/dx es positivo, por lo que la altura crece hacia aguas abajo. En este caso el eje parte de la altura crítica, por lo que como se vio, la tangente a la curva es perpendicular a la altura crítica. Aguas abajo tiende a ser horizontal, pues $h \rightarrow \infty$ $U \rightarrow 0$ por lo que el eje hidráulico tiende a ser horizontal.

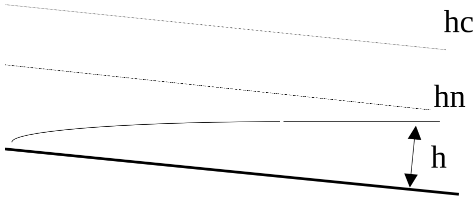
Este eje hidráulico se encuentra aguas arriba de una singularidad, como una barrera o compuerta cuando la pendiente del canal es fuerte.



Torrente deprimido con pendiente fuerte.

$h_c \rangle h_n \rangle h$

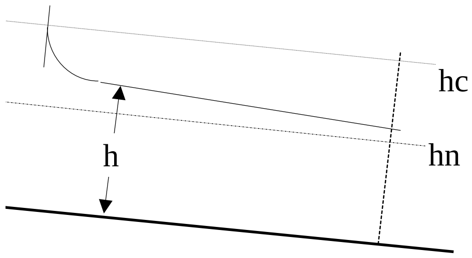
La variación de la altura en este caso es positiva. Por lo que tiende a crecer hacia aguas abajo asintóticamente hasta la altura normal. Este caso puede encontrarse al pie de una barrera seguida en una pendiente fuerte.



Torrente peraltado con pendiente fuerte.

$h_c \rangle h \rangle h_n$

La tangente a la curva de eje hidráulico es negativa, por lo que disminuye hacia aguas abajo. Como parte de la altura crítica en este punto la tangente la corta perpendicularmente. Hacia aguas abajo tiende asintóticamente en forma suave a la altura normal.

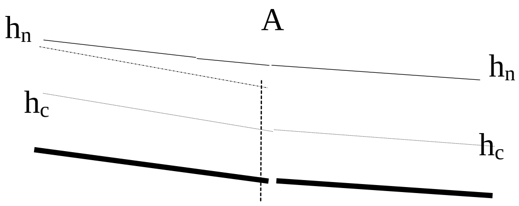


6.B.3 DISCUSIÓN DEL EJE HIDRÁULICO PARA CAMBIO DE PENDIENTES.

Analizaremos distintos casos donde existe un cambio en la pendiente, para canales prismáticos de sección transversal constante.

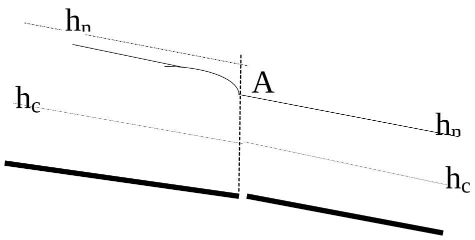
Pendiente suave a más suave

En la pendiente suave se desarrolla un régimen de río. En el punto A comienza el desarrollo de un río peraltado.



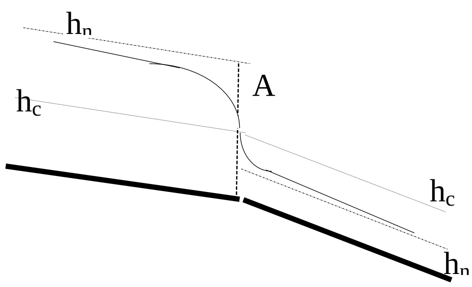
Pendiente suave a menos suave

En este caso igual que el anterior antes del cambio de pendiente se desarrolla un régimen de río. En el punto A se origina un río deprimido.



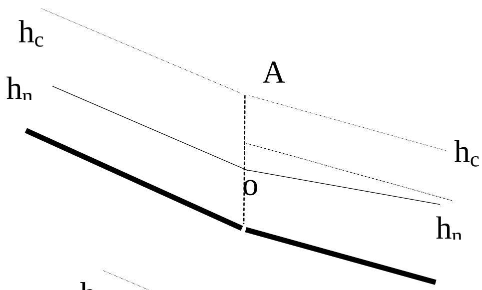
Pendiente suave a fuerte

Aguas arriba del cambio de pendiente se desarrolla régimen de río. El cambio de pendiente a fuerte produce un cambio de régimen a torrente. Como el nivel de agua tiende a bajar, aguas arriba es un río deprimido y aguas abajo un torrente peraltado. En el paso de un régimen a otro se produce con régimen crítico.



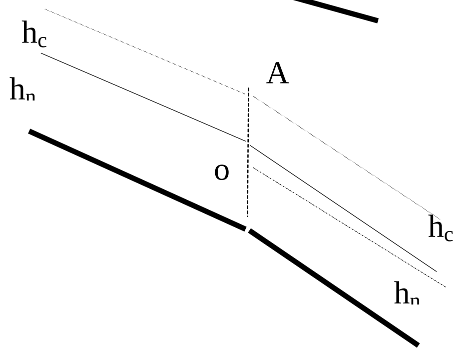
Pendiente fuerte a menos fuerte.

Antes de la singularidad se desarrolla un régimen de torrente. Al cambiar la pendiente por una menor, aumenta la altura del eje hidráulico, produciéndose por lo tanto un torrente deprimido.



Pendiente fuerte a más fuerte

Antes del cambio de pendiente se desarrolla un torrente pues la altura h, es menor que la crítica, esta situación se mantiene después del cambio a una pendiente más fuerte, entonces después del punto O se produce un torrente peraltado ya que dh/dx es negativa.

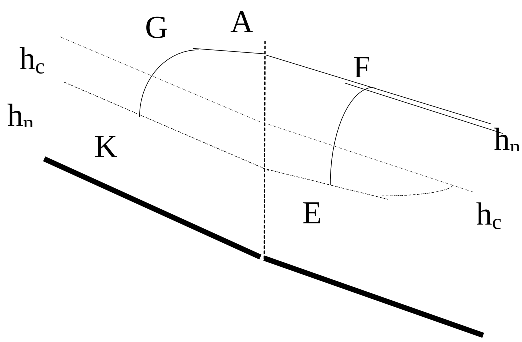


Pendiente fuerte a suave.

El régimen después del cambio de pendiente a suave tiende a ser de río. Como la energía en torrente es mayor que la de río, para pasar de un régimen a otro debe producirse un resalto. De acuerdo a la ubicación del resalto se producen dos situaciones:

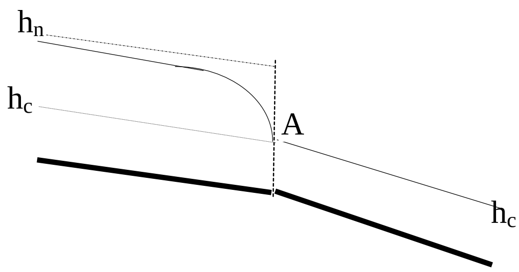
a) Que el torrente en pendiente fuerte tenga energía suficiente para llegar hasta la altura normal de río. En la pendiente suave se desarrollará un torrente deprimido, pues dh/dx〉 0, hasta el punto E donde después del resalto alcanza la altura F, de río.

b) Que el torrente en pendiente fuerte tenga una energía menor. En la pendiente fuerte desde aguas abajo se desarrolla un río peraltado hasta el punto G donde después de un resalto alcanza la altura de torrente (punto K).



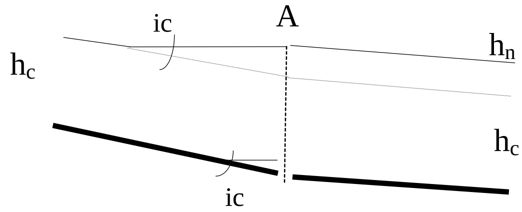
Pendiente suave a crítica

Aguas arriba del cambio de pendiente, en pendiente suave se desarrolla régimen de río, después del cambio para alcanzar la altura crítica debe disminuir de altura, por lo que se desarrolla un río deprimido. La altura crítica coincide con la normal aguas abajo.



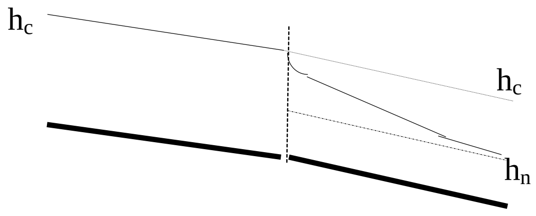
Pendiente crítica a suave

Antes de la singularidad se desarrolla régimen critico, y después del cambio de pendiente a suave, de río. Tal como se mencionó anteriormente, en las cercanías de la altura crítica el eje hidráulico tiende a ser horizontal.



