ESTABILIDAD

UNIDAD 4

ANÁLISIS DE VIGAS DE ALMA LLENA

VINCULOS Ó APOYOS

FUERZAS ACTIVAS

FUERZAS REACTIVAS

VIGAS DE ALMA LLENA

- ***Las vigas de alma llena son piezas prismáticas de eje generalmente recto cuya longitud es varias veces mayor que sus dimensiones transversales, con capacidad para resistir, no sólo fuerzas de la dirección de su eje, sino especialmente transversales al mismo.-***

VIGAS

APOYOS

Verificar que el sistema es isostático

- El análisis de una viga de alma llena se inicia representándola por su eje y trazando su diagrama de cuerpo libre para determinar las reacciones de vínculo externo y **establecer los esfuerzos internos que se desarrollan a lo largo del mismo.**

VINCULOS Ó APOYOS

FUERZAS ACTIVAS

FUERZAS REACTIVAS

VIGAS

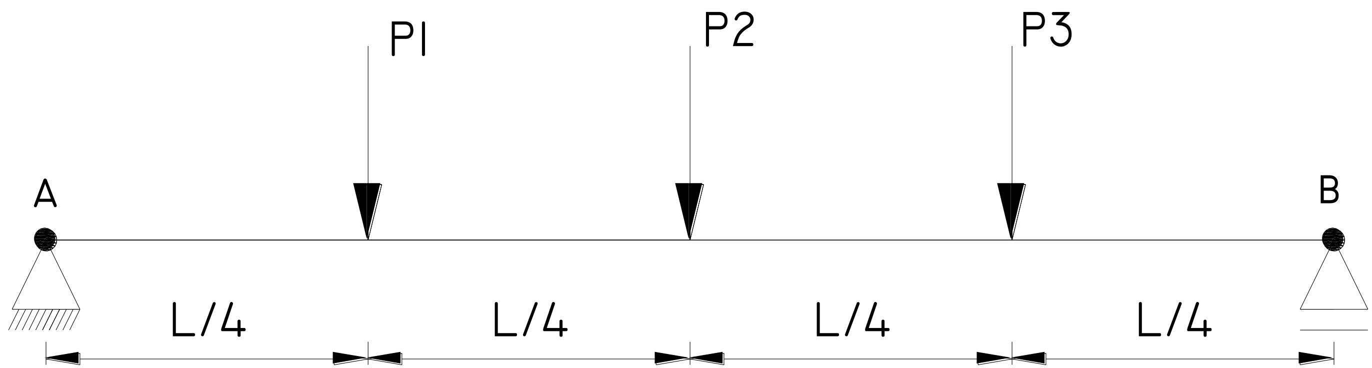
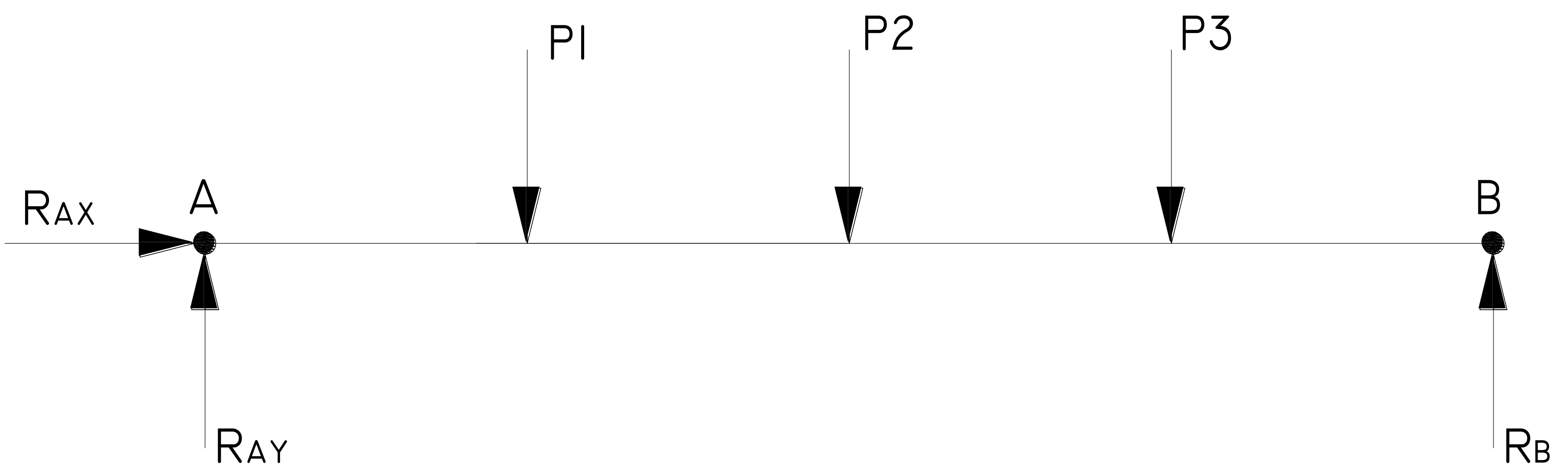


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



ISOSTATICO

$$\left\{\begin{array}{l}\sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum M_A = 0\end{array}\right.$$

o sus alternativas

$$\left\{\begin{array}{l}\sum X_i = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}\sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0\end{array}\right.$$

VIGAS

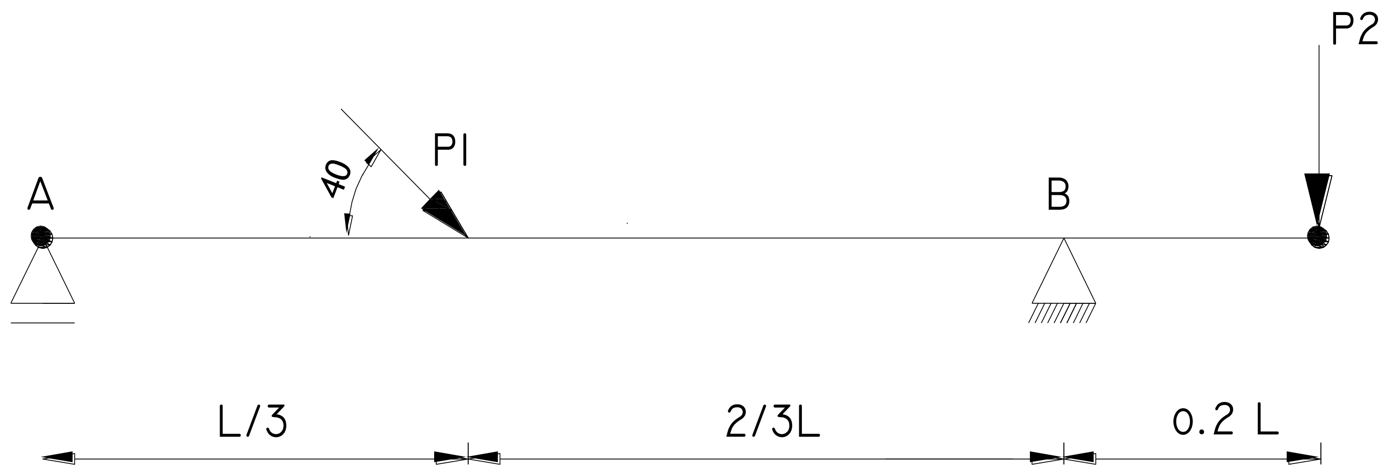
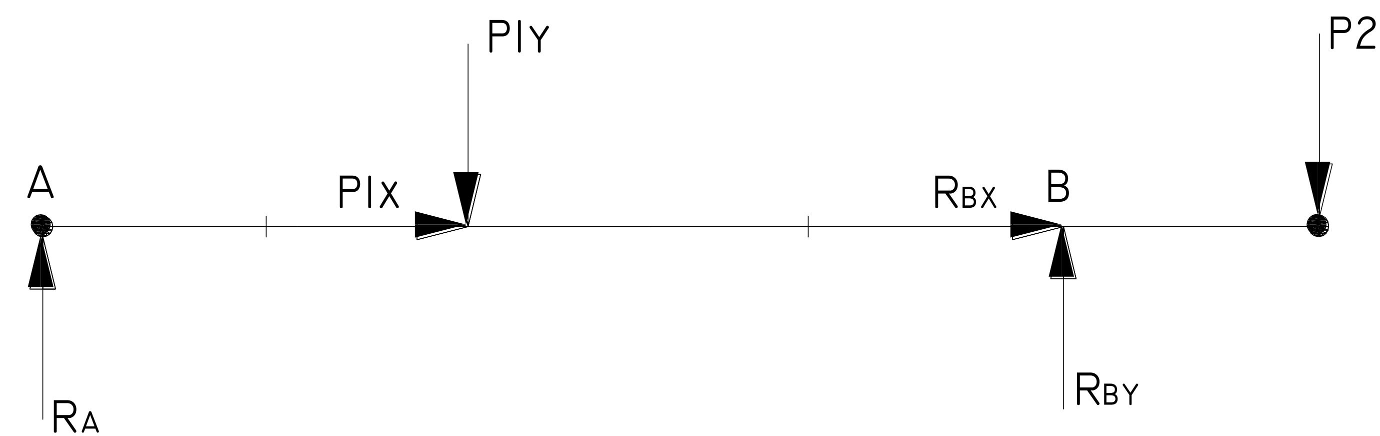


