



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

GUÍA DE ESTUDIO “HIDRÁULICA GENERAL”

UNIDAD N°7: SINGULARIDADES EN CONTORNOS ABIERTOS

**MATERIAL DE ESTUDIO PREPARADO POR:
ING. PATRICIA S. INFANTE, PROF. TITULAR
PABLO CORTEGOSO, AYUD. DE SEGUNDA**

AÑO: 2006.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 2 de15.

INDICE

7	UNIDAD 7.	3
7.A	VERTEDEROS.	4
7.A.1	Definición.....	4
7.A.2	elementos característicos de la singularidad.	4
7.A.3	Clasificación de vertederos.	5
7.A.4	Ecuación de gasto del vertedero.....	7
7.A.5	Vertedero Perfecto.....	8
7.A.5.1	Pared delgada:	9
7.A.5.2	Contracción de fondo completa.....	9
7.A.5.3	Contracción lateral nula.	10
7.A.5.4	Velocidad de llegada nula.	10
7.A.5.5	Paramento vertical, umbral horizontal y sección de sacado rectangular.....	11
7.A.5.6	Lamina libre:	11
7.A.6	Coefficiente de gasto:	12
7.A.6.1	Coefficientes de corrección.	12
7.A.7	Vertederos especiales.	16
7.A.7.1	Vertedero Cipolletti.....	16
7.A.7.2	Otros perfiles vertientes.	16
7.A.7.3	Sumideros.....	17
7.A.8	Vertedero de pared delgada. (Teoría de Boussinesq).....	17
7.A.8.1	Teoría de Boussinesq.	19
7.A.9	Influencia de la velocidad inicial	25
7.A.10	Forma de cálculo.	26
7.A.11	Vertedero triangular	27
7.A.12	Efectos de la singularidad vertedero sobre la CANALIZACIÓN.....	28
7.A.13	Influencia de la canalización - Napas no libres -	32

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 3 de15.

7 UNIDAD 7.

CONTENIDO DEL PROGRAMA ANALÍTICO.

- A. **Vertederos**: definición y clasificación. Vertedero perfecto: Teoría de Boussinecq. Vertederos no perfectos, coeficientes de corrección. El vertedero y el régimen de la canalización. Distintas secciones de vertederos, coeficientes de gasto.
- B. **Vertedero en pared gruesa**: evaluación de las pérdidas de carga y coeficientes de gasto. Vertedero en pared intermedia. Vertedero lateral: estudio y aplicaciones.
- C. **Función Momenta**: Relación entre la Momenta y el Bernoulli. Ecuación de la Momenta en cambios de sección. Ecuación de la Momenta en resaltos. Influencia de la pendiente de fondo en la ecuación de la Momenta.
- D. **Pérdidas de carga en singularidades en canalizaciones abiertas**: cálculo de pérdidas de carga en escalón de subida y de bajada mediante ecuación de la momenta. Variaciones graduales de sección, factores de resistencia y pérdidas de carga. Rejillas: disposición y pérdidas de carga.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

Para completar los conocimientos respecto de las canalizaciones abiertas, es necesario incluir las singularidades en contornos abiertos, es decir, los cambios de sección y dirección en los canales. Así como las singularidades cuya finalidad es medir caudales en canales, o sea, los vertederos en sus distintas formas.

El objetivo de esta unidad de estudio es que adquieras las capacidades necesarias en la comprensión del funcionamiento de los vertederos y en el diseño de los mismos para medir caudales en canales. Así como, en el cálculo y en la cuantificación de la pérdida de energía producida por las singularidades en canales, usando la Función Momenta y el Teorema de Borda.

BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA EN BIBLIOTECA.

1. HIDRAULICA GENERAL DE GILBERTO SOTELO AVILA.
2. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS DE JOSÉ FRANZINI.
3. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE VICTOR L. STREETER.
4. HIDRAULICA DE FRANCISCO J. DOMINGUEZ.
5. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.
6. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE HUNTER ROUSE.
7. MECANICA DE LOS FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS DE CLAUDIO MATAIX.
8. MECÁNICA DE FLUIDOS E HIDRÁULICA DE GILES, RANALD, EVETT Y JACK.
9. MANUAL CESPEDES DE HIDRAULICA DE JUAN Y JOSE GANDOLFO.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 4 de15.

7.A VERTEDEROS.

7.A.1 DEFINICIÓN.

Desde el punto de vista hidráulico, es el escurrimiento que se verifica sobre una barrera cuando ésta se interpone en una canalización abierta. Si consideramos sólo la singularidad, vertedero es la barrera que se interpone en el escurrimiento en un canal.

Sus aplicaciones son diversas, fundamentalmente sirven para medir caudales, o sea aforar canales, como así también en obras de control de excedencias en presas.

7.A.2 ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS DE LA SINGULARIDAD.

Los elementos pueden observarse en la Figura 1-7, y son:

- ☉ **Lámina vertiente:** el agua que vuelca o rebalsa sobre el vertedero, también conocido como napa.
- ☉ **Umbral o cresta:** el límite superior de la barrera.
- ☉ **Longitud (l):** será la distancia entre las paredes verticales que limitan el umbral.
- ☉ **Carga hidráulica (h):** la altura de agua medida entre la cresta del vertedero y la altura de agua aguas arriba del mismo.
- ☉ **Altura del vertedero (a):** será la distancia desde el fondo de la canalización hasta la cresta del vertedero.
- ☉ **Sacado:** que es la sección llena de agua que se aprecia observando el vertedero desde aguas abajo, la forma de la vena líquida de salida del vertedero da la forma del sacado del mismo.

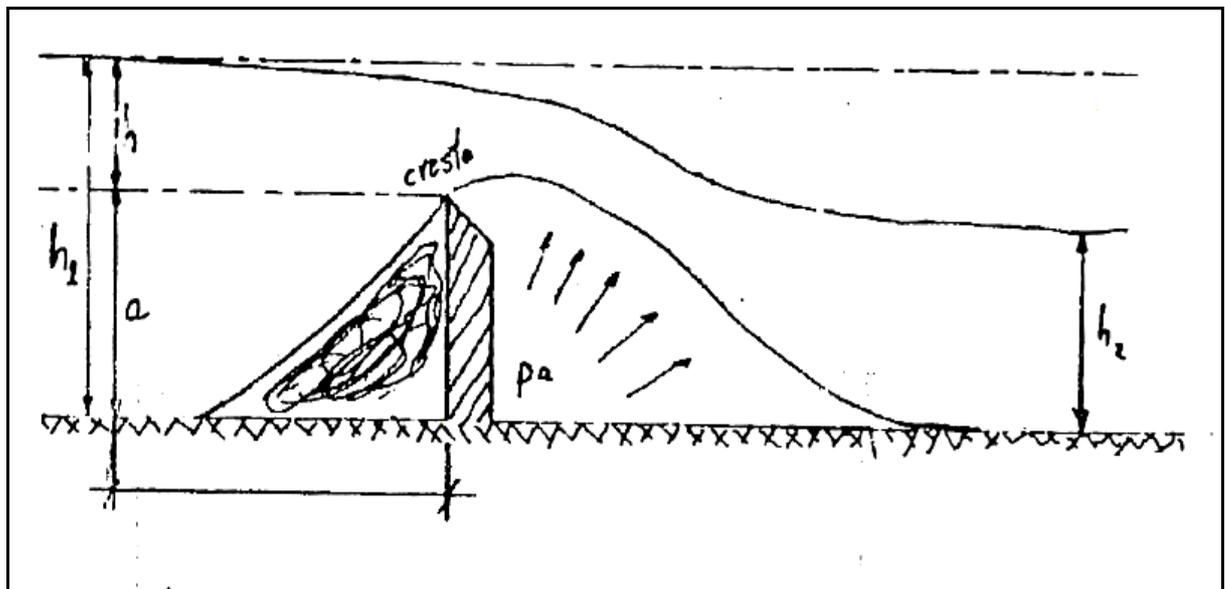


Figura 1-7

Si observamos la Figura 1-7, vemos que el tirante de altura h_1 aguas arriba del vertedero va modificando su valor conforme al llamado hidráulico experimentado, lo cual es debido al cambio de régimen que se produce en el escurrimiento, pasando de movimiento permanente uniforme a

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 5 de15.

variado, por la presencia de la singularidad vertedero. Todas las singularidades en los canales abiertos producen movimiento permanente variado hacia aguas arriba y hacia aguas abajo de la misma.

Por esta razón la carga hidráulica “h” no se mide sobre la cresta del vertedero, sino a una distancia hacia aguas arriba de la misma donde no es influenciada por la singularidad, adoptándose un valor de 4h.

7.A.3 CLASIFICACIÓN DE VERTEDEROS.

Por su forma se los puede clasificar en rectangulares (Figura 2-7), trapeciales (Figura 3-7), triangulares (Figura 3-7), según la forma del sacado del vertedero.

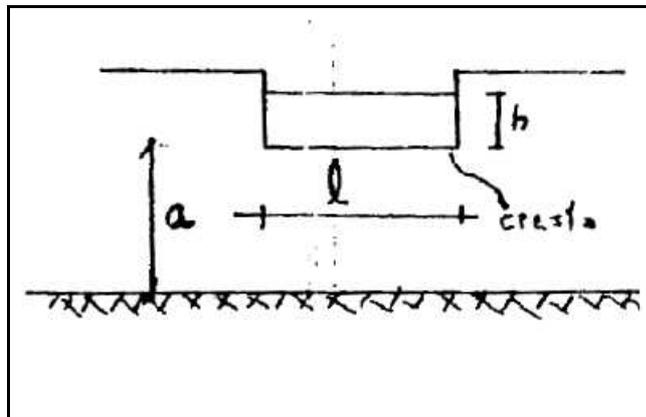


Figura 2-7

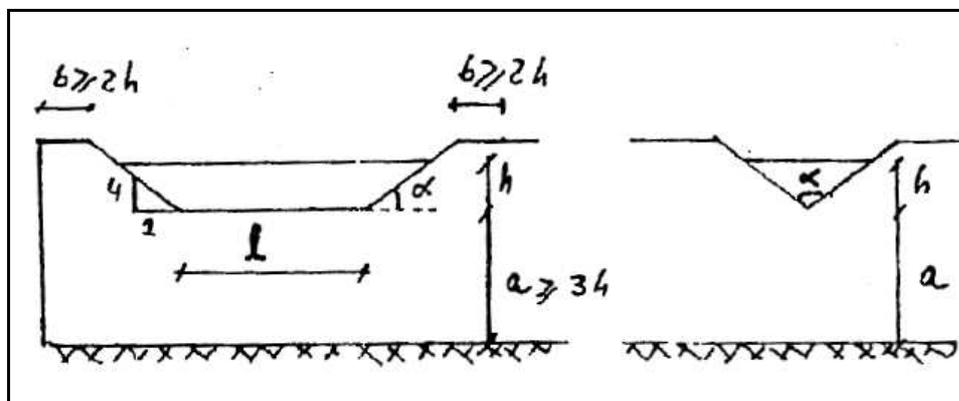


Figura 3-7

Por otra parte la barrera puede presentarse de distintos grados de inclinación como puede verse en la Figura 4-7. Inclinando el paramento de la barrera hacia aguas arriba o hacia aguas abajo, tomando el ángulo del mismo respecto de la vertical, negativo para el primer caso y positivo para el segundo.

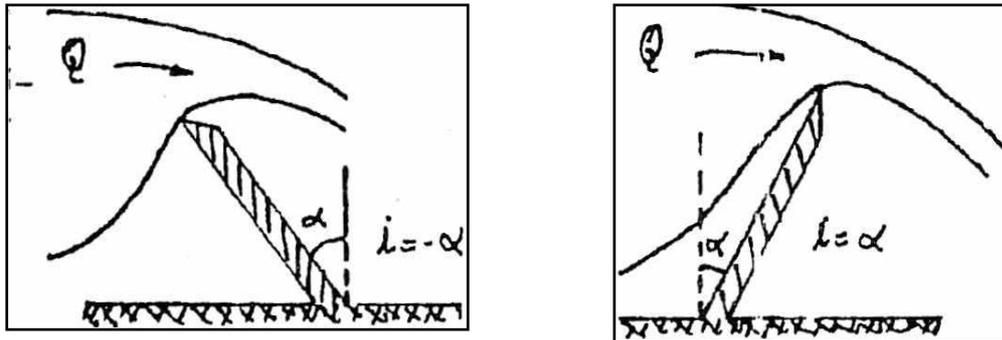


Figura 4-7

Los casos límite son los que se muestran en la Figura 5-7, vertedero entrante para el primer caso ($\alpha = -90^\circ$), en el cual se produce un triple cambio de curvatura; para el segundo caso ($\alpha = 90^\circ$) se produce una contracción de la vena líquida, y el tercer caso ($\alpha = 180^\circ$), es el de una cascada de caída.

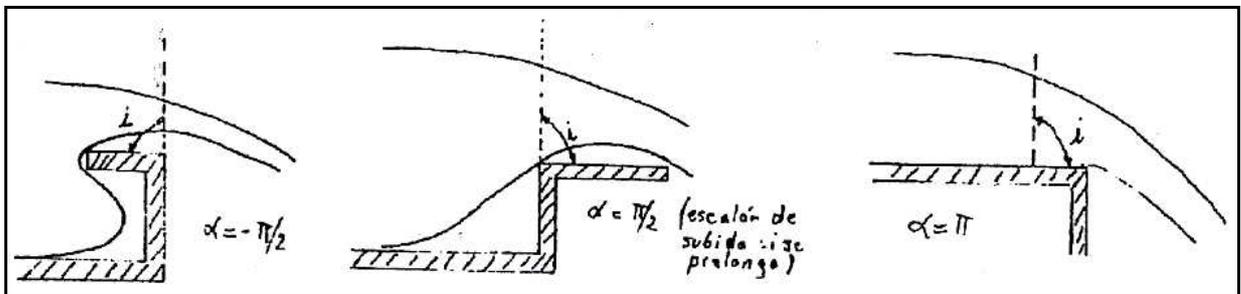


Figura 5-7

De acuerdo a su comportamiento hidráulico, se puede clasificar a los vertederos en:

Vertederos de pared delgada.

Vertederos de pared gruesa.

En la Figura 6-7 vemos los dos tipos indicados: son de pared delgada cuando la vena líquida tiene contacto con la barrera en una línea, o sea que se tocan sólo en una arista, mientras que serán de pared gruesa cuando los hacen en una superficie.

La verificación de uno u otro comportamiento se obtienen comparando la carga hidráulica "h" sobre el vertedero con el espesor "e" de la pared de la barrera. La relación es la siguiente:

$$e \leq h \Rightarrow \text{DELGADA}$$

$$e \geq 3h \Rightarrow \text{GRUESA}$$

Ecuaciones N°1-7

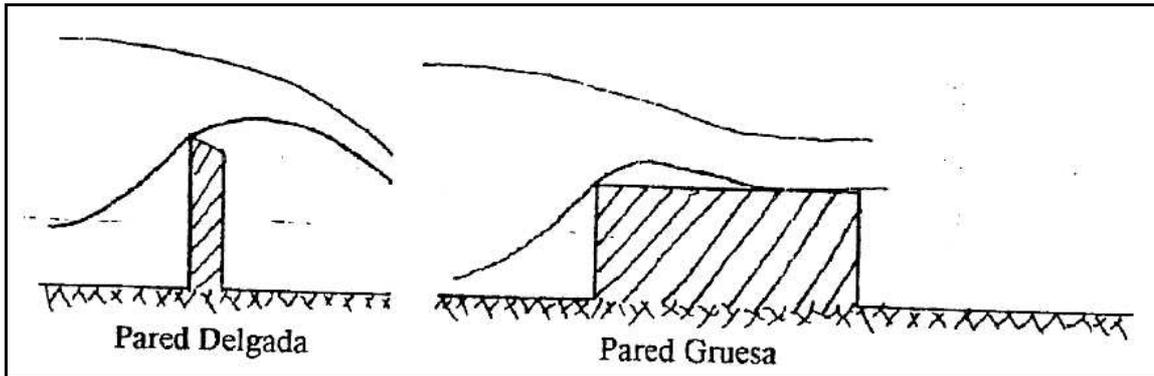


Figura 6-7

7.A.4 ECUACIÓN DE GASTO DEL VERTEDERO.

Vamos a encontrar la ecuación de gasto de un vertedero. Para lo cual tomamos un vertedero de sacado rectangular de longitud "l", altura de la barrera "a", vertiendo una vena líquida con una velocidad "u", según la Figura 7-7.

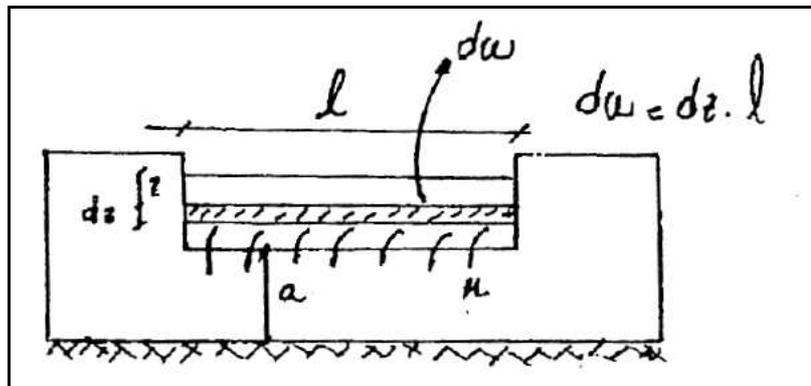


Figura 7-7

El caudal que vierte por dicha vena líquida se calcula como el producto de la velocidad y la sección transversal, considerando una analogía con lo visto para orificios, la ecuación de una franja diferencial será:

$$dq = m_o \times d\omega \times \underbrace{\sqrt{2 \times g \times z}}_u \tag{Ecuación N°2-7}$$

En donde: m_o es el coeficiente de gasto del orificio, y z es la carga hidráulica variable en la altura de la vena líquida.

Como el diferencial de sección es: $d\omega = l \times dz$

$$dq = m_o \times \sqrt{2 \times g \times z} \times l \times dz$$

$$dq = m_o \times \sqrt{2 \times g} \times l \times z^{1/2} \times dz$$

El caudal total resultará de la integración del "dq" a toda la corriente de la vena líquida :

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 8 de15.

$$Q = \int_0^l dq = m_o \times \sqrt{2 \times g} \times l \times \int_0^h z^{1/2} \times dz$$

$$Q = m_o \times \sqrt{2 \times g} \times l \times \frac{h^2}{\frac{3}{2}}$$

$$Q = m_o \times \frac{2}{3} \times l \times \sqrt{2 \times g \times h} \times h$$

Ecuación N°3-7

Si observamos la Ecuación N° 3-7 obtenida y la comparamos con la ecuación de gasto del orificio (Ecuación N°4-7).

$$Q = m_o \times \sqrt{2 \times g \times h} \times \omega_o$$

Ecuación N°4-7

Como la sección del orificio realizando una semejanza con el vertedero queda como: $l \times h = \omega$ reemplazando en la Ecuación N°4-7 y comparando con la N°3-7:

$$Q = m_o \times \sqrt{2 \times g \times h} \times l \times h$$

$$Q = \underbrace{m_o \times \frac{2}{3}}_{m_v} \times \sqrt{2 \times g \times h} \times l \times h$$

$$m_v = \frac{2}{3} m_o$$

Ecuación N°5-7

donde m_v es el coeficiente de gasto del vertedero y m_o el del orificio.

Pero esto en realidad no es cierto y sólo es una aproximación, debido a que la velocidad varía sobre la cresta del vertedero y además no es un orificio, es decir que esta singularidad está sometida a la presión atmosférica, en cambio el orificio está sometido a presión mayor que la atmosférica.

No obstante lo importante de esta analogía es observar la estructura de la ecuación de gasto para poder interpretar el desarrollo realizado por Boussinesq. La ecuación de gasto final queda como:

$$Q = m_v \times \sqrt{2 \times g \times h} \times l \times h$$

Ecuación N°6-7

Trataremos entonces de determinar el valor del coeficiente de gasto m_v , pero como el estudio parte de considerar determinadas condiciones geométricas e hidráulicas veremos a continuación qué se entiende por vertedero perfecto.

7.A.5 VERTEDERO PERFECTO

Un vertedero es perfecto cuando se cumplen determinadas condiciones geométricas e hidráulicas, que pasamos a detallar a continuación.

<p>FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo</p>	<p>HIDRÁULICA GENERAL</p>	
<p>3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL</p>	<p>GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS</p>	<p>Página 9 de15.</p>

7.A.5.1 Pared delgada:

En este caso la lamina vertiente y la cresta del vertedero tienen contacto en una recta, y la condición matemática a verificar es $e \leq 0,5h$. El espesor de la pared e debe ser menor que la mitad de la carga hidráulica del vertedero.

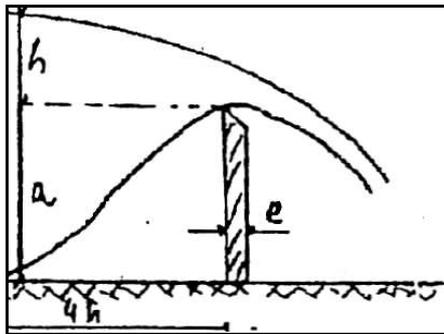


Figura 12-7

7.A.5.2 Contracción de fondo completa.

Esta condición de vertedero perfecto se refiere que la línea de corriente inferior tenga suficiente espacio hacia aguas arriba del vertedero, para que la misma se deforme y pueda pasar por encima del paramento, pueda “saltar el paramento”; y esto se cumple cuando se verifica la siguiente relación matemática:

$$H \geq 4h \Rightarrow h + a \geq 4h \Rightarrow a \geq 3h$$

Ecuación N°7-7

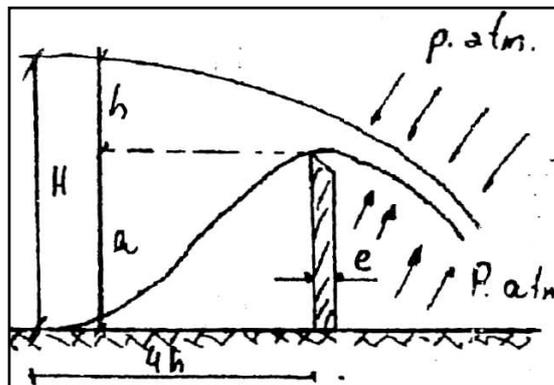


Figura 10-7

Las magnitudes de H , h y a son las indicadas en la Figura 10-7. Es decir que la altura del paramento del vertedero debe ser mayor que tres veces la carga hidráulica del mismo.

La carga hidráulica debe medirse a una distancia mayor a igual a $4h$, desde el paramento del vertedero hacia aguas arriba.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 10 de15.

7.A.5.3 Contracción lateral nula.

Esta condición está referida a la longitud del vertedero. Cuando la longitud del mismo es igual al ancho de la canalización en donde está se cumple dicha condición, en la **Figura 8-7** se muestra gráficamente tal situación.

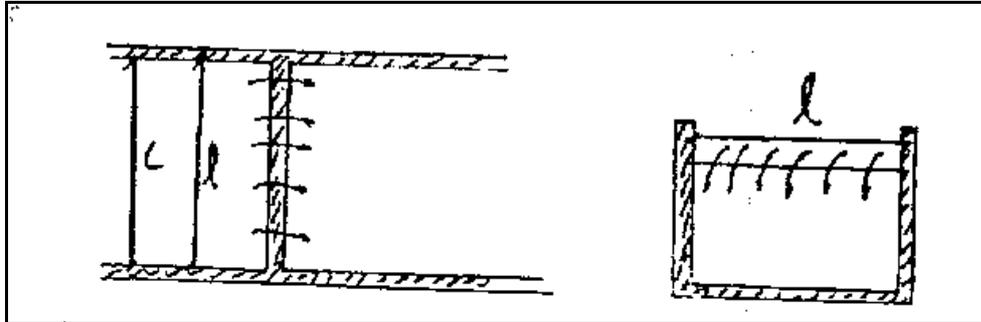


Figura 8-7

El sacado del vertedero tiene la misma longitud que el ancho de la canalización.

En otros casos se nos puede presentar (ver Figura 9-7), contracciones laterales no nulas en las cuales la longitud del vertedero no coincide con el ancho de la canalización y resulta tener un valor menor que éste último.

En este último caso distinguiremos con "L" el ancho de la canalización y con "l" la longitud del vertedero.

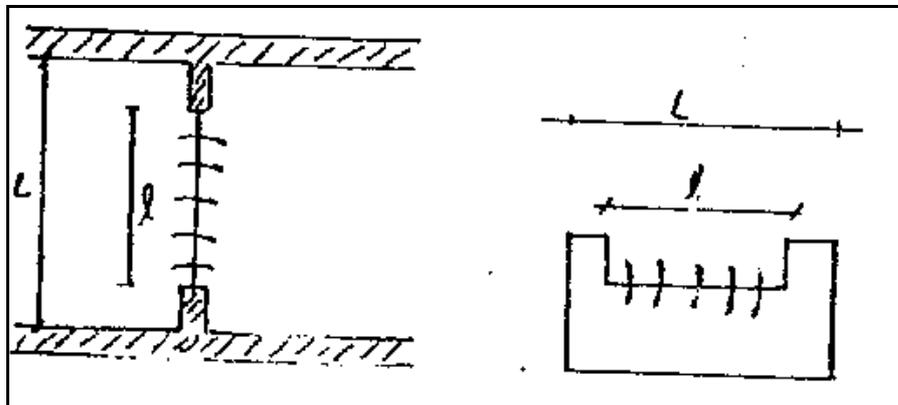


Figura 9-7

La condición de contracción lateral nula se verifica matemáticamente de la siguiente manera:

$$L = l$$

7.A.5.4 Velocidad de llegada nula.

Esta condición se refiere a la velocidad de llegada al vertedero, la que se puede calcular a través de la ecuación de continuidad aplicada a la sección transversal de altura H.

$$U_{llegada} = \frac{Q}{L \times H}$$

Ecuación N°8-7

En realidad, esta velocidad de llegada no será totalmente nula, sino que a los fines prácticos la energía de velocidad que origina puede hacerse despreciable cuando U es menor que 0,3 m/s.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 11 de15.

O sea que, cuando la velocidad U es mayor que $0,3\text{m/s}$ la condición de velocidad de llegada nula no se cumple, y es necesario sumarle a la carga hidráulica " h " el término de energía de velocidad " $U^2/2g$ ".

En realidad la condición anterior de contracción de fondo completa, y ésta de velocidad de llegada nula son vinculantes, si el paramento es alto se produce una disminución de la velocidad.

7.A.5.5 Paramento vertical, umbral horizontal y sección de sacado rectangular.

Esta condición se basa en la forma geométrica de la barrera del vertedero, su orientación vertical, su posición relativa a la dirección del fluido y a la forma del sacado del vertedero.

En cuanto, a esta condición se pueden observar los gráficos que se dan en la Figura 11-7.

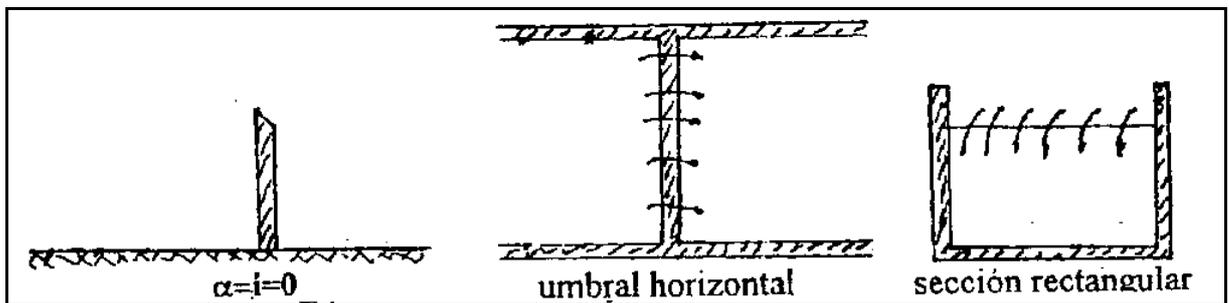


Figura 11-7

7.A.5.6 Lamina libre:

Esta condición se verifica considerando que existe presión atmosférica por debajo y por arriba de la lámina vertiente, tal como aparece en la Figura 13-7.

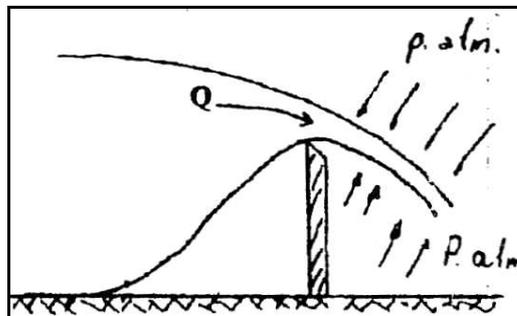


Figura 13-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 12 de15.

7.A.6 COEFICIENTE DE GASTO:

Si se cumplen estas condiciones el coeficiente de gasto m_v tiene un valor fijo y constante que puede adoptarse según los siguientes autores:

$$BOUSSINESQ \Rightarrow m_{VP} = 0.4232 \therefore h > 0.15m$$

Ecuación N°9-7

$$CIPOLLETTI \Rightarrow m_{VP} = 0.42$$

Ecuación N°10-7

$$BAZIN \Rightarrow m_{VP} = \left(0.405 + \frac{0.003}{h} \right) \therefore 0.1m < h < 0.6m$$

Ecuación N°11-7

$$AICHEL \Rightarrow m_{VP} = \left(0.4107 + \frac{0.00033}{h - 0.0003} \right)$$

Ecuación N°12-7

$$KING \Rightarrow m_{VP} = 0.4165 \times h^{-0.03}$$

Ecuación N°13-7

$$FRESE \Rightarrow m_{VP} = 0.41 + \frac{0.0014}{h} \therefore 0.1m < h < 0.6m \Rightarrow y \therefore b > h$$

Ecuación N°14-7

$$FRANCIS \Rightarrow m_v = 0.416$$

Ecuación N°15-7

Ahora bien, indudablemente que si no se cumplen las condiciones de vertedero perfecto, al igual que para el orificio perfecto, se requerirá la corrección del coeficiente de gasto mediante coeficientes de corrección. Se han desarrollado distintas fórmulas correctivas que modifican el coeficiente de gasto obtenido para vertedero perfecto, y en general, los coeficientes correctivos se denominan según la condición que corrigen, así los valores obtenidos deben multiplicar al coeficiente de gasto de vertedero perfecto.

7.A.6.1 Coeficientes de corrección.

Coeficiente de Francis. Aplicable cuando no se cumple contracción lateral nula.

$$C_3 = \left(1 - 0.1 \times N \times \frac{h}{b} \right)$$

Ecuación N°16-7

N: es el número de contracciones laterales.

h: es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m).

b: es el ancho del vertedero en (m).

Hay contracción completa cuando: $(B-b)/2 \geq 2h$.

Coeficiente C_{34} : Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción lateral nula y velocidad de llegada nula.

$$C_{34} = \left(1 - 0.1 \times N \times \frac{h}{b} \right) \left[\left(h + \frac{U^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{U^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

Ecuación N°17-7

N: es el número de contracciones laterales.

h: es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m).

b: es el ancho del vertedero en (m).

U: es la velocidad de llegada en (m/s).

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo 3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	HIDRÁULICA GENERAL GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 13 de 15.
---	--	------------------

Coefficiente de Bazin: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción fondo completa y velocidad de llegada nula.

$$C_{24} = 1 + 0.55 \frac{h^2}{(h+a)^2}$$

Ecuación N° 18-7

h: es la carga hidráulica en el vertedero en (m).
a: es la altura de la barrera del vertedero en (m).

Coefficiente C₄. Aplicable cuando no se cumple la condición velocidad de llegada nula.

$$m_{VP} \times C_4 = 0.434 + 0.21 \times \left(\frac{h}{h+a} \right)^2$$

Ecuación N° 19-7

h: es la carga hidráulica en el vertedero en (m).
a: es la altura de la barrera del vertedero en (m).