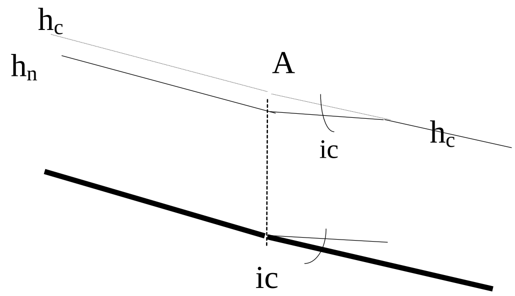
Pendiente crítica a fuerte

Antes del cambio de pendiente la altura crítica coincide con la normal. Al pasar a pendiente fuerte, a torrente, se produce un torrente peraltado pues dh/dx〈0.



Pendiente fuerte a crítica

En pendiente fuerte se desarrolla un régimen de torrente, al acercarse a la altura crítica el eje hidráulico tiende a ser horizontal. En pendiente crítica la altura normal es igual a la crítica.



6.B.4 TRAZADO DEL EJE HIDRÁULICO. CURVA DE REMANSO.

Con la existencia de las singularidades en los canales abiertos, se genera un movimiento permanente variado hacia aguas arriba de las mismas, por ejemplo, si observamos lo que pasa con el eje hidráulico de un canal cuando en el mismo hay un escalón de bajada, vemos que la altura de agua varía hasta llegar a dicho escalón. La longitud en la cual se manifiesta esa variación del eje hidráulico es lo que denominamos “longitud de la curva de remanso”; y ahora vamos a calcularla.

Los puntos del eje hidráulico se pueden obtener integrando la Ecuación 33-6:

$$\frac{dh}{dx}=\frac{U^2{}_c\left(i-J\right)}{U^2{}_c-U^2}\Rightarrow dh=\frac{U^2{}_c\left(i-J\right)}{U^2{}_c-U^2}\times dx$$

Reemplazamos los valores de la velocidad crítica U_c, la pérdida de carga unitaria J, y la velocidad media U:

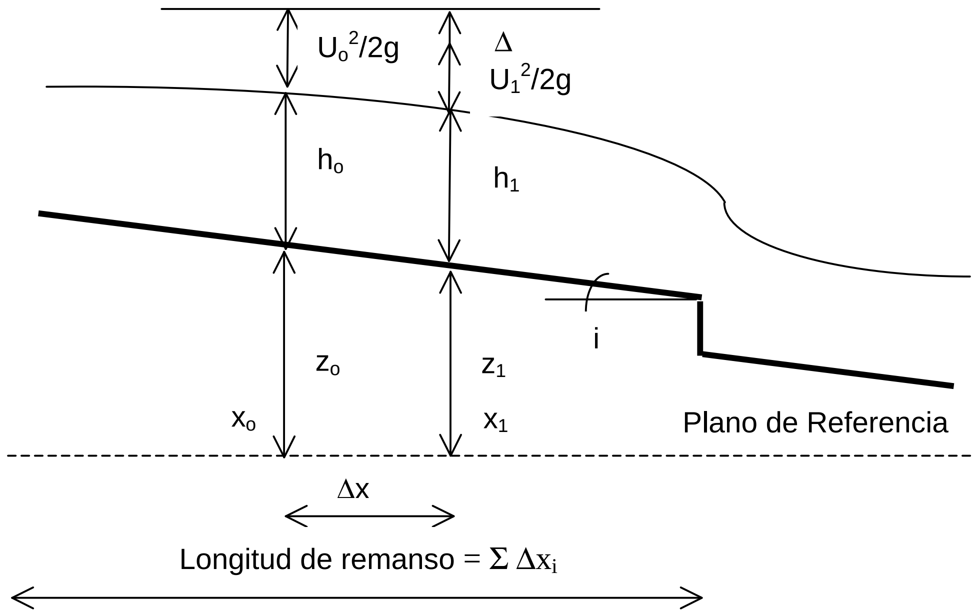
$$U_c^2=g\frac{\omega}{B}=g\frac{f(h)}{B}\qquad J=\frac{Q^2\times n^2}{\omega^2 R_H^{4/3}}=\frac{Q^2\times n^2}{\left[f(h)\right]^2\left[j(h)\right]^{4/3}}\qquad U^2=\frac{Q^2}{\omega^2}=\frac{Q^2}{\left[f(h)\right]^2}$$

$$dh=\frac{\left(g\dfrac{f(h)}{B}\right)^2\times\left(i-\dfrac{Q^2\times n^2}{\left[f(h)\right]^2\times\left[j(h)\right]^{4/3}}\right)}{\left(g\dfrac{f(h)}{B}\right)^2-\left(\dfrac{Q}{f(h)}\right)^2}\times dx$$

Ecuación 34-6

Teniendo en cuenta que la sección transversal es una función matemática cuya variable es la altura de agua h (ω=f(h)), y lo mismo para el radio hidráulico (R_H=j(h)); la integración de la Ecuación 34-6 en la mayoría de los casos no es de fácil resolución.

Por lo cual usamos el método de diferencias finitas para el cálculo del eje hidráulico, y para ello aplicamos el Teorema de Bernoulli en el canal que tiene una singularidad y movimiento permanente variado, entre dos secciones consecutivas y separadas una distancia Δx (x_1-x_0), como puede verse en el gráfico de la figura.



En la sección indicada con el subíndice “o” tenemos la cota de posición “z_o” respecto del Plano de Referencia, la altura de agua “h_o”, y la altura de velocidad $U_o^2/2g$. Mientras que en la sección “1” tenemos la cota de posición “z_1”, la altura de agua “h_1”, la altura de velocidad “$U_1^2/2g$” y la pérdida de carga por frotamiento entre la dos secciones transversales que denominamos Δ:

$$z_0 + h_0 + \frac{U_0^2}{2g} = z_1 + h_1 + \frac{U_1^2}{2g} + \Delta$$

La pérdida de carga por frotamiento entre las dos secciones bajo estudio la podemos calcular integrando la pérdida de carga por unidad de longitud y de peso “J” entre las dos secciones mencionadas:

$$\Delta = \int_{x_o}^{x_1} J \times dx$$

Recordando que el Bernoulli referido al fondo del canal es la suma de la altura de agua y la altura de velocidad: $Be_f = h + \dfrac{U^2}{2g}$

Reemplazamos estos dos conceptos en la ecuación inicial y:

$$z_o + Be_{f_0} = z_1 + Be_{f_1} + \int_{x_o}^{x_1} J \times dx$$

La diferencia de cotas de posición de las secciones ya mencionadas es (z_1 -z_0), y la podemos expresar en función de la pendiente de fondo del canal considerando que:

$$i = \frac{z_0 - z_1}{(x_1 - x_0)} \Rightarrow z_0 - z_1 = i \times (x_1 - x_0)$$

La integral de la pérdida de carga por unidad de longitud y peso J, puede resolverse aproximadamente tomando una pérdida de carga media "J_m", calculada como el promedio de las correspondientes a la sección 0 y 1: $J_m = \frac{J_0 + J_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{U_0^2 \times n^2}{RH_0^{4/3}} + \frac{U_1^2 \times n^2}{RH_1^{4/3}}\right)$

Reemplazamos en la ecuación inicial y despejamos Δx:

$$z_o + Be_{fo} = z_1 + Be_{f1} + J_m \times (x_1 - x_o) \Rightarrow z_o - z_1 = Be_{f1} - Be_{fo} + J_m \times \Delta x$$

$$i \times \Delta x = Be_{f1} - Be_{fo} + J_m \times \Delta x \Rightarrow \Delta x(i - J_m) = Be_{f1} - Be_{fo} \Rightarrow \Delta x = \frac{Be_{f1} - Be_{fo}}{(i - J_m)}$$

Si tenemos en cuenta que Be_{fo} es mayor que el Be_{f1}, ya que la energía de la corriente disminuye en el sentido de escurrimiento, el numerador tendría signo negativo siempre, entonces cambiamos de signo numerador y denominador para que no cambie la ecuación y el resultado de positivo:

$$\Delta x = \frac{Be_{f_0} - Be_{f_1}}{(J_m - i)}$$

Ecuación 35-6

Para aplicar la Ecuación 35-6, para el trazado del eje hidráulico realizamos los pasos siguientes:

1. Se fijan la sección inicial y final de la curva de remanso. Uno de esos extremos es la sección que corresponde al MPU, o sea, la altura normal de escurrimiento, y el otro extremo es el que corresponde a la singularidad bajo estudio. Para el caso de un escalón de bajada, por ejemplo, la sección sobre el mismo corresponde a la crítica, es decir, tiene altura crítica. La altura de agua de la curva de remanso es variable entre estos dos extremos descriptos, de modo que se adoptan los sucesivos valores de h entre los mismos.
2. Se adopta como punto inicial de la curva de remanso la altura h_n, o sea la que corresponde al movimiento permanente uniforme (MPU), se determinan para dicha sección U, R_H, ω, B_f y J, usando las ecuaciones ya vistas.