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



VIGAS

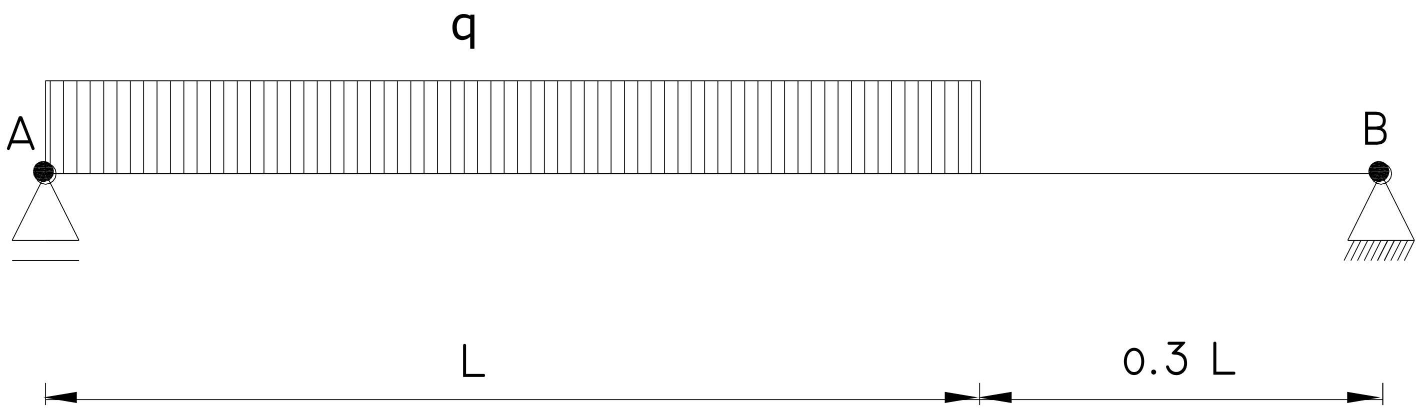
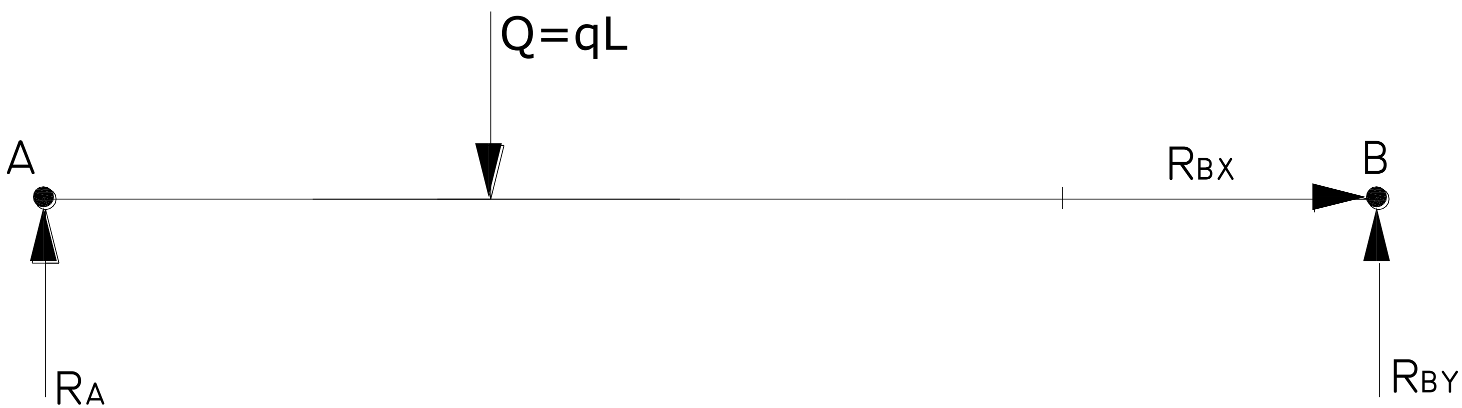
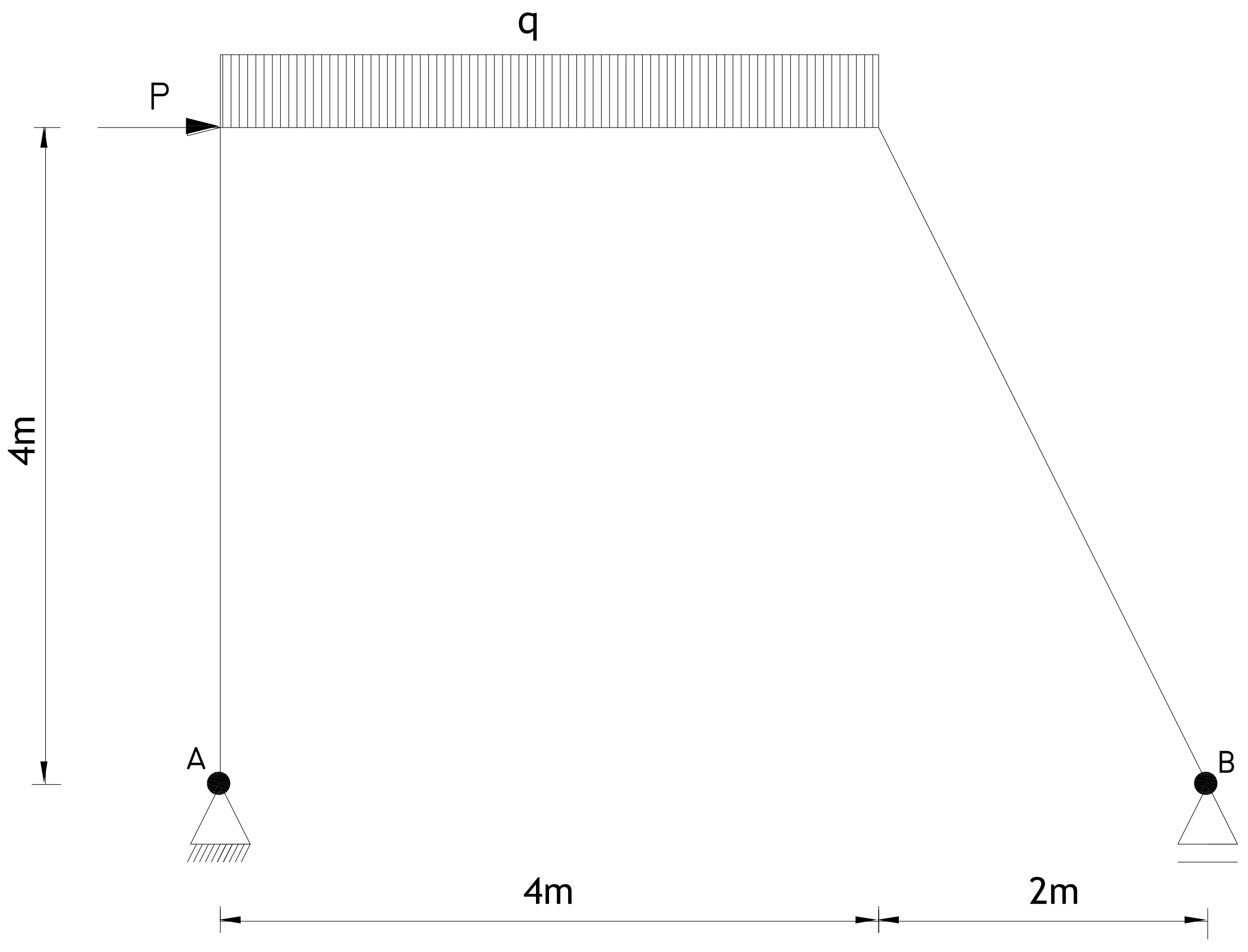


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



PORTICO



ISOSTATICO

$$\left\{\begin{array}{l} \sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{array}\right.$$

o sus alternativas

$$\left\{\begin{array}{l} \sum X_i = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{array}\right.$$

VIGAS

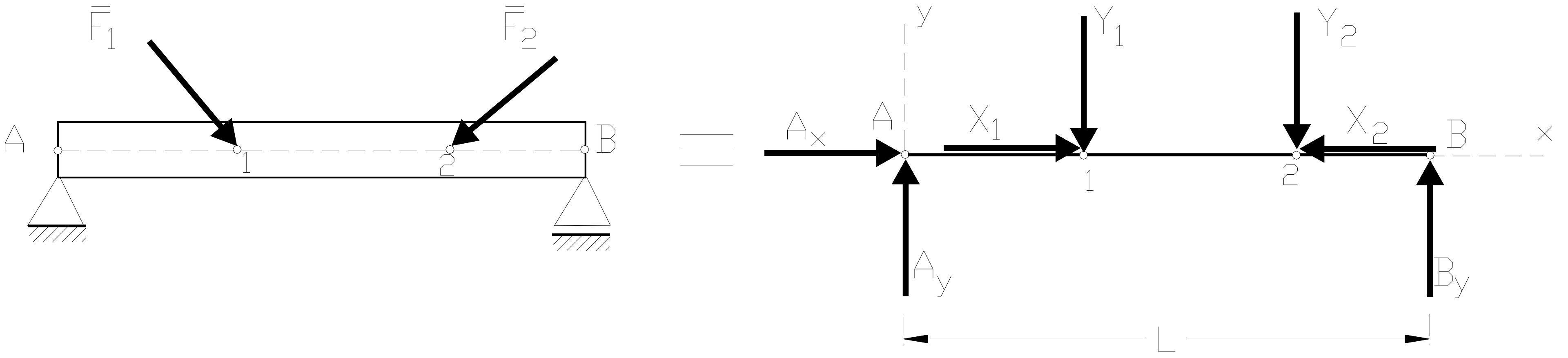


Fig. 3.23

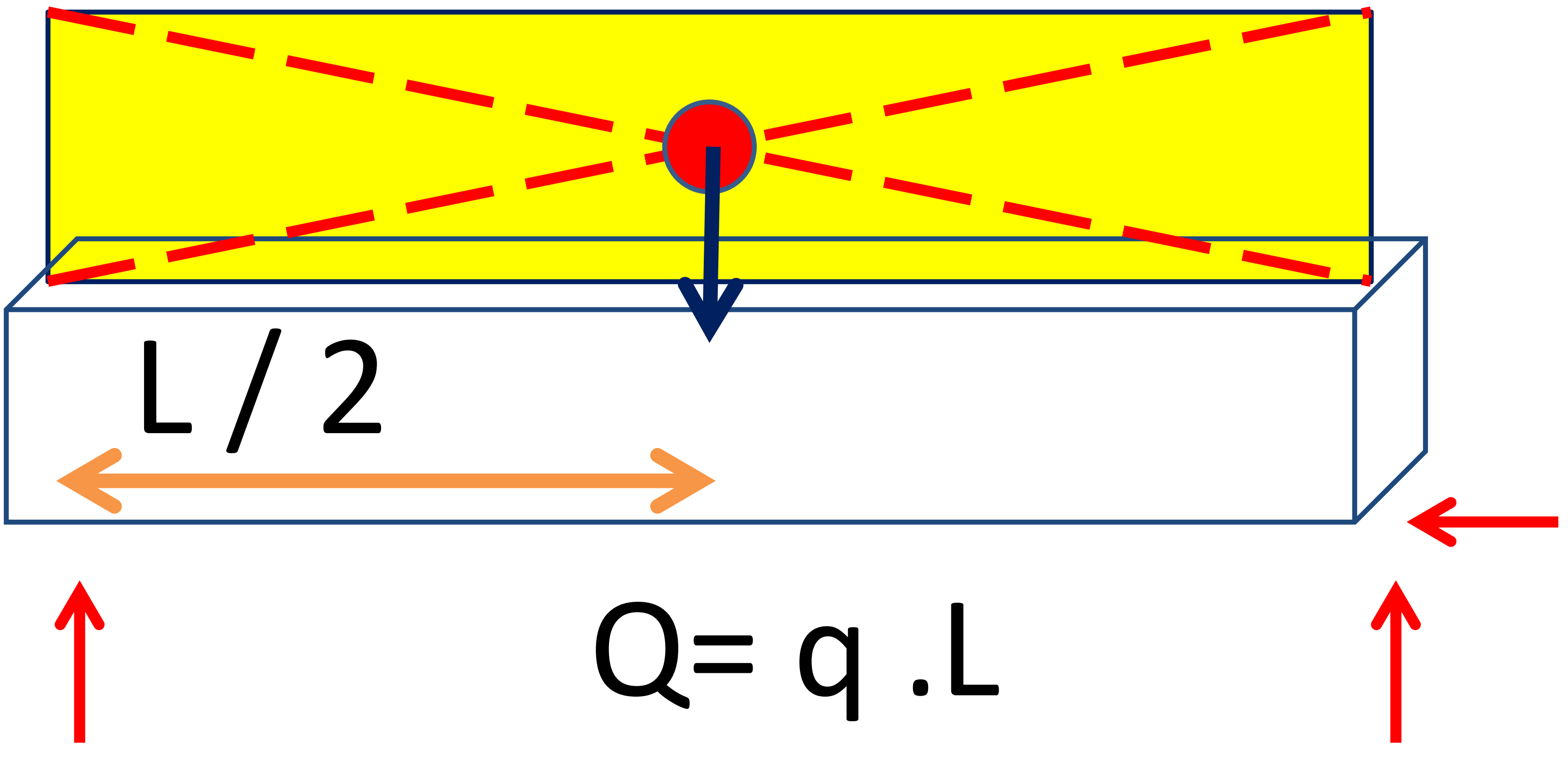
$$\sum M_A = x_1 Y_1 + x_2 Y_2 - L\,By = 0 \qquad \therefore \quad By$$

$$\sum M_B = L A_y - (L - x_1) Y_1 - (L - x_2) Y_2 = 0 \qquad \therefore \quad A_y$$

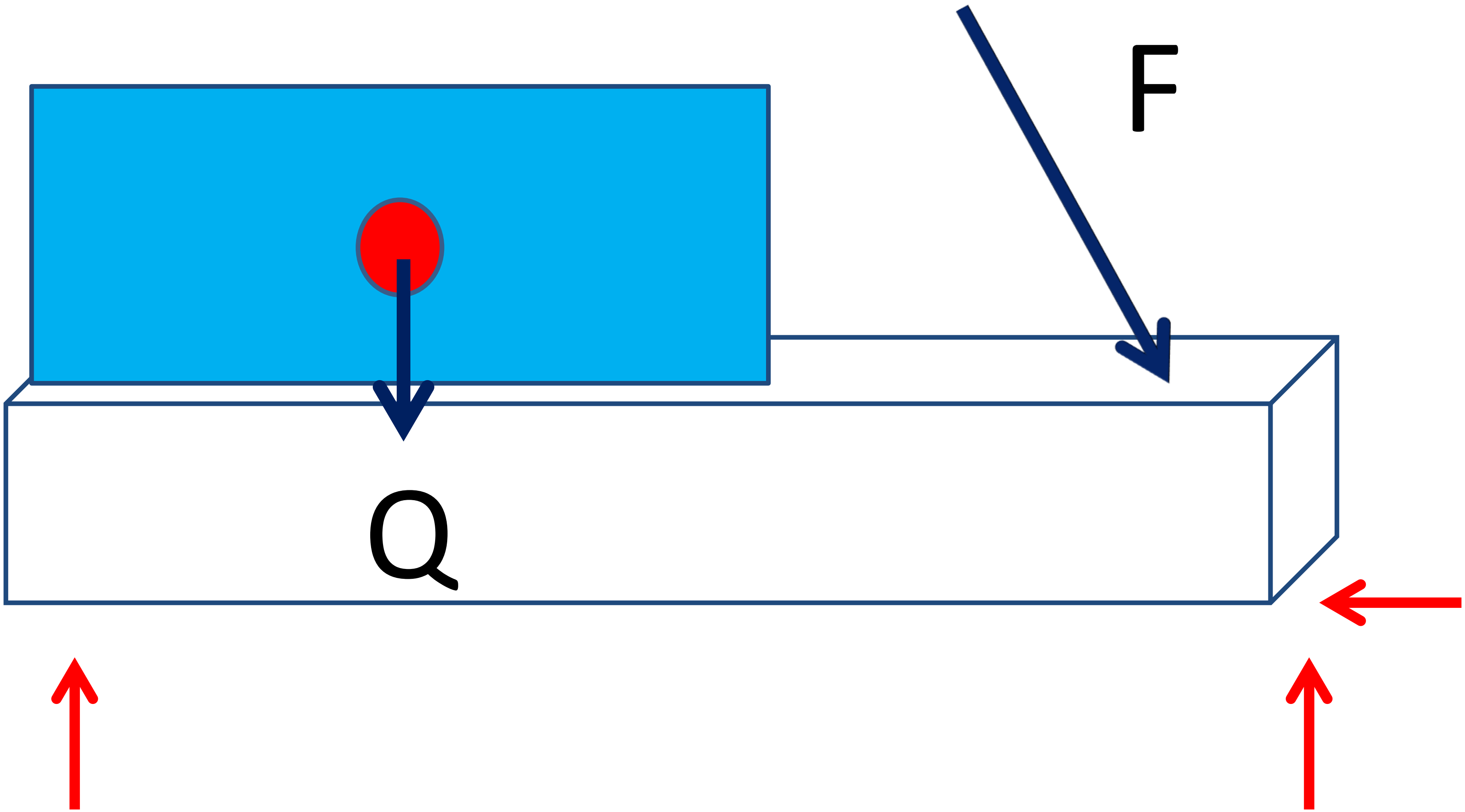
$$\sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \qquad \therefore \quad A_x$$