Coefficiente de Hégly: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción fondo completa, contracción lateral nula y velocidad de llegada nula.

$$C_{234} \times m_{VP} = \left[0.405 + \frac{0.0027}{h} - 0.03 \left(\frac{B-b}{B} \right) \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h^2}{(h+a)^2} \right) \right]$$

Ecuación N° 20-7

h: es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m). $0.1m \leq h \leq 0.6m$

B: es el ancho de la canalización en (m). $(B-b)/B < 0.9$

b: es el ancho del vertedero en (m). $0.4m \leq b \leq 1.8m$

a: es la altura de la barrera del vertedero en (m). $0.4m \leq a \leq 0.8m$

Coefficiente de Boussinesq: Aplicable cuando no se cumple la condición de pared vertical.

$$C_5 = 1 \pm 0.39 \left(\frac{\alpha}{180^\circ} \right)$$

Ecuación N° 21-7

α : es el ángulo del paramento con la vertical.

$\alpha > 0$ para inclinación desde la vertical hacia aguas abajo.

$\alpha < 0$ para inclinación desde la vertical hacia aguas arriba.

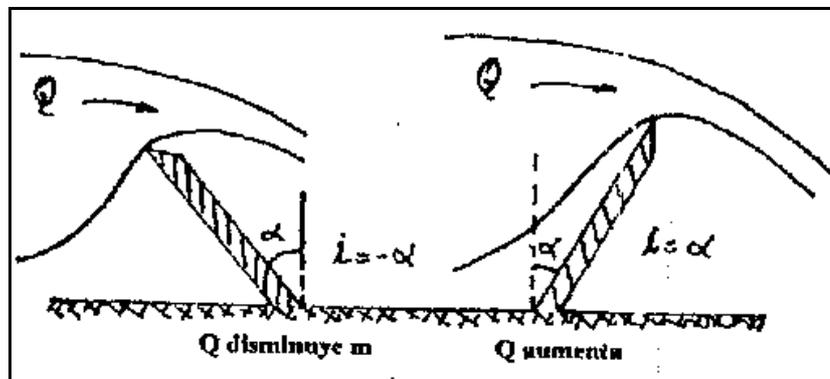


Figura 14-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 14 de 15.

Coefficiente de Boileau: Aplicable cuando no se cumple la condición de vertedero perpendicular a la corriente.

$$C_5 = 0,80 + 0,20 \times \text{sen} \gamma$$

Ecuación N° 22-7

α : ángulo que forma el paramento del vertedero con la dirección del flujo, es siempre menor que 90° . Para $\alpha=90^\circ$, $C_5=1$.

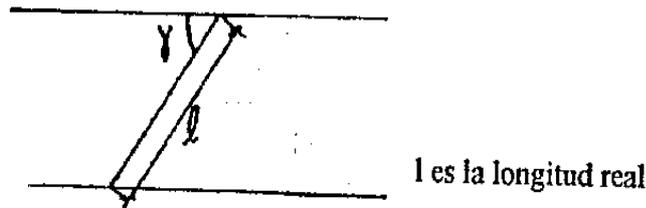


Figura 15-7

Coefficiente de la Sociedad Suiza de Ingenieros y Arquitectos: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción de fondo completa y velocidad de llegada nula.

$$m \times C_{24} = 0.41 \times \left[1 + \frac{1}{1000h + 1.6} \right] \times \left[1 + 0.5 \left(\frac{h}{h + a} \right)^2 \right] \quad \text{Ecuación N° 23-7}$$

h : es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m). $0.025m \leq h \leq 0.8m$

a : es la altura de la barrera del vertedero en (m). $a \geq 0.3m$ y $h/a \leq 1$.

Coefficiente C_{234} . Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción fondo completa, contracción lateral nula y velocidad de llegada nula.

$$C_{234} \times m_{VP} = \frac{2}{3} \times \left[0.578 + 0.037 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3 \left(\frac{b}{B} \right)^2}{1000h + 1.6} \right] \times \left[1 + \left(0.5 \times \left(\frac{b}{B} \right)^4 \times \left(\frac{h}{h + a} \right)^2 \right) \right] \quad \text{Ecuación N° 24-7}$$

h : es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m). $0.025(B/b)m \leq h \leq 0.8m$ y $h \leq a$

B : es el ancho de la canalización en (m).

b : es el ancho del vertedero en (m). $b > 0.3B$

a : es la altura de la barrera del vertedero en (m). $a \geq 0.3m$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 15 de15.

Coefficiente de Rehbock: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción de fondo completa y velocidad de llegada nula.

$$m \times C_{24} = \frac{2}{3} \times \left[0.6035 + 0.0813 \left(\frac{h}{a} \right) + \frac{0.00009}{a} \right] \times \left[1 + \frac{0.0011}{h} \right]^{3/2} \quad \text{Ecuación N° 25-7}$$

h: es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m).
a: es la altura de la barrera del vertedero en (m).

Coefficiente de Frese: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción fondo completa, contracción lateral nula y velocidad de llegada nula.

$$C_{234} \times m_{VP} = \frac{2}{3} \times \left[0.5755 + \left(\frac{0.017}{h+0.18} \right) - \left(\frac{0.075}{b+1.2} \right) \right] \times \left[1 + \left(0.25 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + 0.025 + \frac{0.0375}{\left(\frac{h}{h+a} \right)^2 + 0.02} \right) \times \left(\frac{h}{h+a} \right)^2 \right]$$

Ecuación N° 26-7

h: es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m). $0.1m \leq h \leq 0.6m$
B: es el ancho de la canalización en (m).
b: es el ancho del vertedero en (m).
a: es la altura de la barrera del vertedero en (m).

Coefficiente de Weisbach: Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción lateral nula, contracción de fondo completa y velocidad de llegada nula.

$$C_{234} = 1 + 1.718 \times \left(\frac{h \times b}{(h+a) \times B} \right)^4$$

Ecuación N° 27-7

B: ancho del canal en (m).
b: ancho del vertedero en (m).
h: carga hidráulica del vertedero en (m).
a: altura de la barrera del vertedero en (m).

Coefficiente C_{24} . Aplicable cuando no se cumplen las condiciones de contracción de fondo completa y velocidad de llegada nula.

$$C_{24} = 1 + 0.36 \times \left(\frac{h}{(h+a)} \right)^2$$

Ecuación N° 28-7

h: carga hidráulica del vertedero en (m).
a: altura de la barrera del vertedero en (m).

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo 3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	HIDRÁULICA GENERAL	Página 16 de15.
	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	

7.A.7 VERTEDEROS ESPECIALES.

Existe una gran gama de formas y tipos de vertederos, para los cuales resulta imposible calcular el coeficiente de gasto a partir de los coeficientes correctivos, para estos vertederos se han desarrollado fórmulas específicas, las cuales nos brindan el caudal del vertedero. Dentro de este tipo de vertederos veremos los siguientes.

7.A.7.1 Vertedero Cipolletti.

El vertedero Cipolletti es un vertedero desarrollado por el Ing. Cipolletti, en el cual la ecuación de gasto del mismo es:

$$Q = 1,86 \times l \times h^{3/2}$$

Ecuación N°29-7

Q es el caudal en m³/seg..

l es la longitud inferior del trapecio que es la sección del vertedero en m.

h es la carga hidráulica del vertedero en m.

La forma del vertedero puede observarse en la Figura 16-7.

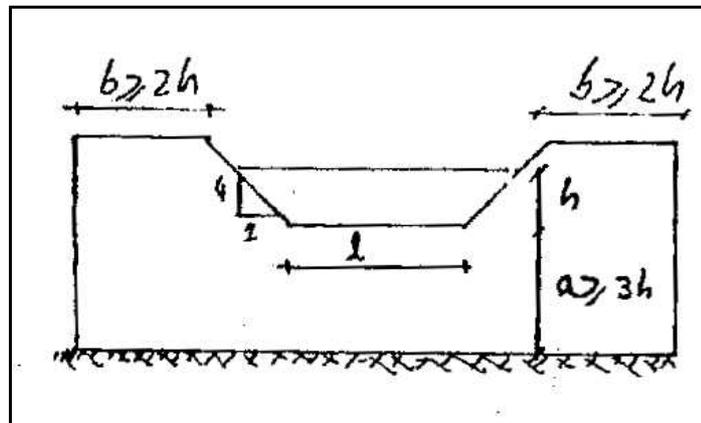


Figura 16-7

7.A.7.2 Otros perfiles vertientes.

También se han desarrollado experimentalmente otros perfiles vertientes, con la finalidad de incluirlos en algunas obras hidráulica de importancia, tal como, los aliviaderos en presas de embalse, lo que además requiere un profundo estudio hidrológico a los efectos de ser dimensionados y compatibilidad el costo de la obra con la seguridad de la misma. Otra obra hidráulica en la cual el perfil vertiente tiene mucha importancia es la presa de derivación o azud.

En la Figura 17-7 se pueden observar algunos perfiles de los más usados para tal fin.

En todos estos casos se tratan de obtener coeficientes de gasto grandes a los efectos de disminuir la magnitud de la obra, y por lo tanto, el costo de la obra, que en muchos casos llega al 40% del total.

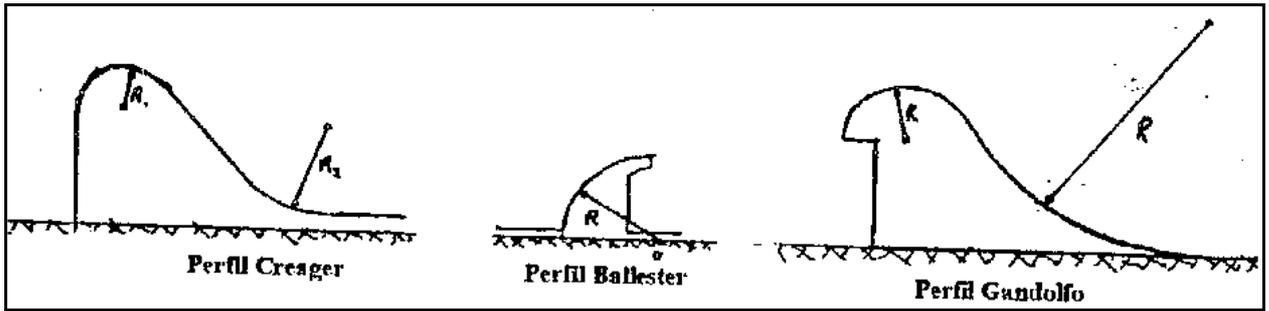


Figura 17-7

7.A.7.3 Sumideros.

Los sumideros son vertederos, cuya longitud de lámina vertiente es el perímetro de una circunferencia, tal como puede verse en la Figura 18-7.

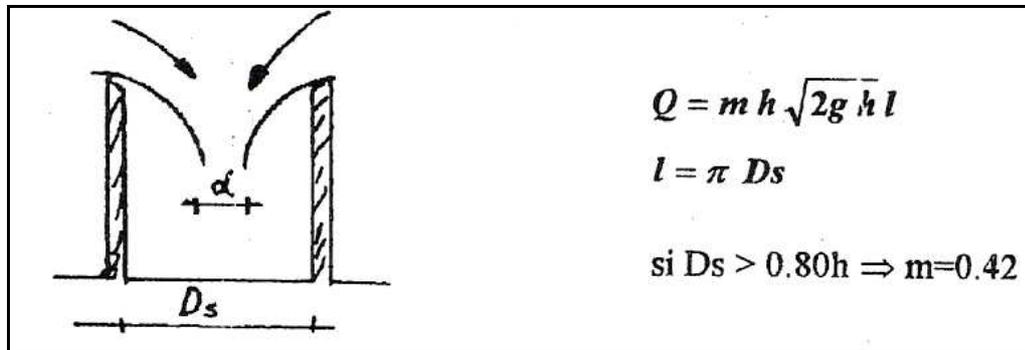


Figura 18-7

7.A.8 VERTEDERO DE PARED DELGADA. (TEORÍA DE BOUSSINESQ)

En forma análoga a lo visto en orificios, en un vertedero de pared delgada, podemos despreciar las pérdidas de carga.

La teoría sobre el comportamiento hidráulico para vertedero perfecto fue desarrollada por Boussinesq.

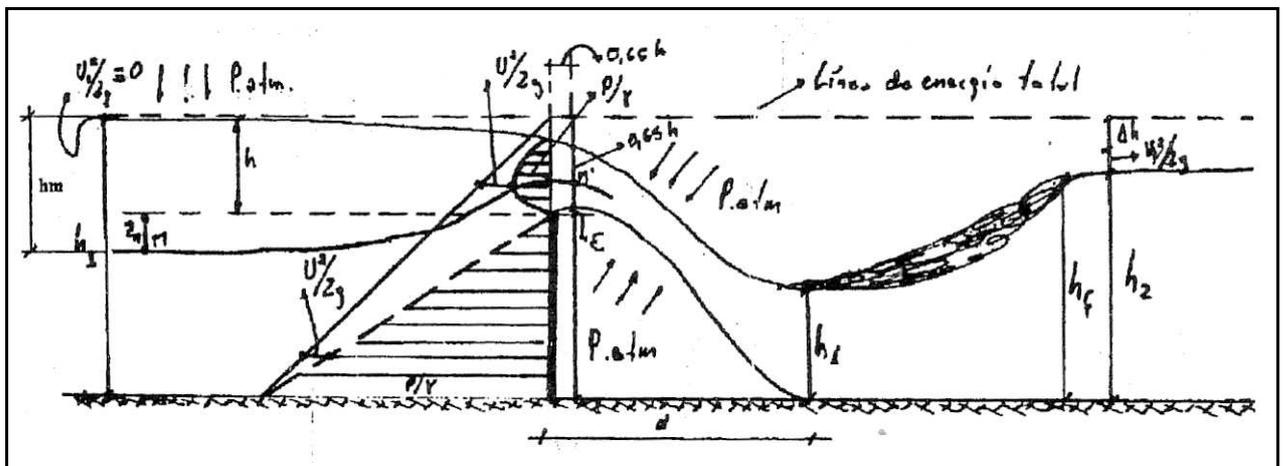


Figura 19-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 18 de15.

Si observamos la Figura 19-7 podemos apreciar el comportamiento hidráulico del mismo. Si trazáramos las líneas de corriente, aguas arriba de la singularidad, tendremos un movimiento permanente uniforme, sección 1, donde las líneas de corriente resultan paralelas y el escurrimiento se produce con una determinada distribución de velocidades, como se vió en canalizaciones abiertas, pero como, por lo general, las velocidades son bajas supondremos una distribución homogénea de velocidades. De esta manera la corriente tendrá una energía en la sección 1 igual a:

$$B_1 = h_1 + \frac{U_1^2}{2g} \cong h_1$$

Ecuación N° 30-7

Al llegar a la singularidad se producirá una aceleración de la corriente, produciéndose sobre la cresta del vertedero una distribución de velocidades, de manera que podemos distinguir una velocidad superior $v_s = v_2$ y una velocidad inferior $v_i = v_1$, donde $v_1 > v_2$ y prácticamente se cumple $\frac{v_2}{v_1} = 0,50$,

$$z_1 + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{U_2^2}{2g}$$

ya que en los filetes se debe cumplir

Si imagináramos, por un momento, que sobre la cresta del vertedero se prolonga el paramento, tendríamos una distribución lineal de presiones donde, en línea punteada, se puede observar la transformación de energía de presión en cinética. Es decir que en esta sección tendremos, en la corriente; una velocidad mayor que U_1 .

Ahora bien, hemos dicho que la singularidad es un obstáculo al escurrimiento y que para salvarlo la corriente hace uso de la mínima energía (ley natural, verificada experimentalmente millones de veces). por esta razón sobre la cresta se producirá una altura crítica y por lo tanto habrá una sección crítica. Como hemos dicho aguas arriba generalmente se tiene un régimen de velocidades bajas, es decir de río, por lo que al formarse la sección crítica sobre la cresta del vertedero, se iniciará, a continuación, un torrente. Aguas abajo de la singularidad, si el régimen vuelve a ser de río, habrá, necesariamente, un pasaje de torrente a río, esto se hará a través de un fenómeno hidráulico conocido como resalto hidráulico.

Si se cumplen estas condiciones, el agua traspasada la singularidad, circulará por debajo del resalto, el cual tendrá una longitud determinada y además una altura inicial h_i y una final h_f , las cuales son conjugadas, es decir que producida h_i , por ejemplo, le corresponderá una y sólo una h_f .

Llamaremos "d" a la distancia que va de la barrera al comienzo del resalto, en tanto y en cuanto exista "d" tendremos un resalto rechazado, siendo el límite $d=0$, resalto al pie.

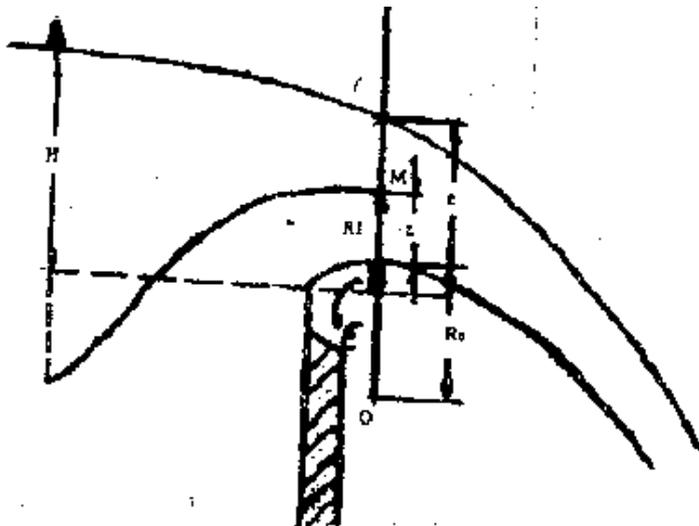
Es importante destacar que mientras tengamos resalto, lo que implica la existencia de una sección crítica, tendremos un vertedero tapón hidráulico, el cual aísla las condiciones de aguas arriba respecto a las condiciones de aguas abajo. En estas condiciones tendremos napa o lámina libre con presión atmosférica arriba y abajo.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 19 de15.

En la medida que $d=0$ la cola del resalto se pega al paramento, se tiene un vertedero ahogado y en estas circunstancias las condiciones de aguas abajo influirán sobre las de aguas arriba.

7.A.8.1 Teoría de Boussinesq.

La teoría desarrollada parte, como hemos dicho, de considerar un vertedero perfecto, fijándose además las siguientes hipótesis:



- a) En la sección contraída la trayectoria de las partículas resultan concéntricas.
- b) En la sección contraída, la cual se ubica sobre la cresta del vertedero, se forma una sección crítica. Por lo tanto $h=h_c$, lo cual tiene correspondencia con lo que hemos dicho sobre la ley natural, es decir vencer el obstáculo con la menor energía posible y por lo tanto por la sección pasará el mayor caudal.

Figura 20-7

Nota: la hipótesis a) no es totalmente cierta, pero introduce una simplificación considerable en el planteamiento matemático. La hipótesis b) tiene que ver con que, sobre el vertedero, pasará el mayor caudal posible con la mínima energía. Es decir si tenemos una canalización con escurrimiento $Q=cte$. y levantamos una barrera, el tirante de agua comenzará a aumentar hasta que sobre la barrera pase el mismo caudal o sea el máximo con la menor altura posible (h_c).

Desarrollo de la teoría.

Observando la Figura 19-7, apliquemos el Teorema de Bernoulli en distintas secciones características, una en la sección 1 donde comienza el llamado hidráulico (depresión de la napa) y otra en la sección contraída. En la sección 1 tendremos, tomando el plano de comparación sobre la cresta del vertedero:

$$B_{M1} = -Z_M + h_M + \frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma}$$

Ecuación N°31-7

Despreciando los dos últimos términos:

$$B_{M1} = -Z_M + h_M = h$$

Ecuación N°32-7

En la sección contraída la partícula ocupa la posición M' .

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 20 de15.

$$B_M = \varepsilon + z + \frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + \frac{P_{atm}}{\gamma}$$

Ecuación N°33-7

Despreciamos el último término, y llamando h a la energía total.

$$h = \varepsilon + z + \frac{u^2}{2g} + \frac{P}{\gamma}$$

Ecuación N°34-7

Derivemos respecto de z:

$$\frac{dh}{dz} = \frac{d\varepsilon}{dz} + \frac{dz}{dz} + \frac{d}{dz} \left(\frac{u^2}{2g} \right) + \frac{1}{\gamma} \frac{dP}{dz}$$

Ecuación N°35-7

Tendremos:

$$0 = 0 + 1 + 2 \frac{u}{2g} \frac{du}{dz} + \frac{1}{\gamma} \frac{dP}{dz}$$

Luego:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{dP}{dz} = -1 - \frac{u}{g} \frac{du}{dz}$$

Ecuación N°36-7

La ecuación general de la hidrodinámica, referida al eje vertical OZ (Figura 20-7), aplicada a la partícula en el punto de cota z es:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + Z = a$$

siendo:

a= aceleración radial.

Z= -g = (fuerza por unidad de masa)

Entonces:

$$\frac{g}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial z} = -g - a$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial z} = -1 - \frac{a}{g}$$

El valor de la aceleración es:

$$a = - \frac{u^2}{R} \quad (\text{aceleración centrípeta})$$

Aplicando a la ecuación de Euler:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial z} = -1 + \frac{u^2}{R}$$

Ecuación N°37-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 21 de15.

$$-u \frac{du}{dz} = \frac{u^2}{R}$$

Igualando la Ecuación 36-7 con la Ecuación 37-7:

Operando:
$$-u \frac{du}{u^2} = \frac{dz}{R}$$

Integrando indefinidamente:
$$\int -u \frac{du}{u^2} = \int \frac{dz}{R}$$

$$\int -\frac{du}{u} = \int \frac{dz}{R_0 + z}$$

$$\ln u = \ln(R_0 + z) + cte.$$

$$\ln u - \ln(R_0 + z) = cte.$$

Como $R=R_0 + z$:

O también:
$$u(R_0 + z) = cte.$$

llamando u_0 a la velocidad de la partícula que pasa por el filete inferior y u_1 a la velocidad sobre el filete superior.

$$u_1(R_0 + e) = u_0 R_0 = cte.$$

Ecuación N°38-7

siendo e el espesor de la sección contraída.

Esta Ecuación N°38-7 no es otra cosa que la hipótesis a).

Hasta aquí hemos obtenido la relación entre velocidades, veamos ahora si podemos aplicar la estructura de la ecuación de gasto del vertedero. Si el problema lo limitamos a la unidad de ancho:

$$d\omega = dz \cdot 1m$$

$$dq = u \cdot dz$$

$$u = \frac{u_0 R_0}{R_0 + z}$$

Pero de la Ecuación 38-7:

$$dq = \frac{u_0 R_0}{R_0 + z} \cdot dz$$

Luego:

Integrando:

$$\int_0^q dq = \int_0^e \frac{u_0 R_0}{R_0 + z} \cdot dz$$

$$q = u_0 R_0 \int_0^e \frac{dz}{R_0 + z} = u_0 R_0 \ln(R_0 + z)_0^e$$

$$q = u_0 R_0 [\ln(R_0 + e) - \ln R_0]$$

$$q = u_0 R_0 \ln \frac{(R_0 + e)}{R_0}$$

Ecuación N°39-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 22 de 15.

En esta última ecuación aparece el radio de curvatura del filete inferior, el cual es una función del

espesor e y de la relación de velocidades $\frac{u_1}{u_0}$, que llamaremos K , luego $R_0 = f(e, K)$.

Tendremos:

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{R_0}{(R_0 + e)} = K$$

$$R_0 = K(R_0 + e) = KR_0 + Ke$$

$$R_0 - KR_0 = Ke$$

$$R_0(1 - K) = Ke$$

Esto implica que:

$$R_0 = \frac{Ke}{1 - K}$$

Ecuación N°40-7

Ahora calculamos la energía en la parte superior de la lámina vertiente y en la parte inferior:

$$B_0 = \varepsilon + \frac{u_0^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} = h$$

$$B_0 = \varepsilon + e + \frac{u_1^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} = h \quad (\text{carga hidráulica despreciando las pérdidas de carga})$$

Tendremos:

$$u_0 = \sqrt{2g(h - \varepsilon)}$$

$$u_1 = \sqrt{2g(h - \varepsilon - e)}$$

Reemplazando en la Ecuación N°38-7:

$$u_1(R_0 + e) = u_0 R_0$$

$$\sqrt{2g(h - \varepsilon)} R_0 = \sqrt{2g(h - \varepsilon - e)} (R_0 + e)$$

Reemplazando el valor de $R_0 = \frac{Ke}{1 - K}$:

$$\sqrt{2g(h - \varepsilon)} \frac{Ke}{1 - K} = \sqrt{2g(h - \varepsilon - e)} \left(\frac{Ke}{1 - K} + e \right)$$

Elevando al cuadrado y simplificando:

$$(h - \varepsilon) \frac{K^2 e^2}{(1 - K)^2} = (h - \varepsilon - e) \frac{(Ke + e - eK)^2}{(1 - K)^2}$$

$$(h - \varepsilon) K^2 e^2 = (h - \varepsilon - e) e^2$$

$$(h - \varepsilon) K^2 = (h - \varepsilon) - e$$

$$(h - \varepsilon)(K^2 - 1) = -e$$

$$e = (1 - K^2)(h - \varepsilon)$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 23 de 15.

Hemos obtenido el espesor de la lámina en función de la relación de velocidades.

Ahora si reemplazamos en la Ecuación N° 40-7, el valor de e:

$$R_0 = \frac{Ke}{1-K}$$

$$R_0 = \frac{K}{1-K}(1-K^2)(h-\varepsilon)$$

$$R_0 = K(1+K)(h-\varepsilon)$$

Reemplazando en la Ecuación N° 39-7:

$$q = u_0 R_0 \ln \frac{(R_0 + e)}{R_0}$$

Como tenemos el valor de u_0 y de R_0 :

$$u_0 = \sqrt{2g(h-\varepsilon)}$$

$$R_0 = K(1+K)(h-\varepsilon)$$

$$\ln \frac{(R_0 + e)}{R_0}$$

Veamos cuanto vale

$$\text{Sabemos que } \frac{u_1}{u_0} = \frac{R_0}{(R_0 + e)} = K$$

$$\text{Luego } \ln \frac{(R_0 + e)}{R_0} = \ln \frac{1}{K}$$

Reemplazando entonces los valores:

$$q = \sqrt{2g(h-\varepsilon)} K(1+K)(h-\varepsilon) \ln \frac{1}{K}$$

$$q = \sqrt{2g\left(1-\frac{\varepsilon}{h}\right)h} \left(1-\frac{\varepsilon}{h}\right) K(1+K) \ln \frac{1}{K}$$

$$q = \sqrt{2gh} h \left(1-\frac{\varepsilon}{h}\right)^{\frac{3}{2}} K(1+K) \ln \frac{1}{K}$$

Llamando:

$$x = \left(1-\frac{\varepsilon}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$y = K(1+K) \ln \frac{1}{K}$$

Reemplazando:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 24 de15.

$$q = xyh\sqrt{2gh}$$

Ecuación N° 41-7

Recordando la estructura de la ecuación de vertedero:

$$q = mh\sqrt{2gh}$$

Ecuación N° 42-7

Igualando la Ecuación N° 41-7 y la Ecuación N° 42-7 :

$$m = xy = \text{coeficiente de gasto del vertedero}$$

Veamos ahora con detalle el factor y:

$$y = K(1 + K) \ln \frac{1}{K}$$

Hemos dicho en la hipótesis b) que va a pasar el mayor caudal posible, para ello debemos obtener el

mayor valor de y, el cual lo obtenemos con $K=0,47$, es decir para una relación $\frac{u_1}{u_0} = 0,47 \cong 0,5$.

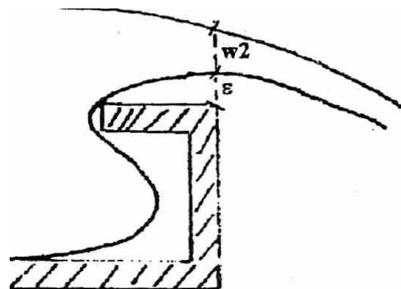
$$y_{\max} = 0,47(1 + 0,47) \ln \frac{1}{0,47} = 0,5216$$

$$y_{\max} = 0,5216$$

Veamos ahora el término x:

$$x = \left(1 - \frac{\varepsilon}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Boussinesq estableció el valor de la contracción en función a la correspondiente contracción de un vertedero entrante.



Ya que en este vertedero se produce la máxima contracción.

Boussinesq estableció una linealidad de la contracción mediante la expresión:

$$\frac{\varepsilon}{h} = \frac{\varepsilon\varepsilon}{h} \left(\frac{1}{2} - \frac{i}{\pi} \right)$$

Es decir si $i = -\frac{\pi}{2}$ vertedero entrante

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 25 de15.

$$\frac{\varepsilon}{h} = \frac{\varepsilon e}{h} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\varepsilon e}{h}$$

El valor de $\frac{\varepsilon}{h}$ es el correspondiente a un vertedero entrante.

Si tenemos $\frac{\varepsilon}{h} = 0$, tendremos un vertedero saliente, ya que $i = \frac{\pi}{2} \therefore \frac{\varepsilon}{h} = \frac{\varepsilon e}{h} \cdot 0 = 0$

El valor de $\frac{\varepsilon}{h}$ determinado por Boussinesq fue de 0,26, de esta manera se podrá determinar el valor

de $\frac{\varepsilon}{h}$ aplicando la fórmula deducida.

Por ejemplo para un vertedero de pared vertical:

$$\frac{\varepsilon}{h} = 0,26 * \frac{1}{2} = 0,13$$

Es decir que el coeficiente de gasto $m = xy$ resultará:

$$m = 0,5216(1 - 0,13)^{\frac{3}{2}}$$

$$m = 0,5216\sqrt{0,87^3} = 0,4232$$

$$m = 0,4232$$

Es decir que $m=0,4232$ sería el coeficiente de gasto de un vertedero perfecto.

Si el vertedero fuera entrante $m=0,332$ y si fuera saliente $m= 0,5216$.

Cabe aclarar que la variación lineal de la contracción, ε en función del ángulo de inclinación, no ha resultado cierta, aunque los valores extremos dado por Boussinesq si resultan valederos.

En realidad el valor de $\frac{\varepsilon}{h}$ puede ser obtenido a través del teorema de la variación de cantidad de

movimiento, mediante el cual se puede obtener que $\frac{\varepsilon}{h} = 0,112$.

Si aplicamos entonces la ecuación del gasto:

$$m = 0,5216(1 - 0,112)^{\frac{3}{2}} = 0,436 \cong 0,43$$

Valor cercano al obtenido por Boussinesq.

7.A.9 INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD INICIAL

Se puede despreciar la velocidad de llegada cuando el paramento resulta muy grande con respecto a la carga. En realidad la velocidad inicial disminuye la contracción inferior ε sobre la cresta del vertedero, lo que guarda relación con las experiencias obtenidas, por Bazin, que relacionaron ε/h con los valores comparativos a/h .

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 26 de15.

a/h	0,5	1	2	3	4	5	6
ε/h	0,094	0,097	0,100	0,103	0,106	0,109	0,112

Si tuviéramos velocidad de llegada:

$$q = 0,43 \left(h + \alpha \frac{u^2}{2g} \right) \sqrt{2g \left(h + \alpha \frac{u^2}{2g} \right)}$$

$$q = 0,43 \left(1 + \alpha \frac{u^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} h \sqrt{2gh}$$

Por lo tanto el coeficiente de gasto resultará:

$$m = 0,43 \left(1 + \alpha \frac{u^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Ecuación N°43-7

Cabe aclarar que el valor de α depende de las condiciones de aguas arriba, siendo un valor cercano a la unidad si hubo una aceleración de la corriente, en tanto que si se ha producido un retardo, para valores corrientes se puede asignar un valor $\alpha = 1,60$.

Reemplazando en la última ecuación el valor de $U = \frac{q}{h+a}$, y adoptando un valor de $\alpha = 1,60$ y operando:

$$m = 0,43 + 0,21 \frac{h^2}{(h+a)^2}$$

Ecuación N°44-7

De manera que el segundo término nos expresa la incidencia de la velocidad inicial, en función de a/h.

7.A.10 FORMA DE CÁLCULO.

¿Cómo se calcula un vertedero, o algunos de sus elementos?

Fijadas cuáles son las condiciones estipuladas como datos en cada caso, lo primero que hay que verificar es si se cumplen o no las condiciones de vertedero perfecto.

Algunas de ellas se podrán verificar en forma directa, mediante el uso de los datos. Mientras que otras condiciones deberán suponerse y luego verificarse después de calculada las incógnitas correspondientes.

Las condiciones que no verifiquen deben ser corregidas mediante el uso de los coeficientes de corrección dados, los cuales se multiplican con el coeficiente de vertedero perfecto para obtener el valor corregido del coeficiente de gasto.