ω y R_H — Se calculan según la forma de la sección.

$$U = \frac{Q}{\omega}$$

Ecuación 36-6

$$Be_f = h + \frac{U^2}{2g}$$

Ecuación 37-6

$$J = \frac{U^2 \times n^2}{R_H^{4/3}}$$ **Ecuación 38-6**

3. En la secciones sucesivas siguientes de cálculo se adoptan alturas de agua entre los dos extremos dados, y se calculan U, R_H, ω, B_f y J, para poder llegar a calcular el Δx con la Ecuación 35-6.
4. Como punto final de la curva de remanso se puede tomar la altura crítica, si la singularidad que genera el remanso produce crisis, si no la altura de movimiento permanente variado (MPV) que corresponde a la singularidad, y se determinan los mismos valores que en el ítem anterior.
5. Se aplica la Ecuación 35-6, incrementando desde el menor de los valores hasta llegar al mayor de los valores de altura de agua h, y se calculan todos los parámetros necesarios para obtener el Δx correspondiente a cada intervalo de altura de agua. La sumatoria de todos los Δx corresponde a la longitud total de la curva de remanso entre la altura inicial y la altura final.

6.C MOVIMIENTO IMPERMANENTE EN CANALES.

Los movimientos impermanentes los hemos definidos, en general, como aquéllos en los cuales las circunstancias hidráulicas (caudal, velocidad, altura, presión) varían tanto en el tiempo como en el espacio.

Recordamos las Ecuaciones Fundamentales de la Hidrodinámica de Euler vistas en el Tema N° 2, las que hemos obtenido aislando una porción elemental del fluido en movimiento y planteando el equilibrio del mismo:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + X = \rho \times a_x$$

p: es la presión del agua, la presión que ejerce el resto del fluido sobre la porción aislada.
X: es la fuerza másica por unidad de volumen en el eje x.
ρ: es la densidad del agua.
a_x: es la componente en el eje x del vector aceleración.

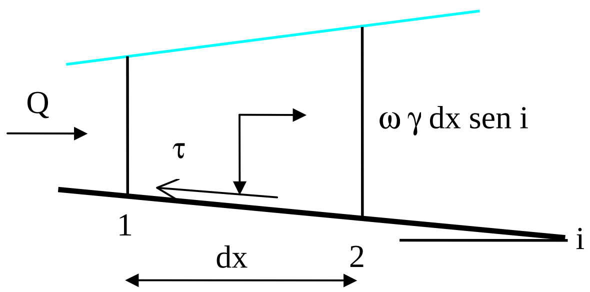
$$\frac{\partial p}{\partial y} + Y = \rho \times a_y$$

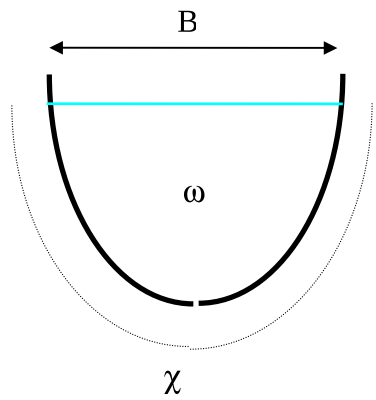
p: es la presión del agua, la presión que ejerce el resto del fluido sobre la porción aislada.
Y: es la fuerza másica por unidad de volumen en el eje y.
ρ: es la densidad del agua.
a_y: es la componente en el eje y del vector aceleración.

$$\frac{\partial p}{\partial z} + Z = \rho \times a_z$$

p: es la presión del agua, la presión que ejerce el resto del fluido sobre la porción aislada.
Z: es la fuerza másica por unidad de volumen en el eje z.
ρ: es la densidad del agua.
a_z: es la componente en el eje z del vector aceleración.

Si queremos aplicar las ecuaciones anteriores al movimiento impermanente en canalizaciones abiertas. Debemos considerar una canalización abierta, en la cual aislamos la porción de fluido en movimiento entre dos secciones transversales separadas una distancia dx, y obtenemos la siguiente figura:





Suponemos que la dirección predominante del movimiento es la dirección del eje x, la componente de la velocidad en dicha dirección es u, tiene un valor apreciablemente mayor que las componentes en los ejes y, z (v,w), por lo tanto, podemos suponer que el movimiento es unidireccional sin cometer un error apreciable, y las tres ecuaciones anteriores se reducen a una sola ecuación:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + X = \rho \times a_x$$

La presión que interviene en la fórmula anterior, es la presión en el fondo de la canalización y se calcula, de acuerdo a la validez de la ley hidrostática, como: $p = \gamma\, h$

$$\frac{\partial(p)}{\partial x} = \frac{\partial(\gamma \times h)}{\partial x} = \gamma \frac{\partial(h)}{\partial x}$$

Y la derivada queda como:

$$\frac{\partial(p)}{\partial x} = \frac{\partial(\gamma \times h)}{\partial x} = \gamma \frac{\partial(h)}{\partial x}$$

La fuerza másica por unidad de volumen X, tiene dos componentes en la dirección del movimiento x, una de sentido igual al de la corriente (que la acelera) y otra de sentido opuesto (que la desacelera).

La componente que impulsa el movimiento se debe a la componente del peso propio en la dirección del mismo. Si se supone en la figura anterior una sección transversal media igual a ω, por lo tanto el volumen encerrado por las dos secciones consecutivas es: ω dx. El peso de ese volumen encerrado es: ω γ dx; y la componente del peso en la dirección del movimiento es: ω γ dx sen i. Para encontrar la fuerza másica por unidad de volumen es necesario dividir la componente del peso por el volumen encerrado, con lo cual nos queda:

$$\frac{\omega \times dx \times \gamma \times seni}{\omega \times dx} = \gamma \times seni$$

La segunda componente de la fuerza másica por unidad de volumen, que retarda el movimiento, se debe a la tensión de corte hidráulico τ, tal como lo hemos visto en el Tema N° 3, cuya fuerza actuante expresamos como el producto de la misma por el área en la que actúa, que es la superficie lateral del volumen encerrado por las secciones transversales aisladas (el perímetro mojado χ por la distancia entre las secciones dx), y también dividido el volumen encerrado, la expresión nos queda así:

$$\frac{\tau \times \chi \times dx}{\omega \times dx} = \frac{\tau \times \chi}{\omega}$$

Si recordamos el concepto de radio hidráulico (R_H) como el cociente entre la sección y el perímetro mojado: $R_H = \omega / \chi$

$$\frac{\tau \times \chi}{\omega} = \frac{\tau}{R_H}$$

La fuerza másica por unidad de volumen total será la suma de sus dos componentes, las que tienen signo opuesto:

$$X = \gamma \times seni - \frac{\tau}{R_H}$$

La componente de la aceleración según el eje x (a_x) en el campo de Euler, según lo que estudiamos en el Tema N°2, es:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial y} \times v + \frac{\partial u}{\partial z} \times w + \frac{\partial u}{\partial t}$$

Considerando el movimiento unidireccional, por lo tanto v = w = 0, y la aceleración a_x queda:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t}$$

Si remplazamos todos los términos obtenidos en la ecuación fundamental de la hidrodinámica de Euler, y teniendo en cuenta que se debe cambiar el signo de la presión, debido a que las mismas fueron deducidas con vectores representativos salientes de las superficies, cuando en realidad son entrantes a las mismas, de acuerdo a lo estudiado en el Tema N°1, la ecuación final es:

$$-\gamma \times \frac{\partial h}{\partial x} + \gamma \times seni - \frac{\tau}{R_H} = \rho \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

Si dividimos por γ, queda:

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + seni - \frac{\tau}{\gamma \times R_H} = \frac{\rho}{\gamma} \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + seni - \frac{\tau}{\gamma \times R_H} = \frac{1}{g} \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

Remplazando la tensión de corte hidráulico, tal como la estudiamos en el Tema N°3, queda:

$$\tau = \gamma \times R_H \times J$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + seni - \frac{\gamma \times R_H \times J}{\gamma \times R_H} = \frac{1}{g} \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + seni - J = \frac{1}{g} \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} + seni - J - \frac{1}{g} \times \left(\frac{\partial u}{\partial x} \times u + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

Si resolvemos la derivada nos queda:

$$u \times \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right)$$

Y cambiamos los signos de la ecuación:

$$\frac{\partial h}{\partial x} - seni + J + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

Ecuación 39-6

PRIMERA ECUACIÓN DE SAINT-VENANT PARA MOVIMIENTO IMPERMANENTE EN CANALIZACIONES ABIERTAS.