ESFUERZOS INTERNOS EN ESTRUCTURAS PLANAS DE ALMA LLENA.-

CARGA RECTANGULAR



CARGAS COMBINADAS



Practiquemos un corte s-s normal al eje ; para restablecer el equilibrio en los dos tramos en que ha quedado dividida la viga se deben aplicar las interacciones que existían entre las partículas adyacentes al corte antes que se practicase el mismo.-

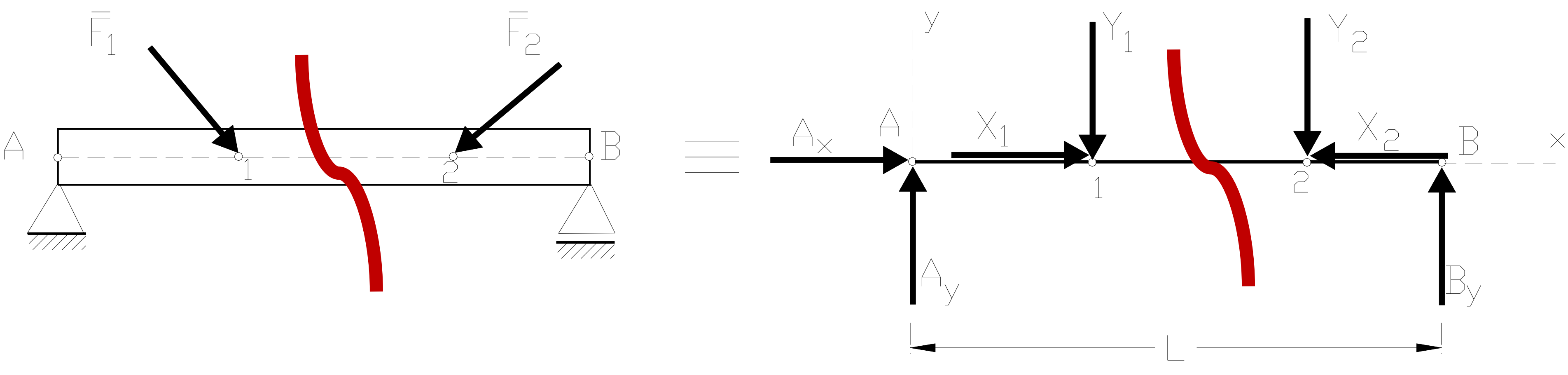


Fig. 3.23

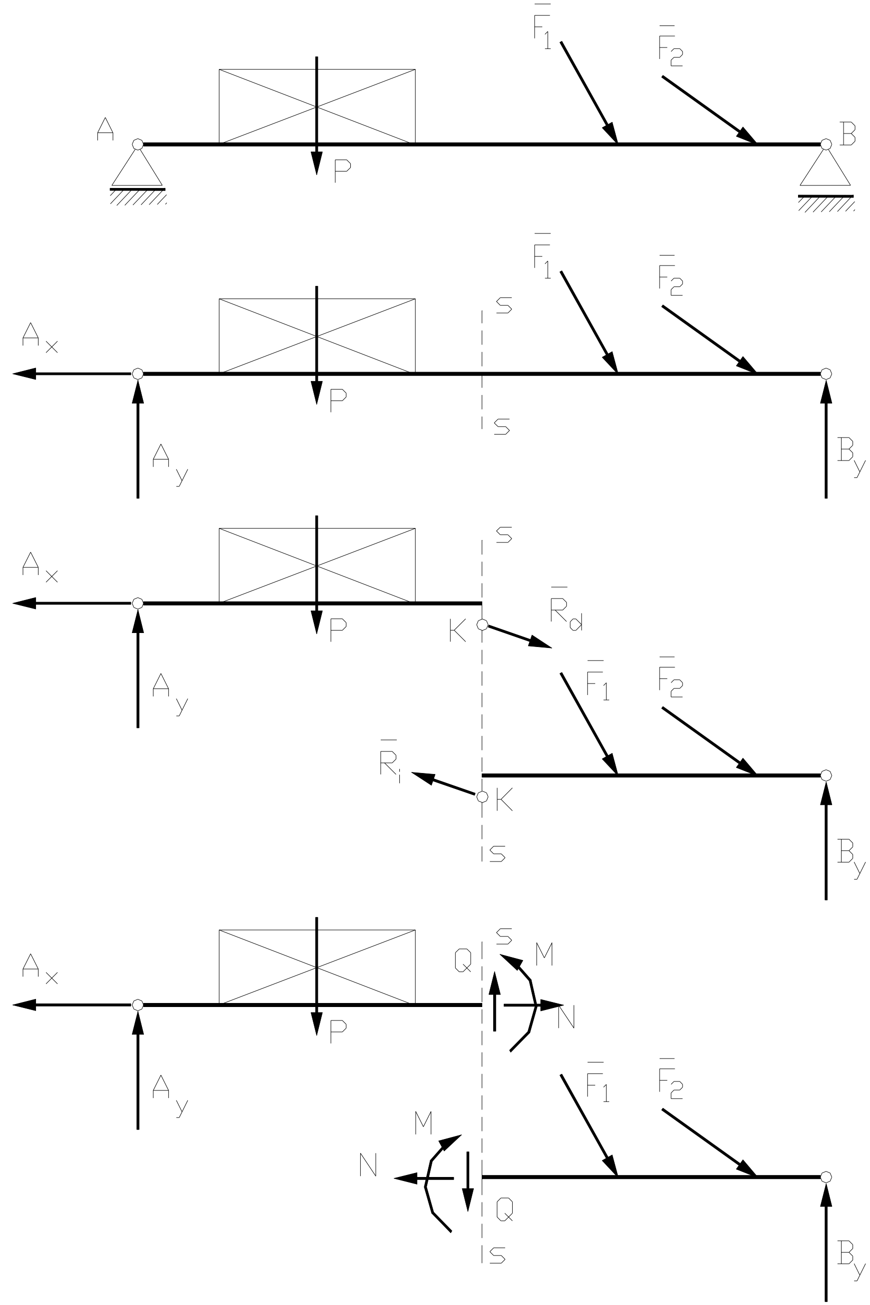


Fig. 6.1

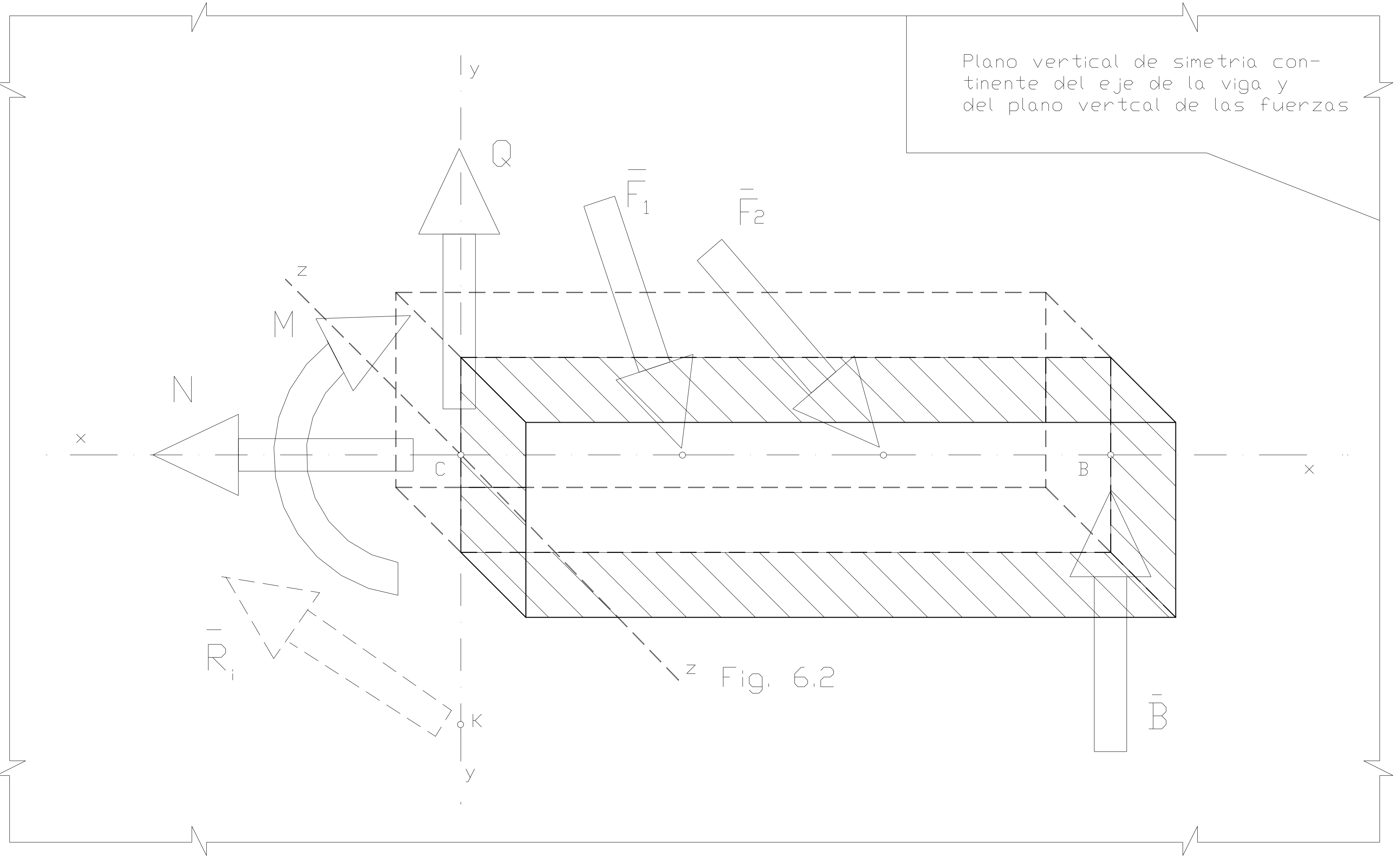

Plano vertical de simetria con-
tinente del eje de la viga y
del plano vertcal de las fuerzas
y
Q
F1
F2
z
M
N
x
C
B
x
Ri
z
K
y
B