<p>FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo</p>	<p>HIDRÁULICA GENERAL</p>	
<p>3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL</p>	<p>GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS</p>	<p>Página 27 de 15.</p>

7.A.11 VERTEDERO TRIANGULAR

La característica geométrica singular de este vertedero es que la longitud l resulta creciente desde cero, tal como puede verse en la Figura 21-7.

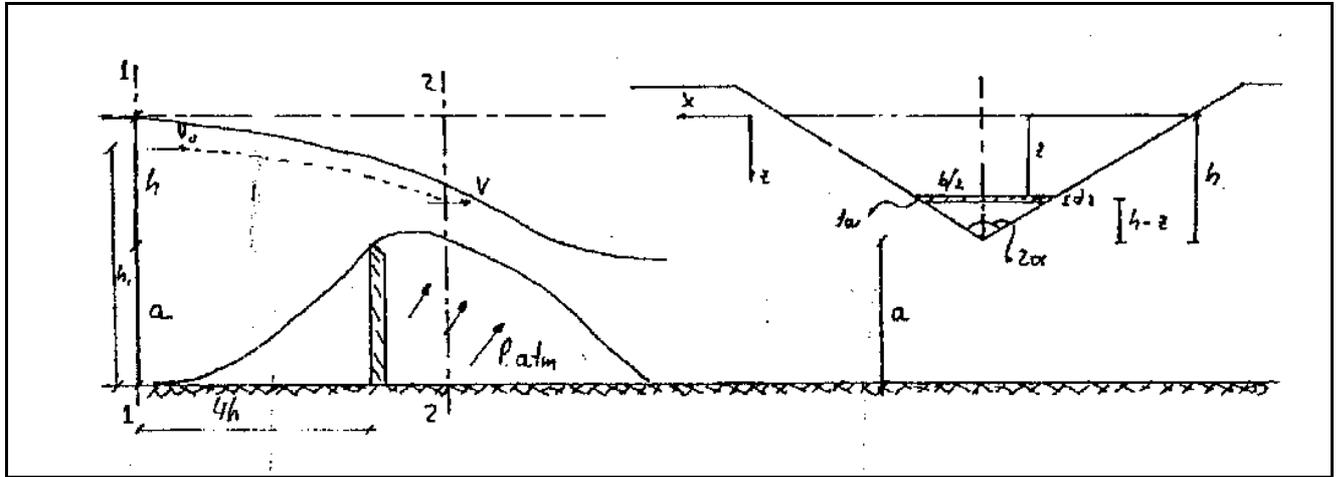


Figura 21-7

Tratamos de determinar la ecuación de gasto del vertedero de pared delgada.

En la sección 1-1 tendremos en una línea de corriente. La velocidad $V_0 \cong 0$, pasando la barrera y en la sección contraída tendremos:

$$dq = u.d\omega_c$$

Pero como no conocemos el valor de la sección contraída expresemos:

$$d\omega_c = \mu.d\omega$$

$$d\omega = b.dz$$

Pero:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{2(h-z)}$$

$$b = 2(h-z)\operatorname{tg} \alpha$$

$$d\omega = 2(h-z)\operatorname{tg} \alpha.z$$

Si tomamos el Bernoulli en la sección 1 y en la 2, despreciando las pérdidas de carga tendremos:

$$B_1 = h_1 + \frac{u_0^2}{2g} \cong h_1$$

$$B_2 = h_2 + \frac{u^2}{2g} + \Delta \cong h_2$$

Igualando ambos Bernoulli:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 28 de15.

$$B_1 = B_2$$

$$h_2 + \frac{u^2}{2g} = h_1$$

$$u = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

Pero $(h_1 - h_2) = z$:

$$u = \sqrt{2gz}$$

Recordando la expresión del caudal y reemplazando el valor de la velocidad obtenido:

$$dq = \mu \cdot u \cdot d\omega$$

$$dq = \mu \sqrt{2gz} \cdot 2(h-2)tg\alpha \cdot dz$$

El caudal total será:

$$\int_0^q dq = 2\mu \sqrt{2gtg\alpha} \int_0^h (h-2)\sqrt{z} \cdot dz$$

$$Q = 2\mu \sqrt{2gtg\alpha} \left[h \cdot h^{\frac{3}{2}} \frac{2}{3} - \frac{2}{5} h^{\frac{5}{2}} \right]$$

$$Q = 2\mu \sqrt{2gtg\alpha} \left[h^{\frac{5}{2}} \frac{2}{3} - \frac{2}{5} h^{\frac{5}{2}} \right]$$

$$Q = 2\mu \sqrt{2gtg\alpha} \left[\frac{4}{15} h^{\frac{5}{2}} \right]$$

$$Q = \mu \sqrt{2gtg\alpha} \frac{8}{15} h^{\frac{5}{2}}$$

$$Q = K \cdot h^{\frac{5}{2}}$$

Donde K depende del ángulo α .

Para $\alpha = 45^\circ$ y $\mu = 0,62$:

$$Q = 1,25 \cdot h^{\frac{5}{2}}$$

Ecuación N°45-7

7.A.12 EFECTOS DE LA SINGULARIDAD VERTEDERO SOBRE LA CANALIZACIÓN.

Estudiaremos cómo influye la presencia de un vertedero en el régimen de una canalización.

Recordando el concepto de altura normal del escurrimiento, como aquella que lleva la canalización en condiciones de régimen permanente uniforme, dados: la pendiente (i), el Radio hidráulico (R_H), el caudal (Q) y la rugosidad a través del coeficiente de Manning (n).

Si tenemos entonces un escurrimiento donde la altura normal (h_n) resulta menor que la altura crítica (h_c) tendremos un régimen torrencial, veamos que ocurre cuando colocamos un vertedero en un canal con régimen de torrente.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 29 de 15.

Las alteraciones que provoca el vertedero en la canalización se trasladan en forma de ondas, con una velocidad igual a la velocidad crítica (U_c), como se estudió anteriormente en ondas de traslación. Si el valor de la velocidad en la canalización U resulta, como en este caso, mayor que la velocidad crítica, las ondas no podrán remontar la canalización y el vertedero no influirá aguas arriba, en tanto que sí puede alterar las condiciones aguas abajo, porque las ondas se trasladan hacia aguas abajo, tal como puede verse en la Figura 22-7.

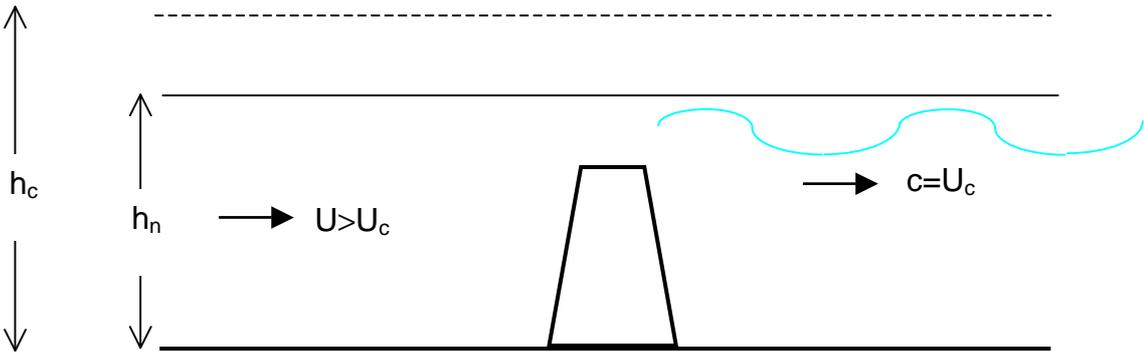


Figura 22-7

Ahora bien, si en cambio la altura normal es la que corresponde a un régimen de río, mayor que la altura crítica (h_c), y como la velocidad de dicho régimen es menor que la velocidad crítica, por lo tanto menor que la velocidad de propagación de las ondas de traslación, éstas ahora sí podrán remontar la corriente hacia aguas arriba, y por lo tanto, el vertedero influirá aguas arriba.

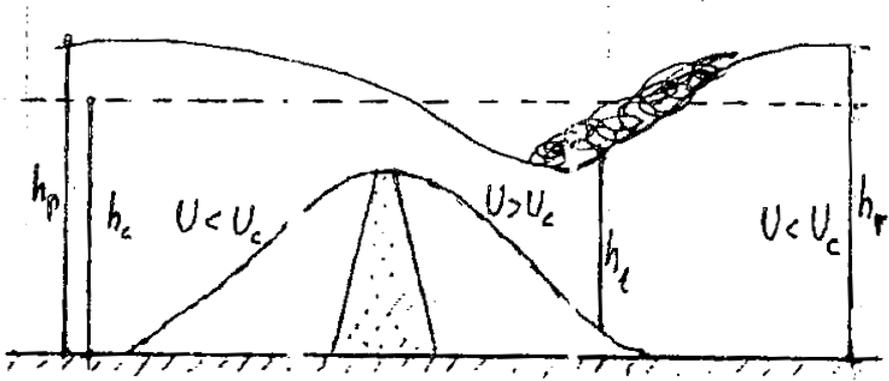


Figura 23-7

Mientras que aguas abajo, la aceleración de la corriente en la cresta del vertedero, transforma al régimen en torrente, y si aguas abajo hay un régimen de río, se forma un resalto en el paso de régimen de torrente a río, tal como puede verse en la Figura 23-7. Constituyendo este movimiento de roldo (resalto) un verdadero aislante o tapón hidráulico, por lo tanto los ríos no son influenciados aguas abajo.

Veamos ahora la explicación de la formación del resalto, recordando la relación entre la altura h y el valor del Bernoulli a caudal constante:

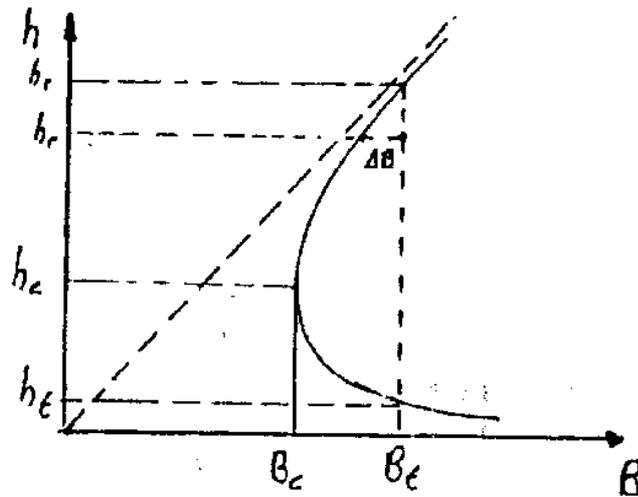


Figura 24-7

Si tenemos un régimen de torrente con altura h_t , el Bernoulli será B_t , si por cualquier circunstancia no puede permanecer el régimen en torrente, y tiene que pasar a río, lo lógico es que cambiará la altura a una altura de río h_r con la misma energía B_t , la que se obtiene pasando una vertical por el B_t .

Pero si la circunstancia ha sido una singularidad se habrá producido una pérdida de carga ΔB y la altura final de río será un poco menor. Esta pérdida de energía tiene de alguna manera que ser consumida por la canalización y se hace a través de un fenómeno denominado resalto, que produce disipación de energía.

Veamos si podemos evaluar ésta pérdida de carga, para lo cual se plantea un vertedero en un régimen de río para que se produzca un resalto, como en la Figura 25-7:

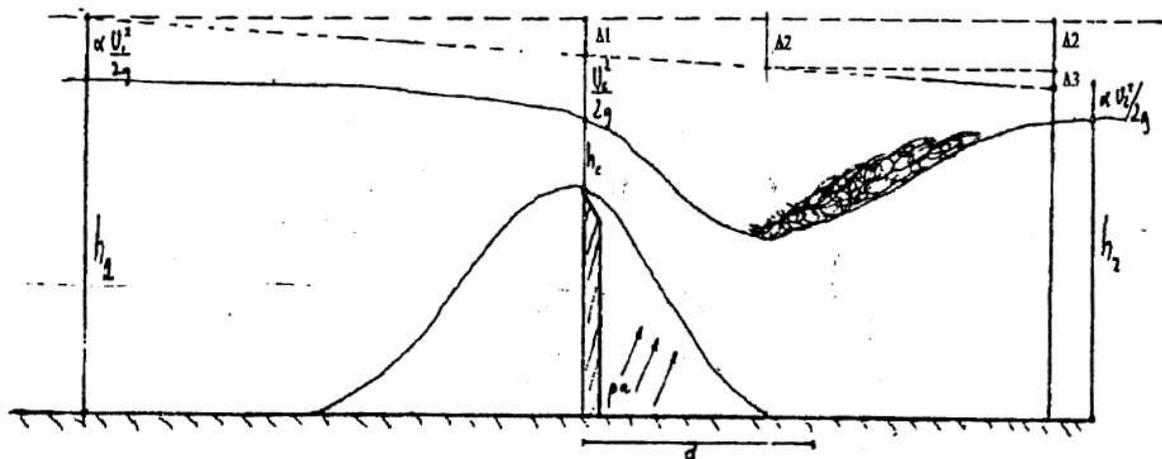


Figura 25-7

El valor de $\Delta 1$ será la pérdida por rozamiento hasta el paramento del vertedero, se puede calcular mediante la diferencia de Bernoulli entre la sección 1 y la sección crítica en la cresta del vertedero, considerando como plano de referencia una horizontal que pase por el fondo de la canalización. Para el cálculo de la energía específica de la sección crítica se usa la siguiente fórmula:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 31 de15.

$$B_c = h_c + \frac{U_c^2}{2g}$$

Podemos remplazar el valor de la U_c y obtener la energía en una sección crítica rectangular en función de la altura crítica:

$$U_c = \sqrt{g \cdot h_c} \rightarrow h_c = \frac{U_c^2}{g}$$

$$\therefore B_c = h_c + \frac{h_c}{2} = \frac{3}{2} h_c$$

$$\rightarrow B_c = \frac{3}{2} h_c$$

Ecuación N°46-7

Aplicando Bernoulli a ambas secciones se plantea la siguiente igualdad:

$$B_1 = h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = h + a + \frac{U_1^2}{2g} = a + h_c + \frac{U_c^2}{2g} + \Delta_1 \Rightarrow h \text{ es la carga hidráulica del vertedero.}$$

Despejando la pérdida de carga Δ_1 tenemos:

$$B_1 = h + a + \frac{U_1^2}{2g} = a + h_c + \underbrace{\frac{U_c^2}{2g}}_{\frac{3}{2}h_c} + \Delta_1$$

$$\Delta_1 = h + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{3}{2} h_c$$

Ecuación N°47-7

Mientras que el valor de Δ_2 será la pérdida de carga entre la sección crítica y el comienzo del resalto, y se puede calcular de la misma manera, restando las energías específicas en ambas secciones.

$$B_c = a + h_c + \frac{U_c^2}{2g} = h_t + \frac{U_t^2}{2g} + \Delta_2$$

$$\Delta_2 = a + \frac{3}{2} h_c - h_t - \frac{U_t^2}{2g}$$

Ecuación N°48-7

Tanto la Ecuación N°47-7 como la 48-7 se pueden expresar en función de un factor de resistencia λ multiplicado por una altura de velocidad, para cuantificar las pérdidas de carga mencionadas.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 32 de15.

7.A.13 INFLUENCIA DE LA CANALIZACIÓN - NAPAS NO LIBRES -

El resalto podrá formarse a una distancia "d" respecto del paramento, tal como aparece en la Figura 25-7. Es evidente que el aire al pie del vertedero en la lámina vertiente, que transmite la presión atmosférica, se va enrareciendo arrastrado por la corriente a medida que ésta se hace más veloz. Es decir que, para un caudal determinado y con una carga determinada la lámina inferior, si se cumplen determinadas condiciones, será "libre" si y sólo si existe presión atmosférica debajo de ella.

Si aumentamos el caudal y por la tanto la carga hidráulica h , la lámina inferior comienza a cambiar su curvatura, acercándose al paramento del vertedero, originándose una depresión de la misma, o sea "deprimiéndose", y finalmente, si el caudal continúa en aumento, la lámina se termina adhiriendo al paramento aguas abajo del vertedero, tal como puede observarse en la Figura 26-7.

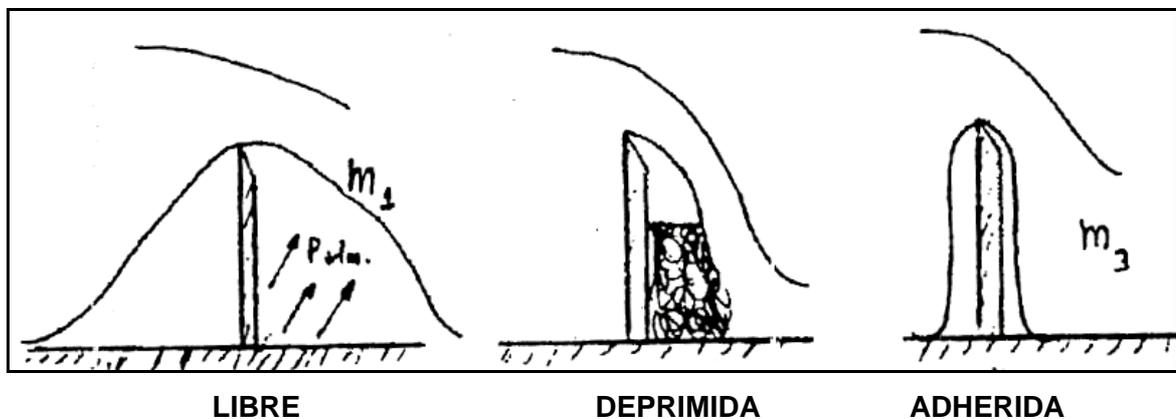


Figura 26-7

Bajo estas circunstancias, la condición de lámina libre deja de cumplirse, y por lo tanto el coeficiente de gasto se debe corregir mediante coeficientes de corrección adecuados. El coeficiente de gasto resulta ser una función de la carga hidráulica del vertedero, y por lo tanto, experimentan una variación de su valor, $m_3 > m_2 > m_1$, el coeficiente de gasto de una lámina adherida resulta mayor que el de una lámina deprimida, y éste último también es mayor que el coeficiente de gasto de una lámina libre.

Veamos si podemos justificar ese comportamiento. Si inicialmente tenemos un comportamiento de lámina libre, el arrastre del aire por debajo de la misma, produce una disminución de la presión atmosférica, ya que el aire va siendo ocupado por una mezcla de agua con aire, subiendo el nivel de agua muerta dando como resultado una presión inferior menor que la atmosférica, por lo que la lámina (o napa) es empujada contra la barrera, produciéndose entonces una depresión que lleva a una "lámina deprimida".

Ahora bien, resultando la presión inferior que la atmosférica, se produce un aumento de la curvatura de los filetes, es decir el valor de la fuerza centrífuga aumenta de manera que a igualdad de carga hidráulica el gasto que escurre sobre el vertedero resultará mayor que si la lámina fuese libre.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 33 de15.

A su vez, si la pared del vertedero tiene un espesor considerable la lámina se podrá adherir, estableciéndose de esta forma un tipo de lámina adherida como continuidad de la lámina deprimida. Si con un tipo de lámina adherida se produce un aumento de carga hidráulica, la lámina se comienza a deformar con la aparición de pliegues o estrías, esta última lámina resulta inestable y termina por separarse bruscamente de la barrera, la que se llena de agua tumultuosa, formándose una lámina o napa ahogada, tal como aparece en la Figura 27-7.

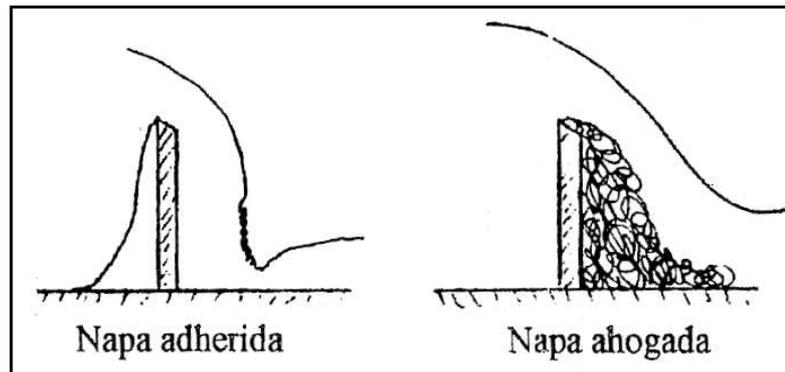


Figura 27-7

A veces por la forma de la barrera del vertedero, el paso de la lámina deprimida a la lámina sumergida o ahogada es directo.

Cuando tenemos aguas abajo un aumento del nivel de agua (régimen de río), la napa ahogada que se dirigía al fondo comienza a emerger, produciéndose ondulaciones superficiales, llamada napa ondulada, tal como aparece en la Figura 28-7.

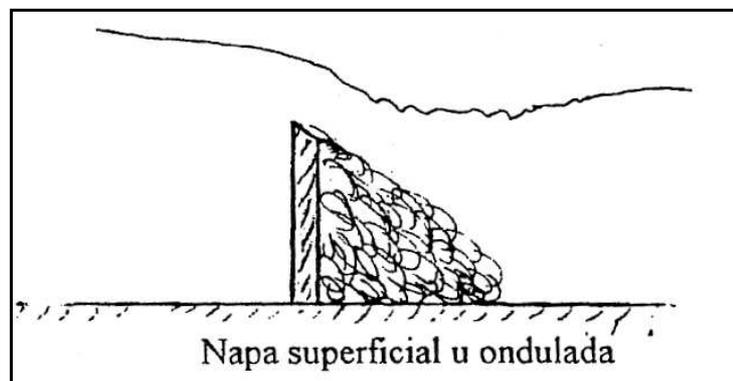


Figura 28-7

Como vemos, podemos apreciar que según resultan los niveles de agua aguas abajo (h_r) y de aguas arriba (carga hidráulica del vertedero h y altura de la barrera a) tendremos distintos comportamientos de la lámina vertiente.

Todas las experiencias han sido condensadas, vinculando los valores de h/a en abscisas y de h_r/a en ordenadas, siendo ésta última la relación entre la altura de río aguas abajo y la de la barrera de fondo o vertedero, inicialmente realizadas por Bazin (1906), y posteriormente comprobadas por Patrickson

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-A: VERTEDEROS	Página 34 de15.

y Alfaro de la Universidad de Chile en 1962. En la Figura 29-7 se da el gráfico obtenido por éstos dos últimos investigadores, los que realizaron todas las experiencias en vertederos en pared delgada.

El Gráfico de Patrickson y Alfaro permite calcular la carga hidráulica de un vertedero dado el caudal del mismo, o al revés, calcular el caudal dada la carga hidráulica, en ambos casos se debe conocer la altura de la barrera y las condiciones de escurrimiento aguas abajo de la misma.

El uso de este gráfico permite distinguir las distintas zonas en las cuales, en función de la carga hidráulica, se puede determinar el comportamiento de la lámina vertiente, tales como:

1. El límite del rechazo del resalto.
2. Torrente al pie, rechazo del resalto.
3. El límite de las napas superficiales.
4. El límite de las napas sumergidas.
5. Napas deprimidas.
6. Napas adherentes.
7. Napas ahogadas.

A su vez, también posee una familia de curvas de las cuales se puede extraer el valor del coeficiente de gasto m .

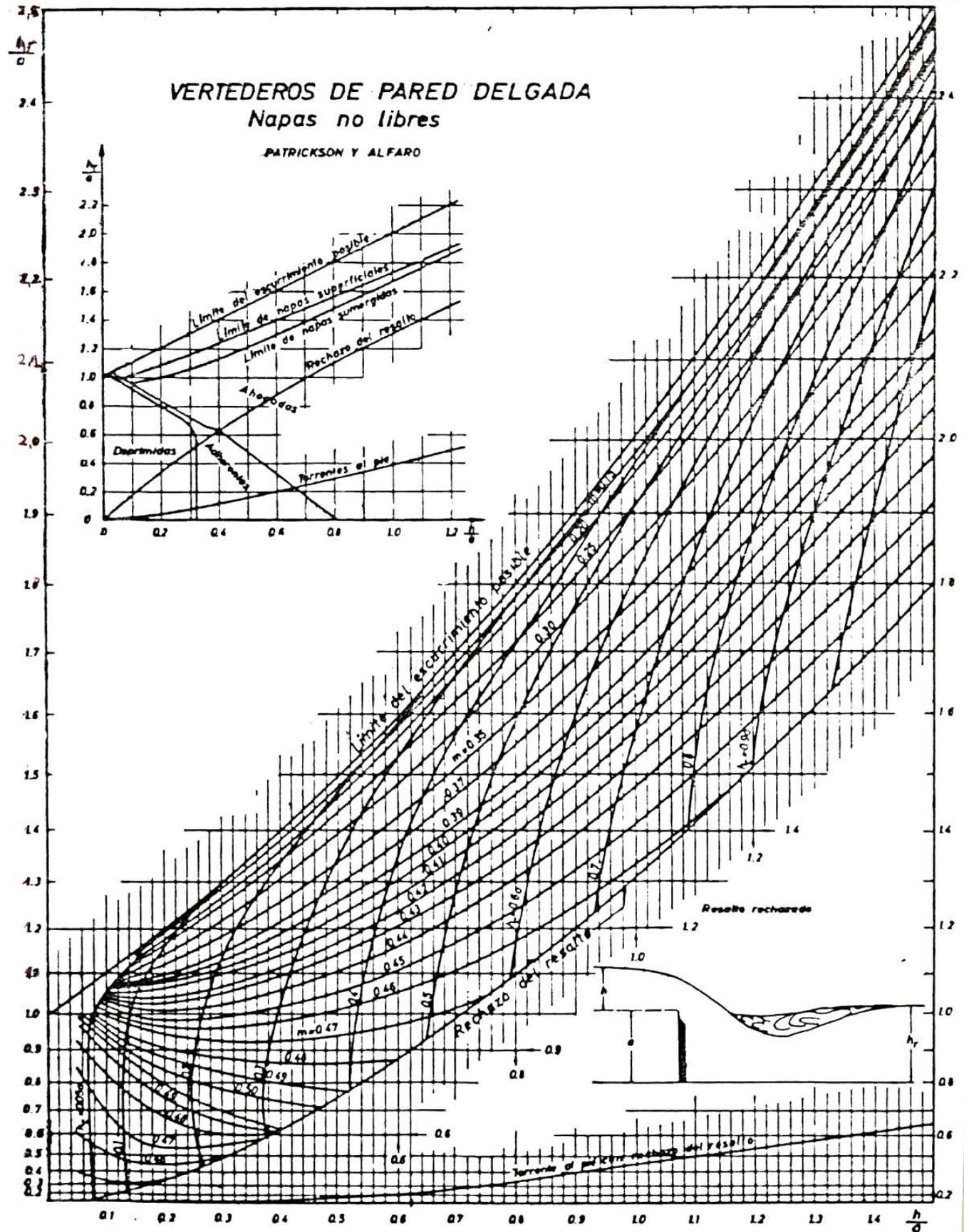


Figura 29-7. GRÁFICO DE PATRICKSON Y ALFARO.



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

GUÍA DE ESTUDIO

“HIDRÁULICA GENERAL”

UNIDAD N°7: SINGULARIDADES EN CONTORNOS ABIERTOS

**MATERIAL DE ESTUDIO PREPARADO POR:
ING. PATRICIA S. INFANTE, PROF. TITULAR
PABLO CORTEGOSO, AYUD. DE SEGUNDA**

AÑO: 2006.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 2 de 24.

INDICE

7	UNIDAD 7.	3
7.B	VERTEDEROS EN PARED GRUESA.	4
7.B.1	Definición.	4
7.B.2	Determinación del coeficiente de gasto.	5
7.B.2.1	Coeficiente de gasto calculado a través del comportamiento hidráulico.	5
7.B.2.2	Coeficiente de gasto a partir del cálculo de las pérdidas de carga.	6
7.B.3	Cálculo de un vertedero en pared gruesa. COEFICIENTES de corrección.	8
7.B.3.1	Factor de resistencia por frotamiento λ_f	9
7.B.3.2	Factor de resistencia por embocadura λ_e	9
7.B.3.3	Coeficiente de gasto cuando hay velocidad de llegada.	10
7.B.4	Influencia de la CANALIZACIÓN sobre la singularidad vertedero.	10
7.B.5	Vertedero de pared intermedia.	12
7.B.6	VERTEDERO LATERAL.	14
7.B.6.1	Cálculo de la longitud L del vertedero lateral.	18
7.B.6.2	Cálculo del caudal Q.	19
7.B.6.3	Ejercicio de aplicación de vertedero lateral.	19

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 3 de 24.

7 UNIDAD 7.

CONTENIDO DEL PROGRAMA ANALÍTICO.

- A. Vertederos:** definición y clasificación. Vertedero perfecto: Teoría de Boussinecq. Vertederos no perfectos, coeficientes de corrección. El vertedero y el régimen de la canalización. Distintas secciones de vertederos, coeficientes de gasto.
- B. Vertedero en pared gruesa:** evaluación de las pérdidas de carga y coeficientes de gasto. Vertedero en pared intermedia. Vertedero lateral: estudio y aplicaciones.
- C. Función Momenta:** Relación entre la Momenta y el Bernoulli. Ecuación de la Momenta en cambios de sección. Ecuación de la Momenta en resaltos. Influencia de la pendiente de fondo en la ecuación de la Momenta.
- D. Pérdidas de carga en singularidades en canalizaciones abiertas:** cálculo de pérdidas de carga en escalón de subida y de bajada mediante ecuación de la momenta. Variaciones graduales de sección, factores de resistencia y pérdidas de carga. Rejillas: disposición y pérdidas de carga.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

Para completar los conocimientos respecto de las canalizaciones abiertas, es necesario incluir las singularidades en contornos abiertos, es decir, los cambios de sección y dirección en los canales. Así como las singularidades cuya finalidad es medir caudales en canales, o sea, los vertederos en sus distintas formas.

El objetivo de esta unidad de estudio es que adquieras las capacidades necesarias en la comprensión del funcionamiento de los vertederos y en el diseño de los mismos para medir caudales en canales. Así como, en el cálculo y en la cuantificación de la pérdida de energía producida por las singularidades en canales, usando la Función Momenta y el Teorema de Borda.

BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA EN BIBLIOTECA.

1. HIDRAULICA GENERAL DE GILBERTO SOTELO AVILA.
2. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS DE JOSÉ FRANZINI.
3. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE VICTOR L. STREETER.
4. HIDRAULICA DE FRANCISCO J. DOMINGUEZ.
5. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.
6. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE HUNTER ROUSE.
7. MECANICA DE LOS FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS DE CLAUDIO MATAIX.
8. MECÁNICA DE FLUIDOS E HIDRÁULICA DE GILES, RANALD, EVETT Y JACK.
9. MANUAL CESPEDES DE HIDRAULICA DE JUAN Y JOSE GANDOLFO.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 4 de 24.

7.B VERTEDEROS EN PARED GRUESA.

7.B.1 DEFINICIÓN.

A diferencia del vertedero de pared delgada, tendremos una superficie de contacto entre la cresta del vertedero y la lámina vertiente, y la condición matemática a cumplirse es que el espesor o ancho del vertedero sea mayor o igual a tres veces la carga hidráulica ($e \geq 3h$). En tanto que el límite máximo se suele adoptar en $15h$, ya que para valores mayores las características del escurrimiento se ajustan a las de un canal con escurrimiento crítico, y si es menor que $3h$, antes de llegar a tener un vertedero de pared delgada, tendremos un vertedero de pared intermedia, cuyo comportamiento es totalmente inestable. O sea que:

- ⊙ Si $e \leq 0,5h$ el vertedero es en PARED DELGADA.
- ⊙ Si $3h \leq e \leq 15h$ el vertedero es en PARED GRUESA.
- ⊙ Si $0,5h < e < 3h$ el vertedero es en PARED INTERMEDIA.

Nuestro problema ahora se limita a determinar el valor del coeficiente de gasto "m", ya que la estructura de la ecuación de gasto es válida para cualquier tipo de vertedero.

Veamos ahora qué ocurre con el comportamiento hidráulico, sobre el umbral en el inicio se forma una depresión de la vena líquida, permaneciendo luego el tirante casi constante hasta el final del mismo, donde disminuye nuevamente por el llamado hidráulico. En lo que respecta a la línea de corriente inferior se produce una contracción de la lámina, pero luego se adherirá a la barrera. En la mayoría de los casos el agua llega al vertedero en régimen tranquilo y sale con régimen de torrente, razón por la cual en algún lugar del paramento tendremos una sección con altura crítica (h_c), tal como puede verse en la Figura 30-7.