Si recordamos el principio de la conservación de la masa en un volumen infinitesimal entre dos secciones transversales, en el cual las variables son el caudal y la sección transversal. El caudal cambia con la distancia x, así como la sección mojada varía en el tiempo, de modo que la ecuación de la continuidad queda expresada como sigue, en donde q representa el caudal por unidad de longitud que entra o sale por las paredes de un tubo de flujo:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q$$

Ecuación 40-6

SEGUNDA ECUACIÓN DE SAINT-VENANT PARA MOVIMIENTO IMPERMANENTE EN CANALIZACIONES ABIERTAS.

Debido a la complejidad de las condiciones de flujo, tanto la primera, como la segunda ecuación de Saint-Venant no tienen una solución matemática exacta. Pueden ser resueltas aplicando métodos numéricos aproximados tales como el de incrementos finitos o el método de ensayo y error. Tratando de expresar las derivadas parciales como incrementos finitos de las variables en intervalos de tiempo determinados.

Estas ecuaciones son muy difíciles de integrar, es necesario realizar ciertas hipótesis simplificativas que acotan la cantidad de variables que intervienen, aparte de la simplificación inicial de considerar un movimiento unidireccional.

A partir de estas ecuaciones podemos obtener la del movimiento permanente variado y permanente uniforme. Para movimiento permanente variado las derivadas parciales respecto del tiempo se hacen cero, y la ecuación queda:

$$\frac{\partial h}{\partial x} - seni + J + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right) = 0$$

De la integración de esta ecuación se obtiene la expresión del Teorema de Bernoulli, tal como la hemos visto en el Tema N° 2, con la inclusión del c oncepto de velocidad media U en la sección transversal.

Y para movimiento permanente uniforme las derivadas respecto del tiempo y del espacio se hacen cero.

$$-seni + J = 0 \Rightarrow seni = J \Rightarrow i = J$$

6.C.1 MOVIMIENTOS ONDULATORIOS. ONDAS DE TRASLACIÓN.

Las perturbaciones en el escurrimiento de una canalización abierta se trasladan a lo largo del cauce en forma de ondas. ¿Cuáles son las perturbaciones que producen ondas?, incrementos o disminuciones del caudal, principalmente.

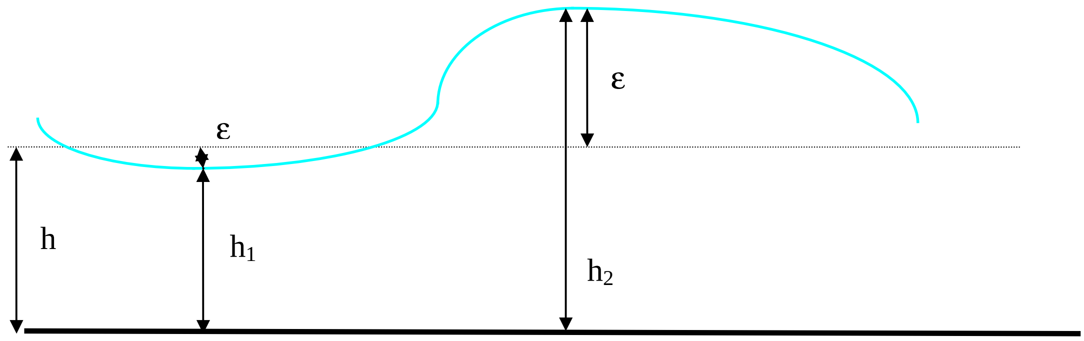
Estas ondas las denominaremos ondas de traslación. Pueden ser positivas o negativas, según que la intumescencia esté por arriba o por debajo del tirante normal de escurrimiento.

Las ondas de traslación se pueden originar por la incorporación brusca de un volumen de agua o un cuerpo sólido, lo que originará una onda positiva, o por el contrario con la extracción repentina de un volumen de agua o retiro de un cuerpo sólido, creando una onda negativa.

Cuando la perturbación que da origen a una onda es de corta duración, la onda es solitaria, en cambio, cuando es de larga duración se generan ondas sucesivas o lo que se denomina un tren de ondas. Tal es el caso de una compuerta en un canal, que con la apertura y cierre rápido se genera una onda solitaria, en cambio con una apertura o cierre con un determinado tiempo de permanencia se generan ondas sucesivas.

De acuerdo a la magnitud de la amplitud de la onda, las mismas se pueden clasificar en ondas bajas o de pequeña amplitud, u ondas altas o de no pequeña amplitud. Las ondas bajas son aquéllas en las cuales el valor absoluto de la amplitud ε es pequeño, y los tirantes de agua son prácticamente iguales con o sin onda. Las ondas altas son aquéllas en las cuales la amplitud no puede considerarse despreciable, y por lo tanto, los tirantes de agua resultan distintos.

La velocidad de traslación de las ondas se denomina celeridad, se la indica con la letra c, y es la velocidad relativa de la onda respecto del escurrimiento.



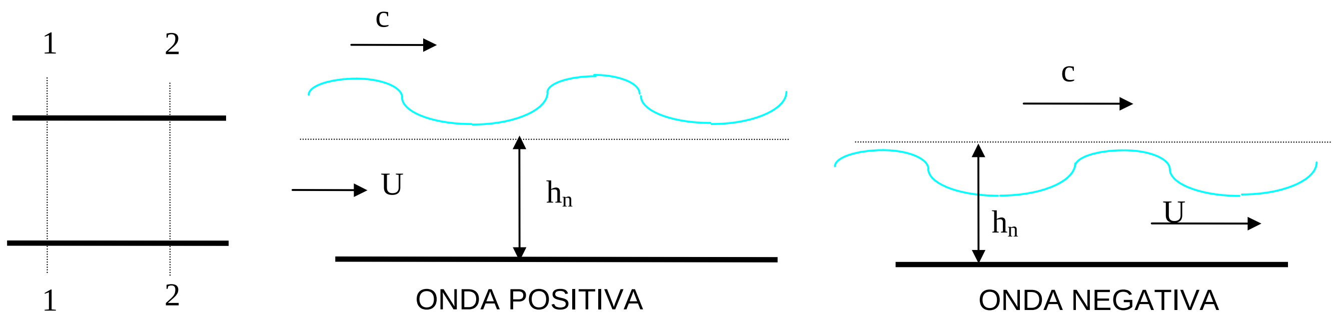
Las ondas de traslación por medio de las cuales se manifiestan las perturbaciones en los canales, se incluyen en el Movimiento Impermanente, es decir, que la altura de agua del escurrimiento es función del espacio y del tiempo. Los Movimientos Impermanentes se pueden clasificar en dos clases:

1. **Movimiento Impermanente lentamente variable** (lentamente impermanente): en el cual el eje hidráulico sube o baja lentamente, la curvatura en el perfil de la onda es suave, el cambio en la profundidad es gradual, el frente de ondas no se modifica bastante. Predominan las fuerzas de frotamiento en el fondo y las paredes, la celeridad de las ondas es constante. Se presenta en las ondas originadas por las crecidas en ríos caudalosos de llanura, y en las originadas por la operación lenta de estructuras de control (compuertas).
2. **Movimiento Impermanente rápidamente variable** (rápidamente impermanente): en el cual el eje hidráulico presenta discontinuidades y variaciones bruscas, la curvatura del perfil de la onda es muy grande. Las fuerzas de frotamiento son despreciables frente al efecto dinámico del movimiento, o sea las fuerzas de aceleración. Se presentan en un tren de ondas originado por la operación rápida de estructuras de control, como por ejemplo las compuertas, desembalses muy rápidos.

6.C.2 EJEMPLOS DE ONDAS DE TRASLACIÓN.

Si se varía el caudal que escurre por una canalización abierta, se produce también la variación del tirante de agua. Esa modificación se traslada en forma de ondas de traslación, o sea, que la perturbación se propaga en forma de ondas de traslación.

Existen cuatro clases de ondas: positivas, negativas, de igual sentido que la corriente o de sentido contrario a la corriente.



ONDA POSITIVA

ONDA NEGATIVA

Aumentando el caudal en la sección 1-1 agua arriba se genera una onda positiva de la misma dirección que la corriente.

Extrayendo (disminuyendo) el caudal en la sección 1-1 se produce una onda negativa que tiene la misma dirección que la corriente.

Cuando se aumenta el caudal Q en la sección 2-2 aparecen ondas negativas con dirección contraria a la corriente.

Disminuyendo el caudal en la sección 2-2 las ondas son positivas de dirección contraria a la corriente.

Las ondas positivas tienen la intumescencia llena de agua, en cambio, las negativas la tienen hueca. Las ondas positivas se trasladan sobre el nivel del agua, y las negativas por debajo de él.