Fig. 6.2

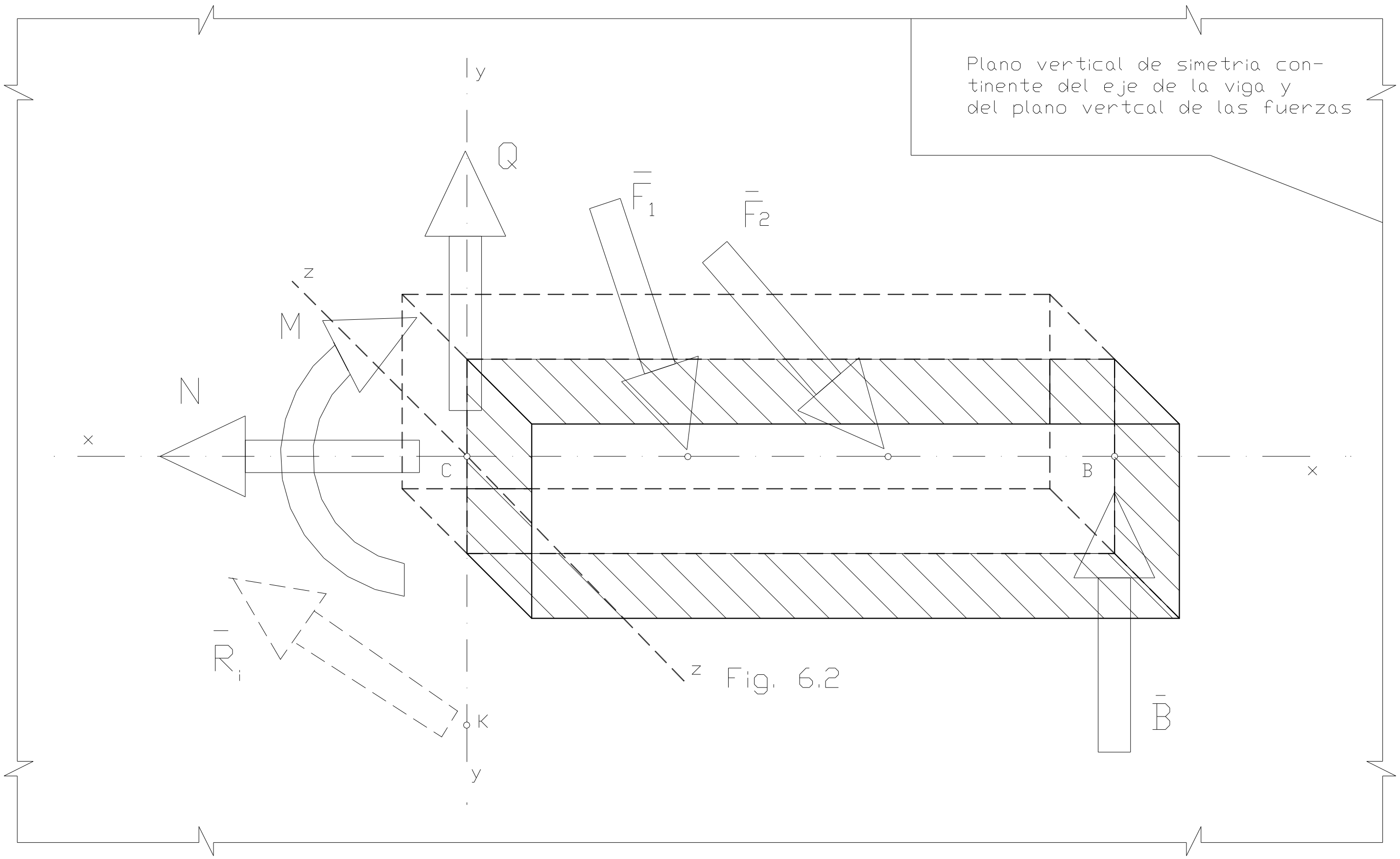


Fig. 6.2

Las tres componentes de la reacción interna M , Q , N , expresadas cada una de ellas por dos elementos iguales y opuestos según se considere la cara izquierda o derecha del corte, se denominan esfuerzos internos o característicos en la sección transversal considerada.-

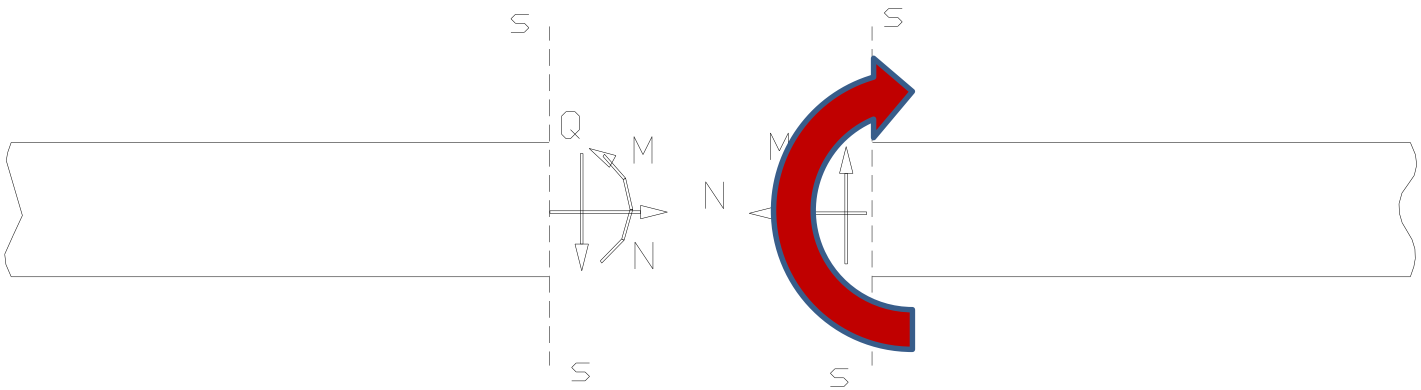
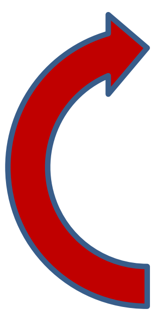


Fig. 6.3



El momento flector o flexor M en una sección transversal de las estructuras planas de alma llena ***es*** el momento respecto a su baricentro de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en ella.- ***Numéricamente es igual a la suma algebraica de los momentos respecto a C de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.-***

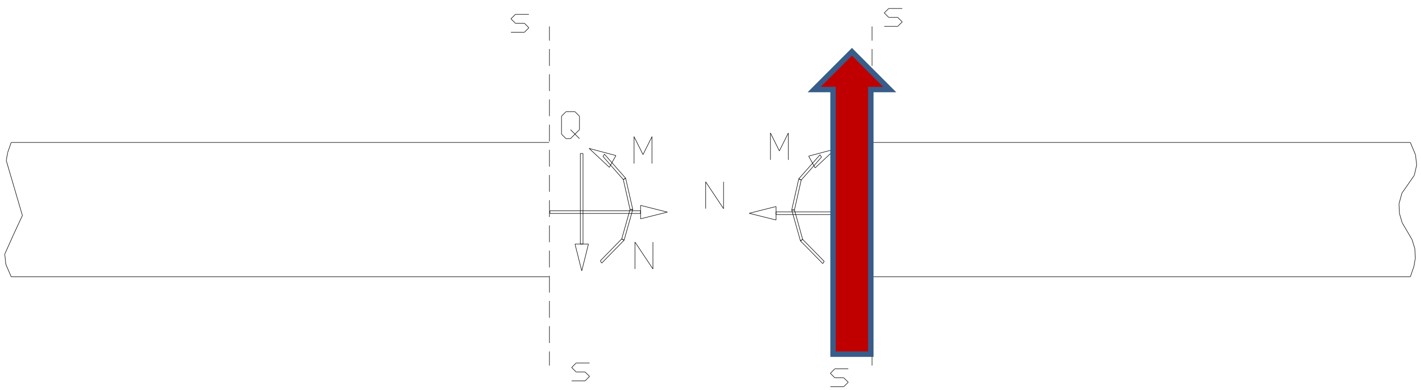
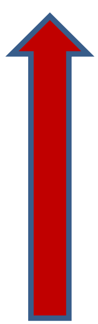


Fig. 6.3



El esfuerzo de corte, tangencial o de cizallamiento Q en una sección transversal de las estructuras planas de alma llena ***es*** la proyección sobre el plano de la sección de la resultante de las fuerzas internas que se desarrollan en ella.- ***Numéricamente es igual a la suma algebraica de las proyecciones sobre dicho plano de todas las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.-***

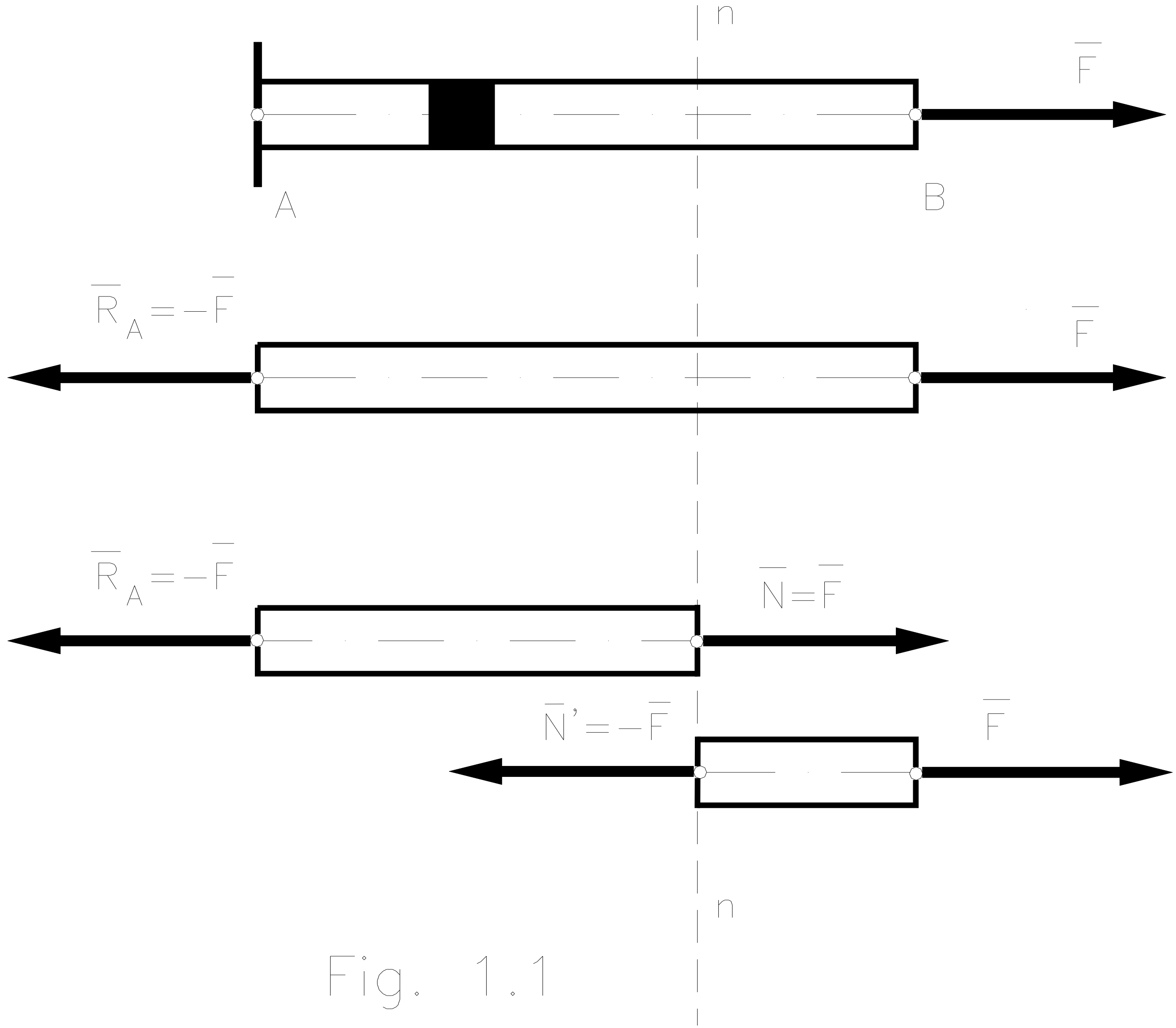

n
$\overline{F}$
A
B
$\overline{R}_A=-\overline{F}$
$\overline{F}$
$\overline{R}_A=-\overline{F}$
$\overline{N}=\overline{F}$
$\overline{N}'=-\overline{F}$
$\overline{F}$
n