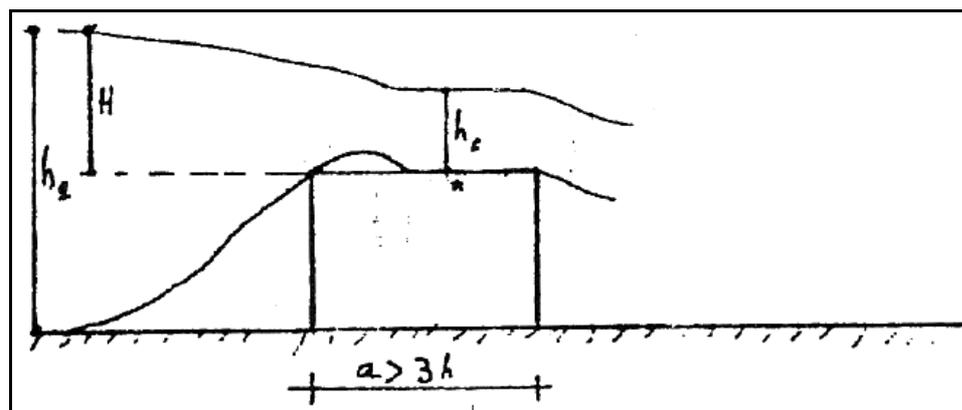


Figura 30-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 5 de 24.

7.B.2 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE GASTO.

Vamos a obtener el coeficiente de gasto siguiendo dos caminos distintos: a través del comportamiento hidráulico expresado anteriormente, o a través del cálculo de la pérdida de carga.

7.B.2.1 Coeficiente de gasto calculado a través del comportamiento hidráulico.

Conforme a lo dicho anteriormente el escurrimiento sobre la cresta del vertedero puede asimilarse al de un canal cuyo caudal se determina mediante la siguiente expresión, multiplicando la velocidad media por la sección transversal, las magnitudes se pueden ver en la Figura 30-7:

$$Q = \omega \times U \quad \text{Ecuación N°49-7}$$

Para nuestro caso la sección transversal se calcula como el producto del ancho por la altura.

$$\omega = L \times h_c$$

L es la longitud del vertedero.

h_c es la altura de agua en la sección crítica.

Para el cálculo de la velocidad se aplica el Teorema de Torricelli:

$$U = \sqrt{2g(H - h_c)}$$

H es la carga hidráulica con velocidad de llegada nula.

Remplazando en la Ecuación N°49-7:

$$Q = L \cdot h_c \cdot \sqrt{2g(H - h_c)} \quad \text{Ecuación N°50-7}$$

Si relacionamos la h_c con la altura de agua aguas arriba del vertedero, planteando el Teorema de Bernoulli entre la sección crítica y la sección aguas arriba, considerando el plano de referencia ubicado en la cresta del vertedero en pared gruesa, pérdida de carga despreciable y velocidad de llegada nula, tenemos (ver Figura 30-7):

$$H + \underbrace{\frac{U^2}{2g}}_{\approx 0} = h_c + \frac{U_c^2}{2g} + \underbrace{\Delta}_{\approx 0}$$

$$H = h_c + \frac{h_c}{2} = \frac{3}{2} h_c$$

$$h_c = \frac{2}{3} H \quad \text{Ecuación N°51-7}$$

Si remplazamos la Ecuación 51-7 en la 50-7, tenemos:

$$Q = L \cdot \frac{2}{3} H \cdot \sqrt{2g \left(H - \frac{2}{3} H \right)}$$

$$Q = L \cdot \frac{2}{3} H \cdot \sqrt{2g \left(\frac{1}{3} H \right)} \quad \text{Ecuación N°52-7}$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 6 de 24.

Si comparamos la Ecuación 52-7 obtenida con la Ecuación 3-7 y la 6-7, obtenidas para verteros en general, obtenemos lo siguiente:

$$\underbrace{\frac{2}{3} m_o}_{m_v} \cdot L \cdot h^2 \sqrt{2g} = \frac{2}{3} L \cdot H^2 \sqrt{\frac{2g}{3}}$$

$$\text{Como } m_v = \frac{2}{3} m_o = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{3}} = 0.385$$

Por lo tanto, el coeficiente de gasto de un vertedero de pared gruesa resulta $m=0.385$, que comparado con el del vertedero perfecto (0,423), es menor.

Vale aclarar, que este valor corresponde a un vertedero en pared gruesa que cumpla con el resto de las condiciones de vertedero perfecto. En caso contrario es necesario corregir este coeficiente de la misma manera que para vertedero en pared delgada, multiplicándolo por coeficientes de corrección que veremos en su momento.

7.B.2.2 Coeficiente de gasto a partir del cálculo de las pérdidas de carga.

En este caso no vamos a considerar pérdida de carga despreciable como en el anterior, sino que vamos a plantear el Teorema de Bernoulli con todos sus términos, referido a un plano de referencia que pasa por la cresta del vertedero en pared gruesa de la Figura 30-7. La corriente tendrá una energía en la zona no influenciada y aguas arriba del vertedero, considerando velocidad de llegada nula, igual a:

$$B_1 = H + \frac{U^2}{2g} = H + 0$$

Mientras que la energía en la sección crítica resulta:

$$B_c = h_c + \frac{U_c^2}{2g} = h_c + \frac{h_c}{2} = \frac{3}{2} h_c$$

En la aplicación del Teorema de Bernoulli, quedan igualadas las dos energías y a la segunda hay que sumarle la pérdida de energía entre ambas secciones:

$$H = \frac{3}{2} h_c + \Delta$$

Ecuación N° 53-7

Las pérdidas de carga se pueden cuantificar a través del producto de un factor de resistencia λ multiplicado por una altura de velocidad, que en este caso será la altura de velocidad crítica:

$$\Delta = \lambda \frac{U_c^2}{2g} = \lambda \frac{h_c}{2}$$

Y reemplazando en la Ecuación 53-7, nos queda:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 7 de 24.

$$H = \frac{3}{2} h_c + \lambda \frac{h_c}{2}$$

$$H = h_c \left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)$$

Si reemplazamos el valor de la altura crítica en una sección rectangular, como es el caso de la sección vertiente de un vertedero, $h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{L^2 g}}$, nos queda: $H = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{L^2 g}} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)$

Despejamos el caudal se ésta última expresión para obtener la ecuación de gasto del vertedero en pared gruesa:

$$\frac{H}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)} = \frac{Q^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow Q^{\frac{2}{3}} = \frac{H \cdot g^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)} \Rightarrow Q = \left[\frac{H \cdot g^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)} \right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow Q = \frac{H^{\frac{3}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot L}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

Multiplicando y dividiendo por $\sqrt{2}$

$$Q = \frac{L H^{\frac{3}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2}}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} = \frac{L \cdot \sqrt{2 g H H}}{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} = \frac{1}{\underbrace{\left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2}}_{m_{VPG}}} \cdot L \cdot H^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2g}$$

Por lo tanto: $m_{VPG} = \frac{1}{\sqrt{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{3}{2}}}$

Ecuación N° 54-7

Cabe destacar que H es la carga hidráulica sobre el vertedero en pared gruesa.

Ahora hay que determinar cuánto vale λ , analizando las pérdidas de carga entre las dos secciones dadas, existe un estrechamiento de la sección transversal que provoca pérdida de carga por embocadura, y hay que agregar el frotamiento de la corriente en la cresta del vertedero, ya que el contacto del agua con el paramento no es una línea, sino una superficie. Entonces en realidad $\lambda = \lambda_e + \lambda_f$. Veamos cuánto vale cada uno de estos factores de resistencia.

λ_e que es la pérdida de carga producida por embocadura fue determinada experimentalmente y depende de la forma de la misma, o sea, de la forma de la cresta del vertedero, por ejemplo, para una cresta a 90° (paramento y cresta son perpendiculares), y una relación: $\frac{a}{h_c} = 3.5$, el factor de

resistencia vale $\lambda_e = \frac{1}{3}$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 8 de 24.

En tanto que para el cálculo de λ_f recurrimos a las ecuaciones del movimiento permanente en canalizaciones abiertas (Ecuación N°8-6), de la cual despejamos la pérdida de carga unitaria J para encontrar la pérdida de carga total Δ :

$$U = C\sqrt{R_H \cdot J} \Rightarrow J = \frac{U^2}{C^2 \cdot R_H}$$

Para calcular la pérdida de carga total se multiplica J por la longitud que en este caso es la longitud del paramento "e", y se iguala a la pérdida de carga calculada en función de un λ_f :

$$\Delta f = J \cdot e = \frac{U^2 \cdot e}{C^2 \cdot R_H} = \lambda_f \cdot \frac{U^2}{2g} \Rightarrow \therefore \lambda_f = \frac{2g \cdot e}{C^2 \cdot R_H}$$

$$\lambda_f = \frac{2g \cdot e}{C^2 \cdot R_H}$$

Ecuación N°55-7

Si reemplazamos en la Ecuación N°55-7 los valores correspondientes al R_H y al cociente de e/h_c :

$$R_H = \frac{\omega}{\chi} = \frac{h_c \cdot l}{l + 2h_c} \cong h_c \quad \therefore \lambda_f = \frac{2g \cdot e}{C^2 h_c} = \frac{2g}{C^2} \cdot \underbrace{\frac{e}{h_c}}_n$$

Los valores habituales de n son: $5 < n < 15$. Pero si adoptamos el valor medio $n=10$, junto con un coeficiente de Chezy $C=50$, que es el que corresponde al hormigón, y $2g=20$. nos queda:

$$\lambda_f = \frac{20 \cdot 10}{50^2} = 0,08 \quad \therefore \lambda_f = 0.08$$

Ahora si reemplazamos los valores de λ_e y λ_f : $\therefore \lambda = \frac{1}{3} + 0.08$

$$m_{VPG} = \frac{1}{\sqrt{2 \left(\frac{3}{2} + \left(\frac{1/3 + 0.08}{2} \right) \right)^2}} \cong 0.32 \therefore m_{VPG} = 0.32$$

Este valor es un medio para los vertederos de pared gruesa.

Podemos decir que:

- Para aristas vivas $m = 0.31$ a 0.33 .
- Para aristas redondeadas $m = 0.34$ a 0.37 .

7.B.3 CÁLCULO DE UN VERTEDERO EN PARED GRUESA. COEFICIENTES DE CORRECCIÓN.

De la misma manera que para un vertedero en pared delgada, se necesitan verificar las condiciones de vertedero perfecto antes de calcular el coeficiente de gasto, para saber si es necesario corregir o no mediante coeficientes de corrección. Las condiciones a verificar en este caso son las siguientes, con los mismos conceptos que en el caso de vertedero en pared delgada:

1. Vertedero en pared gruesa: si $e \geq 3h$.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 9 de 24.

2. Contracción de fondo completa: cuando $a/h_c \geq 3.5$.
3. Contracción lateral nula: $B=L$.
4. Velocidad de llegada nula ó $U < 0.3 \text{ m/seg}$.
5. Umbral horizontal y perpendicular a la corriente, paramento vertical.
6. Lámina libre (caída libre).

Si se cumplen todas ellas, la ecuación de gasto a utilizar es la siguiente:

$$Q = m_{VPG} \times L \times h \times \sqrt{2gh} \quad \text{Ecuación N°56-7}$$

El coeficiente de gasto se calcula con la Ecuación N°54-7:

$$m_{VPG} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{\sum \lambda}{2} \right)^{3/2}} \Rightarrow \sum \lambda = \lambda_e + \lambda_f$$

Y los factores de resistencia se calculan de la manera siguiente:

7.B.3.1 Factor de resistencia por frotamiento λ_f .

Se calcula con la Ecuación N° 55-7, considerando $C=50$ (vertedero de hormigón) y considerando $2g=20$, nos queda la siguiente ecuación simplificada:

$$\lambda_f = \frac{2g}{C^2} \cdot \underbrace{\frac{e}{h_c}}_n = \frac{20}{50^2} n = 0,008n \quad \text{Ecuación N°57-7}$$

En donde n es e/h_c y la altura crítica se calcula con $h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{L^2 g}}$

7.B.3.2 Factor de resistencia por embocadura λ_e .

Este factor de resistencia depende de la forma de la arista del vertedero, si la arista es redondeada $\lambda_e=0$. Si la arista no es redondeada, es necesario verificar si se cumple o no la condición de contracción de fondo completa.

Si no se cumple ($a/h_c < 3.5$), el valor de λ_e se obtiene de la tabla siguiente:

a/hc	>3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0.25
a/h	2.04	1.78	1.48	1.19	0.91	0.67	0.314	0.162
λ_e	0.33	0.328	0.315	0.282	0.240	0.188	0.110	0.056

En donde: a es la altura del vertedero en (m).

h_c es la altura crítica con el caudal de erogación del vertedero en (m).

h es la carga hidráulica sobre el vertedero en (m).

Mientras que si se cumple la contracción de fondo completa, o sea que $a/h_c \geq 3.5$, el coeficiente n se obtiene de la tabla siguiente:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 10 de 24.

n	3.5	5	7.5	10	12.5	15
Arista redondeada	0.381	0.375	0.374	0.37	0.366	0.362
Arista viva	-----	0.322	0.32	0.317	0.315	0.311

7.B.3.3 Coeficiente de gasto cuando hay velocidad de llegada.

El coeficiente de gasto corregido para la condición de velocidad de llegada no nula, es el siguiente de acuerdo a la forma de la arista de la cresta del vertedero:

Para...arista...redondeada $\therefore \lambda_e = 0$

$$m_{PG} = \frac{1 + 0.26 \times \left(\frac{h}{h+a} \right)^2}{\sqrt{2} \times \left(\frac{3}{2} + 0.004 \times n \right)^{3/2}}$$

Ecuación N°58-7

Para...arista...viva... (s/ tabla) $\lambda_e \neq 0$

$$m_{PG} = \frac{1 + 0.26 \times \left(\frac{h}{h+a} \right)^2}{\sqrt{2} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{\lambda_e + 0.008 \times n}{2} \right)^{3/2}}$$

Ecuación N°59-7

También se puede obtener, agregando a la carga hidráulica, el valor $\alpha \frac{U^2}{2g}$, permitiendo arribar a un

coeficiente: $Cu = 1 + 1.5\alpha^2 \left(\frac{h_1}{h_1 + a} \right)^2$ $\alpha \cong 1.6 - 1.8$ para río peraltado o bien:

$$Cu = 1 + 0.25 \left(\frac{h_1}{h_1 + a} \right)^2$$

Ecuación N°60-7

Para el resto de las condiciones de vertedero perfecto se usan las mismas correcciones ya dadas para vertedero en pared delgada.

7.B.4 INFLUENCIA DE LA CANALIZACIÓN SOBRE LA SINGULARIDAD VERTEDERO.

El vertedero influirá en la canalización en forma análoga a la vista para un vertedero de pared delgada. Con respecto a la influencia en el funcionamiento del vertedero, el coeficiente de gasto obtenido es válido siempre y cuando tengamos escurrimiento crítico sobre la barrera, Esto sucederá

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 11 de 24.

si tenemos un régimen de torrente aguas abajo, o bien si teniendo un régimen de río la onda resalto no llega a la cresta del vertedero, lo cual modificaría todos los coeficientes de gasto.

El nivel h' (ver Figura 31-7) que destruye el escurrimiento crítico en la cresta del vertedero, es función de a y h_2 , que es la altura normal de escurrimiento aguas abajo del vertedero.

La altura h' es la altura de agua aguas abajo del resalto en el límite de existencia de la altura crítica sobre la cresta del vertedero.

Veamos si podemos determinar cuál es la altura del régimen de río aguas abajo del vertedero, que no influirá sobre el mismo. Para lo cual observamos la Figura 31-7, y aplicamos el Teorema de Bernoulli entre la sección aguas arriba del vertedero y la sección crítica en la cresta del vertedero, considerando el plano de referencia ubicado sobre la cresta del vertedero, y arista viva en la cresta del vertedero y $n=10$ para la pérdida de carga por frotamiento:

$$B_1 = h_1 + \underbrace{\frac{U_1^2}{2g}}_{\cong 0} = B_c = h_c + \underbrace{\frac{U_c^2}{2g}}_{\frac{h_c}{2}} + \underbrace{\frac{U_c^2}{2g}}_{\frac{h_c}{2}} \sum \lambda = h_c + \frac{h_c}{2} + \frac{h_c}{2} \left(\frac{1}{3} + 0.08 \right)$$

$$h_1 = h_c \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} 0.41 \right) = 1,71 \cdot h_c \Rightarrow h_1 = 1,71 h_c$$

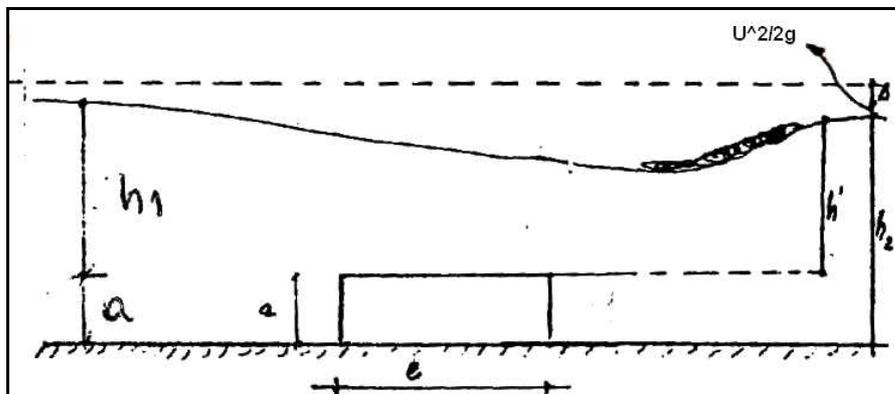


Figura 31-7

El coeficiente de gasto se mantendrá constante mientras no sea influenciado aguas abajo, o sea el resalto no llegue a la cresta del vertedero, sino que esté siempre rechazado. Y el valor límite de la altura de agua aguas abajo, obtenida experimentalmente, se da cuando: $h' = 1.29 \cdot h_c$ para $a/h_c = 1$, al como puede verse en la Figura 32-7.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 12 de 24.

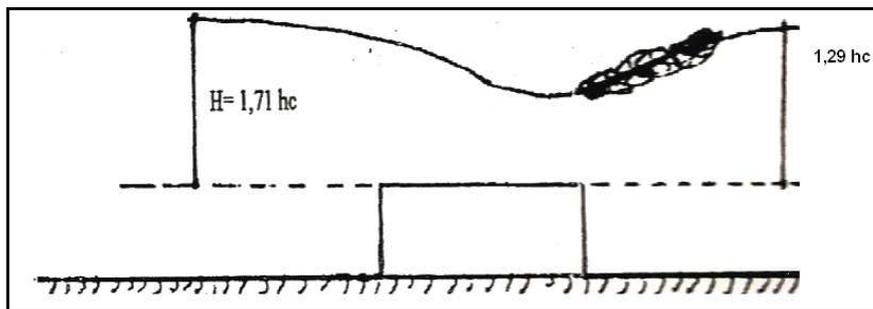


Figura 32-7

Cuando el valor de la altura de agua aguas abajo supera el valor de $1.29 h_c$ se modifica el coeficiente de gasto, no existiendo h_c sobre la cresta del vertedero.

Algunas de las experiencias han permitido arribar a la determinación de expresiones que contemplan dicha influencia, encontrando una ecuación (Ecuación N° para el coeficiente de gasto para un vertedero influenciado por la altura aguas abajo,

$$m = 0.53 - 0.15h' / h_{cr}$$

Ecuación N°61-7

7.B.5 VERTEDERO DE PARED INTERMEDIA.

El comportamiento hidráulico como VERTEDERO EN PARED INTERMEDIA se produce cuando $0,5h < e < 3h$.

Si bien la lámina vertiente hace contacto en un plano, no se registra escurrimiento crítico sobre el umbral. Debido a la inestabilidad del coeficiente de gasto es un tipo de singularidad hidráulica no aconsejable.

Bazin realizó ciertas experiencias mediante las cuales encontró la relación entre los coeficientes de gasto para pared delgada y pared intermedia, siempre y cuando el de pared intermedia sea de canto vivo y umbral horizontal. La Ecuación N°62-7 expresa esa relación:

$$\frac{m_{VPI}}{m_{VPD}} = 0.70 + 0.185 \frac{h}{a}$$

Ecuación N°62-7

Por ejemplo para: $\frac{h}{a} = 2 \rightarrow m_{VPI} = 1.07 m_{VPD}$ y $\frac{h}{a} = 0.33 \rightarrow m_{VPI} = 0.76 m_{VPD}$

En líneas generales diremos que, si se redondea la arista se produce un incremento del 15% de m_{VPI} . Cada forma de vertedero requerirá un estudio especial de modelos. No obstante en la tabla siguiente se dan algunas formas experimentales para distintos valores de carga hidráulica, siendo el valor de $\mu_i = m_{VPI}$ coeficiente de gasto del vertedero de pared intermedia.

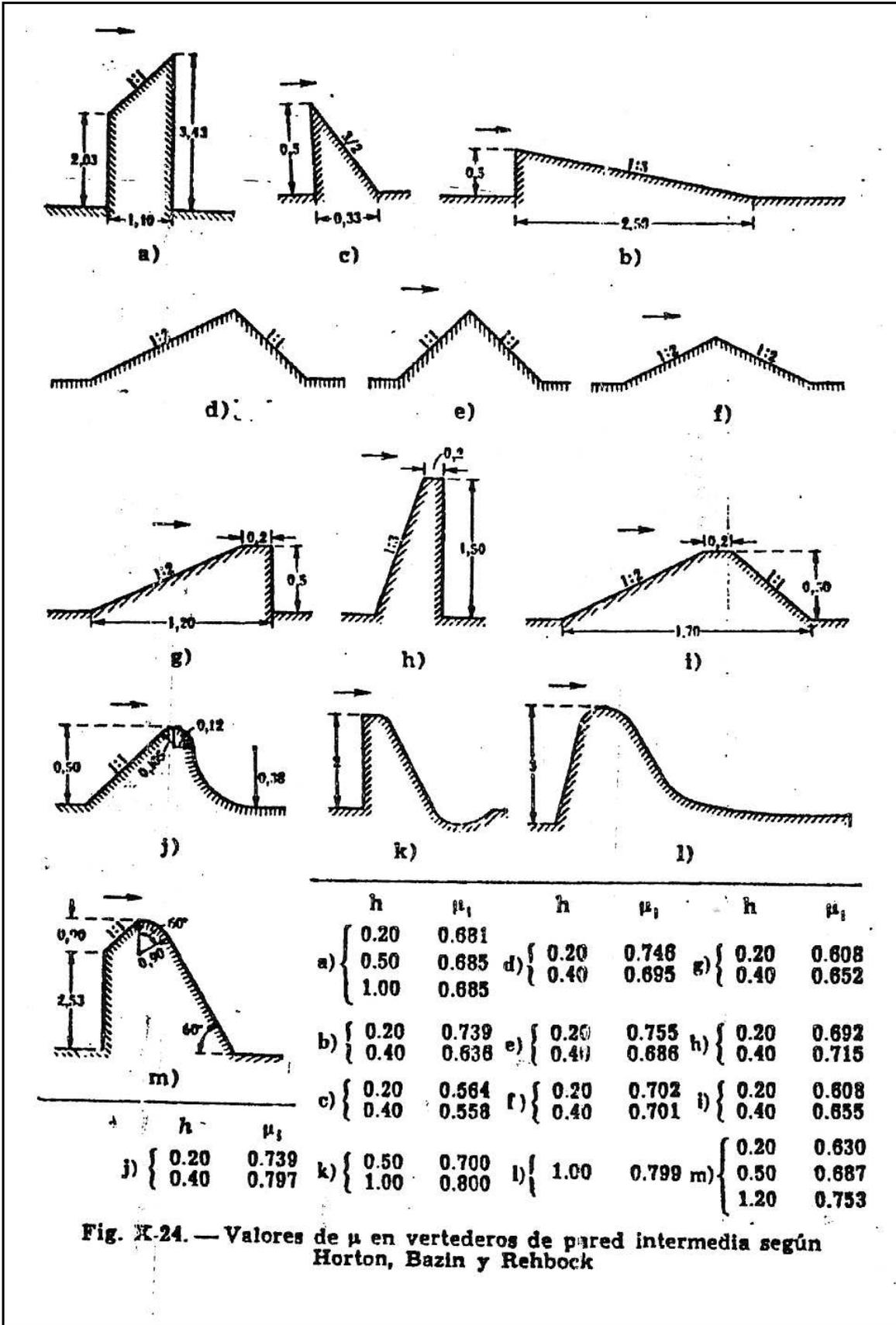


Fig. X-24. — Valores de μ en vertederos de pared intermedia según Horton, Bazin y Rehbock

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 14 de 24.

7.B.6 VERTEDERO LATERAL.

Se trata de una singularidad en contorno abierto muy útil en hidráulica, que se usa para eliminar o derivar excesos de caudal de un canal. En un vertedero lateral hay que considerar tres características propias del fenómeno:

1. Las perturbaciones en los extremos del vertedero.
2. El gasto unitario o coeficiente de gasto del vertedero lateral.
3. El régimen de escurrimiento del canal, que determina las cargas de agua que toma el vertedero lateral.

Las perturbaciones en los extremos se refiere al despegue de los filetes en el borde anterior y el choque de los mismos con el borde hacia aguas abajo, esto se traduce en una disminución de la longitud útil del vertedero, que aumentará si las velocidades son grandes y la longitud L es pequeña. Si la velocidad es grande los filetes formarán ángulos con el umbral, y si es pequeña los filetes serán prácticamente normales al umbral del vertedero lateral, tal como lo muestra la Figura 34-7.

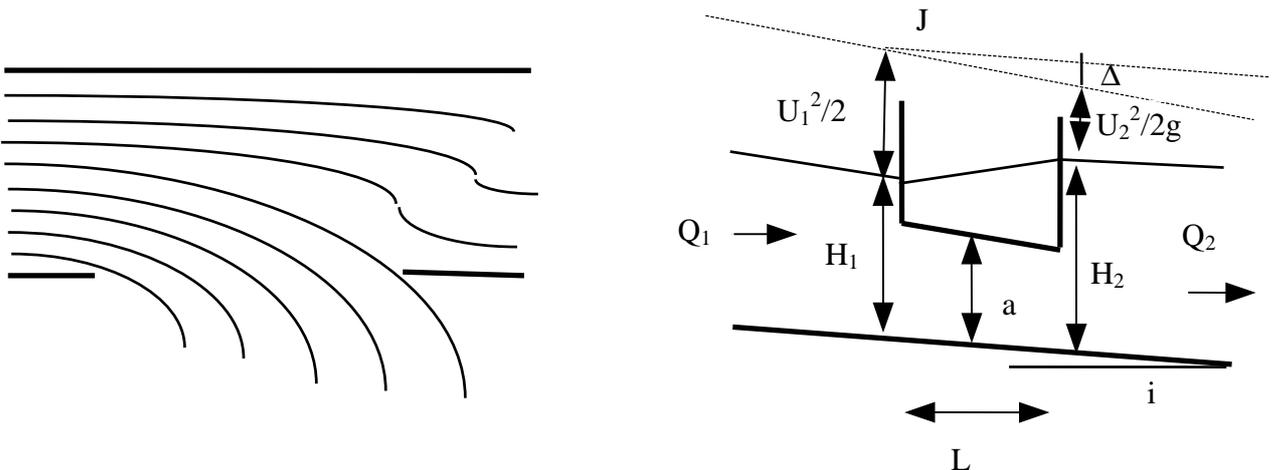


Figura 34-7

La velocidad que hay sobre el umbral es la componente normal a éste de la velocidad del canal, y vale: $\phi \cdot (2gh)^{1/2}$.

Las perturbaciones de los extremos se acentúan con la velocidad del canal y pueden considerarse una pérdida de carga de $0,2h$, para vertederos de $L < 5h$. En vertederos de mayor longitud se desprecia su acción.

La carga sobre el umbral del vertedero es variable y se deben tomar coeficientes de gasto variable de un extremo al otro. Las fórmulas experimentales están dadas en función de la carga final, cuando el régimen frente al vertedero es de río y en función de la carga inicial cuando es de torrente.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 15 de 24.

El eje hidráulico del canal (la altura de agua) frente al vertedero es una curva, pero en la mayoría de los casos de corrientes tranquilas, que es el más frecuente, la curvatura del mismo es muy pequeña, de modo que puede considerarse sin error apreciable que tiene una variación lenta y lineal.

Aceptada la linealidad de la carga hidráulica pueden darse dos casos, ver Figura 35-7, según si la carga de agua crece o decrece en la longitud del vertedero lateral, y de acuerdo a ello, la función lineal tendrá pendiente positiva o negativa:

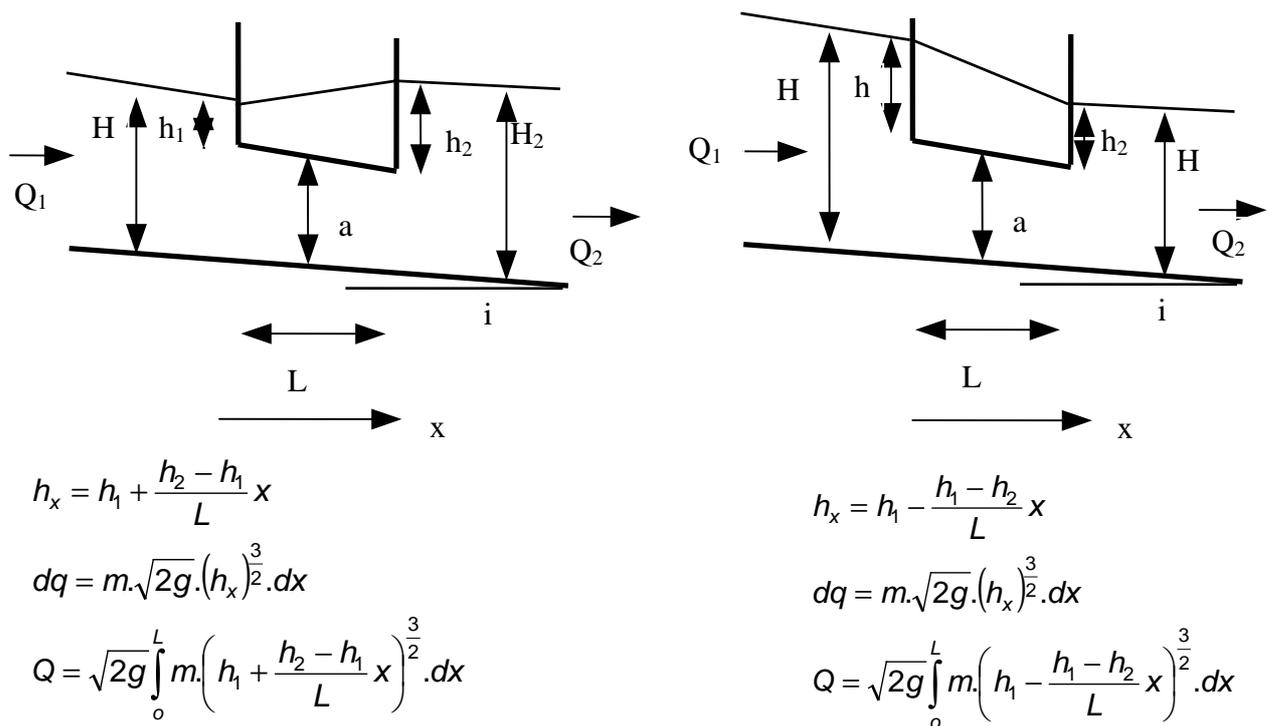


Figura 35-7

La tercera particularidad es el régimen que crea el vertedero lateral en el canal, y que es el que determina la carga variable sobre su umbral. Considerando un plano de comparación que pasa por el fondo de la sección del canal al final del vertedero, y aplicando Bernoulli, ver Figura 34-7:

$$B_1 = H_1 + \frac{U_1^2}{2g} + i \cdot L = H_1 + \frac{Q_1^2}{2g \cdot \omega_1^2}$$

$$B_2 = H_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta = H_2 + \frac{Q_2^2}{2g \cdot \omega_2^2} + J \cdot L$$

Los sumandos iL y JL son muy pequeños y más aún su diferencia: $(iL - JL)$. De modo que aplicando el Teorema de Bernoulli nos queda:

$$H_1 + \frac{U_1^2}{2g} = H_2 + \frac{U_2^2}{2g} = \text{constante}$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 16 de 24.