Un ejemplo clásico de ondas de traslación es el dado por el manejo de una compuerta en un canal abierto. Una compuerta es un orificio de fondo cuyo caudal se calcula con la ecuación de gasto de un orificio:

$$Q = m \times a \times b \times \sqrt{2 \times g \times h}$$

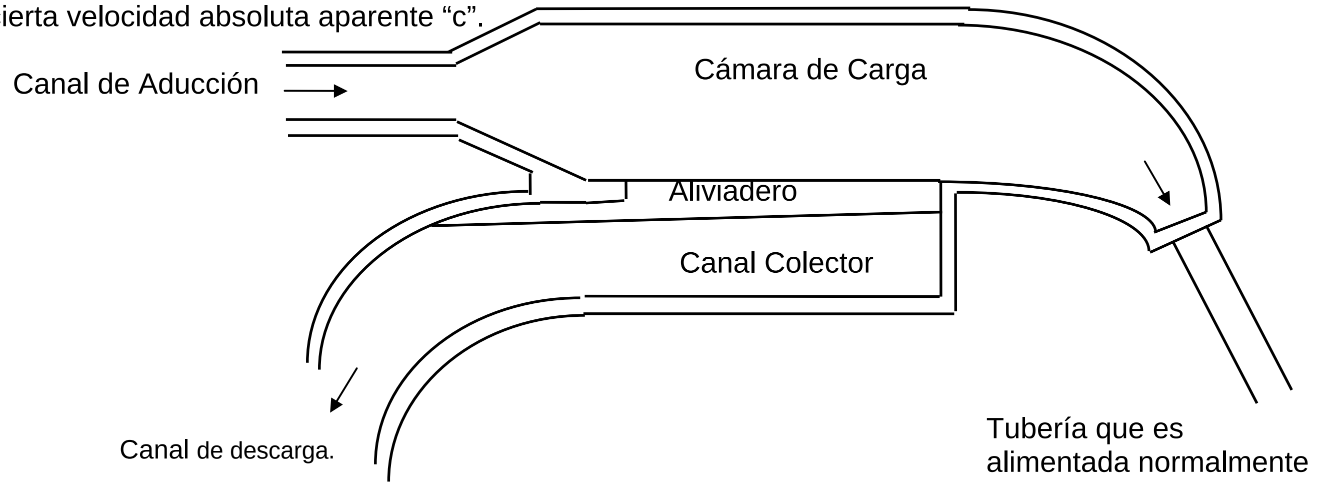
a: es la abertura de la compuerta (m).
b: es el ancho de la compuerta (m).
m: es el coeficiente de gasto de la compuerta. m = 0.61.
g: es la aceleración de la gravedad (9.8 m/s^2).
h: es la carga hidráulica sobre la compuerta (m).

Cuando la compuerta está levantada con un valor de "a", abriendo la compuerta ingresa más caudal al tramo inferior del cauce (aguas abajo), y por lo tanto se originan ondas positivas de la misma dirección que la corriente hacia aguas abajo. En cambio, en el tramo superior (aguas arriba) se forman ondas negativas con dirección contraria a la de la corriente.

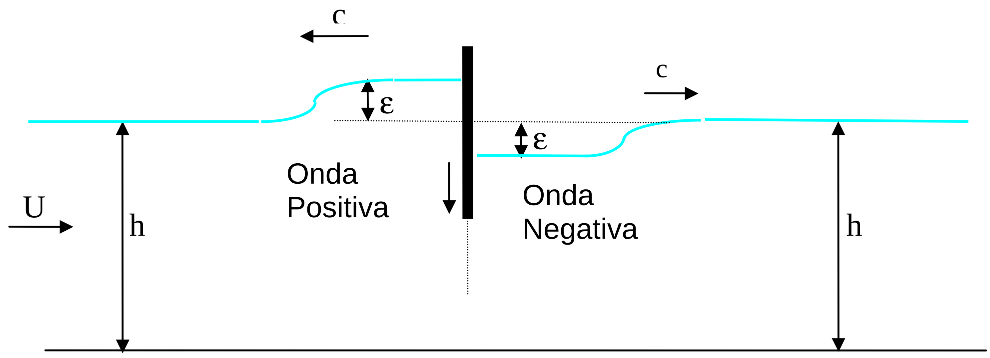
Siendo la apertura de larga duración las ondas generadas constituirán un tren de ondas, mientras que si la maniobra se realiza rápido o con muy corta duración la apertura de la compuerta genera una onda solitaria.

Si se disminuye la abertura "a", cerrando la compuerta, se disminuye el caudal aguas abajo, y por lo tanto, se forman ondas negativas en el sentido de la corriente (hacia aguas abajo), y ondas positivas de sentido contrario a la corriente hacia aguas arriba.

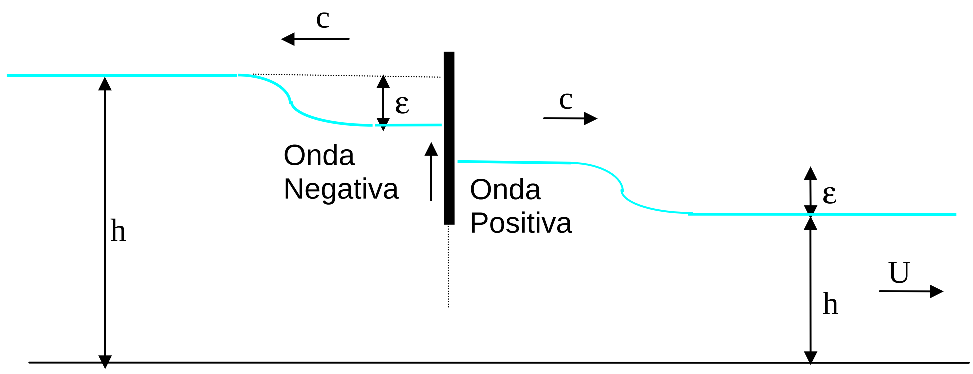
Otro ejemplo de onda de traslación es el siguiente. Suponemos un canal que escurre en régimen de río o subcrítico uniforme, alimentando una central hidroeléctrica. Suponemos también que por condiciones del consumo eléctrico, deje de funcionar la central en forma rápida (teóricamente instantánea), o sea, la central ha sido puesta totalmente fuera de servicio. El canal se encuentra lleno y el agua sigue escurriendo, pero ya no puede entregar porque han cerrado las compuertas o válvulas de admisión de la central (en realidad se cierran los álabes del distribuidor de las turbinas). Independientemente del fenómeno que ocurre en la tubería de presión (golpe de ariete), a partir de la cámara de carga hacia aguas arriba del canal, se produce una onda positiva que se propaga con cierta velocidad absoluta aparente "c".



Es como un emisario que va avisando a lo largo de todo el canal, que ya no es deseada el agua en el punto de entrega de aguas abajo. Como el agua sigue escurriendo, el nivel en el canal (comenzando por la cámara de carga final) se eleva, desde luego existe un aliviadero por donde se evacua el agua sobrante, pero en todo caso la onda antedicha se traslada hacia aguas arriba. La onda avanza con un frente bien definido y con cierta altura ε.



La onda positiva aparece aguas arriba de una compuerta que se cierra, o aguas abajo de una compuerta que se abre. La onda negativa aparece aguas abajo de una compuerta que se cierra o aguas arriba de una compuerta que se abre.



6.C.3 ONDA SOLITARIA.

Russell en 1834 observó por primera vez e investigó experimentalmente la onda solitaria; Boussinesq y Rayleigh desarrollaron inicialmente el análisis matemático de la misma.

La onda solitaria tiene una forma simple, consiste enteramente de una elevación sin ninguna depresión asociada. La onda cae enteramente sobre la superficie normal del agua y se mueve suave y tranquilamente sin turbulencia en cualquier lugar a lo largo de su perfil.

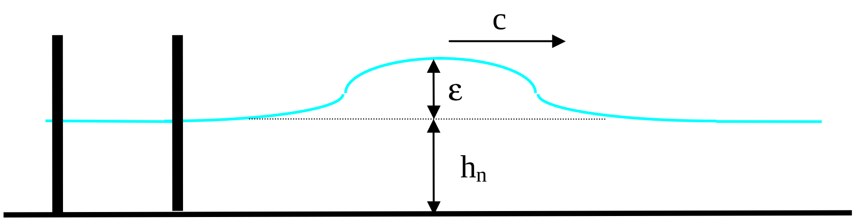
En un canal sin frotamiento, la onda puede viajar una distancia infinita sin cambio de forma o velocidad, pero en un canal real, la altura de la onda está gradualmente reducida por los efectos del frotamiento. Esta onda se puede producir en un laboratorio, por el desplazamiento horizontal de una compuerta en un canal. En la naturaleza, están generadas por los terremotos, las mareas en los océanos o una piedra en un estanque tranquilo.

Existen dos parámetros importante de calcular de una onda: la celeridad y la amplitud.

6.C.3.1 Celeridad de una onda solitaria.