Fig. 1.1

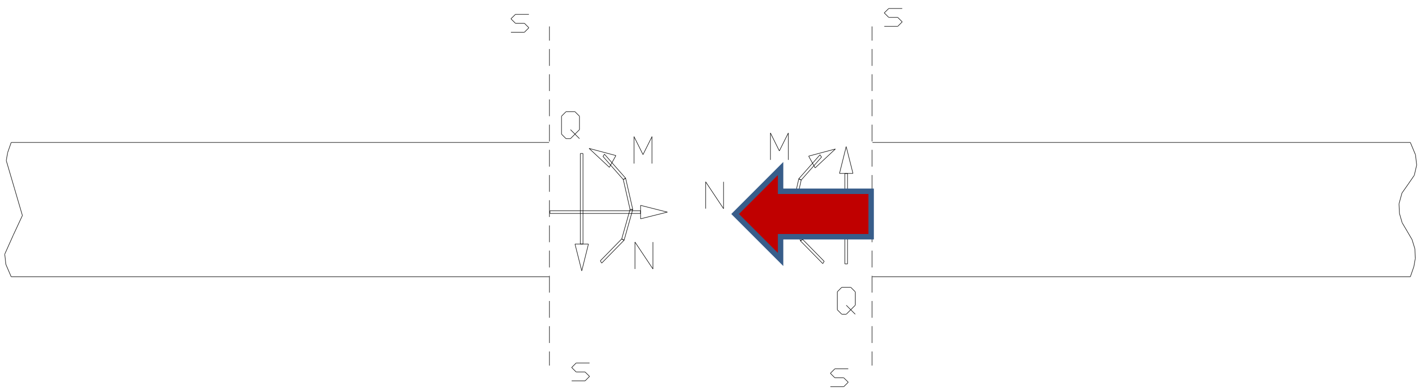


Fig. 6.3

El esfuerzo axial, axil o normal N en una sección transversal de las estructuras de alma llena, ***es*** la proyección sobre el eje normal al plano de la sección de la resultante de las fuerzas internas que en ella se desarrollan.- ***Numéricamente es igual a la suma algebraica de las proyecciones sobre la normal a dicho plano de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.-***

SIGNOS

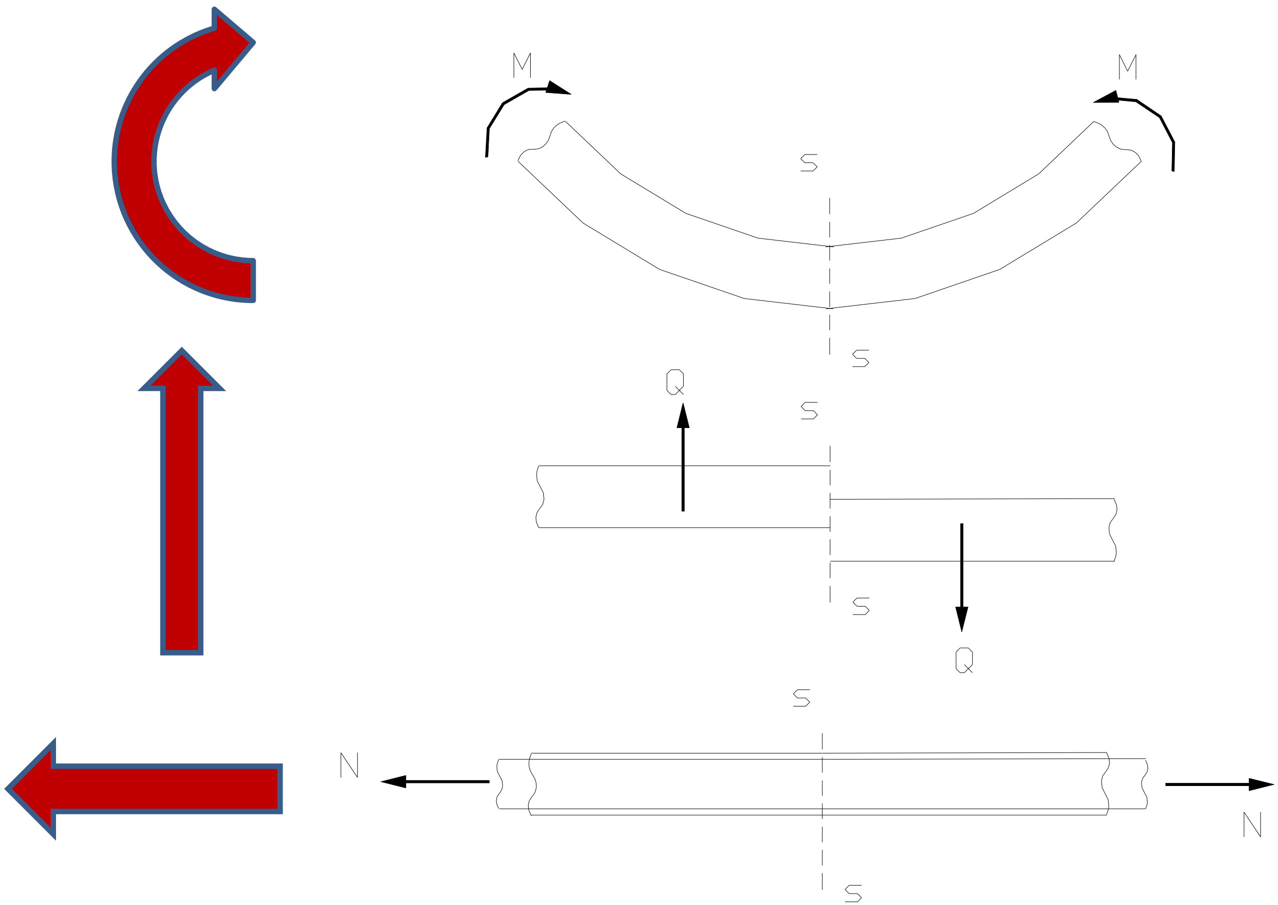


Fig. 6.4

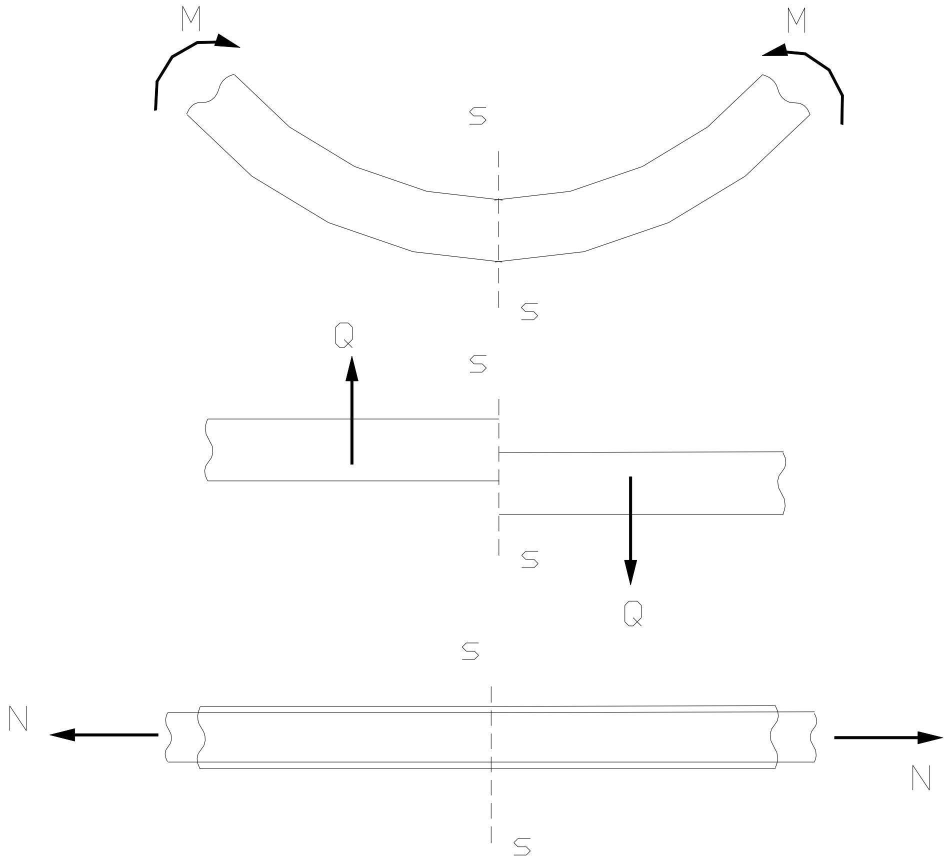
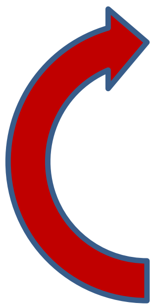


Fig. 6.4



El momento flector en la sección s-s de la viga se considera positivo si el momento resultante de las fuerzas exteriores a la izquierda de la sección es horario (y el de las fuerzas de la derecha antihorario).-

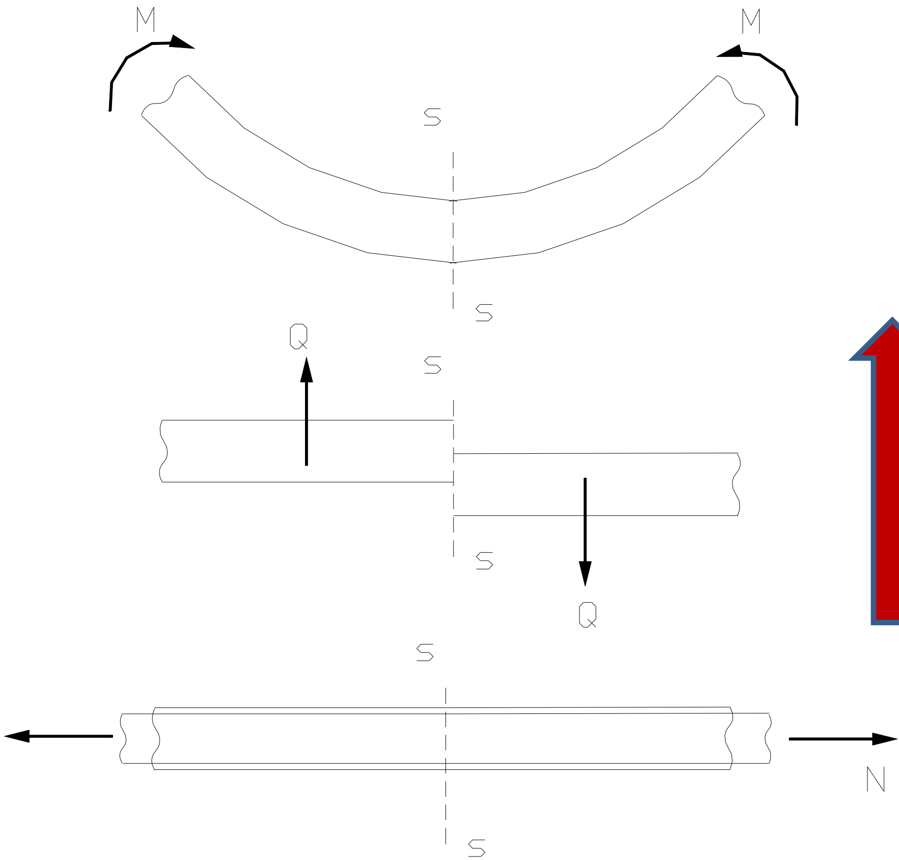


Fig. 6.4

El esfuerzo cortante en una sección s-s de la viga se considera positivo si la proyección sobre su plano de la resultante de las fuerzas exteriores actuantes a la izquierda de la sección, está dirigida hacia arriba (y la de las fuerzas de la derecha hacia abajo).- En caso contrario el esfuerzo de corte se considera negativo.-