El Bernoulli es constante, pero no el caudal, ya que parte del mismo se deriva por el vertedero lateral, de modo que se aplican Bernoulli a caudal variable, para lo cual aplicamos la función Bernoulli y la derivamos respecto de la altura de agua y la igualamos a cero, ya que es constante:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow B = H + \frac{Q^2}{2g.\omega^2} = \text{constante}$$

Para derivar debemos recordar que el caudal y la sección transversal son función de H, de modo que se deben derivar como funciones, de la siguiente manera:

$$dB = d\left(H + \frac{Q^2}{2g.\omega^2}\right) = 0$$

$$dB = dH + \frac{2.Q.dQ}{2g.\omega^2} - \frac{2.Q^2.d\omega}{2g.\omega^3} = dH + \frac{Q.dQ}{g.\omega^2} - \frac{Q^2.d\omega}{g.\omega^3} = 0$$

El $d\omega$ se puede calcular como el producto del diferencial de carga hidráulica dH por el ancho superficial de la sección transversal B : $d\omega = dH.B_s$:

$$dB = dH + \frac{Q.dQ}{g.\omega^2} - \frac{Q^2.B_s.dH}{g.\omega^3} = dH \left[1 - \frac{Q^2.B_s}{g.\omega^3}\right] + \frac{Q.dQ}{g.\omega^2} = 0$$

$$dH \left[1 - \frac{Q^2.B_s}{g.\omega^3}\right] = -\frac{Q.dQ}{g.\omega^2}$$

$$dH = -\frac{Q.dQ}{g.\omega^2 \left[1 - \frac{Q^2.B_s}{g.\omega^3}\right]} = \frac{Q.dQ}{g.\omega^2 \left[\frac{Q^2.B_s}{g.\omega^3} - 1\right]}$$

Recordando la Ecuación N° 29-2 de la velocidad crítica podemos reemplazar la U_c en la ecuación anterior:

$$dH = \frac{Q.dQ}{g.\omega^2 \left[\frac{Q^2}{\frac{\omega^2}{U^2} \cdot \frac{B_s}{g.\omega}} - 1\right]} = \frac{Q.dQ}{g.\omega^2 \left(\frac{U^2}{U_c^2} - 1\right)}$$

$$dH = \frac{Q.dQ}{g.\omega^2 \left(\frac{U^2}{U_c^2} - 1\right)}$$

Ecuación N° 63-7

Se tiene un denominador negativo en regímenes de río (ya que $U < U_c$), y positivo en torrentes (ya que $U > U_c$), y como el dQ es siempre negativo, porque el caudal en el sentido positivo de la dirección x

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 17 de 24.

siempre disminuye, el dH es positivo en ríos y negativo en torrentes. Lo que significa que el nivel de aguas sube hacia aguas abajo si hay un río, y disminuye con un régimen torrente.

Si el Bernoulli de río final es menor que el Bernoulli crítico del canal de aguas arriba del vertedero, se verificará escurrimiento crítico al comenzar el vertedero seguido de torrente y luego de río a través de un resalto, que puede estar frente o aguas abajo del vertedero lateral, como lo muestra la Figura 36-7.

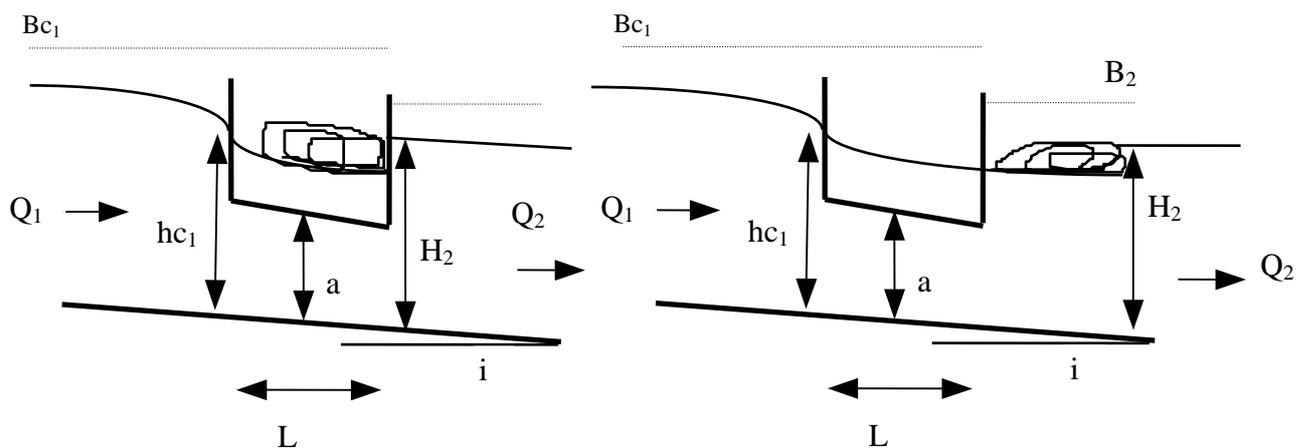


Figura 36-7.

Cuando el resalto se ubica frente al vertedero, la diferencia entre $(B_{c1} - B_2)$ no es muy grande. El cálculo del gasto o caudal puede hacerse mediante la Ecuación N°63-7:

$$dH = \frac{Q \cdot dQ}{g \cdot \omega^2 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)} = \frac{Q \cdot dQ}{\frac{Q^2 \cdot B_s}{\omega} - g \omega^2} \quad \text{Ecuación N°64-7}$$

Que establece la variación de la carga frente a una variación del caudal dada por una extracción de agua (dQ negativo). La forma de hacer la extracción es con un vertedero de carga variable, $h = H - a$, cuyo caudal en una longitud dL será:

$$dQ = m \cdot h \cdot dL \cdot \sqrt{2gh} = m \cdot (H - a)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2g} \cdot dL \quad \text{Ecuación N°65-7}$$

De la función Bernoulli podemos extraer el valor de la velocidad media para poder calcular el caudal Q , obteniendo la Ecuación N°66-7:

$$B = H + \frac{U^2}{2g} \Rightarrow U = \sqrt{2g(B - H)} \Rightarrow Q = U \times \omega = \omega \times \sqrt{2g(B - H)} \quad \text{Ecuación N°66-7}$$

Si reemplazamos las Ecuaciones N°65-7 y 66-7 en la 64-7, obtenemos la siguiente ecuación:

$$dH = \frac{\omega \cdot \sqrt{2g(B - H)} \cdot m \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - a)^{\frac{3}{2}} \cdot dL}{\frac{\omega^2 2g \cdot (B - H) \cdot B_s}{\omega} - g \cdot \omega^2}$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 18 de 24.

$$dH = \frac{2g \cdot \sqrt{(B-H)} \cdot m \cdot (H-a)^2 \cdot dL}{2g \cdot (B-H) \cdot B_s - g \cdot \omega}$$

$$dH = \frac{m \cdot \sqrt{(B-H)} \cdot (H-a)^2 \cdot dL}{(B-H) \cdot B_s - \frac{\omega}{2}}$$

Ecuación N°67-7

Para el cálculo se usa la Ecuación N°67-7, mediante la cual se obtiene L en función de los caudales evacuados y viceversa. Se pueden presentar dos casos: calcular el caudal Q o calcular la longitud L. Se supone que la altura de la barrera "a" es dato. Se calcula por diferencia finita, o por puntos escalonados, sea cual fuere el régimen frente al vertedero.

7.B.6.1 Cálculo de la longitud L del vertedero lateral.

Dadas las condiciones de funcionamiento de un vertedero lateral, se necesita calcular la longitud necesaria del mismo para derivar un caudal conocido. O sea que, tenemos como datos el caudal inicial (Q₁) y el caudal final (Q₂), que se calcula restando del primero el caudal que es necesario derivar.

Con los caudales se pueden calcular las alturas de agua H₁ y H₂, aguas arriba y aguas abajo del vertedero lateral, las que constituyen los límites de variación de carga hidráulica sobre el mismo (h₁ y h₂). El intervalo entre estos dos valores extremos implica un incremento dH, al que corresponde un dL, de acuerdo a la Ecuación N°67-7. Cada dL calculado en función del dH, hasta llegar a la carga hidráulica final, se suma para obtener la longitud total necesaria.

De acuerdo a si la carga hidráulica es creciente o decreciente se presentan dos casos, que corresponden al régimen de escurrimiento de la canalización, siempre se comienza el cálculo desde la carga hidráulica mayor hacia la menor:

- 1- Si el **RÉGIMEN ES TORRENCIAL** la carga hidráulica es decreciente en el sentido del escurrimiento, por lo tanto, el cálculo se comienza desde aguas arriba con el caudal total Q₁, y se continúa hasta que quede el caudal restante necesario sea Q₂. La sumatoria de los ΔL calculados da la longitud total del vertedero. No se altera el régimen inicial hasta el comienzo mismo del vertedero, luego se conoce la altura H₁, y por lo tanto, la carga inicial h₁. Al final del vertedero la altura que queda determina el régimen que sigue, que puede ser torrente peraltado o deprimido.
- 2- Si el **RÉGIMEN ES DE RÍO** la carga hidráulica es creciente en el sentido del escurrimiento, y por lo tanto, se comienza el cálculo desde aguas abajo, es decir, por el caudal Q₂. Y si se sigue el cálculo por tramos finitos hasta que la suma de los ΔQ sea la diferencia entre (Q₁ - Q₂) que debe evacuarse, la suma de los ΔL parciales es la longitud total del vertedero lateral. La altura final está determinada por las condiciones aguas abajo para el caudal que queda, se

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 19 de 24.

conoce la altura H_2 y por lo tanto, la carga final del vertedero h_2 . Entonces se tiene la carga inicial y por lo tanto, la altura del caudal Q_1 al comienzo del vertedero, que es un río deprimido.

7.B.6.2 Cálculo del caudal Q.

Para el cálculo del caudal erogado por un vertedero lateral, se sigue un procedimiento matemático muy similar al anterior, en el cual se usan la Ecuación N°67-7 y N°65-7.

Al igual que en el caso anterior se dan dos casos, de acuerdo al régimen de la canalización:

- 1- Cuando el **RÉGIMEN ES DE TORRENTE** se dan los valores de ΔL desde aguas arriba para determinar el caudal del vertedero lateral, hasta cubrir la longitud L total del vertedero lateral. El caudal total Q se obtiene haciendo la sumatoria de los ΔQ que corresponden a cada ΔL . Cuando el Bernoulli aguas abajo del vertedero lateral es menor que el Bernoulli crítico ($B_2 < B_c$), existe un resalto frente o aguas abajo del vertedero, se procede por tanteos dándose caudales iniciales críticos y procediendo como en torrente desde aguas arriba. La verificación es que $(B_c - B_2) = \Delta B$, la variación de Bernoulli producida por el resalto.
- 2- Cuando el **RÉGIMEN ES DE RÍO** se dan los valores de ΔL desde aguas abajo para determinar el caudal del vertedero lateral, hasta cubrir la longitud L total del vertedero lateral. El caudal total Q se obtiene haciendo la sumatoria de los ΔQ que corresponden a cada ΔL .

7.B.6.3 Ejercicio de aplicación de vertedero lateral.

Un canal rectangular de hormigón con un ancho $b=2.5\text{m}$ tiene una pendiente de fondo $i=0.00075$. La altura normal de escurrimiento en el mismo es de 1.5m . La revancha es de 0.35m . Existe un aliviadero lateral cuyo perfil transversal es un Perfil Creager, y cuyo coronamiento tiene la misma pendiente que el fondo del canal, con una altura igual a la altura normal del canal. Calcular la longitud necesaria del vertedero lateral para que puedan captarse $10\text{ m}^3/\text{seg.}$, quedando una revancha de 5 cm en el mismo, aguas abajo del aliviadero lateral, ver Figura 37-7.

Lo primero que es necesario calcular son las condiciones de escurrimiento aguas arriba del vertedero lateral, para saber qué régimen de escurrimiento se presenta.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 20 de 24.

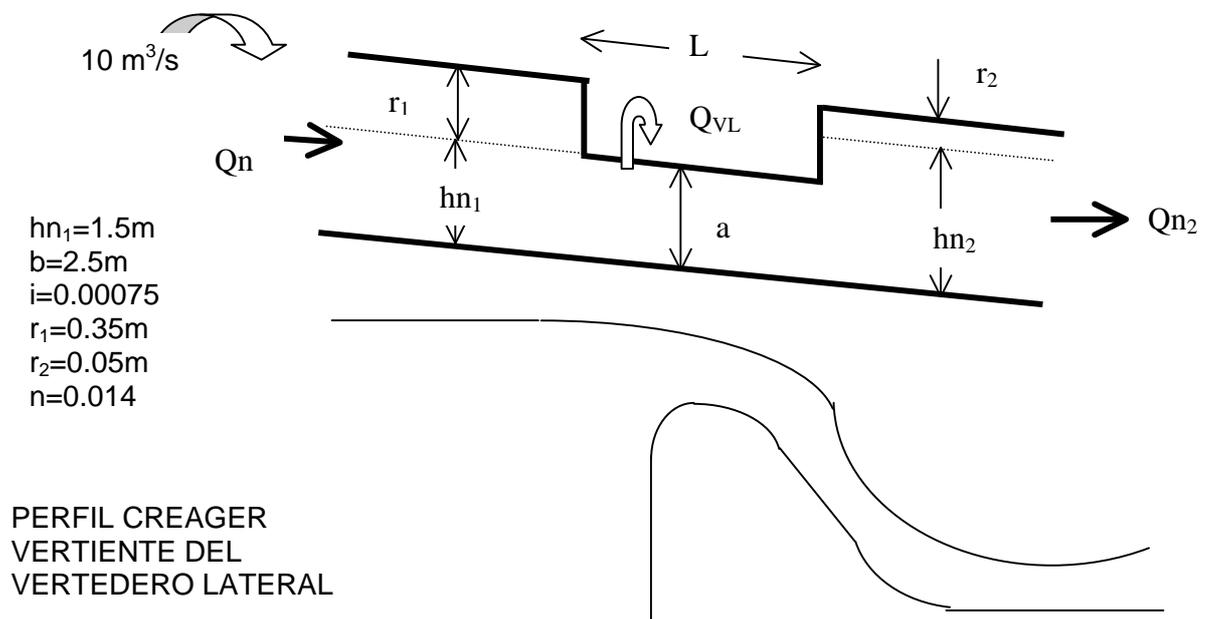


Figura 37-7

Cálculo del caudal que corresponde a la altura h_{n1} aguas arriba del vertedero lateral.

$$Q_{n1} = \omega_{n1} \times \frac{R_H^{1/6}}{n} \times \sqrt{R_H \times i} = \frac{b \times h_{n1}}{n} \times \left(\frac{b \times h_{n1}}{b + 2 \times h_{n1}} \right)^{1/6} \times \sqrt{\left(\frac{b \times h_{n1}}{b + 2 \times h_{n1}} \right) \times i}$$

$$Q_{n1} = \frac{2.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}}{0.014} \times \left(\frac{2.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}}{2.5 \text{ m} + 2 \times 1.5 \text{ m}} \right)^{1/6} \times \sqrt{\left(\frac{2.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}}{2.5 \text{ m} + 2 \times 1.5 \text{ m}} \right) \times 0.00075} = 5.7 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_{n1} = 5.7 \text{ m}^3 / \text{seg.}$$

Cuando la altura de agua en el canal aguas arriba del vertedero lateral es la h_{n1} , el caudal que circula por el mismo es de $5.7 \text{ m}^3/\text{seg.}$

Cuando por alguna circunstancia (llámese crecida o cualquier ingreso de caudal) el caudal aumenta por encima de los $5.7 \text{ m}^3/\text{seg.}$, el excedente de éste vuelca sobre el vertedero lateral, ya que la altura de la barrera es la misma que la altura h_{n1} .

Cálculo del caudal y régimen que corresponde a la altura h_{n2} aguas abajo del vertedero lateral.

Considerando que debe quedar una revancha de 5 cm aguas abajo del vertedero lateral, se puede calcular la altura normal de escurrimiento, y por lo tanto el caudal correspondiente a la misma. Además, el régimen de escurrimiento y el valor de la energía aguas abajo B_2 .

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 21 de 24.

$$hn_2 = (1.5m + 0.35m - 0.05m) = 1.80m$$

$$Qn_2 = \frac{b \times hn_2}{n} \times \left(\frac{b \times hn_2}{b + 2 \times hn_2} \right)^{2/3} \times \sqrt{i} = \frac{2.5m \times 1.8m}{0.014} \times \left(\frac{2.5m \times 1.8m}{2.5m + 2 \times 1.8m} \right)^{2/3} \times \sqrt{0.00075}$$

$$Qn_2 = 7.2m^3/s \Rightarrow hc_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{Qn_2}{b} \right)^2 \frac{1}{g}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7.2m^3/s}{2.5m} \right)^2 \frac{1}{g}} = 0.95m \Rightarrow hn_2 > hc_2 \Rightarrow \text{RÉG.RÍO}$$

$$Un_2 = \frac{Qn_2}{b \times hn_2} = \frac{7.2m^3/s}{2.5m \times 1.8m} = 1.6m/s$$

$$B_2 = hn_2 + \frac{Un_2^2}{2g} = 1.8m + \frac{1.6^2}{2g} \frac{m^2}{s^2} = 1.93m$$

El régimen de escurrimiento aguas abajo del vertedero lateral es escurrimiento de río, de modo que se concluye que la carga sobre el mismo es creciente hacia aguas abajo: $dh > 0$ y $dH > 0$. Considerando que h es la carga hidráulica sobre el vertedero lateral y $H = h + a$, ver Figura 38-7.

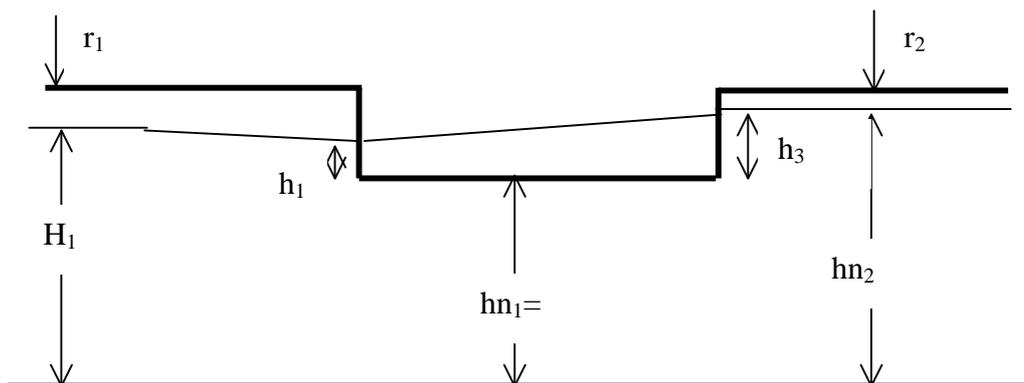


Figura 38-7

Cálculo del Bernoulli crítico para el caudal total ingresante aguas arriba del vertedero lateral.

Si el Bernoulli de río final (B_2) es menor que el Bernoulli crítico del canal de aguas arriba (B_c) del vertedero, se verificará escurrimiento crítico al comenzar el vertedero seguido de torrente y luego de río a través de un resalto, que puede estar frente o aguas abajo del vertedero lateral.

$$hc = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{b} \right)^2 \frac{1}{g}} = \sqrt[3]{\left(\frac{10m^3/s}{2.5m} \right)^2 \frac{1}{g}} = 1.18m \Rightarrow Uc = \frac{Q}{b \times hc} = \frac{10m^3/s}{2.5m \times 1.18m} = 3.39m/s$$

$$Bc = hc + \frac{Uc^2}{2g} = 1.18m + \frac{(3.39m/s)^2}{2g} = 1.77m \Rightarrow Bc = 1.77m (B_2 = 1.93m)$$

Para este caso el $B_2 = 1.93m$ es mayor que el $B_{c1} = 1.77m$.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 22 de 24.

Cálculo de la altura aguas arriba del vertedero lateral (H_1).

Recordando una de las hipótesis en el cálculo de los vertederos laterales es que $J \cong i$, si ambos valores son pequeños significa que los Bernoulli permanecen constantes, o sea que; $B_1=B_2$. A lo largo del vertedero lateral, y por lo tanto:

$$B_1 = H_1 + \frac{U_1^2}{2g} = B_2 \Rightarrow B_2 = H_1 + \frac{Q^2}{(b \times H_1)^2 \times 2g} = 1.93\text{m}$$

Ecuación que se resuelve por iteraciones sucesivas de la siguiente manera, para el cálculo de H_1 :

H_1 (m)	U_1 (m/s)	B_1 (m)
0,4	10	5,50
0,6	6,67	2,87
0,8	5	2,07
1	4	1,82
1,2	3,33	1,77
1,4	2,86	1,82
1,6	2,5	1,92
1,61	2,48	1,92
1,62	2,47	1,93
1,63	2,45	1,94

El valor de H_1 que hace que los Bernoulli sean iguales es $H_1 = 1.62\text{m}$

Cálculo de las cargas hidráulicas sobre el vertedero lateral.

Entonces ahora se pueden calcular las cargas hidráulicas en los extremos del vertedero lateral.

$$h_1 = H_1 - a = 1.62\text{m} - 1.5\text{m} = 0.12\text{m}$$

$$h_3 = h_{n2} - h_{n1} = 1.80\text{m} - 1.5\text{m} = 0.30\text{m}$$

Cálculo del caudal derivado por el vertedero lateral.

Lo que se deriva es la diferencia entre lo que entra aguas arriba y lo que queda aguas abajo, según las condiciones de escurrimiento y revancha dadas como dato.

$$Q_{VL} = Q - Q_{n2} = (10 - 7.2)\text{m}^3/\text{s} = 2.8\text{m}^3/\text{s} = m \times L \times \sqrt{2g} \times (h)^{3/2}$$

Cálculo de la longitud del vertedero lateral.

Conocidas las cargas sobre el mismo, su coeficiente de gasto ($m=0.4$), y el caudal que es necesario que derive, la única incógnita a calcular es la longitud del vertedero lateral. Para lo cual hay tres criterios a saber:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 23 de 24.

1- Criterio simplificado: que puede utilizarse en este caso, ya que las cargas no poseen valores muy diferentes entre sí, y que consiste en hacer un promedio de las mismas y calcular la longitud de vertedero con ese promedio.

$$Q_{VL} = 2.8 \text{ m}^3/\text{s} = m \times L \times \sqrt{2g} \times (h)^{3/2} \Rightarrow h = \frac{h_1 + h_3}{2} = \frac{(0.12 + 0.3) \text{ m}}{2} = 0.21 \text{ m}$$

$$L = \frac{Q_{VL}}{m \times \sqrt{2g} \times (h)^{3/2}} = \frac{2.8 \text{ m}^3/\text{s}}{0.4 \times \sqrt{2g} \times (0.21 \text{ m})^{3/2}} = 16.42 \text{ m} \Rightarrow L = 16.42 \text{ m}$$

2- El segundo criterio: se divide el caudal Q en el mismo número de partes en que se divide la longitud, se adopta 6 ΔQ , con cada $\Delta Q = (2.8/6) \text{ m}^3/\text{seg.} = 0.47 \text{ m}^3/\text{seg.}$ Y con la ecuación de gasto del vertedero lateral se calculan las longitudes parciales y luego se suman.

$$dH = \frac{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2} \times dL}{B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2}} \Rightarrow \Delta H = \frac{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2} \times \Delta L}{B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2}}$$

$$\Delta L = \frac{\left[B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2} \right] \times \Delta H}{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2}}$$

h_i (m)	h_f (m)	h_m (m)	L_i (m)
0.3	0.27	0.285	1.73
0.27	0.24	0.255	2.05
0.24	0.21	0.225	2.47
0.21	0.18	0.195	3.06
0.18	0.15	0.165	3.93
0.15	0.12	0.135	5.31
		suma	18.54

La longitud hallada es un poco mayor que la anterior: $L=18.54 \text{ m}$.

3- El tercer criterio es usar directamente la fórmula diferencial de la carga sobre el vertedero, y de la misma manera que el anterior, se divide en diferencias finitas el intervalo de cargas. Se usa la ecuación siguiente:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-B: VERTEDERO EN PARED GRUESA	Página 24 de 24.

$$dH = \frac{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2} \times dL}{B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2}} \Rightarrow \Delta H = \frac{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2} \times \Delta L}{B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2}}$$

$$\Delta L = \frac{\left[B_s \times (B-H) - \frac{\omega}{2} \right] \times \Delta H}{m \times (B-H)^{1/2} \times (H-a)^{3/2}}$$

En donde:

m es el coeficiente de gasto del vertedero lateral.

B es el Bernoulli aguas abajo (B_2).

H es la altura de agua en el vertedero lateral, o sea, $H=h+a$

a es la altura del vertedero lateral.

B_s es el ancho del canal.

ω sección transversal $\omega=B_s \times H$

L es la longitud del vertedero lateral.

Usando la misma cantidad de intervalos de carga que para el ítem anterior los cálculos son:

h (m)	H=h+a (m)	B_2 (m)	B_s (m)	$B_s \times H$ (m^2)	(B-H) (m)	(H-a) (m)	ΔH (m)	ΔL (m)
0,12	1,62	1,93	2,5	4,05	0,31	0,12	0	0
0,15	1,65	1,93	2,5	4,125	0,28	0,15	-0,03	3,32
0,18	1,68	1,93	2,5	4,2	0,25	0,18	-0,03	2,90
0,21	1,71	1,93	2,5	4,275	0,22	0,21	-0,03	2,64
0,24	1,74	1,93	2,5	4,35	0,19	0,24	-0,03	2,49
0,27	1,77	1,93	2,5	4,425	0,16	0,27	-0,03	2,42
0,3	1,8	1,93	2,5	4,5	0,13	0,3	-0,03	2,44
								16,21

Vemos que no hay mucha diferencia entre el primer y tercer criterio cuando las cargas no son muy distintas.



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

GUÍA DE ESTUDIO “HIDRÁULICA GENERAL”

UNIDAD N°7: SINGULARIDADES EN CONTORNOS ABIERTOS

**MATERIAL DE ESTUDIO PREPARADO POR:
ING. PATRICIA S. INFANTE, PROF. TITULAR
PABLO CORTEGOSO, AYUD. DE SEGUNDA**

AÑO: 2006.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 2 de 26.

INDICE

7	UNIDAD 7.	3
7.C	FUNCIÓN MOMENTA.	4
7.C.1	Variaciones de sección.	4
7.C.2	Relación entre la función Bernoulli y la función Momenta.	9
7.C.3	función Momenta en secciones RECTANGULARES.	9
7.C.3.1	Ensanche por variación brusca de la sección mojada, sin variación de la forma y magnitud del canal.	12
7.C.3.2	Ensanche brusco por simple variación de la cota de fondo (escalón de fondo).	12
7.C.3.3	Ensanche por simple variación del ancho del canal.	12
7.C.3.4	Ensanche con variación brusca del ancho y la cota de fondo.	13
7.C.4	momenta en el resalto HIDRÁULICO.	13
7.C.4.1	Longitud del resalto.	20
7.C.4.2	Tipos de resalto.	22
7.C.4.3	Perfil superficial de un resalto.	23
7.C.4.4	Localización del resalto hidráulico.	24
7.C.4.5	Influencia de la pendiente. Resaltos en lechos inclinados.	25

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 3 de 26.

7 UNIDAD 7.

CONTENIDO DEL PROGRAMA ANALÍTICO.

- A. **Vertederos**: definición y clasificación. Vertedero perfecto: Teoría de Boussinecq. Vertederos no perfectos, coeficientes de corrección. El vertedero y el régimen de la canalización. Distintas secciones de vertederos, coeficientes de gasto.
- B. **Vertedero en pared gruesa**: evaluación de las pérdidas de carga y coeficientes de gasto. Vertedero en pared intermedia. Vertedero lateral: estudio y aplicaciones.
- C. **Función Momenta**: Relación entre la Momenta y el Bernoulli. Ecuación de la Momenta en cambios de sección. Ecuación de la Momenta en resaltos. Influencia de la pendiente de fondo en la ecuación de la Momenta.
- D. **Pérdidas de carga en singularidades en canalizaciones abiertas**: cálculo de pérdidas de carga en escalón de subida y de bajada mediante ecuación de la momenta. Variaciones graduales de sección, factores de resistencia y pérdidas de carga. Rejillas: disposición y pérdidas de carga.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

Para completar los conocimientos respecto de las canalizaciones abiertas, es necesario incluir las singularidades en contornos abiertos, es decir, los cambios de sección y dirección en los canales. Así como las singularidades cuya finalidad es medir caudales en canales, o sea, los vertederos en sus distintas formas.

El objetivo de esta unidad de estudio es que adquieras las capacidades necesarias en la comprensión del funcionamiento de los vertederos y en el diseño de los mismos para medir caudales en canales. Así como, en el cálculo y en la cuantificación de la pérdida de energía producida por las singularidades en canales, usando la Función Momenta y el Teorema de Borda.

BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA EN BIBLIOTECA.

1. HIDRAULICA GENERAL DE GILBERTO SOTELO AVILA.
2. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS DE JOSÉ FRANZINI.
3. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE VICTOR L. STREETER.
4. HIDRAULICA DE FRANCISCO J. DOMINGUEZ.
5. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.
6. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE HUNTER ROUSE.
7. MECANICA DE LOS FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS DE CLAUDIO MATAIX.
8. MECÁNICA DE FLUIDOS E HIDRÁULICA DE GILES, RANALD, EVETT Y JACK.
9. MANUAL CESPEDES DE HIDRAULICA DE JUAN Y JOSE GANDOLFO.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 4 de 26.

7.C FUNCIÓN MOMENTA.

7.C.1 VARIACIONES DE SECCIÓN.

Además de las singularidades como los vertederos, en los canales se presentan otro tipo de singularidades, tales como los cambios de sección de los mismos. Tales cambios de sección pueden consistir en cambios de la forma de la sección, cambio de la magnitud de la sección o cambios asociados a la solera del canal, como son los escalones de fondo (de bajada y de subida).

Para el estudio de estos cambios de sección, que son singularidades en contorno abierto, planteamos la Figura 39-7, en la cual observamos un cambio de sección, tanto en el ancho como en la profundidad (escalón de bajada).

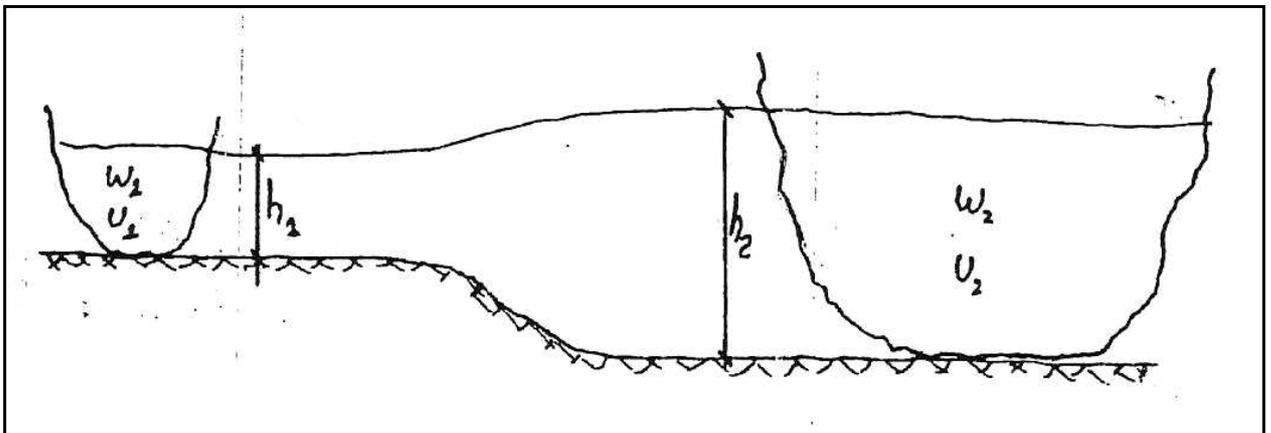


Figura 39-7

Esta singularidad modificará las condiciones de escurrimiento, pasando de una sección hidráulica ω_1 de altura de tirante normal h_1 , a otra sección hidráulica de altura h_2 y sección ω_2 .