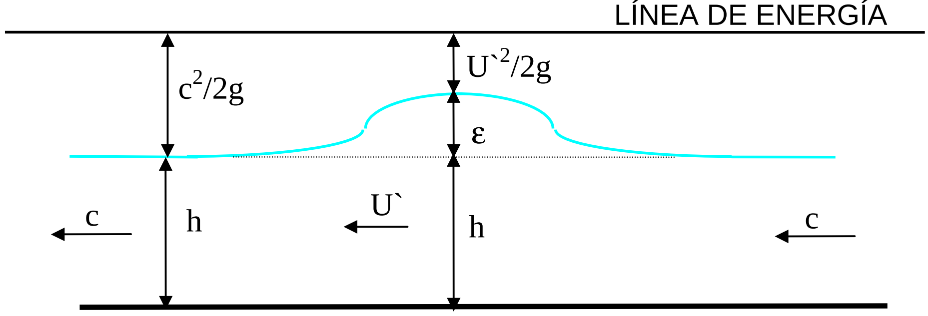
La celeridad "c" es la velocidad relativa de la onda respecto del escurrimiento, o sea que se obtiene por la suma vectorial entre la velocidad absoluta de desplazamiento de la onda "V" (que es la que puede medirse en el campo con un cronómetro entre dos puntos determinados cuando el observador está en reposo), y la velocidad absoluta del escurrimiento debajo de ella "U". Por lo tanto, $V = U \pm c$, en forma algebraica, ya que ambos vectores tienen la misma dirección, pero pueden tener sentidos diferentes.

Si se considera una onda solitaria viajando hacia aguas abajo con una celeridad "c", en un canal de sección transversal rectangular, la misma se encuentra bajo las condiciones de un movimiento lentamente impermanente.



MOVIMIENTO LENTAMENTE IMPERMANENTE

Este movimiento lentamente impermanente puede asimilarse sin mayor error a un movimiento permanente variado. Se supone un observador en la orilla del canal trasladándose con la onda, a una velocidad "c" igual a la celeridad de la onda. Este observador verá que la onda parece estar quieta, mientras que el fluido se mueve a una velocidad en magnitud igual a "c" (velocidad relativa de la onda respecto del escurrimiento), lo que responde a un Movimiento Permanente Variado.



MOVIMIENTO PERMANENTE VARIADO

Si se desprecia el efecto del frotamiento y suponiendo una pendiente pequeña y coeficiente de Coriolis (de la generalización del Teorema de Bernoulli) $\alpha = 1$ para todas las secciones transversales, la ecuación de energía entre la sección normal de flujo y la sección en la cresta de la onda, se puede escribir así:

$$h + \frac{c^2}{2g} = (h + \varepsilon) + \frac{U'^2}{2g}$$

Como el caudal es constante, se puede aplicar la ecuación de la continuidad para el cálculo de la velocidad U`:

$$Q = constante = h \times c \times b = (h + \varepsilon) \times U' \times b \Rightarrow U' = \frac{c \times h}{(h + \varepsilon)}$$

Remplazamos en la ecuación anterior:

$$h + \frac{c^2}{2g} = (h + \varepsilon) + \frac{c^2 \times h^2}{2 \times g \times (h + \varepsilon)^2}$$

Despejamos la celeridad de la onda c:

$$h + \frac{c^2}{2g} = (h + \varepsilon) + \frac{c^2 \times h^2}{2 \times g \times (h + \varepsilon)^2} \Rightarrow \frac{c^2}{2g} \times \left(1 - \frac{h^2}{(h + \varepsilon)^2}\right) = (h + \varepsilon) - h$$

$$c^2 = \frac{2 \times g \times \varepsilon}{\left(1 - \frac{h^2}{(h+\varepsilon)^2}\right)} = \frac{2 \times g \times \varepsilon}{\left(\frac{(h+\varepsilon)^2 - h^2}{(h+\varepsilon)^2}\right)} = \frac{2 \times g \times \varepsilon}{\left(\frac{(h^2 + 2h\varepsilon + \varepsilon^2) - h^2}{(h+\varepsilon)^2}\right)} = \frac{2 \times g \times \varepsilon \times (h+\varepsilon)^2}{(h^2 + 2h\varepsilon + \varepsilon^2) - h^2} = \frac{2 \times g \times \varepsilon \times (h+\varepsilon)^2}{(2h\varepsilon + \varepsilon^2)}$$

$$c^2 = \frac{2 \times g \times \varepsilon \times (h+\varepsilon)^2}{\varepsilon \times (2h + \varepsilon)} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{2 \times g \times (h+\varepsilon)^2}{(2h + \varepsilon)}}$$

Para ondas de altura ε moderada la ecuación anterior se puede aproximar mediante la siguiente ecuación:

$$c = \sqrt{gh\left(1 + \frac{3\varepsilon}{2h}\right)} \cong \sqrt{gh}\left(1 + \frac{3\varepsilon}{4h}\right)$$

$$c \cong \sqrt{gh}\left(1 + \frac{3\varepsilon}{4h}\right)$$

Ecuación 41-6

ECUACIÓN DE CELERIDAD DE SAINT-VENANT PARA CANALES RECTANGULARES, en el cual se ha despreciado el frotamiento y la pendiente de fondo.

c: celeridad de la onda de traslación.
h: altura de agua.
g: aceleración de la gravedad.
ε: altura de la onda.

$$c \cong \sqrt{g\left(\frac{\omega}{B} + \frac{3\varepsilon}{2}\right)}$$

Ecuación 42-6

ECUACIÓN DE CELERIDAD DE SAINT-VENANT PARA CANALES NO RECTANGULARES.

c: celeridad de la onda de traslación.
ω: sección transversal mojada.
B: ancho superficial de la sección.
g: aceleración de la gravedad.
ε: altura de la onda.

Cabe aclarar que en los análisis anteriores no hemos considerado el efecto de la fuerza centrífuga sobre la curvatura de la onda , ni la componente vertical de la aceleración de las partículas de agua. De acuerdo a observaciones de campo hechas por Russell y con experimentos realizados por Bazin una ecuación más apropiada para la celeridad de una onda solitaria de pequeña amplitud en un canal rectangular considerando ambos efectos, es:

$$c = \sqrt{g \times (h + \varepsilon)}$$

Ecuación 43-6.
CELERIDAD DE LA ONDA CORREGIDA POR RUSSELL Y BAZIN.

6.C.3.2 Amplitud de una onda solitaria.

La amplitud de una onda es la altura que la misma alcanza en su punto más alto respecto de la profundidad normal de escurrimiento de la canalización. El valor de ε depende principalmente del tiempo que dura la perturbación en el escurrimiento. Por ejemplo, para el cierre o apertura de una compuerta, depende si la maniobra es lenta, rápida o instantánea.

Se supone una onda positiva que se produce aguas arriba de una compuerta por el cierre instantáneo, total o parcial, de la misma. En el caso que el cierre fuera gradual el comportamiento es más complejo, pero menos comprometido a nivel de valores de amplitud de onda, ya que la misma adoptará alturas menores. Por lo tanto, y a los fines de establecer un valor de sobreelevación del agua por la presencia de dicha onda, es más conveniente el cálculo de un cierre instantáneo o rápido, que de un cierre lento.

Para el cálculo de la amplitud de la onda adoptamos la Ecuación 42-6:

$$c = \sqrt{g \times \left(\frac{\omega}{B} + 1{,}5 \times \varepsilon \right)}$$

En dicha ecuación hay dos incógnitas: una es la celeridad de la onda "c" y la otra es la amplitud o altura de la misma. El problema se resuelve por iteraciones sucesivas, suponiendo un valor inicial de ε, se calcula la celeridad c, y luego la velocidad absoluta aparente de la onda V ($V = U \pm c$).

Con ésta última se puede verificar el caudal de la onda multiplicándola por el área mojada de la onda. En el ejemplo de la compuerta se compara el caudal de la onda obtenido con el caudal retenido por el cierre rápido o instantáneo de la misma, si ambos valores son iguales la amplitud adoptada es la correcta, sino se vuelve a adoptar otro valor de ε hasta que verifique.

Existen ábacos para el cálculo de ondas positivas en canales, en los cuales con ω/L y ε se obtiene c. Como también existen ábacos para el cálculo de ondas negativas.

6.C.3.3 Ondas bajas o de pequeña amplitud.

Son aquellas ondas en las cuales el valor de ε es prácticamente igual a cero, o sea es despreciable. En las cuales la celeridad se calcula haciendo esa consideración (ε ≅ o) en la Ecuación 41-6, la que queda simplificada:

$c = \sqrt{g \times h}$

Ecuación 44-6.

ECUACIÓN DE CELERIDAD DE LAGRANGE, VÁLIDA PARA SECCIONES TRANSVERSALES RECTANGULARES Y ONDAS DE PEQUEÑA AMPLITUD.

$c = \sqrt{g \times \frac{\omega}{B}}$

Ecuación 45-6.

ECUACIÓN DE CELERIDAD DE LAGRANGE, PARA SECCIONES NO RECTANGULARES.