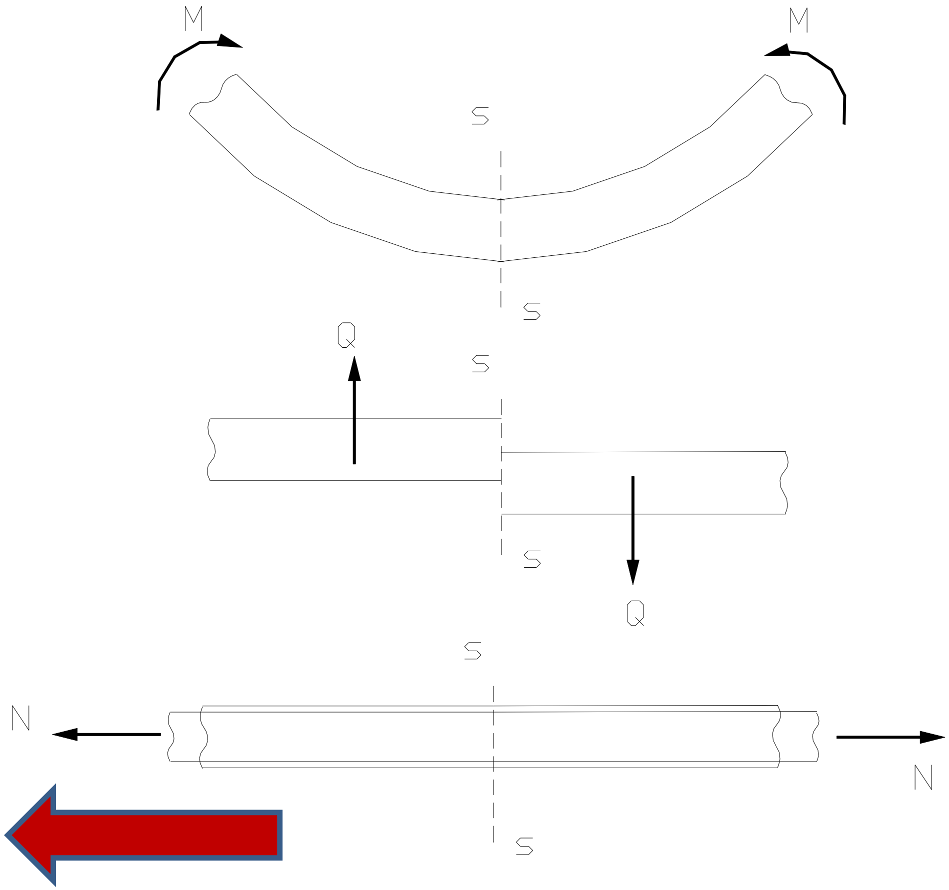
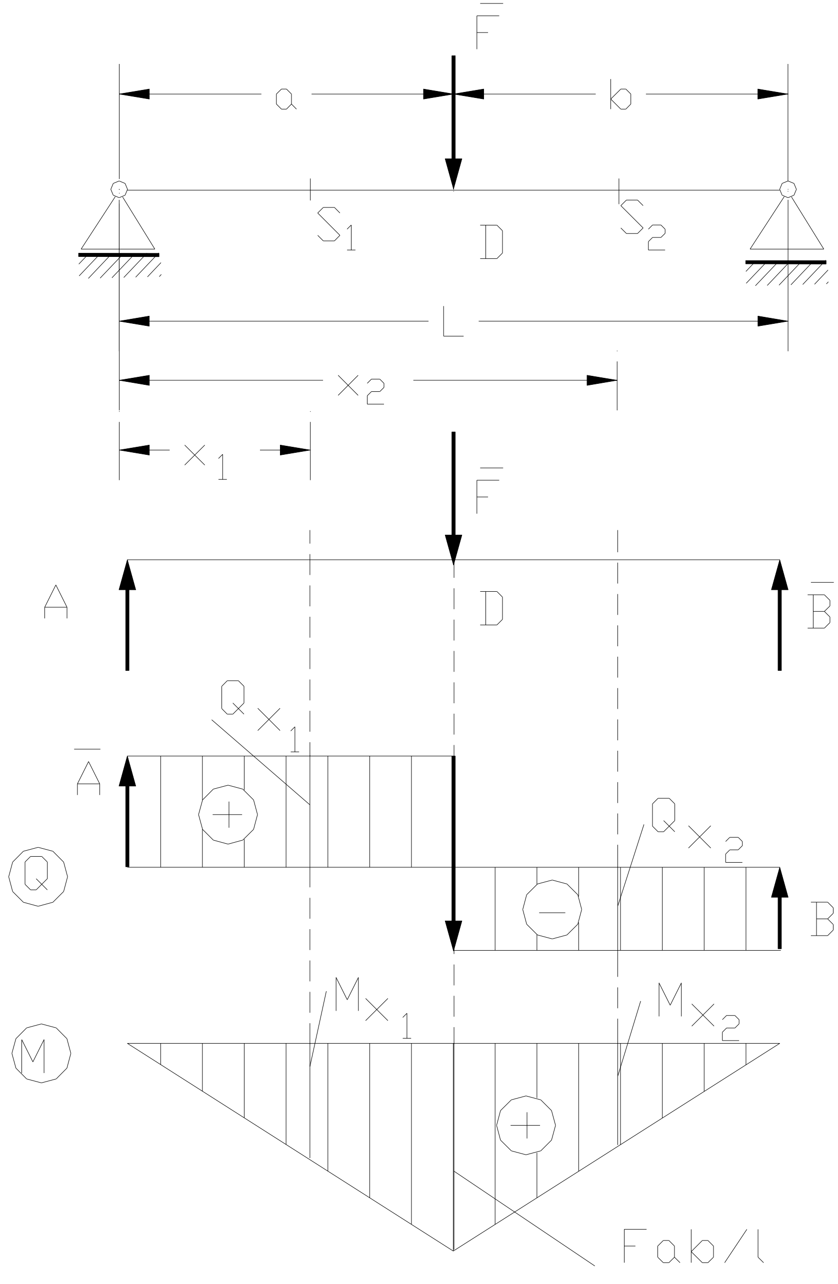


Fig. 6.4

El esfuerzo axial en una sección s-s de la viga se considera positivo si las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección tienden a alargar la viga traccionándola, en cambio es negativo si las fibras son comprimidas.-