Nos interesará entonces, poder determinar las condiciones de escurrimiento aguas arriba o aguas abajo de la singularidad hidráulica, teniendo como dato una de ellas. Asimismo, como las pérdidas de carga producidas por dicha singularidad.

Para poder resolver este problema, podemos aplicar el Principio de la Variación de la Cantidad de Movimiento, o esa, el segundo principio de la mecánica.

Ahora bien, como todo problema hidráulico resulta complejo, se hace necesario acotar el estudio para lo cual, aceptaremos las siguientes consideraciones.

Supondremos la **validez de la ley hidrostática** en cualquier sección del escurrimiento, recordando que ésto es cierto si los filetes o líneas de corriente son de pequeña curvatura o paralelos. Lo que implica aceptar que la cota piezométrica coincide con el eje hidráulico de la singularidad a lo largo de toda la transición de paso de la sección 1 a la sección 2.

En realidad esta hipótesis será cierta cuando la napa sea superficial, es decir, no se sumerge, tal como lo muestra la Figura 40-7.

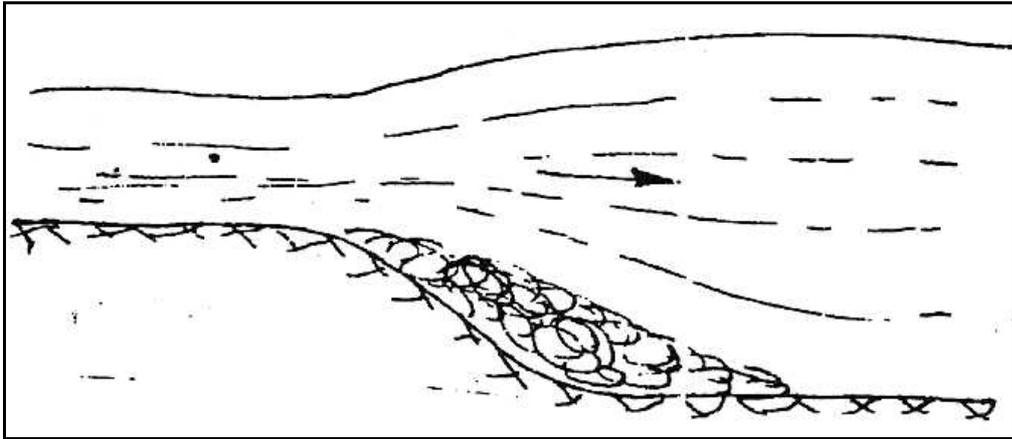


Figura 40-7

En cambio no ocurre lo mismo con algunos tipos de napas sumergidas (ver Figura 41-7), por lo que la hipótesis de la validez de la Ley Hidrostática no se cumple, y el resultado tendrá limitaciones para algunos casos. La gran curvatura de las líneas de corriente impide que el nivel libre coincida con la ley hidrostática.

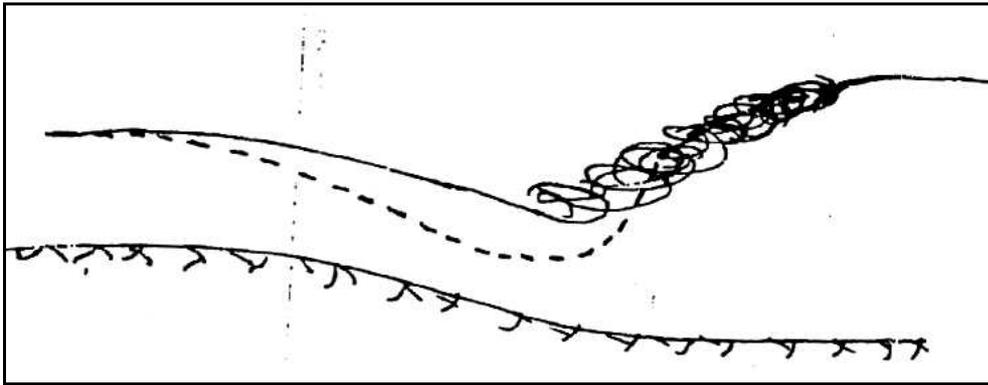


Figura 41-7

Entonces apliquemos el segundo principio de la mecánica a la Figura 42-7, lo que da la variación de la cantidad de movimiento experimentada entre dos secciones, una en el ensanche, indicada con la vertical M-b, y otra al finalizar la transición, indicada con la vertical N-d.

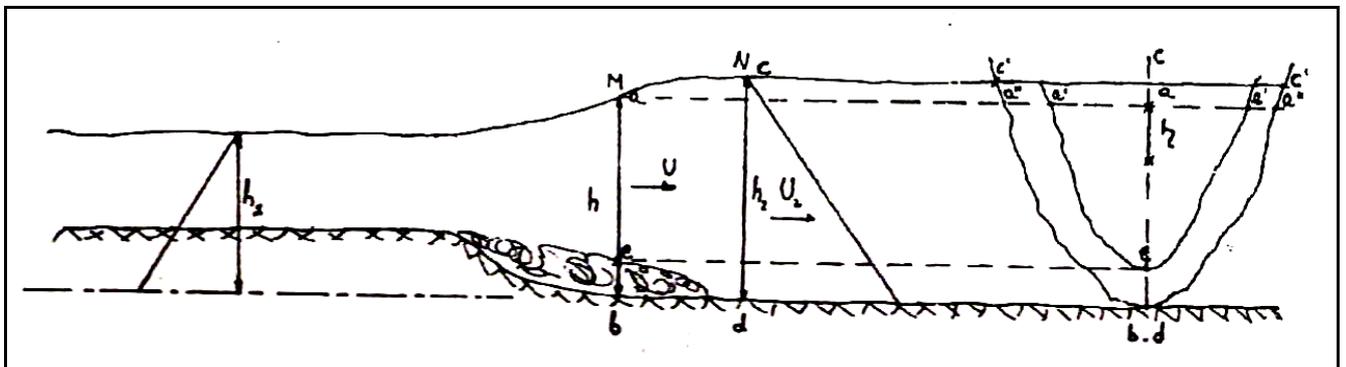


Figura 42-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 6 de 26.

Si analizamos el comportamiento hidráulico de esta singularidad, vemos que las líneas de corrientes cambian su curvatura, ensanchándose, hacia aguas abajo (tanto en vertical como en horizontal); pero este ensanche implica la existencia de una zona en la cual el agua gira sobre sí misma y no participa de la variación de la cantidad de movimiento del agua. Esta zona la denominaremos “aguas muertas”, es la indicada con remolinos en la Figura 42-7, y por ello es que aparecen tres secciones transversales distintas a definir:

- ✓ **Sección de aguas muertas**, la representada gráficamente por remolinos o torbellinos de eje horizontal y vertical, según el caso, que no participan de la variación de la cantidad de movimiento del agua. El agua no produce transporte de partículas, sino que gira sobre sí misma, generando empuje hidrostático, pero no velocidad perpendicular a la sección transversal.
- ✓ ω será la **sección de aguas vivas**, la que representa la sección en donde se produce variación de la cantidad de movimiento, en la cual una partícula se traslada en el espacio hacia otra sección transversal. Por lo tanto, la sección de aguas vivas es la que posee diagrama de velocidad.
- ✓ Ω será la **sección total**, es la suma de la sección de aguas vivas (ω) más la sección de aguas muertas, y es la sección que se debe tener en cuenta para el cálculo del empuje hidrostático del agua.

Si llamamos U y U_2 a las velocidades medias en las secciones analizadas la de la vertical M-b y la de la vertical N-d, y aplicando la ecuación de la continuidad entre ambas, nos da:

$$Q = U \cdot \omega = U_2 \cdot \omega_2$$

donde ω será la sección de aguas vivas en la vertical M-b (a'-e-a'), en tanto que ω_2 será la sección de aguas vivas por la vertical N-d (c'-d-c').

Y por lo tanto, las velocidades en ambas secciones se pueden calcular a través de la expresión anterior, despejando cada una de ellas:

$$U = \frac{Q}{\omega}$$

$$U_2 = \frac{Q}{\omega_2}$$

Ecuaciones N° 68-7

La variación de la cantidad de movimiento será el producto de la masa en la unidad de tiempo por la variación de velocidad entre las secciones analizadas, lo que en ecuaciones nos queda:

$$\rho \cdot Q \cdot (U_2 - U)$$

Ecuación N° 69-7

Esa variación de la cantidad de movimiento se debe igualar a la fuerza resultante que la produce, la que deriva de hacer un equilibrio de fuerzas entre las que producen el movimiento y las que se oponen al mismo.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 7 de 26.

Las fuerzas que producen el movimiento son las fuerzas de presión producto de la validez de la Ley Hidrostática de la canalización, o sea, la presión hidrostática desde la altura libre de agua hasta el fondo b , es decir, la cota de fondo, por lo tanto tendremos en la vertical $M-b$ una sección transversal que sigue el contorno $a'-a-a''-b$, y que llamaremos Ω , porque es la sección total vista hacia aguas arriba. Se desprecia la componente del peso de agua en el sentido de escurrimiento, ya que la pendiente de fondo de canal es muy pequeña; y los frotamientos parietales también, en realidad casi se compensan entre sí

Si recordamos que el empuje hidrostático en una sección resultaba igual al producto de la sección por el peso específico γ del agua, y por la distancia del centro de gravedad de la sección al pelo libre de agua η , entonces tendremos la Ecuación N° 70-7 para el cálculo del empuje resultante de la presión hidrostática:

$$E = \gamma \cdot \eta \cdot \Omega \quad \text{Ecuación N° 70-7}$$

En tanto que en la sección 2, no hay sección de aguas muertas y por lo tanto, la sección total coincide con la sección de aguas vivas ($\Omega_2 = \omega_2$), luego el empuje hidrostático resultante es el de la Ecuación N° 71-7.

$$E_2 = \gamma \cdot \eta_2 \cdot \Omega_2 \quad \text{Ecuación N° 71-7}$$

Remplazando las Ecuaciones N° 71-7, 70-7 y 69-7 en el segundo principio de la mecánica encontramos la siguiente expresión, en la cual también remplazamos las Ecuaciones N° 68-7:

$$\rho \cdot Q \cdot (U_2 - U) = \gamma \cdot \eta \cdot \Omega - \gamma \cdot \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$\rho \cdot Q \cdot \left(\frac{Q}{\omega_2} - \frac{Q}{\omega} \right) = \rho \cdot g \cdot (\eta \cdot \Omega - \eta_2 \cdot \Omega_2)$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} - \frac{Q^2}{g \cdot \omega} = (\eta \cdot \Omega - \eta_2 \cdot \Omega_2)$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega} + \eta \cdot \Omega = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2 \quad \text{Ecuación N° 72-7}$$

La Ecuación N° 72-7 vincula los elementos de la sección aguas arriba y aguas abajo de la transición o de la singularidad, permitiendo calcular una sección (o altura de escurrimiento) conocida la otra.

Esta expresión de constancia, Ecuación N° 73-7, es conocida como la Función Momenta, que es aplicable a cualquier forma de sección transversal:

$$M = \frac{Q^2}{g \omega} + \eta \cdot \Omega = cte \quad \text{Ecuación N° 73-7}$$

Es decir que conocida una sección o altura de escurrimiento, la otra deberá ser tal que satisfaga la Ecuación N° 73-7.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 8 de 26.

Si realizamos el análisis dimensional de la Ecuación N° 73-7, obtenemos que la función Momenta tiene dimensiones de una L^3 .

$$M = \frac{Q^2}{g\omega} + \eta \cdot \Omega = \frac{[L^6 \times T^2]}{[T^2 \times L \times L^2]} + [L \times L^2] = [L^3]$$

Ahora bien, si la función Momenta es constante, y los sumandos de la misma son función de la altura del tirante de agua h , observando la Ecuación N° 73-7, vemos que si

$$h \rightarrow 0 \therefore \omega \rightarrow 0 \therefore M \rightarrow \infty$$

$$h \rightarrow \infty \therefore \omega \rightarrow \infty \therefore M \rightarrow \infty$$

En forma similar a lo que ocurre con la expresión de la función Bernoulli, habrá un mínimo de valor de la función Momenta para un valor determinado de h , para hallar ese valor derivamos entonces la función M respecto a h e igualamos a cero:

$$\frac{dM}{dh} = 0 = -\frac{Q^2}{g \cdot \omega^2} \frac{d\omega}{dh} + \frac{d}{dh}(\eta \cdot \Omega)$$

Ecuación N° 74-7

Para obtener el segundo sumando de la expresión anterior, que es la derivada del momento estático, lo consideramos como el incremento del mismo, y por lo tanto se puede calcular como la diferencia entre el momento estático de la sección incrementada y el momento estático de la sección sin incrementar. Para ello damos un incremento dh a la sección Ω y tomamos el momento de la sección Ω , y del incremento de sección ($l \cdot dh$) respecto del nuevo eje horizontal y le restamos el momento estático $\eta \cdot \Omega$ de la sección sin incrementar, observando la Figura 43-7:

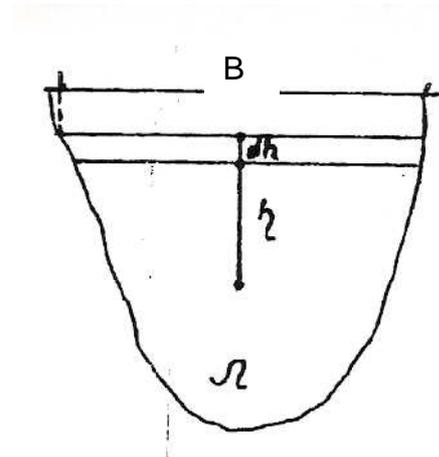


Figura 43-7

$$d(\eta \cdot \Omega)$$

$$\therefore d(\eta \cdot \Omega) = \Omega(\eta + dh) + \underbrace{B \cdot dh \cdot \frac{dh}{2}}_{\approx 0} - \eta \cdot \Omega$$

$$d(\eta \cdot \Omega) = \Omega \eta + \Omega \cdot dh + 0 - \eta \cdot \Omega$$

$$d(\eta \cdot \Omega) = \Omega \cdot dh$$

Por lo tanto, el segundo término de la derivada de la Momenta es: $\frac{d}{dh}(\eta \cdot \Omega) = \Omega$. Luego

reemplazándolo en la Ecuación N° 74-7, nos queda:

$$\frac{dM}{dh} = -\frac{Q^2}{g \cdot \omega^2} \frac{d\omega}{dh} + \Omega = 0$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 9 de 26.

Por definición de ancho superficial de una sección transversal, podemos remplazar como el ancho superficial a $\frac{d\omega}{dh} = B$, y además el cociente del caudal y la sección de aguas vivas es la velocidad de

escurrimiento $\frac{Q^2}{\omega^2} = U^2$, entonces:

$$0 = -\frac{U^2}{g}B + \Omega \Rightarrow U = \sqrt{\frac{g \cdot \Omega}{B}} = U_c$$

La velocidad de escurrimiento cuando la función Momenta es mínima es la velocidad crítica. Por lo tanto, la velocidad en la transición será la crítica y la altura será la crítica.

7.C.2 RELACIÓN ENTRE LA FUNCIÓN BERNOULLI Y LA FUNCIÓN MOMENTA.

Las ecuaciones a analizar son las que corresponden a la función Bernoulli y a la función Momenta, las cuales son:

$$M = \frac{Q^2}{g \cdot \omega} + \Omega \cdot \eta = cte. \qquad B = h + \frac{U^2}{2g}$$

Si graficamos para un caudal constante, vemos que tienen en común h_c , es decir que la ordenada de la altura crítica es la que produce el valor mínimo en ambas funciones, tal como puede verse en la Figura 44-7.

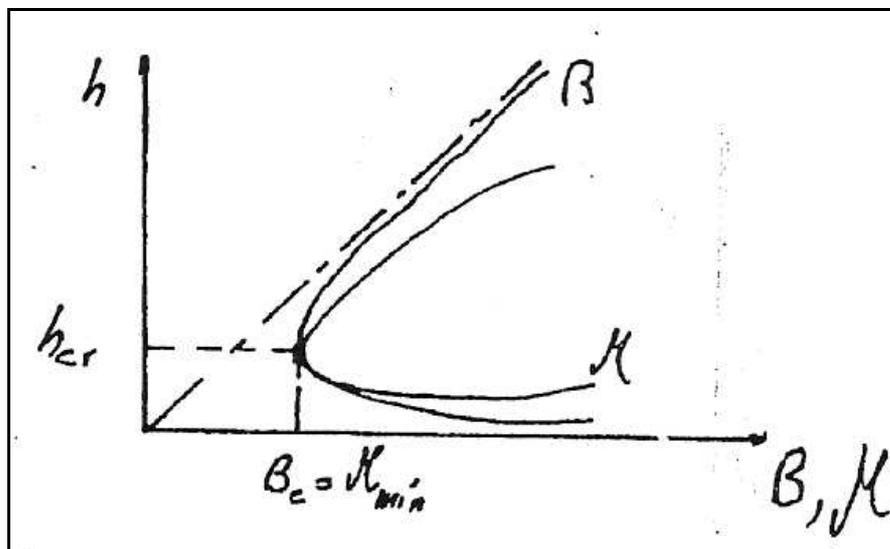


Figura 44-7

La función Bernoulli es asintótica al eje de abscisas y a una recta a 45° , mientras que la función Momenta se desarrolla por dentro de la anterior.

7.C.3 FUNCIÓN MOMENTA EN SECCIONES RECTANGULARES.

Aplicaremos la Ecuación N° 73-7 a secciones rectangulares, analizando cada término de la misma, en la cual las secciones resultan del producto de la altura de agua por el ancho de la sección

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 10 de 26.

transversal aplicada a las secciones 1 y 2: Además la canalización se ensancha en ancho superficial y aumenta la profundidad, tal como puede verse en la Figura 45-7.

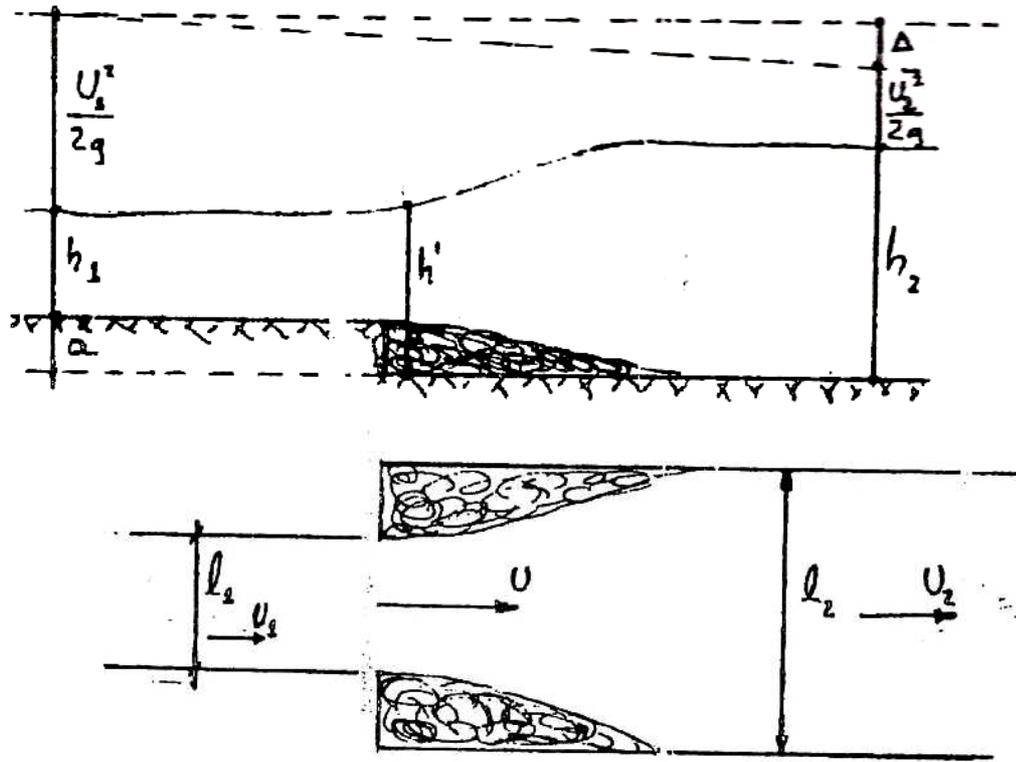


Figura 45-7

En función de la constancia de la función Momenta podemos aplicarlo a las dos secciones, una inmediatamente aguas abajo del escalón de fondo y del ensanche lateral, y la otra aguas abajo de tal singularidad:

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

En el primer miembro de la ecuación anterior, las secciones y las distancias η entonces quedan definidas así. Tomamos el corte vertical por el escalón de fondo y el ensanche lateral, pero definimos la sección de aguas vivas y la sección total mirando hacia aguas arriba desde el mismo. Por lo tanto, la sección total mirando hacia aguas arriba (implica sección de aguas vivas y aguas muertas, es la que produce el empuje hidrostático del agua) tiene una altura igual a la suma de ($h' = h_1 + a$) y un ancho igual a l_2 , mientras que la sección de aguas vivas (la que produce la variación de la cantidad de movimiento) tiene un ancho l_1 y una altura h_1 . La distancia desde el baricentro de la sección a la altura de agua es la mitad de la altura h' , ya que la sección es rectangular. En este caso la baja curvatura de las líneas de corriente hace que podamos adoptar la siguiente igualdad: $h' = h_1 + a$.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 11 de 26.

$$\omega_1 = l_1 \cdot h_1$$

$$\Omega = (h_1 + a) \cdot l_2$$

$$\eta_1 = \frac{h_1 + a}{2}$$

Mientras que para la sección 2, no hay tantas variantes, sino que la sección total es igual a la de aguas vivas, porque no hay aguas muertas, y por lo tanto, ambas resultan igual al producto del ancho l_2 por la altura h_2 . La distancia desde el baricentro de la sección a la altura de agua es la mitad de la misma, ya que la sección es rectangular.

$$\Omega_2 = h_2 \cdot l_2$$

$$\eta_2 = \frac{h_2}{2}$$

Reemplazando:

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega_1} + \eta_1 \cdot \Omega_1 = \frac{Q^2}{g \cdot \omega_2} + \eta_2 \cdot \Omega_2$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot l_1 \cdot h_1} + \frac{h_1 + a}{2} (h_1 + a) \cdot l_2 = \frac{Q^2}{g \cdot h_2 \cdot l_2} + h_2 \cdot l_2 \frac{h_2}{2}$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot l_1 \cdot h_1} + \frac{(h_1 + a)^2}{2} \cdot l_2 = \frac{Q^2}{g \cdot h_2 \cdot l_2} + l_2 \frac{h_2^2}{2}$$

Podemos escribir:

$$\frac{Q^2}{g \cdot h_2 \cdot l_2} - \frac{Q^2}{g \cdot l_1 \cdot h_1} = \left[-\frac{h_2^2}{2} + \frac{(h_1 + a)^2}{2} \right] \cdot l_2$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot l_2^2} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{l_2}{l_1} \frac{1}{h_1} \right) = \frac{(h_1 + a)^2}{2} - \frac{h_2^2}{2}$$

Para simplificar la expresión matemática de la función momenta, se adopta otra nomenclatura ,

llamando: $n = \frac{l_2}{l_1}$, $X_1 = \frac{h_1}{h_{c2}}$, $X_2 = \frac{h_2}{h_{c2}}$, $K = \frac{a}{h_{c2}}$

Si recordamos la expresión de la altura crítica aguas abajo: $\frac{Q^2}{g \cdot l_2^2} = h_{c2}^3$ y la reemplazamos

$$h_{c2}^3 \cdot \left(\frac{1}{h_2} - n \frac{1}{h_1} \right) = \frac{(h_1 + a)^2}{2} - \frac{h_2^2}{2}$$

$$\frac{h_{c2}}{h_2} - n \frac{h_{c2}}{h_1} = \frac{(h_1 + a)^2}{2 \cdot h_{c2}^2} - \frac{h_2^2}{2 \cdot h_{c2}^2}$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

Ecuación N° 75-7

La Ecuación N° 75-7 es la expresión de la Función Momenta para canalizaciones rectangulares con ensanche brusco de fondo y lateral.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 12 de 26.

Existen distintos casos de aplicación, como por ejemplo ensanches laterales sin escalón de subida o bajada, o bien escalones de fondo sin ensanchamientos laterales. Pero en general, el problema consistirá en conocer las condiciones de escurrimiento o bien de aguas arriba para calcular los correspondientes aguas abajo, o el caso inverso.

7.C.3.1 Ensanche por variación brusca de la sección mojada, sin variación de la forma y magnitud del canal.

Este caso particular equivale a remplazar en la Ecuación N° 75-7 los valores de $n=1$ y $K=0$, ya que no hay escalón de fondo, ni cambios laterales de ancho de la canalización, por lo tanto la ecuación queda:

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{X_1^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} \quad \text{Ecuación N° 76-7}$$

La Ecuación N° 76-7 es la ecuación del resalto en un canal rectangular, que estudiaremos en detalle en el próximo ítem.

7.C.3.2 Ensanche brusco por simple variación de la cota de fondo (escalón de fondo).

Es el caso de los escalones de bajada y de las barreras de fondo o vertederos ahogados. Las condiciones aguas arriba, para que haya un ensanche, pueden ser de torrente o de río, mientras que las de aguas abajo siempre serán de río.

Si por condiciones especiales (pendiente fuerte o una compuerta) existe un régimen de torrente sobre el escalón, este torrente no se influye por aguas abajo, pues el río que existe inmediatamente después del ensanche de fondo puede ser capaz de ahogar dicho torrente, pero no modificarlo.

En el caso del ensanche de una corriente torrencial que llega hasta el escalón, la misma se ensancha sumergiéndose o yéndose hacia la superficie. En el segundo caso es válida la ley hidrostática y por lo tanto, se puede aplicar la Ecuación N° 75-7, que queda simplificada a:

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{(X_1 + K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} \quad \text{Ecuación N° 77-7}$$

Se han desarrollado ábacos donde se relacionan los valores de X_1 , X_2 y K , contemplando los posibles escurrimientos y características de la lámina, (superficial, sumergida, etc.), los que puede consultarse en "Hidráulica" de Francisco J. Domínguez.

7.C.3.3 Ensanche por simple variación del ancho del canal.

La Ecuación N° 75-7, que queda simplificada a:

$$\frac{1}{X_2} - \frac{n}{X_1} = \frac{X_1^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} \quad \text{Ecuación N° 78-7}$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 13 de 26.

7.C.3.4 Ensanche con variación brusca del ancho y la cota de fondo.

La Ecuación N°75-7 es la que se aplica en este caso.

7.C.4 MOMENTA EN EL RESALTO HIDRÁULICO.

El resalto hidráulico es un fenómeno que consiste en el ensanche brusco de la corriente sin que exista ningún cambio en la sección del canal, sólo debido a cambios en la pendiente de fondo del mismo. Es un fenómeno hidráulico que consiste en un movimiento de rolido horizontal y de fuerte disipación de energía que se produce únicamente cuando pasamos de un río a un torrente.

Se puede originar por distintas condiciones que alteran el escurrimiento normal, por ejemplo, la presencia de un vertedero, un cambio de pendiente, un cambio de sección, entre otros.

Las aplicaciones prácticas del resalto hidráulico incluyen:

- ⊙ La disipación de la energía del agua que fluye sobre presas, vertederos, y otras estructuras hidráulicas, y así prevenir la socavación aguas debajo de las mismas.
- ⊙ Recuperar altura o aumentar el nivel de agua hacia aguas abajo en una canaleta de medición y mantener un nivel alto de agua en un canal de riego o de cualquier estructura de distribución de aguas.
- ⊙ Para indicar condiciones especiales de flujo, como la existencia de régimen de torrente (supercrítico) o la presencia de una sección de control, de tal manera que pueda localizarse una estación de aforo.
- ⊙ Mezclar químicos utilizados en la purificación del agua para consumo poblacional.
- ⊙ Airear el agua o remover bolsas de aires en las líneas de suministro de agua y prevenir los taponamientos por aire.

Para un canal en régimen de torrente o supercrítico, la energía se disipa a través del frotamiento con las paredes y a lo largo del canal, dando como resultado un descenso de la velocidad y un incremento en la profundidad del agua en la dirección del escurrimiento.

Veamos qué ocurre desde dos puntos de vista diferentes:

- ✓ Energético
- ✓ Cinemático

Para estudiar el fenómeno hidráulico resalto, desde el punto de vista energético, vamos a graficar uno y determinar cuáles son las magnitudes características, las que aparecen en Figura 46-7.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 14 de 26.

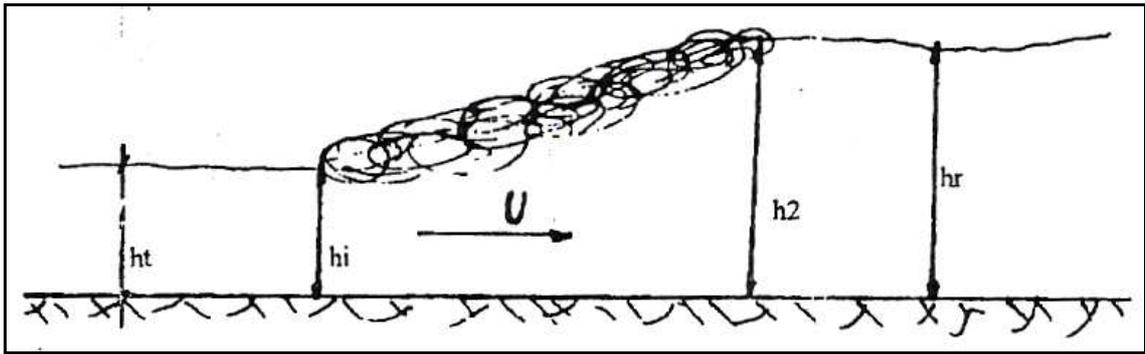


Figura 46-7

La altura inicial del resalto corresponde a una altura de torrente, mientras que la altura final del resalto corresponde a una altura de río. O sea que, se pasa de régimen de torrente a régimen de río. Si dichas alturas de escurrimiento las indicamos en el gráfico de la función Bernoulli a caudal constante, obtenemos el gráfico de la Figura 47-7 (ver Unidad 2), en el cual se indican las alturas h_t y h_r , que corresponden a las alturas inicial y final del resalto.

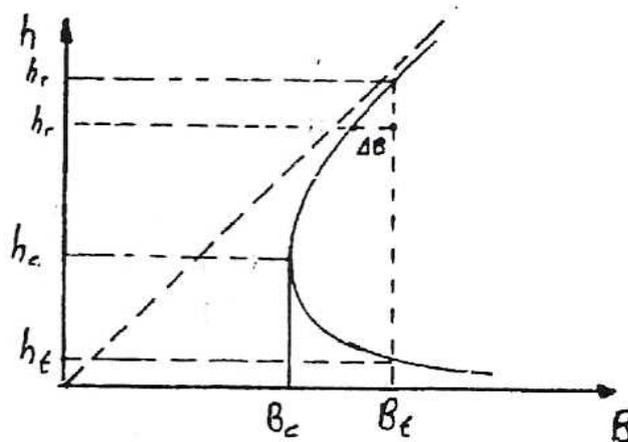


Figura 47-7

Para un valor de Bernoulli (B_i) corresponden dos alturas una h_t y otra h_r . Si la altura inicial del resalto es h_t es de torrente le corresponderá al pasar a río una h_r , pero como sabemos que existe una pérdida de energía en el resalto, habrá un ΔB a partir del cual se obtiene la altura de río menor correspondiente, la que es la altura final del resalto. Y ΔB es la pérdida de energía del ensanche brusco de la corriente líquida debida al resalto.

Mientras que desde el punto de vista cinemático, el resalto es una onda estacionaria de traslación de alta amplitud, tal como fue casificada en la Unidad 6.

Recordando los conceptos dados en la Unidad 6, la velocidad de las ondas de traslación se calcula con la Ecuación N°41-6:

$$c = \sqrt{g \cdot h} \left(1 + \frac{3 \varepsilon}{4 h} \right)$$

Ecuación N°41-6

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 15 de 26.

En donde c es la celeridad de la onda, h es la altura de escurrimiento del agua, y ϵ es la amplitud de la onda, que para el caso del resalto se calcula así $\epsilon = h_f - h_i$, tal como puede verse en la Figura 48-7.