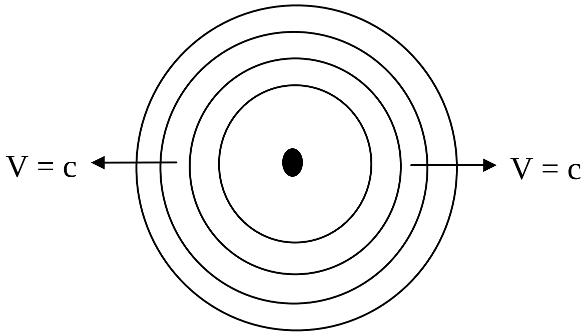
ω: sección transversal mojada.

B: ancho superficial de la sección mojada.

ω/B se lo llama profundidad hidráulica.

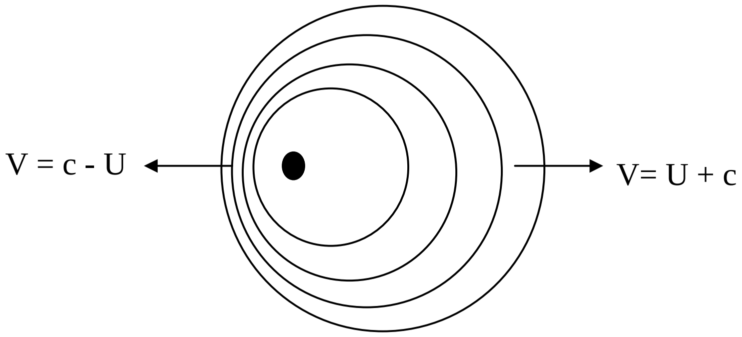
Las ecuaciones anteriores podemos usarlas para estudiar la propagación de ondas gravitacionales. Podemos agregar que si se recuerda la ecuación para el cálculo de la velocidad crítica que vimos en el Tema N° 2, tiene la misma forma que la de la celeridad en ondas de pequeña amplitud, o sea que la celeridad de una onda es numéricamente igual a la velocidad crítica.

Si se supone un estanque en donde el agua está en reposo, y en el mismo se produce una perturbación de esa estática, por ejemplo mediante la caída de un piedra en el mismo, la modificación de las circunstancias hidráulicas se manifiesta a través de ondas. Dichas ondas tienen forma circular y son concéntricas a la fuente de perturbación, trasladándose en todas direcciones con una celeridad “c”, tal como se muestra en el gráfico.



$$U = 0 \Rightarrow V = U \pm c$$

Si el agua está en movimiento con una velocidad U < c, y recordando que c es numéricamente igual a la velocidad crítica, el régimen de escurrimiento es de río o régimen subcrítico, las ondas de pequeña amplitud producidas por la perturbación mencionada tienen la forma siguiente:



$$U < c \Rightarrow V = U \pm c$$

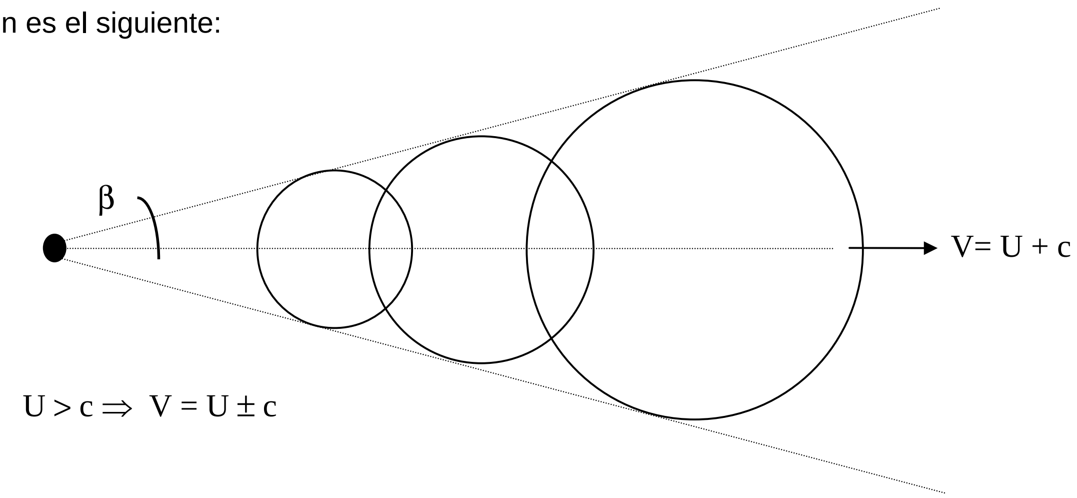
Como U<c, la onda viaja hacia aguas arriba a una velocidad absoluta V (velocidad aparente) igual a (c-U), la onda que viaja hacia aguas abajo tiene una velocidad absoluta V = c +U.

En un canal en régimen de río o subcrítico, o sea con velocidad de escurrimiento es menor que la crítica, una onda puede propagarse contra la corriente (o como normalmente se dice remonta la corriente), y por supuesto también, puede hacerlo hacia aguas abajo.

Como las ondas pueden trasladarse por un río en ambos sentidos, tal río puede ser modificado por cualquier onda. Por lo tanto, el funcionamiento de los ríos depende de las condiciones aguas arriba y aguas abajo de la sección considerada. Sin embargo, las condiciones aguas abajo son las que predominan y ejercen su influencia sobre las corrientes de ríos.

LOS ESCURRIMIENTOS CON RÉGIMEN DE RÍO DEPENDEN DE LAS CONDICIONES AGUAS ABAJO.

Cuando U > c el régimen de escurrimiento es de torrente o supercrítico, el esquema de las ondas de traslación es el siguiente:



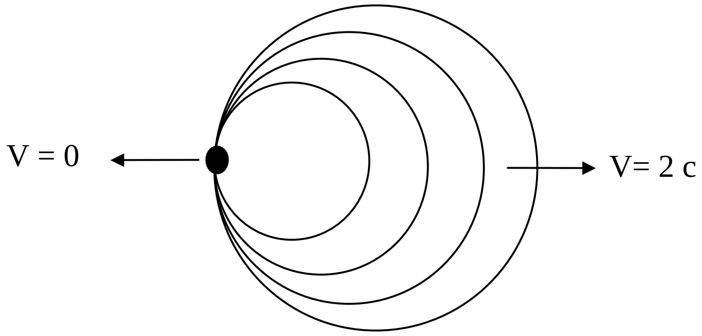
Como puede verse en el esquema las ondas sólo se trasladan hacia aguas abajo, las líneas tangentes a los frentes de onda caen en un ángulo β, respecto de la dirección original de movimiento, este ángulo se llama ángulo de la onda (sen β = c/U = (g h)0.5 /U = 1 / Fr).

Como la velocidad de los canales en régimen torrencial o supercrítico es mayor que la crítica, y por lo tanto mayor que la celeridad de las ondas de pequeña amplitud, éstas no pueden remontar corrientes de régimen torrencial., sólo pueden trasladarse hacia aguas abajo, y por lo tanto, el torrente no puede ser modificado por una onda que venga desde aguas abajo.

Como conclusión:

LOS TORRENTES DEPENDEN SOLAMENTE DE LAS CONDICIONES AGUAS ARRIBA DE ELLOS.

Cuando U =c, o sea se encuentra en régimen crítico, el esquema es el siguiente:



$$U = c \Rightarrow V = U \pm c$$

Para este caso el frente de onda hacia aguas arriba es estacionario (V=0) y hacia aguas abajo V =2c.

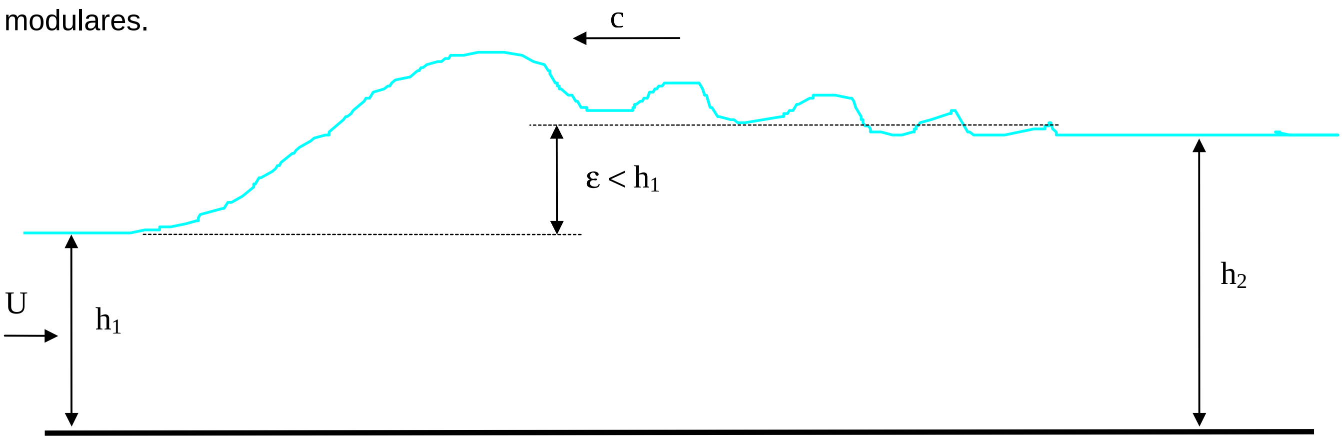
En un canal en régimen crítico, una onda de traslación de pequeña amplitud permanece estacionaria cuando trata de remontar la corriente, pero puede trasladarse hacia aguas abajo. Como la crisis es a la vez río y torrente, participa de las propiedades de ambos, o sea, como torrente depende de las condiciones aguas arriba, y como río depende de las condiciones aguas abajo. Esto es contradictorio, por lo que se deduce que si en una sección hay escurrimiento crítico, esta crisis independiza el régimen de escurrimiento de aguas abajo y de aguas arriba.