VIGAS CON CARGAS CONCENTRADAS.-

$$RA = \frac{F.b}{L}$$



$$RB = \frac{F.a}{L}$$

Fig. 6.5

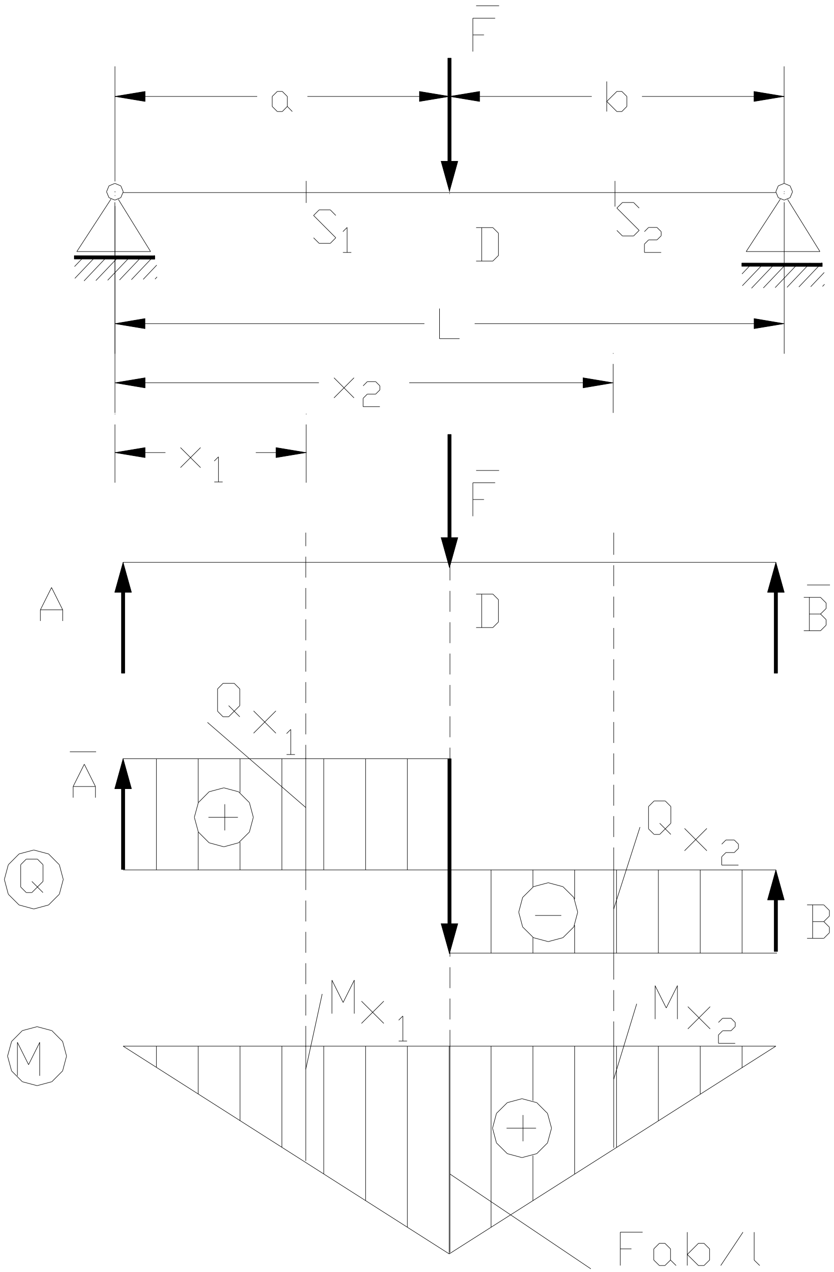


Fig. 6.5

$$QAd = RA = \frac{F.b}{L}$$

$$QDi = RA = \frac{F.b}{L}$$

$$QDd = RA - F = \frac{F.b}{L} - F$$

$$QBi = -\frac{F.\mathrm{a}}{L}$$

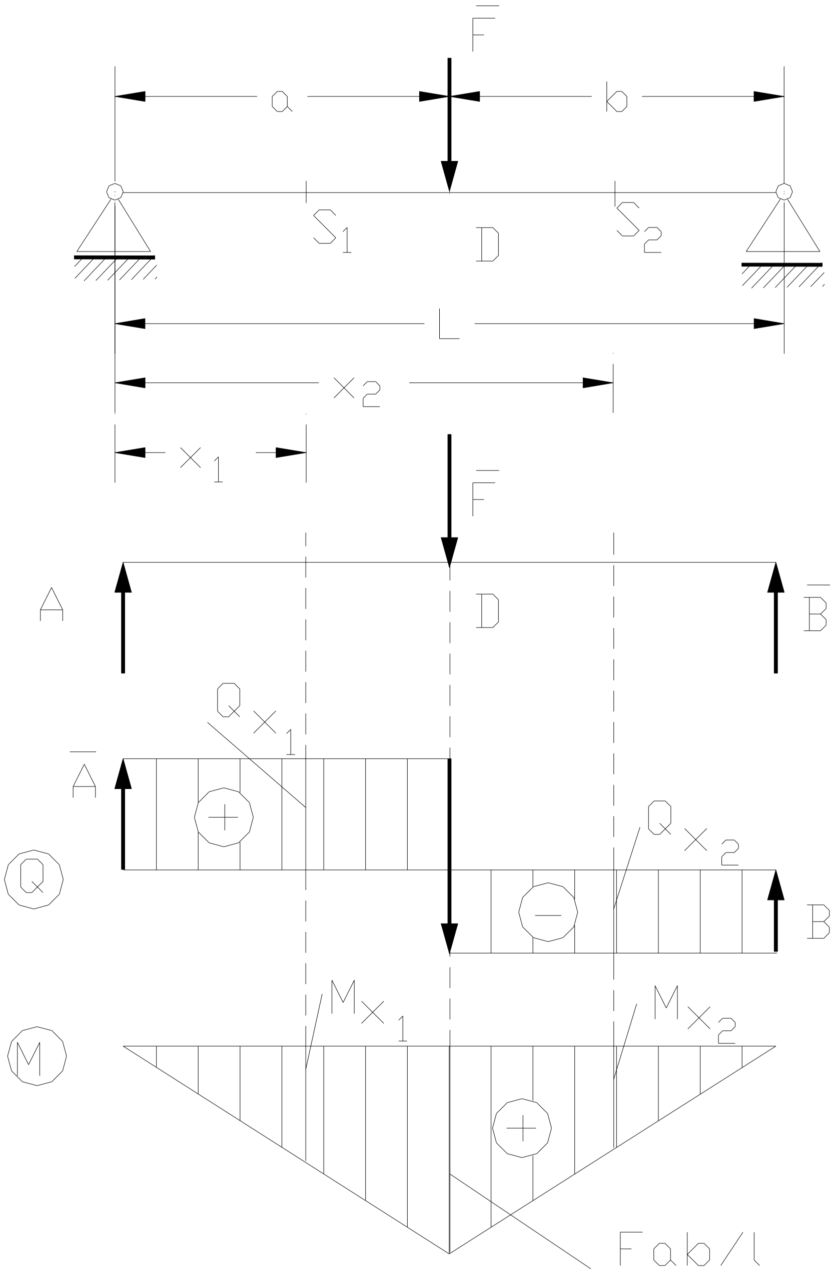


Fig. 6.5

$$MA = 0$$

$$MD = RA.a = \frac{F.b}{L}.a$$

$$MB = 0$$

VIGA EMPOTRADA

VIGA EMPOTRADA

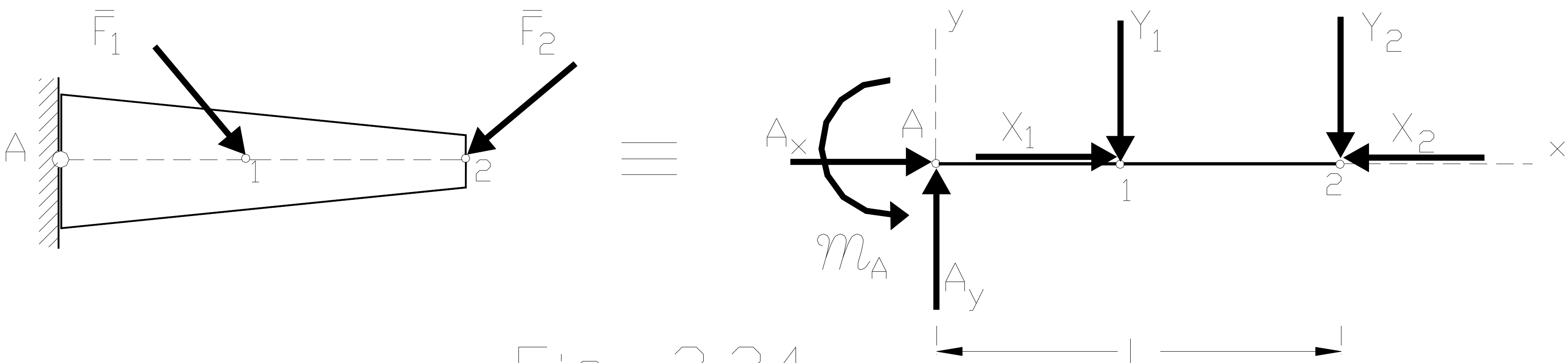


Fig. 3.24

VIGA EMPOTRADA

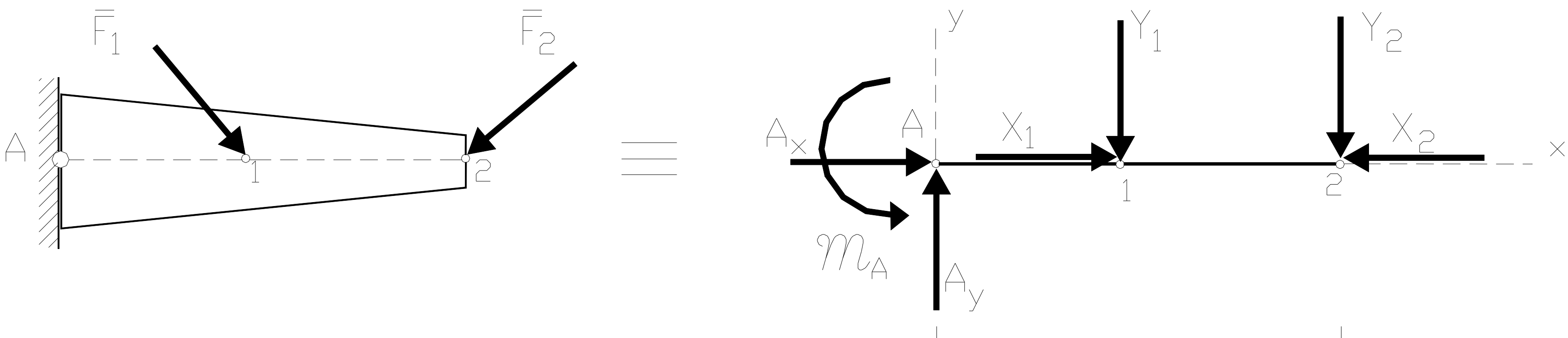
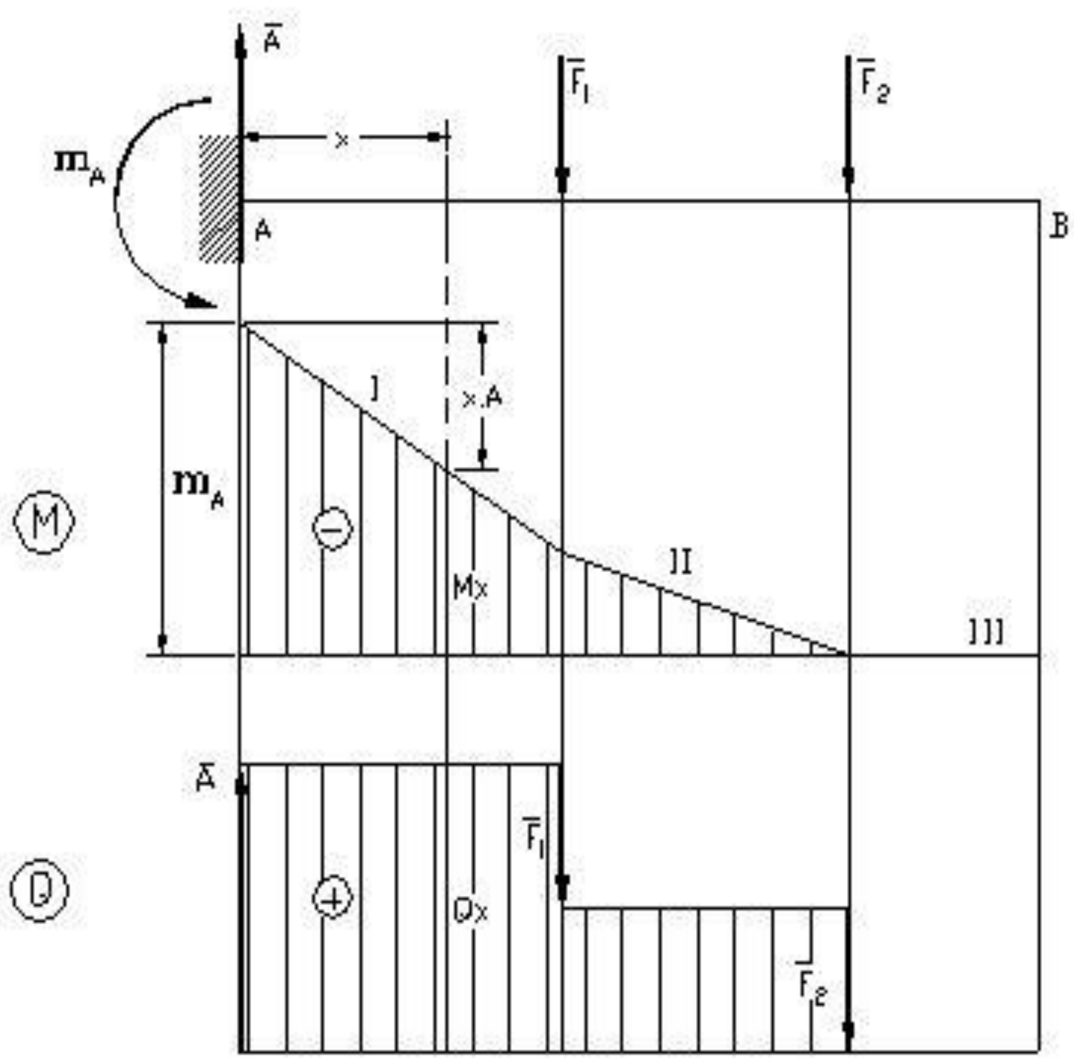


Fig. 3.24

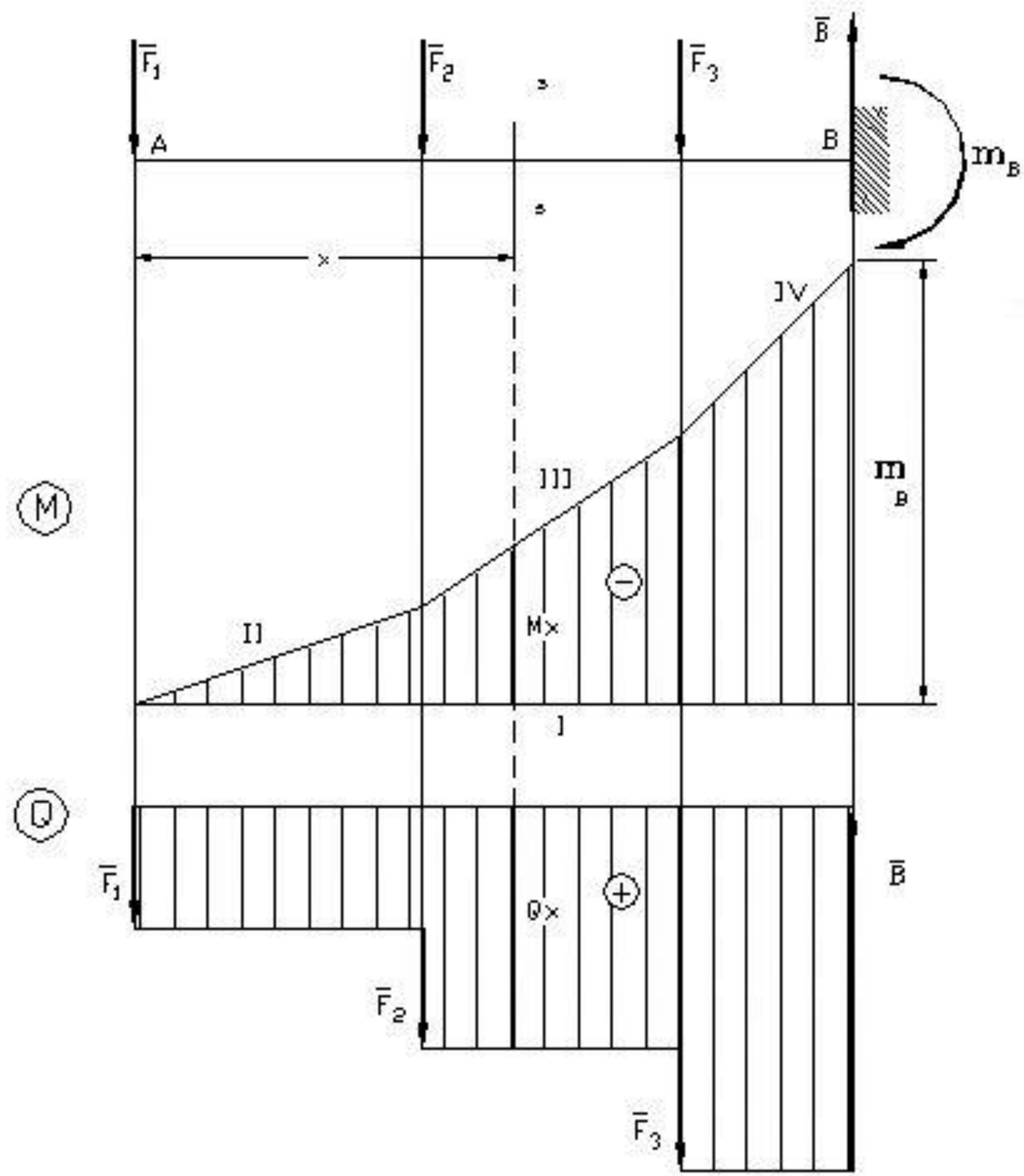
$$+\curvearrowright \quad \sum M_A = -m_A + x_1 Y_1 + x_2 Y_2 = 0 \quad \therefore \quad m_A = x_1 Y_1 + x_2 Y_2$$

$$+\uparrow \quad \sum Y_i = A_y - Y_1 - Y_2 = 0 \quad \therefore \quad A_y = Y_1 + Y_2$$

$$+\rightarrow \quad \sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore \quad A_x = -X_1 + X_2$$