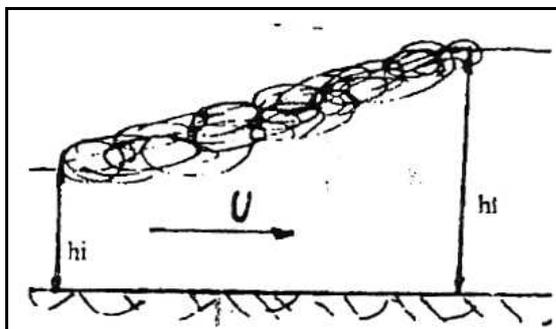


Figura 48-7

Para el caso de un resalto completo y estable, como el de la Figura 48-7, la relación entre la altura final y la inicial del mismo, es aproximadamente dos, $\frac{h_f}{h_i} = 2$. Es decir que, $h_f = 2 h_i$, el resalto se estabiliza y se hace estacionario. En ese momento el valor de la velocidad de traslación o celeridad resulta:

$$c = \sqrt{g \cdot h} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{h}{h} \right) = \sqrt{g \cdot h} \cdot 1,75$$

$$c = \sqrt{g \cdot h} \cdot 1,75$$

$$c = 1,75 \cdot U_c$$

Como el N° de Froude se calcula como $Fr = \frac{U}{\sqrt{g \cdot h}}$, luego para resalto estacionario el N° de Froude tiene que ser por lo menos igual a 1,75.

Es decir que, el torrente del resalto deberá tener un $Fr \geq 1,75$, para el cual le corresponderá un solo valor de h_f , que lo obtendremos a partir de la Función de la Momenta.

Si el Fr tiende al valor 1, tendremos un resalto ondulatorio, tal como el de la Figura 49-7, y el resalto tiende a desaparecer.

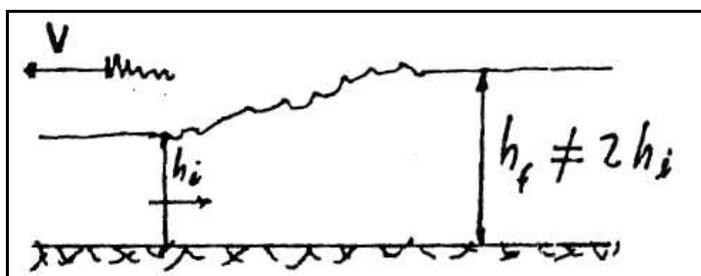


Figura 49-7

En este caso si bien $Fr < 1,75$, las ondas que se producen se propagan hacia aguas arriba, ya que la celeridad resulta mayor que la velocidad crítica ($c > U_c$).

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 16 de 26.

Si ahora aplicamos el segundo principio de la mecánica al resalto, debemos analizar cuáles son las secciones de aguas vivas, las de aguas muertas y las totales, para lo cual veremos la Figura 50-7.

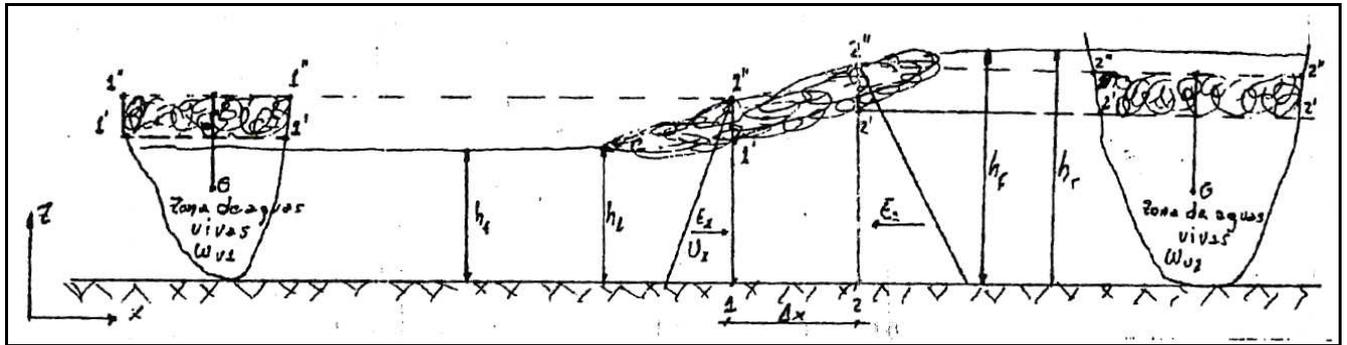


Figura 50-7

El Principio de Variación de la Cantidad de Movimiento nos dice que la resultante de las fuerzas actuantes resulta igual a la masa en la unidad de tiempo multiplicada por la variación de la velocidad entre dos secciones transversales:

$$F = \frac{m}{\Delta t} \cdot \Delta U$$

La variación de la velocidad la obtenemos de la aplicación de la ecuación de la continuidad entre las secciones 1 y 2 de la Figura 50-7.

$$Q = U_1 \omega_1 = U_2 \omega_2 \Rightarrow U_1 = \frac{Q}{\omega_1} \Rightarrow U_2 = \frac{Q}{\omega_2}$$

Las secciones de aguas vivas son ω_1 y ω_2 , y están representadas por las alturas 1-1' y 2-2' en la Figura 50-7.

Las fuerzas actuantes son los empujes hidrostáticos en ambas secciones transversales, uno en sentido del escurrimiento y el otro en sentido contrario. Se desprecia la componente del peso de agua en el sentido de escurrimiento, ya que la pendiente de fondo de canal es muy pequeña; y los frotamientos parietales también, en realidad casi se compensan entre sí.

$E_1 = \gamma \cdot \eta_1 \cdot \Omega_1$, donde Ω_1 es la sección de aguas vivas más la sección de aguas muertas, o sea la sección total, la altura 1-1'' en la Figura 50-7.

$E_2 = \gamma \cdot \eta_2 \cdot \Omega_2$, donde Ω_2 es la sección de aguas vivas más la sección de aguas muertas, o sea la sección total, la altura 2-2'' en la Figura 50-7.

Remplazando:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 17 de 26.

$$\underbrace{\frac{\rho \cdot Q}{\Delta t}}_m \cdot \underbrace{(U_2 - U_1)}_{\Delta U} = \underbrace{\gamma \cdot \Omega_1 \cdot \eta_1}_{E_1} - \underbrace{\gamma \cdot \Omega_2 \cdot \eta_2}_{E_2}$$

$$\rho \cdot Q \cdot \left(\frac{Q}{\omega_2} - \frac{Q}{\omega_1} \right) = \rho \cdot g \cdot (\Omega_1 \cdot \eta_1 - \Omega_2 \cdot \eta_2)$$

$$\frac{Q^2}{g\omega_2} - \frac{Q^2}{g\omega_1} = \Omega_1 \cdot \eta_1 - \Omega_2 \cdot \eta_2$$

$$\frac{Q^2}{g\omega_2} + \Omega_2 \cdot \eta_2 = \frac{Q^2}{g\omega_1} + \Omega_1 \cdot \eta_1 = M$$

Esta es la ecuación de la Función Momenta para el resalto y se cumplirá además en las secciones inicial y final del mismo.

$$\frac{Q^2}{g\omega_f} + \Omega_f \cdot \eta_f = \frac{Q^2}{g\omega_i} + \Omega_i \cdot \eta_i = M$$

Ecuación N° 79-7

La Ecuación N° 79-7 es la **FUNCIÓN MOMENTA TERMINAL VÁLIDA PARA SECCIONES DE CUALQUIER FORMA**, donde las alturas h_i y h_f son específicas, es decir conjugadas, producida una de ellas la otra posee un único valor, son biunívocas.

Si graficamos la función Momenta en función de la altura obtenemos un gráfico como el de la Figura 51-7, en el cual el valor mínimo de la misma corresponde a la altura crítica. Además sabemos que para que exista resalto el $Fr \geq 1,75$, por lo que si adoptamos la Momenta que corresponde a un $Fr=1,75$ tendremos las dos alturas conjugadas, una menor que corresponde al torrente y una mayor que corresponde al río del resalto.

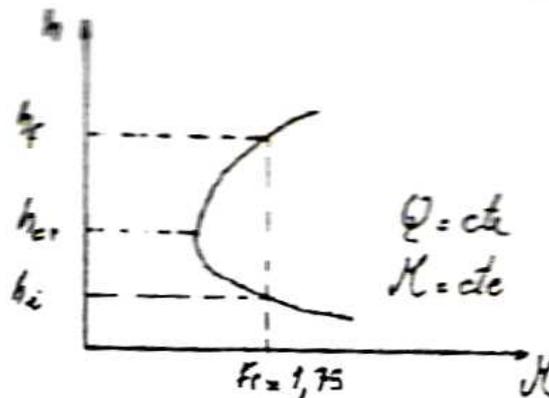


Figura 51-7

Ahora si aplicamos la Función Momenta en el resalto para canales rectangulares, existen algunas simplificaciones en la expresión de la Ecuación N° 79-7.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 18 de 26.

$$\frac{Q^2}{g\omega_f} + \Omega_f \cdot \eta_f = \frac{Q^2}{g\omega_i} + \Omega_i \cdot \eta_i = M$$

$$\omega_f = \Omega_f = h_f \times l_f$$

$$\omega_i = \Omega_i = h_i \times l_i$$

$$l_f = l_i = l$$

$$\frac{Q^2}{g \times h_f \times l} + h_f \times l \times \frac{h_f}{2} = \frac{Q^2}{g \times h_i \times l} + h_i \times l \times \frac{h_i}{2}$$

$$h_c^3 = \frac{Q^2}{l^2 g}$$

$$\frac{Q^2 l}{g \times l l} + \frac{h_f^2}{2} \times l = \frac{Q^2 l}{g \times l l} + \frac{h_i^2}{2} \times l$$

$$\frac{h_c^3 \times l}{h_f} + \frac{h_f^2}{2} \times l = \frac{h_c^3 \times l}{h_i} + \frac{h_i^2}{2} \times l$$

$$\frac{h_c^3}{h_f} + \frac{h_f^2}{2} = \frac{h_c^3}{h_i} + \frac{h_i^2}{2}$$

Ecuación N° 80-7

$$X_f = \frac{h_f}{h_c} \Rightarrow X_i = \frac{h_i}{h_c}$$

$$\frac{h_c^2}{X_f} - \frac{h_c^2}{X_i} = \frac{h_i^2}{2} - \frac{h_f^2}{2}$$

$$\frac{1}{X_f} - \frac{1}{X_i} = \frac{h_i^2}{h_c^2 \times 2} - \frac{h_f^2}{h_c^2 \times 2} = \frac{X_i^2}{2} - \frac{X_f^2}{2}$$

$$\frac{1}{X_f} - \frac{1}{X_i} = \frac{X_i^2}{2} - \frac{X_f^2}{2}$$

Ecuación N° 81-7

La Ecuación N° 81-7 es la ecuación de la momenta aplicada al resalto en canales de sección rectangular.

Si analizamos la Ecuación N° 80-7 y operamos matemáticamente con ella, nos queda la siguiente expresión:

$$\frac{h_c^3}{h_f} + \frac{h_f^2}{2} = \frac{h_c^3}{h_i} + \frac{h_i^2}{2}$$

$$h_c^3 \left(\frac{1}{h_f} - \frac{1}{h_i} \right) = \frac{h_i^2}{2} - \frac{h_f^2}{2} = \frac{h_i^2 - h_f^2}{2} = \frac{(h_i + h_f)(h_i - h_f)}{2}$$

$$h_c^3 \left(\frac{h_i - h_f}{h_f \cdot h_i} \right) = \frac{(h_i + h_f)(h_i - h_f)}{2}$$

$$h_c^3 = \frac{(h_i + h_f)}{2} \cdot h_f \cdot h_i$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 19 de 26.

Con esta última expresión podemos conocer las alturas conjugadas del resalto, incluyendo los conceptos de X_i y X_f .

$$2.h_c^3 = h_f^2.h_f + h_f^2.h_i$$

$$2 = \frac{h_f^2.h_f}{h_c^3} + \frac{h_f^2.h_i}{h_c^3} = X_i^2.X_f + X_f^2.X_i$$

$$X_i^2.X_f + X_f^2.X_i - 2 = 0$$

Ecuación N° 82-7

La Ecuación N° 82-7 es una ecuación de segundo grado, en la cual puede ser incógnita tanto X_i como X_f , pero conocida una se calcula la otra a través de dicha ecuación. Las dos soluciones obtenidas de esta ecuación de segundo grado corresponden a la altura inicial y a la altura final del resalto. Por eso se dice que ambas son biunívocas, porque conocida una la otra se calcula con la ecuación de segundo grado y entre las soluciones se encuentra la altura que sirvió de dato.

Si aplicamos la solución de la ecuación cuadrática nos queda, si la incógnita es X_i :

$$X_i^2.X_f + X_f^2.X_i - 2 = 0$$

$$X_i = -\frac{X_f}{2} \pm \sqrt{\frac{X_f^2}{4} + \frac{2}{X_f}}$$

Ecuación N° 83-7

De la Ecuación N° 83-7 se obtienen dos soluciones, una de ellas es el dato X_f y la otra la incógnita buscada X_i .

Si la incógnita es X_f la solución de la ecuación cuadrática es la siguiente:

$$X_i^2.X_f + X_f^2.X_i - 2 = 0$$

$$X_f = -\frac{X_i}{2} \pm \sqrt{\frac{X_i^2}{4} + \frac{2}{X_i}}$$

Ecuación N° 84-7

De la Ecuación N° 84-7 se obtienen dos soluciones, una de ellas es el dato X_i y la otra la incógnita buscada X_f .

Ahora vamos a demostrar que siempre $h_i < h_f$, para ello hacemos un estudio energético del problema.

Partimos de la Ecuación N° 73-7 a la que derivamos e igualamos a cero porque la función momenta permanece constante.

$$\frac{dM}{dh} = -\frac{Q^2}{g.\omega^2} d\omega + \Omega.d\eta = 0$$

Ecuación N° 85-7

El segundo término es obtenido en forma análoga a lo visto en variaciones de sección o bien de la siguiente manera:

$\eta.\Omega =$ Momento Estático S de la sección transversal respecto de la superficie libre del agua.

$$\eta.\Omega = S$$

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 20 de 26.

$$S + ds = (\Omega + d\Omega)(\eta + d\eta)$$

$$S + dS = \underbrace{\Omega \cdot \eta}_S + \Omega \cdot d\eta + d\Omega \cdot \eta + d\Omega \cdot d\eta$$

$$dS = \Omega \cdot d\eta$$

Consideramos $d\Omega \cdot d\eta = 0$ y $d\Omega \cdot \eta = 0$

Si ahora analizamos la función Bernoulli de la misma manera que la anterior:

$$B = h + \frac{U^2}{2g} = \text{cte.}$$

$$B = h + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot \omega^2} = \text{cte.}$$

$$dB = dh - \frac{2 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot \omega^3} d\omega$$

Pero de la Ecuación N° 85-7:

$$\frac{Q^2}{g \cdot \omega^2} d\omega = \Omega \cdot d\eta$$

$$dB = dh - \frac{\Omega}{\omega} d\eta$$

En este caso la altura de agua h se mide igual que la distancia η , de modo que son equivalentes como variables de una función, y las podemos llamar a ambas h :

$$dB = dh \cdot \left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right)$$

Si integramos la energía a toda la corriente entre dos secciones 1 y 2:

$$B_2 - B_1 = (h_2 - h_1) \left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right)$$

O bien:

$$B_1 - B_2 = (h_2 - h_1) \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)$$

Como $B_1 - B_2$ siempre va a resultar positivo, por cuanto para que haya escurrimiento es condición necesaria. El término $\left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)$, también será siempre positivo, ya que la sección total será mayor que la de aguas vivas. Y para que se cumpla la igualdad planteada es necesario entonces que $h_2 > h_1$, en síntesis el ensanche se produce desde aguas arriba hacia aguas abajo.

7.C.4.1 Longitud del resalto.

La longitud del resalto se la puede definir como la distancia medida desde la sección en donde se produce la altura inicial hasta la sección en donde se produce la altura final del resalto.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 21 de 26.

Hemos determinado las alturas conjugadas a través de la ecuación de la Momenta, en cambio para el cálculo de la longitud del resalto existen fórmulas experimentales, que fueron desarrolladas por diferentes investigadores para canales en sección rectangular.

Citamos a continuación algunas, en todas ellas:

$$L = \frac{l}{h_c}, \quad l = \text{longitud del resalto}, \quad X_i = \frac{h_i}{h_c} \quad \text{y} \quad X_f = \frac{h_f}{h_c}.$$

AUTOR	FÓRMULA	ECUACIÓN N°
Fórmula de Alamos y Gallardo	$L = 18 - 20 X_i$, para canales sin pendiente	Ecuación N° 86-7
Fórmula de Safranez	$L = 4,5 X_f$	Ecuación N° 87-7
Fórmula de Miami Conservancy District	$L = 5(X_f - X_i)$	Ecuación N° 88-7
Fórmula de Ovalle y Domínguez	$L = 1,5 \left(\frac{X_f}{X_i} - 0,8 \right)$, válida para $2 < X_f/X_i < 16$	Ecuación N° 89-7
Fórmula de Woycicki para resaltos completos	$L = (X_f - X_i) \left(8 - 0,05 \frac{X_f}{X_i} \right)$	Ecuación N° 90-7
Fórmula de Woycicki para resaltos incompletos	$L = (X_f - X_i) \left(6 - 0,05 \frac{X_f}{X_i} \right)$	Ecuación N° 91-7

Los datos experimentales sobre la longitud del resalto pueden graficarse en función del Fr. En la Figura 52-7 se grafica en el eje de las abscisas el Fr y en el eje de las ordenadas la relación longitud del resalto sobre la altura conjugada mayor del mismo, para canales rectangulares de poca pendiente de fondo y elaborado en base a los datos y recomendaciones del U.S. Bureau of Reclamation. Dicha curva se basó en los datos experimentales de 6 canaletas de prueba.

En dicho gráfico se puede ver que a medida que aumenta el Fr aumenta la longitud del resalto hasta un valor de Fr=9 (resalto estable), a partir del cual la longitud comienza a disminuir (resalto fuerte).

Para el caso de canales trapeciales, en ausencia de otros datos, se pueden usar las fórmulas anteriores y también puede utilizarse el gráfico de la Figura 52-7.

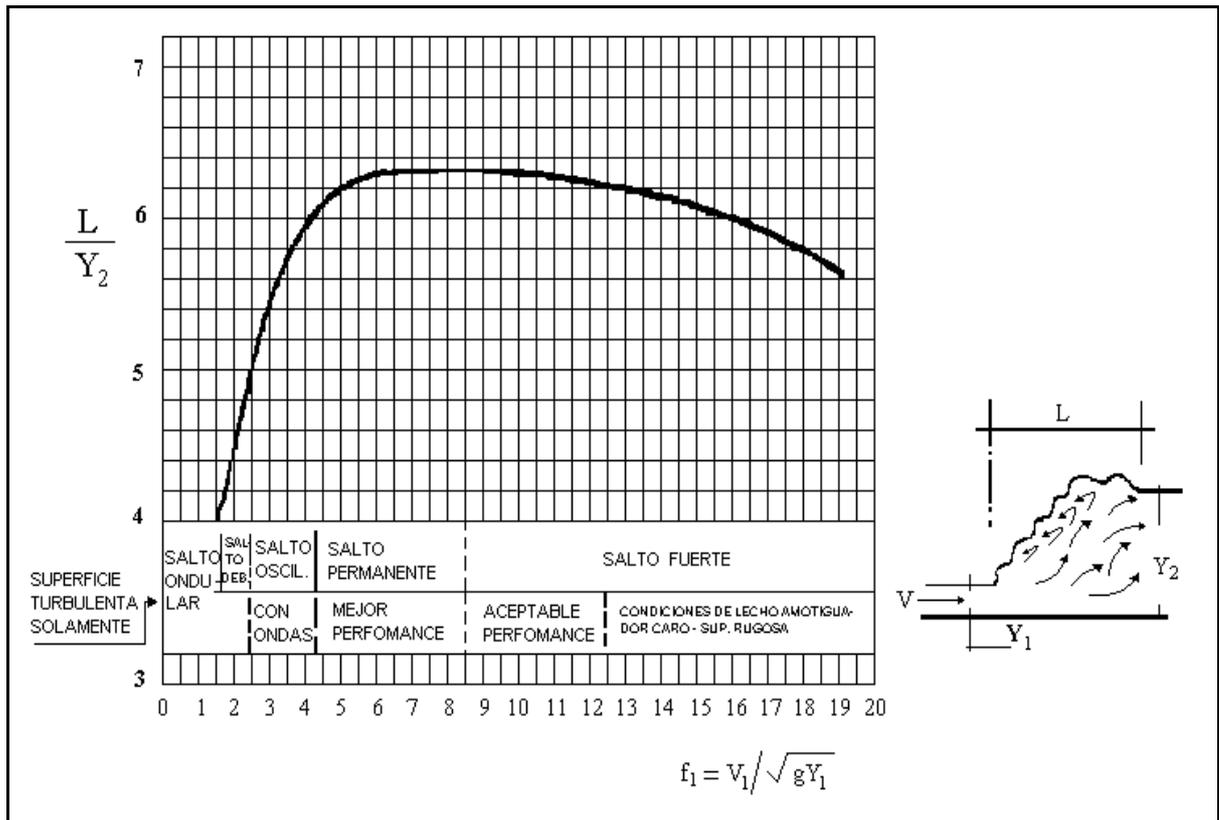


Figura 52-7

7.C.4.2 Tipos de resalto.

Los resaltos hidráulicos en canales rectangulares de poca pendiente se clasifican en varias clases. Según estudios realizados por el U. S. Bureau of Reclamation se pueden clasificar según el número de Froude (Fr) del régimen de torrente del mismo en (ver Figura 53-7):

- ⊙ **RESALTO ONDULATORIO**, cuando $1 < Fr \leq 1,75$. Las superficie del agua muestra ondulaciones.
- ⊙ **RESALTO DÉBIL**, cuando $1,75 < Fr \leq 2,5$. Se desarrolla una serie de remolinos sobre la superficie del resalto, pero la superficie hacia aguas abajo permanece uniforme. La velocidad a través de la sección es razonablemente uniforme y la pérdida de energía es baja.
- ⊙ **RESALTO OSCILANTE**, cuando $2,5 < Fr \leq 4,5$. Existe un chorro oscilante que entra desde el fondo del resalto hasta la superficie. Cada oscilación produce una onda grande con período irregular, muy comunes en los canales, que puede viajar a lo largo de varios metros causando daños en enrocados o taludes laterales de protección.
- ⊙ **RESALTO ESTABLE**, cuando $4,5 < Fr < 9,0$. La sección final del remolino superior del resalto y la altura final del resalto coinciden en una misma sección transversal. La acción y la posición de este resalto son menos sensibles a la variación de la altura de agua aguas abajo del mismo (es más difícil de ahogar). El resalto se encuentra bien balanceado desde el punto de

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 23 de 26.

vista energético, y su comportamiento es el mejor. La disipación de energía varía entre el 45% y el 70% de la energía del torrente.

- © **RESALTO FUERTE**, cuando $Fr_1 \geq 9.0$. El escurrimiento de torrente de alta velocidad choca con los vórtices descendentes generando ondas hacia aguas abajo, y puede prevalecer una superficie rugosa. La acción del resalto es brusca, pero efectiva, ya que la disipación de energía puede alcanzar el 85%.

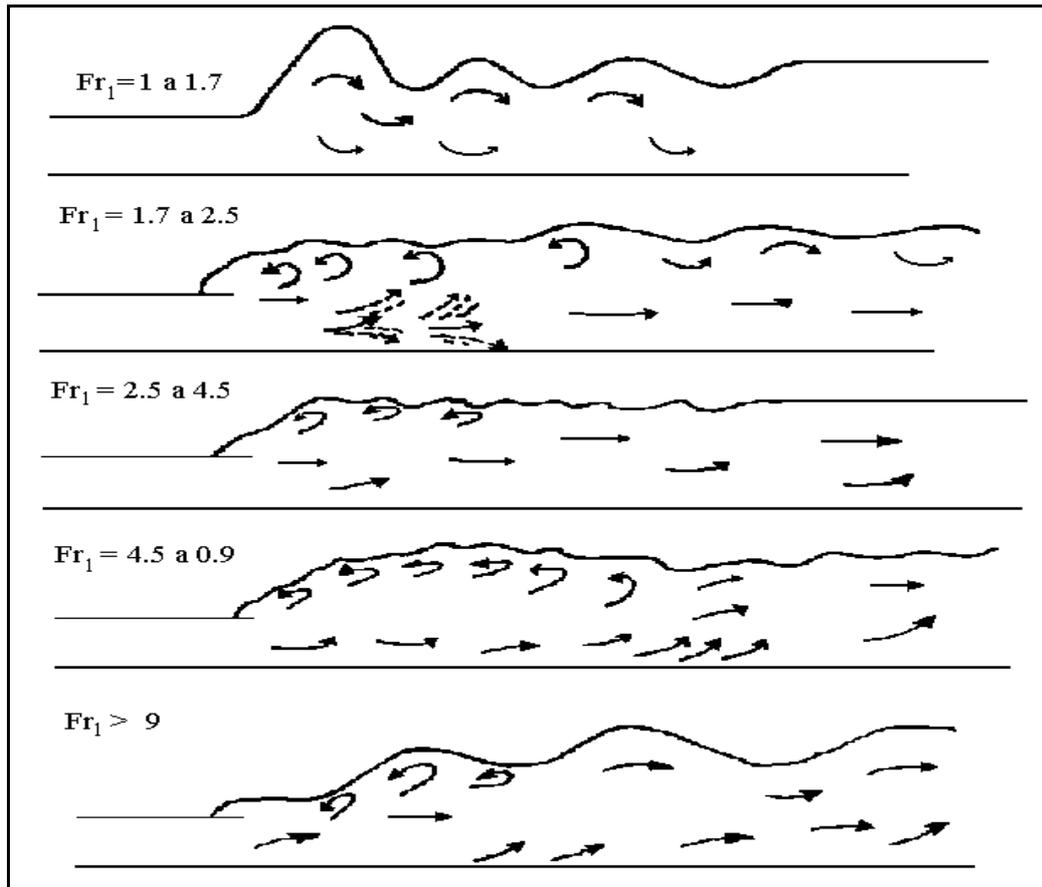


Figura 53-7

7.C.4.3 Perfil superficial de un resalto.

El conocimiento del perfil superficial de un resalto es necesario en el diseño de la altura total de coronamiento del canal en donde se producirá dicho resalto. También es muy importante para saber la presión que debe utilizarse en el diseño estructural del canal, debido a que experiencias realizadas han demostrado que la presión vertical en la solera del canal bajo un resalto hidráulico es prácticamente la misma que indicaría la altura de agua sobre la misma.

Bakhmeteff y Matzke, experimentalmente en resaltos bajo compuertas deslizantes, encontraron que el perfil superficial de un resalto hidráulico puede ser representado mediante curvas adimensionales para varios valores del Fr , tal como se muestra en la Figura 54-7, en donde en el eje de las ordenadas se da el cociente entre la altura del perfil y la amplitud del resalto ($h_f - h_i$), mientras que en el eje de las abscisas tenemos la distancia horizontal sobre la misma amplitud del resalto. Vemos que

a igualdad de los valores de x (abscisa) los valores de y (altura del resalto) son mayores mientras menores son los valores del Fr .

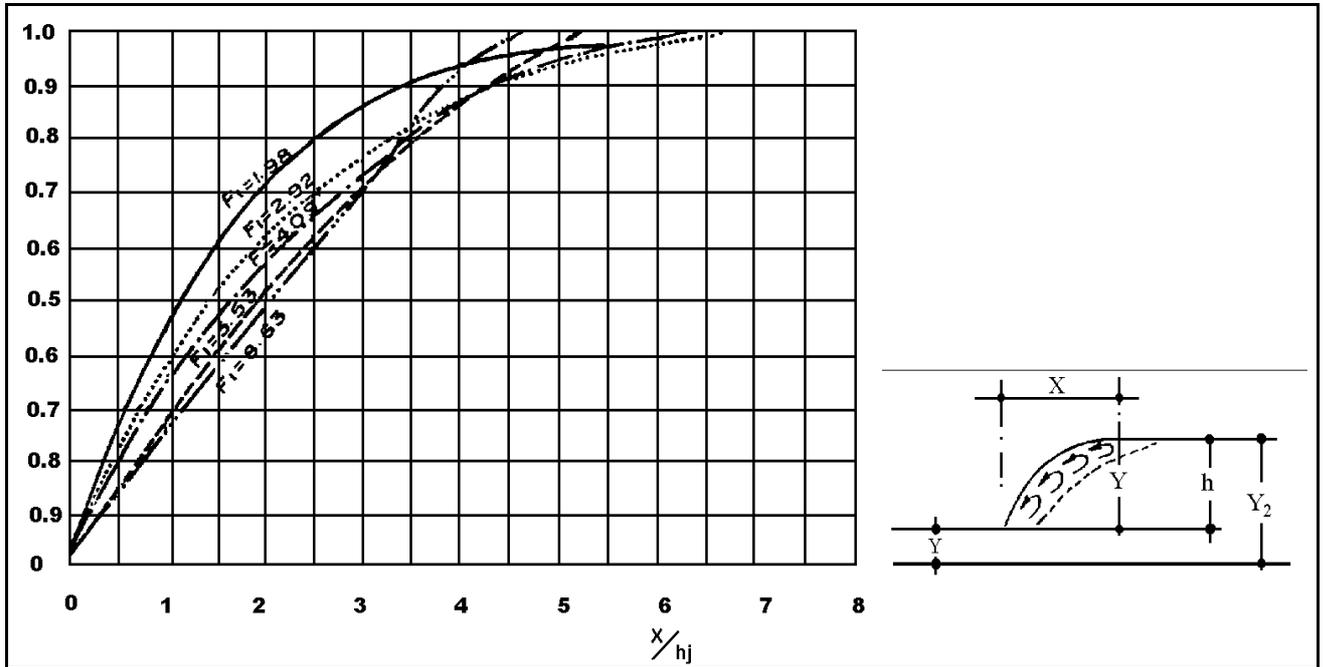


Figura 54-7

7.C.4.4 Localización del resalto hidráulico.

La ubicación del resalto hidráulico depende de las condiciones de flujo tanto aguas arriba como aguas abajo. Para la explicación de este aspecto, consideremos el caso del flujo a través de una compuerta. Aguas abajo, el nivel de agua es influenciado por algún elemento de control, como por ejemplo una estructura transversal tipo vertedero, tal como puede verse en la Figura 55-7.

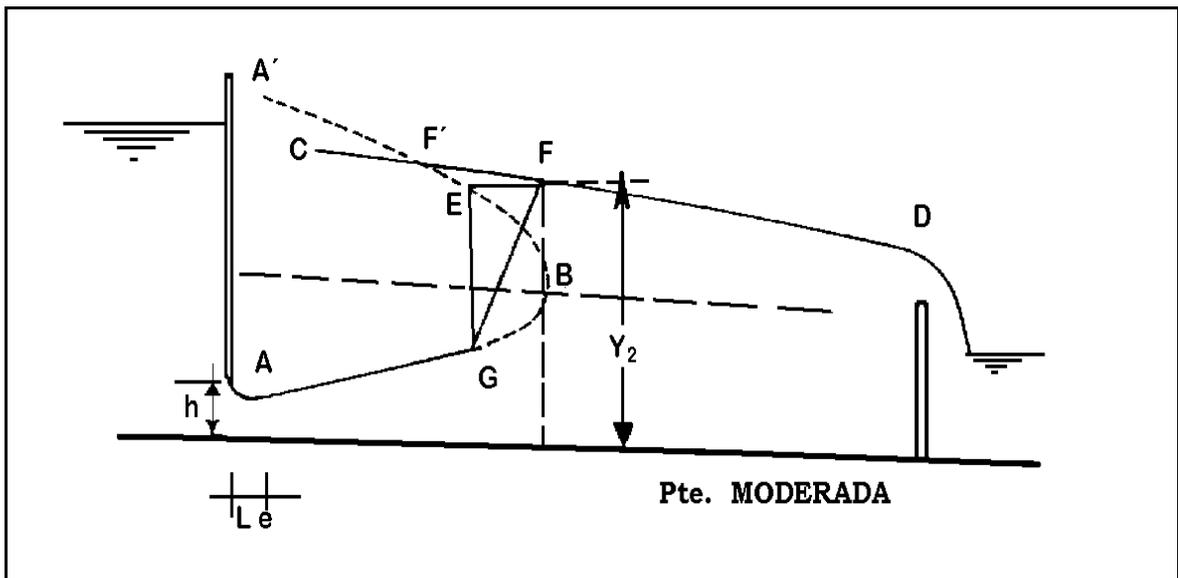


Figura 55-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 25 de 26.