EN ESCURRIMIENTOS CON RÉGIMEN CRÍTICO SE INDEPENDIZAN LAS CONDICIONES AGUAS ARRIBA DE LAS DE AGUAS ABAJO.

6.C.3.4 Ondas altas o de no pequeña amplitud.

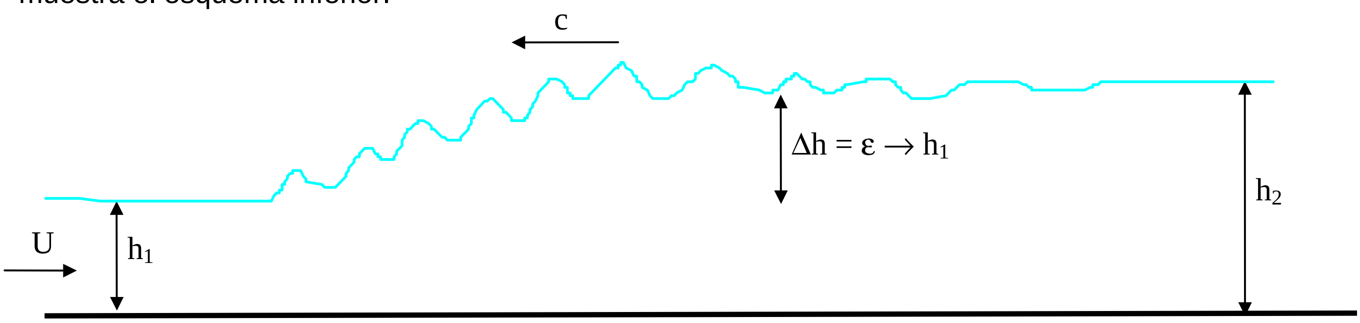
Son aquellas ondas en las cuales el valor de ε está en el orden de magnitud de la altura de agua en el escurrimiento, o sea que va aumentando hasta tomar el mismo valor que la profundidad de agua h en el escurrimiento por debajo de la misma.

Un esquema de la situación es el inferior en el que existen dos alturas de agua diferentes, una aguas arriba h_1 y otra aguas abajo h_2 con una diferencia entre ambas $\Delta h = h_2 - h_1 = \varepsilon$ que es la amplitud media de la onda, menor que h_1. Bajo estas condiciones se dice que las ondas formadas son modulares.



ONDAS MODULARES

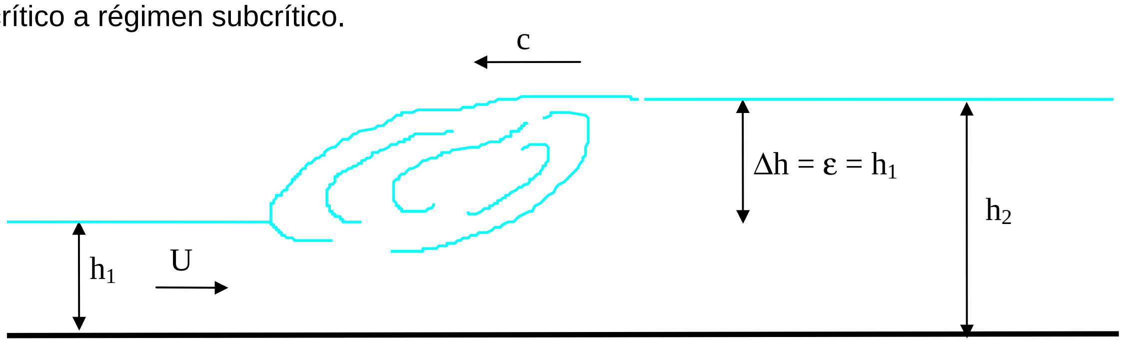
Cuando por cualquier circunstancia en el escurrimiento la diferencia de profundidades entre aguas arriba y aguas abajo crece, es decir que Δh tiende al valor de h_1 las ondas dejan de ser estables, cambian de forma y tienden a romperse. Es por ello que se denomina onda rompiente, como lo muestra el esquema inferior.



ONDA ROMPIENTE

Cuando el valor de $\Delta h = \varepsilon = h_1$, es decir que $h_2 = 2\ h_1$, las ondas rompen y se transforman en una sola onda que permanece estacionaria, lo que significa que para un observador fijo la onda permanece quieta. O sea que, $V = U \pm c = 0$, por lo que la celeridad es igual en intensidad, pero de sentido

contrario, a la velocidad de la corriente, $U = c$. Esta onda estacionaria se denomina "**RESALTO HIDRÁULICO**", e involucra un cambio de régimen de torrente a río, o lo que es lo mismo, de régimen supercrítico a régimen subcrítico.



RESALTO HIDRÁULICO.

Recordando la Ecuación 42-6 para el cálculo de la celeridad de la onda:

$$c = \sqrt{g \times \left(\frac{\omega}{B} + 1{,}5 \times \varepsilon \right)}$$

Si se considera una sección transversal de escurrimiento rectangular la expresión anterior se simplifica quedando:

$$c = \sqrt{g \times \left(\frac{b \times h}{b} + 1{,}5 \times \varepsilon \right)} = \sqrt{g \times (h + 1{,}5 \times \varepsilon)} = \sqrt{g \times h}\left(1 + \frac{3\varepsilon}{2h}\right)^{0,5}$$

Si resolvemos a través del binomio de Newton el paréntesis queda:

$$\left(1+\frac{3\varepsilon}{2h}\right)^{0,5}=\left(1+\frac{3\varepsilon}{4h}\right)$$

La celeridad queda:

$$c=\sqrt{g\times h}\left(1+\frac{3\varepsilon}{4h}\right)=\sqrt{g\times h}\times\left(1+0{,}75\frac{\varepsilon}{h}\right)$$

Si consideramos que ε = h, la celeridad queda como:

$$c=1{,}75\sqrt{g\times h}$$ **Ecuación 46-6**

Si recordamos la expresión del Número de Froude para secciones transversales rectangulares:

$$Fr=\frac{U}{\sqrt{g\times h}}$$

U: velocidad de la corriente de agua.
h la profundidad o altura de agua

Si queremos calcular el Fr del resalto, reemplazamos en la ecuación anterior el valor de U = c, ya que se trata de una onda estacionaria, o sea que, su velocidad absoluta es cero (V = 0):

$$Fr=\frac{U}{\sqrt{g\times h}}=\frac{c}{\sqrt{g\times h}}=\frac{1{,}75\times\sqrt{g\times h}}{\sqrt{g\times h}}=1{,}75$$

O sea que el Número de Froude tiene que ser como mínimo Fr = 1.75 para exista un resalto, si no lo es, se dice que el torrente no tiene la potencia necesaria para producirlo.

El resalto es un fenómeno hidráulico muy importante. Siempre que el escurrimiento, por cualquier causa, ha de pasar de torrente a río, lo hace a través del resalto.

Recordando que el resalto es una onda estacionaria, es decir, con velocidad absoluta V = 0, con lo cual c = U.

Y además es una onda alta o de no pequeña amplitud, con lo cual ε no es despreciable y tiene un valor positivo, e interviene en el cálculo de c, dando:

$$c\rangle\sqrt{g\times h}$$

Como c = U , esto equivale a decir que: $U\rangle\sqrt{g\times h}$

O sea que, la velocidad media U es mayor que la velocidad crítica, y por lo tanto se trata de un régimen de torrente o supercrítico, h_1 corresponde a una altura de torrente, y la altura h_2 mayor que la anterior corresponde a una altura de régimen de río.

Lo contrario sería que $h_2 < h_1$, con lo cual ε quedaría negativo, y por lo tanto la celeridad c y la velocidad U daría valores menores que la velocidad crítica: $c=U\langle\sqrt{g\times h}$. Esta condición es físicamente imposible para un torrente.

Por lo tanto, el resalto se produce cuando $h_2 > h_1$, o sea, que el régimen de escurrimiento pasa de torrente a río.