Por un lado, el tirante alcanza su mínimo valor inmediatamente aguas abajo de la compuerta, este se incrementa gradualmente en régimen supercrítico o de torrente en dirección aguas abajo. Por otro lado el tirante aguas abajo se desarrolla a través de una curva de remanso incrementándose hacia aguas arriba en régimen subcrítico o de río.

En la sección A, el chorro que se desplaza desde la compuerta, tiene un tirante h_{1A} y requiere, para la formación del resalto, un tirante conjugado h_{2A} , sin embargo el tirante real en esa sección es menor al requerido. Bajo estas condiciones el chorro líquido continúa su movimiento hacia aguas abajo, incrementando el tirante, y por lo tanto, reduciendo su energía cinética. En una sección G el tirante conjugado requerido h_{2A} alcanzará una magnitud equivalente al tirante existente, presentándose las condiciones para la formación de un resalto hidráulico.

7.C.4.5 Influencia de la pendiente. Resaltos en lechos inclinados.

Cuando se hizo el estudio de las fuerzas intervinientes que producían la variación de cantidad de movimiento en un resalto se despreció la componente del peso en la dirección del escurrimiento, porque para pendientes de fondo suaves la misma es despreciable. No obstante, si las pendientes son fuertes dicha componente del peso del agua tiene influencia en la ecuación de la Momenta. Entonces las componentes a evaluar son:

F_p que es la componente de peso propio, que se despreció por cuantos las pendientes de los canales frecuentes es muy pequeña, y la analizaremos en canales de fuerte pendiente.

F_r que es la fuerza de frotamiento con las paredes de la canalización, derivada de la tensión de corte hidráulico $\tau_o = \gamma \cdot R_H \cdot J$, que en la integración en la distancia x resulta así:

$$F_r = \int_x^{x+dx} \underbrace{\gamma \cdot J \cdot R_H}_{\tau_o} \cdot d\omega'$$

J es la pérdida de carga por unidad de peso y longitud, y es variable a lo largo del resalto.

$d\omega'$ es la superficie lateral diferencial en la que actúa la tensión de corte hidráulico, cuya ley de variación respecto de x es muy difícil de determinar.

El valor final de incidencia de esta fuerza de frotamiento es despreciable frente a los otros tres sumandos, por eso no se la considera en el cálculo de la fuerza resultante.

Ahora aplicamos el segundo principio de la mecánica para el resalto, considerando la componente del peso en la dirección del movimiento con signo positivo y la componente del frotamiento con signo negativo, además hay que considerar los empujes que surgen de la validez de la ley hidrostática en la sección transversal ($E_1 - E_2$). Recordando que la masa en la unidad de tiempo se obtiene con el producto de la densidad por el caudal, y la variación de la velocidad entre la sección inicial y final del resalto es $(U_2 - U_1)$, ver Figura 56-7.

Considerando caudal por unidad de ancho q en lugar de caudal total Q , las expresiones son:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-C: FUNCIÓN MOMENTA	Página 26 de 26.

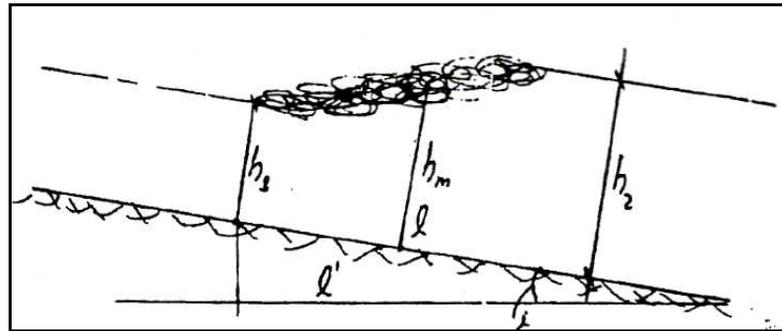


Figura 56-7

$$\rho \cdot q \cdot (U_2 - U_1) = \gamma \cdot \frac{h_1^2}{2} - \gamma \cdot \frac{h_2^2}{2} + \gamma \cdot h_m \cdot l \cdot \text{sen}(i)$$

$$\rho \cdot q \cdot \left(\frac{q}{h_2} - \frac{q}{h_1} \right) = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{h_1^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} \right) + \rho \cdot g \cdot h_m \cdot l \cdot i$$

$$\frac{q^2}{g} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) = \frac{h_1^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} + h_m \cdot l \cdot i$$

$$h_c^3 \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) = \frac{h_1^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} + h_m \cdot l \cdot i$$

$$\frac{h_c}{h_2} - \frac{h_c}{h_1} = \frac{h_1^2}{2 \cdot h_c} - \frac{h_2^2}{2 \cdot h_c} + \frac{h_m}{h_c} \cdot \frac{l}{L} \cdot i$$

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = \frac{X_1^2}{2} - \frac{X_2^2}{2} + H \cdot L \cdot i$$

Ecuación N° 92-7

Observamos que el último término de la Ecuación N° 92-7 representa la influencia de la pendiente en la Ecuación de la Momenta. H es el cociente entre la altura media del resalto h_m y la altura crítica, mientras que L es el cociente entre la longitud l del resalto y la altura crítica.

Para el cálculo de la longitud del resalto se da la fórmula experimental siguiente, en la cual también se encuentra un término que corrige la misma debido a la pendiente de fondo del canal:

$$L = 18 \cdot (1 + 3i) - 20 \cdot X_1$$

Ecuación N° 93-7

donde: $L = \frac{l'}{h_c}$, es decir que l' es la proyección horizontal de la longitud del resalto.



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

GUÍA DE ESTUDIO “HIDRÁULICA GENERAL”

UNIDAD N°7: SINGULARIDADES EN CONTORNOS ABIERTOS

**MATERIAL DE ESTUDIO PREPARADO POR:
ING. PATRICIA S. INFANTE, PROF. TITULAR
PABLO CORTEGOSO, AYUD. DE SEGUNDA**

AÑO: 2006.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 2 de 11.

INDICE

7	UNIDAD 7.	3
7.D	PÉRDIDAS DE CARGA EN SINGULARIDADES EN CANALIZACIONES ABIERTAS.	
	4	
7.D.1	pérdidas de carga en un ensanche lateral y de fondo.	4
7.D.2	pérdidas de carga en un escalón de subida.	6
7.D.3	pérdidas de carga en Transiciones Graduales de sección.....	7
7.D.4	pérdida de carga en resaltos.	9
7.D.5	Rejillas.....	10

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 3 de 11.

7 UNIDAD 7.

CONTENIDO DEL PROGRAMA ANALÍTICO.

- A. **Vertederos**: definición y clasificación. Vertedero perfecto: Teoría de Boussinecq. Vertederos no perfectos, coeficientes de corrección. El vertedero y el régimen de la canalización. Distintas secciones de vertederos, coeficientes de gasto.
- B. **Vertedero en pared gruesa**: evaluación de las pérdidas de carga y coeficientes de gasto. Vertedero en pared intermedia. Vertedero lateral: estudio y aplicaciones.
- C. **Función Momenta**: Relación entre la Momenta y el Bernoulli. Ecuación de la Momenta en cambios de sección. Ecuación de la Momenta en resaltos. Influencia de la pendiente de fondo en la ecuación de la Momenta.
- D. **Pérdidas de carga en singularidades en canalizaciones abiertas**: cálculo de pérdidas de carga en escalón de subida y de bajada mediante ecuación de la momenta. Variaciones graduales de sección, factores de resistencia y pérdidas de carga. Rejillas: disposición y pérdidas de carga.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

Para completar los conocimientos respecto de las canalizaciones abiertas, es necesario incluir las singularidades en contornos abiertos, es decir, los cambios de sección y dirección en los canales. Así como las singularidades cuya finalidad es medir caudales en canales, o sea, los vertederos en sus distintas formas.

El objetivo de esta unidad de estudio es que adquieras las capacidades necesarias en la comprensión del funcionamiento de los vertederos y en el diseño de los mismos para medir caudales en canales. Así como, en el cálculo y en la cuantificación de la pérdida de energía producida por las singularidades en canales, usando la Función Momenta y el Teorema de Borda.

BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA EN BIBLIOTECA.

1. HIDRAULICA GENERAL DE GILBERTO SOTELO AVILA.
2. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS DE JOSÉ FRANZINI.
3. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE VICTOR L. STREETER.
4. HIDRAULICA DE FRANCISCO J. DOMINGUEZ.
5. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS DE VEN TE CHOW.
6. MECANICA DE LOS FLUIDOS DE HUNTER ROUSE.
7. MECANICA DE LOS FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS DE CLAUDIO MATAIX.
8. MECÁNICA DE FLUIDOS E HIDRÁULICA DE GILES, RANALD, EVETT Y JACK.
9. MANUAL CESPEDES DE HIDRAULICA DE JUAN Y JOSE GANDOLFO.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 4 de 11.

7.D PÉRDIDAS DE CARGA EN SINGULARIDADES EN CANALIZACIONES ABIERTAS.

7.D.1 PÉRDIDAS DE CARGA EN UN ENSANCHE LATERAL Y DE FONDO.

Hemos definido las pérdidas de carga como nuestro segundo problema dentro de este tipo de singularidades. Para simplificar el problema realizaremos el estudio de una sección rectangular, tal como lo que se ve en la Figura 57-7:

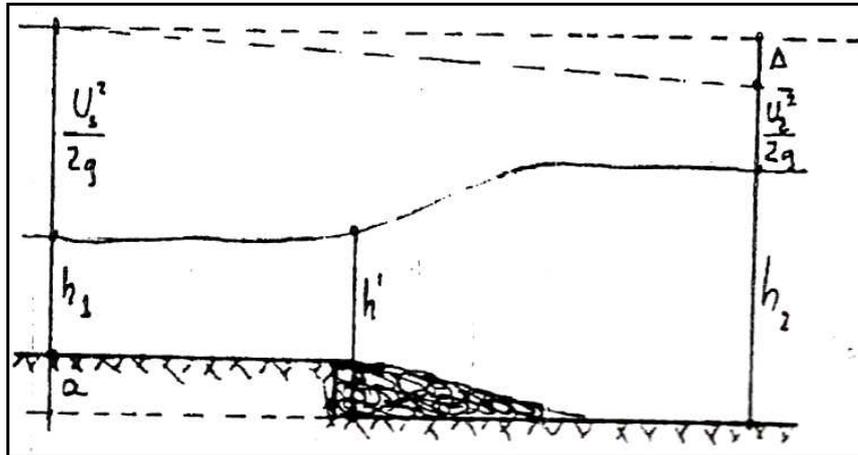


Figura 57-7

Se plantea la ecuación del Teorema de Bernoulli entre la sección donde comienza la transición y la sección donde los filetes vuelven a ser paralelos, considerando la altura de agua y la velocidad en la sección transversal:

$$B = h' + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta$$

$$\Delta = h' - h_2 + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g}$$

Ecuación 94-7

Ahora si planteamos la variación de la cantidad de movimiento entre esas mismas secciones tenemos:

$$\rho \cdot Q \cdot (U_2 - U_1) = \left(\gamma \cdot \frac{h^2}{2} - \gamma \cdot \frac{h_2^2}{2} \right) l_2$$

$$\rho \cdot U_2 \cdot \omega_2 (U_2 - U_1) = \rho \cdot g \cdot l_2 \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} \right)$$

$$U_2 \cdot h_2 \cdot l_2 (U_2 - U_1) = g \cdot l_2 \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_2^2}{2} \right)$$

$$h_2 \cdot \frac{(U_2^2 - U_2 \cdot U_1)}{g} = \frac{h^2}{2} - \frac{h_2^2}{2}$$

Si sumamos y restamos $\frac{U_1^2}{2 \cdot g}$ y $\frac{U_2^2}{2 \cdot g}$ y multiplicamos y dividimos por 2:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 5 de 11.

$$2 \cdot \frac{(U_2^2 - U_2 \cdot U_1)}{g} - \frac{U_2^2}{2 \cdot g} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} = \frac{h^2}{2 \cdot h_2} - \frac{h_2^2}{2 \cdot h_2} - \frac{U_2^2}{2 \cdot g} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{2 \cdot U_2^2 - 2 \cdot U_2 \cdot U_1 - U_2^2 + U_1^2}{2 \cdot g} = \frac{h^2}{2 \cdot h_2} - \frac{h_2^2}{2 \cdot h_2} - \left(\frac{U_2^2}{2 \cdot g} - \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \right)$$

$$\frac{(U_2 - U_1)^2}{2 \cdot g} = \frac{(U_1^2 - U_2^2)}{2 \cdot g} + \frac{h^2}{2 \cdot h_2} - \frac{h_2^2}{2 \cdot h_2}$$

$$\frac{(U_1^2 - U_2^2)}{2 \cdot g} = \frac{(U_1 - U_2)^2}{2 \cdot g} - \frac{h^2}{2 \cdot h_2} + \frac{h_2^2}{2 \cdot h_2}$$

Reemplazando en la Ecuación N°94-7:

$$\Delta = h' - h_2 + \frac{(U_1 - U_2)^2}{2 \cdot g} - \frac{h^2}{2 \cdot h_2} + \frac{h_2^2}{2 \cdot h_2}$$

$$\Delta = \frac{2 \cdot h' \cdot h_2 - 2 \cdot h_2^2 - h^2 + h_2^2}{2 \cdot h_2} + \frac{(U_1 - U_2)^2}{2 \cdot g}$$

$$\Delta = \frac{(h_2 - h)^2}{2 \cdot h_2} + \frac{(U_1 - U_2)^2}{2 \cdot g}$$

Ecuación 95-7

Si en la Ecuación N°95-7 h_2 se acerca a h' el primer sumando del segundo miembro tiende a cero, y nos queda la expresión del Teorema de Bord ya vista en canalizaciones cerradas.

El problema ahora consiste en determinar el valor de h' , para lo cual observamos la Figura 58-7:

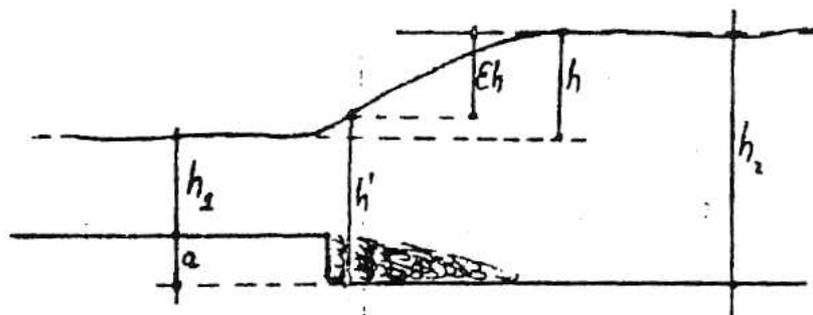


Figura 58-7

Si llamamos: $h = h_2 - (h_1 + a)$, y diremos que: $h' = h_2 - \xi \cdot h$.

Se ha encontrado que el coeficiente ξ depende de la forma cómo la napa afluyente se expande en la sección ensanchada existen dos formas clásicas de expansión: "napa sumergida" y "napa superficial o ondulada".

☉ Si la **NAPA ES SUMERGIDA** $\xi = 1, \therefore h' = h_2 - h = h_1 + a$

Ecuación 96-7

En tanto que si la **LÁMINA ES ONDULADA O SUPERFICIAL** hay dos posibilidades, según el régimen anterior sea de río o de torrente:

Si llega un río $\xi = 1, \therefore h' = h_2 - h = h_1 + a$

Ecuación 97-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 6 de 11.

Si llega un torrente $\xi = 0.25, \therefore h' = \frac{3}{4}h_2 + \frac{1}{4}(h_1 + a)$

Ecuación 98-7

7.D.2 PÉRDIDAS DE CARGA EN UN ESCALÓN DE SUBIDA.

El análisis puede resultar similar al del vertedero de pared gruesa, para el cual observamos la Figura 59-7.

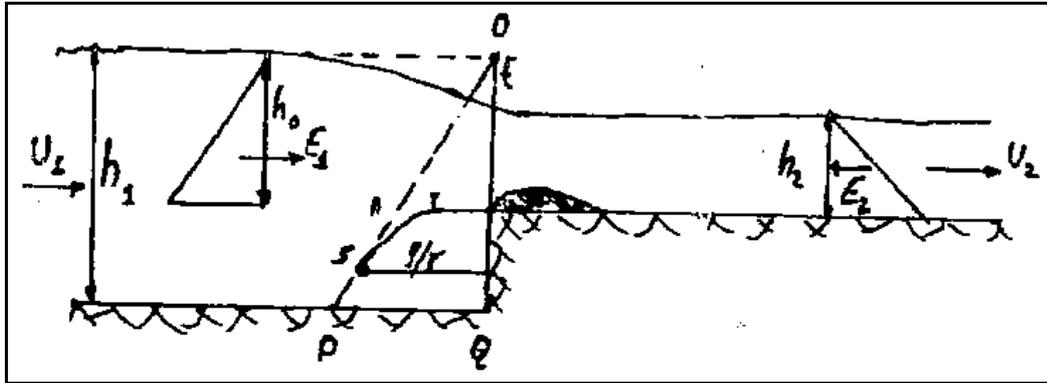


Figura 59-7

El estudio se aborda a través del Teorema de Variación de Cantidad de Movimiento, como se puede observar existe en las cercanías de la grada una disminución de h_1 , lo que implica una pérdida de la energía de presión, debido al aumento de energía cinética (línea rms de la Figura 59-7). De esta manera cuando se evalúen las fuerzas en juego esto deberá tenerse en cuenta.

Aplicando el Teorema:

$$\rho \cdot Q \cdot (U_2 - U_1) = C \frac{\gamma \cdot h_0^2}{2} - \frac{\gamma \cdot h_2^2}{2}$$

Donde C es el coeficiente de escalón, el cual contempla la disminución de altura ot (ver Figura 59-7).

Para $h_1 = h_0 + a$

$$\rho \cdot Q \cdot (U_2 - U_1) = C \frac{\gamma \cdot (h_1 + a)^2}{2} - \frac{\gamma \cdot h_2^2}{2}$$

Siguiendo con las operaciones en forma similar a las desarrolladas anteriormente y teniendo en cuenta que:

- a) El ancho es constante, $l_1 = l_2 = l$
- b) Que la altura a del escalón ahora será negativa.
- c) Introduciendo el coeficiente C, descrito anteriormente.

La Ecuación de la Momenta nos queda entonces así:

$$\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} = C \frac{(X_1 - K)^2}{2} - \frac{X_2^2}{2}$$

Ecuación 99-7

Podemos escribir que:

$$M = C \frac{(X_1 - K)^2}{2} + \frac{1}{X_1}$$

Ecuación 100-7

Experimentalmente se comprobó que el valor de $C = 0.95$ y experiencias realizadas en el laboratorio de la Universidad Católica de Chile han permitido obtener la gráfica siguiente.

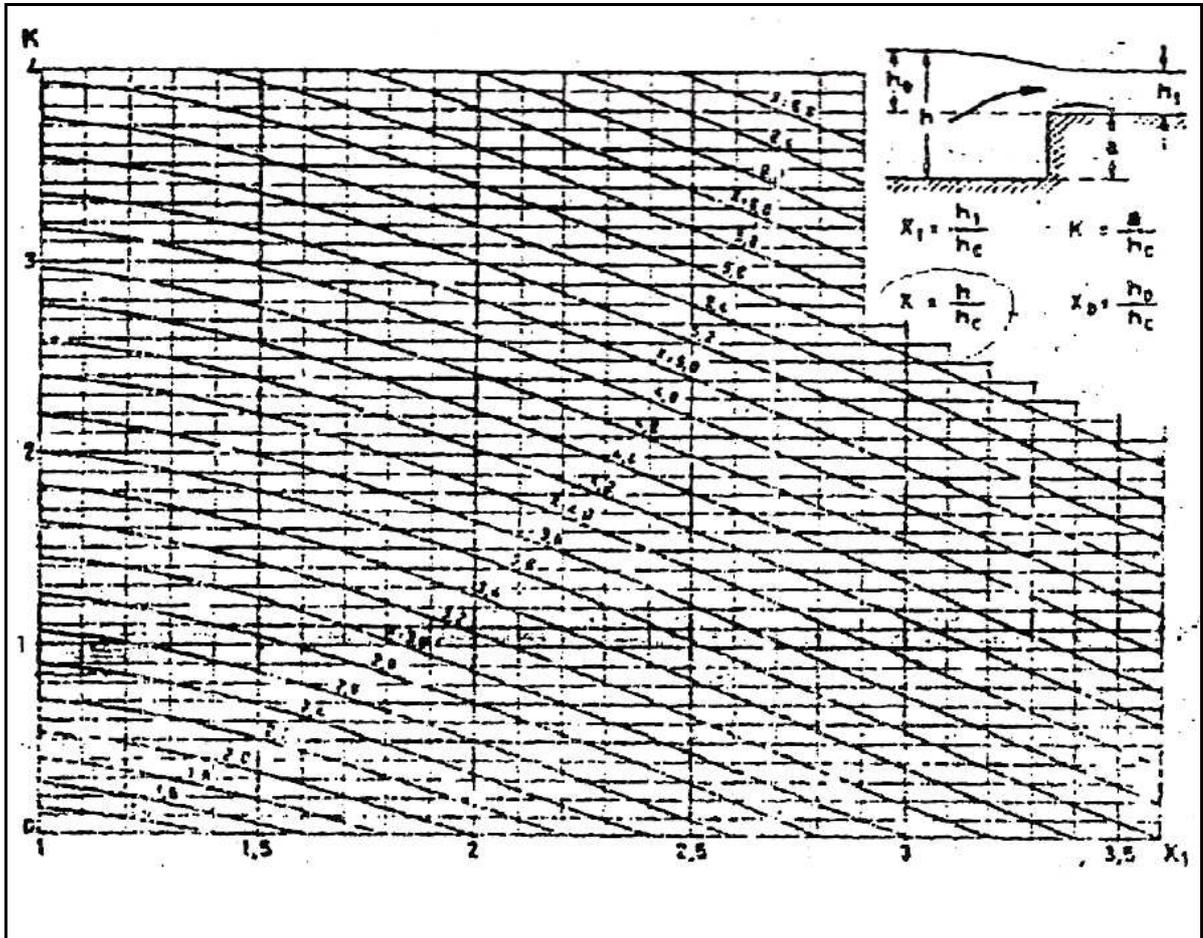


Figura 60-7

7.D.3 PÉRDIDAS DE CARGA EN TRANSICIONES GRADUALES DE SECCIÓN.

Se dan cuando las variaciones geométricas (anchos, pendientes) son acompañadas por las variaciones hidráulicas. En estos casos las pérdidas de carga resultan considerablemente menores que en las variaciones bruscas.

La forma de analizar y evaluar las pérdidas de energía ha sido obtenida a través de ensayos experimentales, que han permitido definir un coeficiente ξ , llamado coeficiente de Gibson, el cual afecta a la fórmula de Borda y permite obtener el valor de la pérdida de carga Δ , tal como puede observarse en la Figura 61-7.

$$\Delta = \xi \frac{(U_1 - U_2)^2}{2.g}$$

Ecuación 101-7

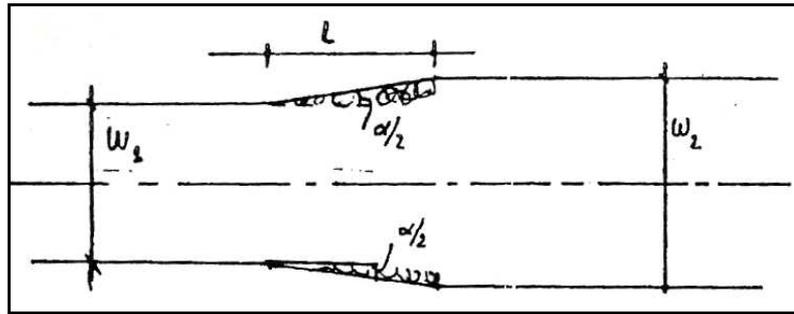


Figura 61-7

El valor de ξ es obtenido en función del ángulo de transición y la relación de anchos como se muestra en la siguiente tabla, donde α , es el ángulo de la conicidad del ensancho gradual, obviamente que resulta numéricamente el doble del ángulo que forma cada pared con el eje del escurrimiento. A su vez los valores obtenidos han permitido realizar una interpolación como lo muestra la Figura 62-7.

Razón de anchuras		Razón de anchuras	
$l_1/l_0=2,3$		$l_1/l_0=4,23$	
α	ξ	α	ξ
7° 11'	0,2794	8° 45'	0,274
11° 52'	0,2093	11° 20'	0,142
15° 16'	0,2083	15° 30'	0,224
29° 18'	0,4122	29° 55'	0,765
41° 26'	0,8983	39° 14'	1,035
54° 22'	1,1103	62° 04'	1,131
80° 26'	1,0954	99° 58'	1,03
95° 46'	1,0203	180°	0,99
180°	1,0033		

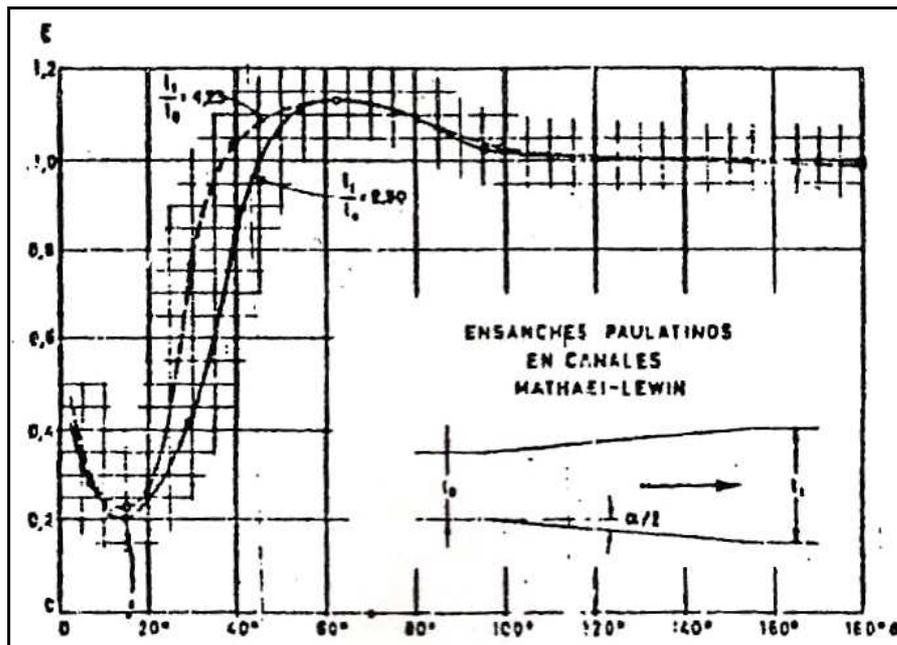


Figura 62-7

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 9 de 11.

En la Figura 62-7 vemos que el valor de α que hace mínima la pérdida de carga es de 11° a 13° .

En canalizaciones muy rugosas habrá que evaluar, además, las pérdidas de carga por rozamiento a lo largo del movimiento gradualmente variado que produce la transición en el ancho del canal.

Sabemos que por las características de este movimiento J resulta variable, ya que varía h , pero una aproximación es considerar un valor promedio de J calculado en función de los valores de cada

sección:
$$J_m = \frac{(J_1 + J_2)}{2}$$

$$U = C\sqrt{Rh.J}$$

Sabemos que:

$$J = \frac{U^2}{C^2.Rh}$$

Luego J_1 será calculado con U_1 y h_1 , en tanto que J_2 con U_2 y h_2 .

El valor de J_m debe ser multiplicado por la longitud geométrica de transición, la cual, a veces, resulta menor en un 30% a la hidráulica.

En definitiva tendremos una pérdida de carga:

$$\Delta = \xi \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1 \right)^2 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{(J_1 + J_2)}{2} L_T$$

Ecuación 102-7

Por último diremos que cuando se trata estrechamientos graduales el estudio es análogo, aclarando que para $\alpha = 15^\circ$ la transición hidráulica coincide con la geométrica.

Este tipo de transición origina, debido al aumento de velocidad, una corriente de características similares al resalto ondulatorio.

7.D.4 PÉRDIDA DE CARGA EN RESALTOS.

El valor de la pérdida de carga singular que acompaña al resalto se encuentra al hacer la diferencia entre los Bernoulli aguas arriba y aguas abajo del mismo.

$$\Delta = B_1 - B_2 = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)$$

Si la función momenta en el resalto, operando matemáticamente obtenemos la expresión siguiente para la pérdida de carga en un resalto:

$$\Delta = B_1 - B_2 = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4.h_1.h_2}$$

Ecuación 103-7

En la Ecuación N° 103-7 h_2 es la altura final del resalto y h_1 es la altura inicial del mismo.

La relación entre la pérdida de energía referida a la energía inicial se denomina pérdida relativa y es:

$$\frac{\Delta}{B_1} = \frac{B_1 - B_2}{B_1}$$

Ecuación 104-7

Mientras que la eficiencia es la relación entre la energía aguas abajo y aguas arriba del resalto:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 10 de 11.

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{h_2 + \frac{U_2^2}{2g}}{h_1 + \frac{U_1^2}{2g}}$$

Ecuación 105-7

7.D.5 REJILLAS

Generalmente en obras de toma, ya sea para tratamientos del agua, o bien para ingreso en la conducción de una central, se colocan dispositivos que cumplen la función de retener elementos flotantes de considerable dimensión. Estos dispositivos consisten en rejillas (verticales o inclinadas) y de accionamiento manual o mecánico, las cuales originan pérdidas de carga en el escurrimiento diremos que el efecto que producen en tal sentido en el escurrimiento es función de su espesor, forma y distribución, tal como puede verse en la Figura 63-7.

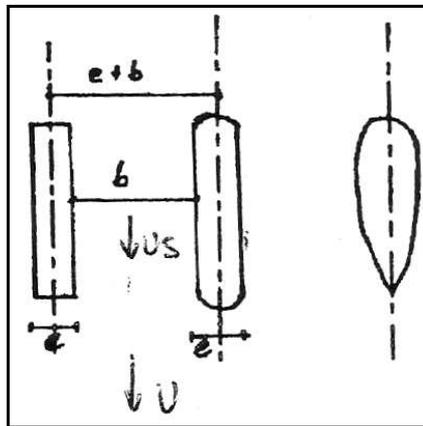


Figura 63-7

En líneas generales se producirá una contracción en la entrada, produciendo una pérdida de carga.

$$\Delta_1 = \left(\frac{s}{\mu \cdot s} - 1 \right)^2 \frac{U_s^2}{2 \cdot g} = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \frac{U_s^2}{2 \cdot g}$$

El valor de μ es dado en función de $\frac{s}{s+e}$.

Ahora sabemos que si el caudal es cte. \therefore

$$S \cdot U_s = U(s+e)$$

$$\therefore U_s = U \frac{s+e}{s}$$

$$\text{Por lo tanto } \frac{U_s^2}{2 \cdot g} = \frac{U^2}{2 \cdot g} \left(\frac{s+e}{s} \right)^2$$

Reemplazando en la expresión de Δ_1 obtenemos la pérdida de carga en función de la velocidad de aguas abajo U , es decir posterior a la rejilla:

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.Cuyo	HIDRÁULICA GENERAL	
3º AÑO-2006 INGENIERIA CIVIL	GUÍA DE ESTUDIO UNIDAD 7-D: PÉRDIDAS DE CARGA	Página 11 de 11.

$$\Delta_1 = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \frac{U^2}{2.g} \left(\frac{s+e}{s} \right)^2$$

Ecuación 106-7

$$\therefore \lambda_1 = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \left(\frac{s+e}{s} \right)^2$$

Donde el coeficiente μ es función de la relación $\frac{s}{s+e}$ y para valores $\geq 0.60 \Rightarrow \mu = 0.60$

La segunda pérdida de carga se produce por ensanche brusco a la salida siendo el coeficiente λ_2 avaluado de la siguiente manera:

$$\lambda_2 = \left(\frac{s+e}{s} - 1 \right)^2$$

Luego el factor $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$

$$\lambda = \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \left(\frac{s+e}{s} \right)^2 + \left(\frac{s+e}{s} - 1 \right)^2$$

Ecuación 107-7