A
F1
F2
mA
x
A
B
x.A
I
II
III
mA
M
Mx
A
F1
Q
Qx
F2



F1
F2
F3
B
A
B
mB
x
IV
III
II
I
M
Mx
−
Q
Qx
+

RELACIONES ENTRE CARGA, ESFUERZO DE CORTE Y MOMENTO FLECTOR

P ; Q ; M

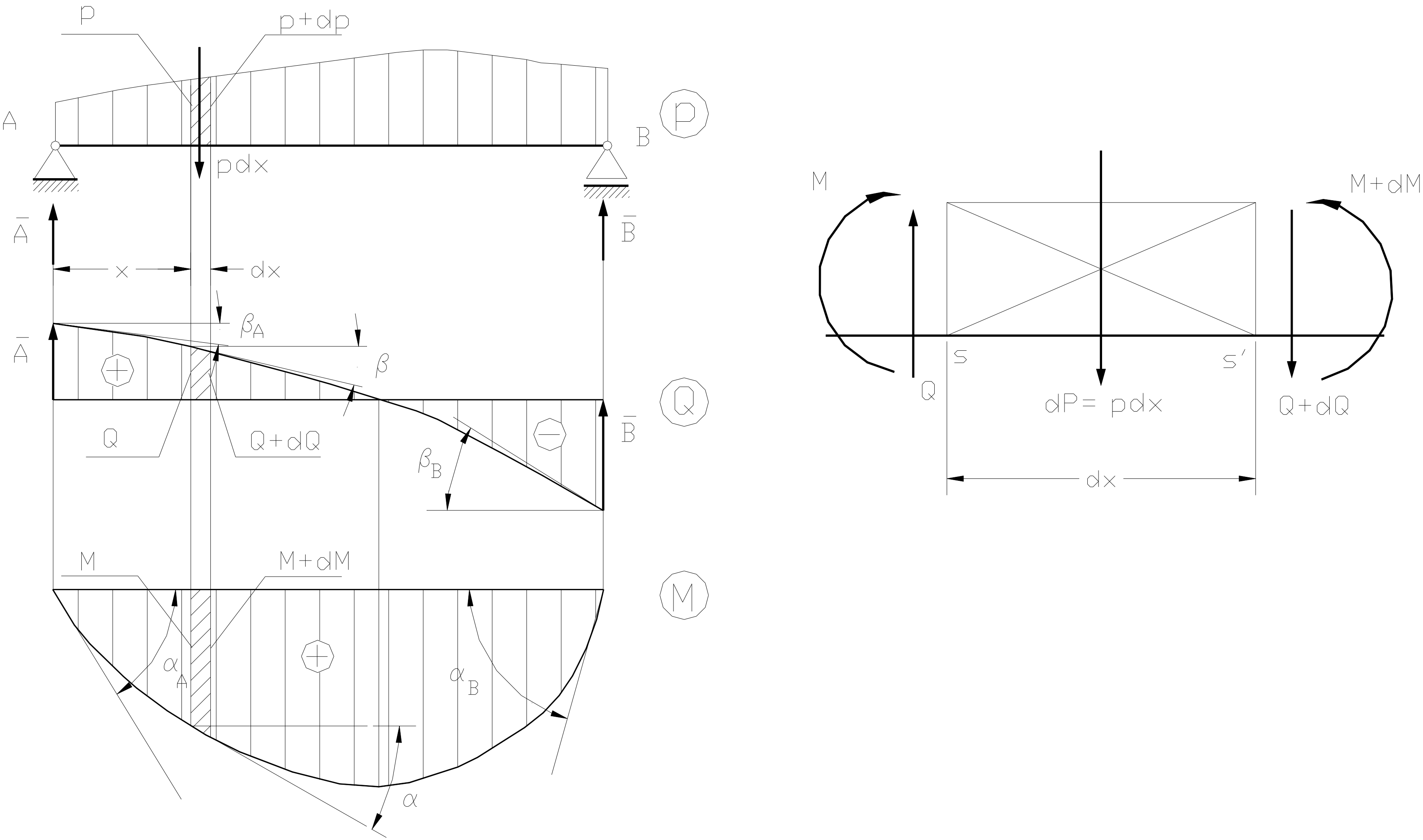
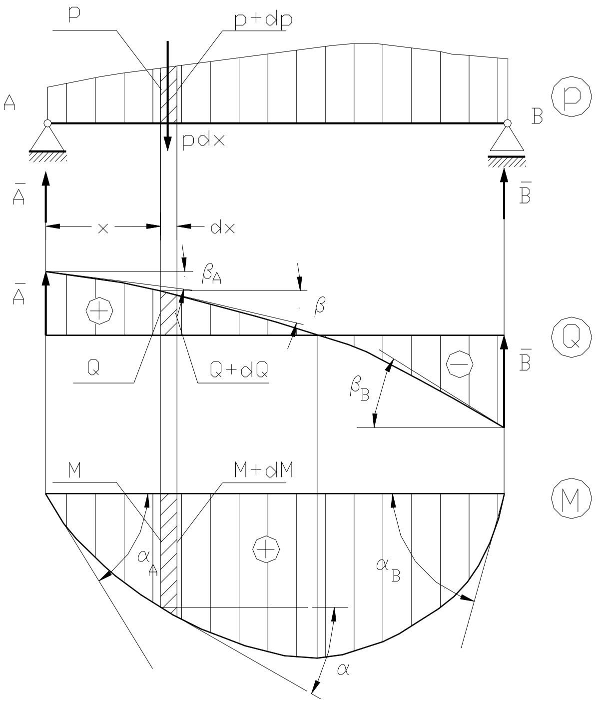
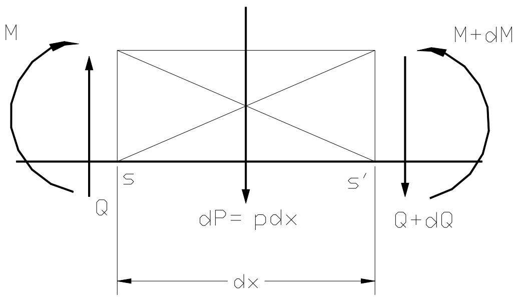

p
p+dp
A
B
pdx
p
$\bar{A}$
$\bar{B}$
x
dx
β_A
β
$\bar{A}$
+
Q
Q
Q+dQ
β_B
−
$\bar{B}$
M
M+dM
M
+
α_A
α_B
α
M
M+dM
s
s'
Q
dP= pdx
Q+dQ
dx

Fig. 6.12



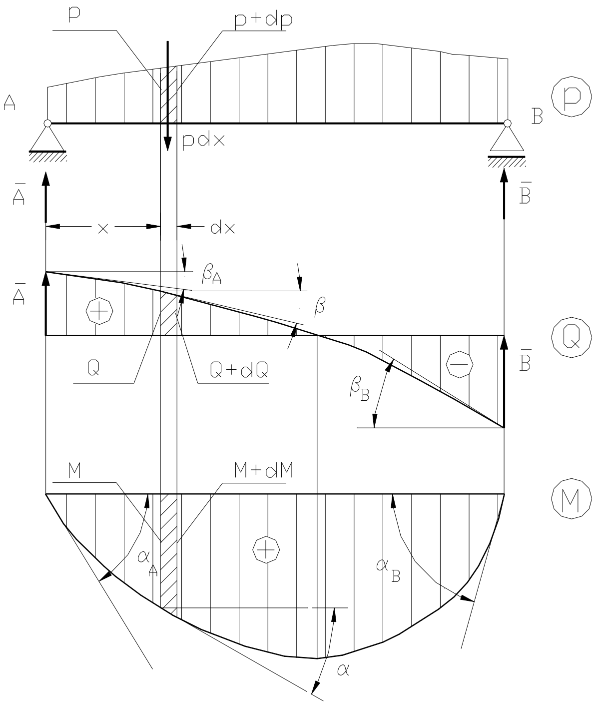


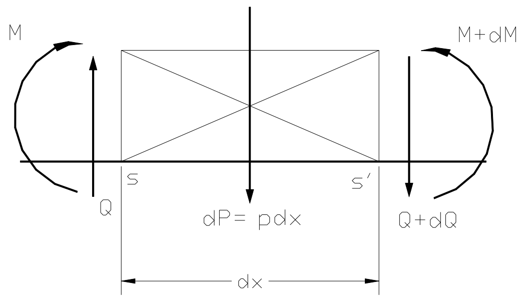
$$\Sigma Ms = 0 = M + Q.\,dx - p.dx.\frac{dx}{2} - M - dM = 0$$

$$\Sigma Ms = 0 = \cancel{M} + Q.\,dx - \cancel{p.dx.\frac{dx}{2}} - \cancel{M} - dM = 0$$

$$Q.\,dx = dM$$

$$\boxed{Q = \frac{dM}{dx}}$$





$$\Sigma FYs = 0 = Q - p.dx - Q - dQ = 0$$

$$\Sigma FYs = 0 = \cancel{Q} - p.dx - \cancel{Q} - dQ = 0$$

$$-p.\,dx = dQ$$

$$\boxed{-p = \frac{dQ}{dx}}$$

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

$$-p = \frac{dQ}{dx}$$

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = -p$$

LEY DE VARIACIÓN - CONCLUSIÓN

Si p es constante, el corte varía linealmente y el momento es cuadrático

Si p es lineal, el corte es cuadrático y el momento es cúbico

VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA DISTRIBUIDA

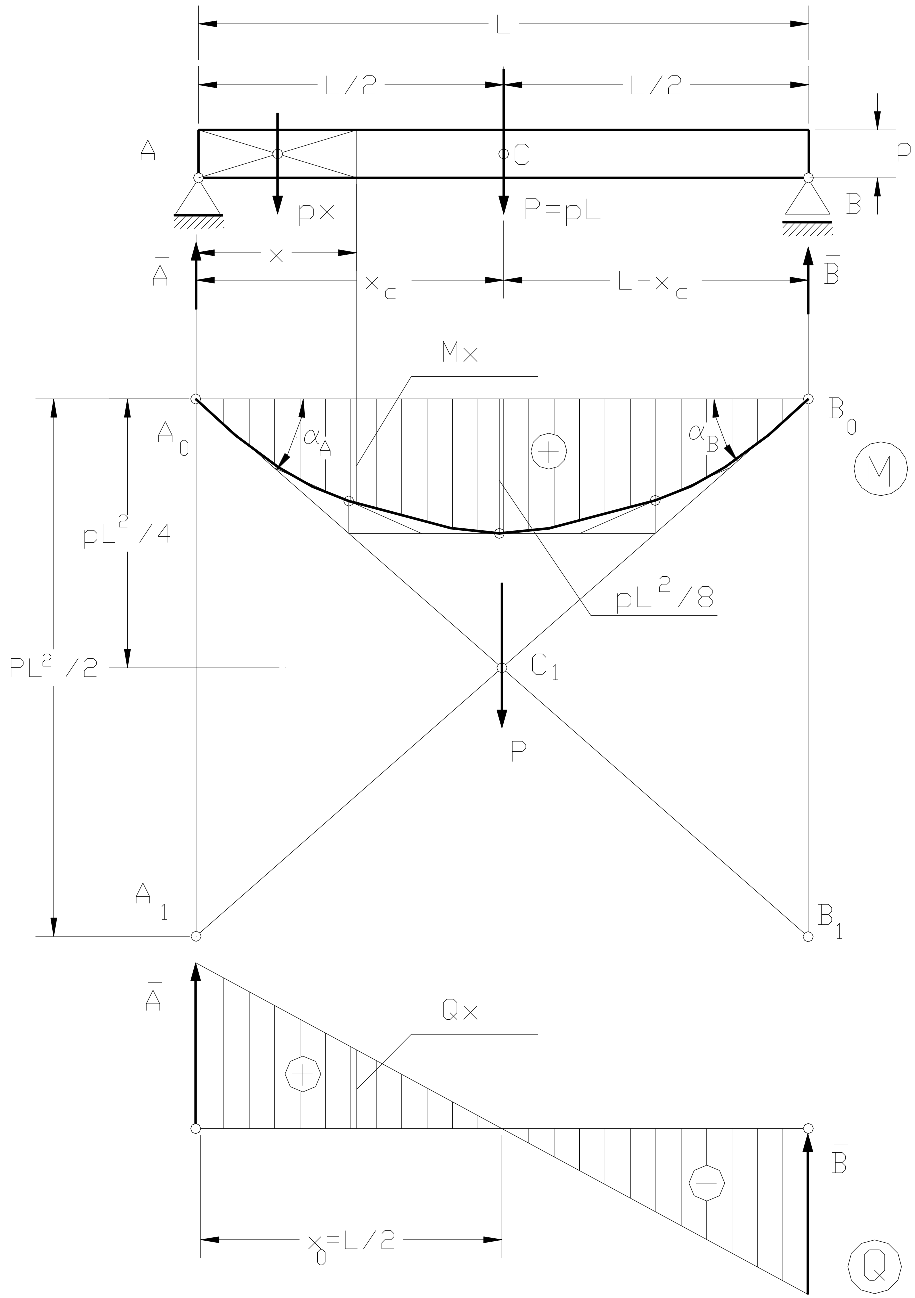

L
L/2
L/2
A
C
p
px
P=pL
B
$\bar{A}$
x
x_c
$L-x_c$
$\bar{B}$
Mx
A_0
α_A
+
α_B
B_0
M
$pL^2/4$
$pL^2/8$
$PL^2/2$
C_1
P
A_1
B_1
$\bar{A}$
Qx
+
$\bar{B}$
−
$x_0=L/2$
Q

Fig. 6.15

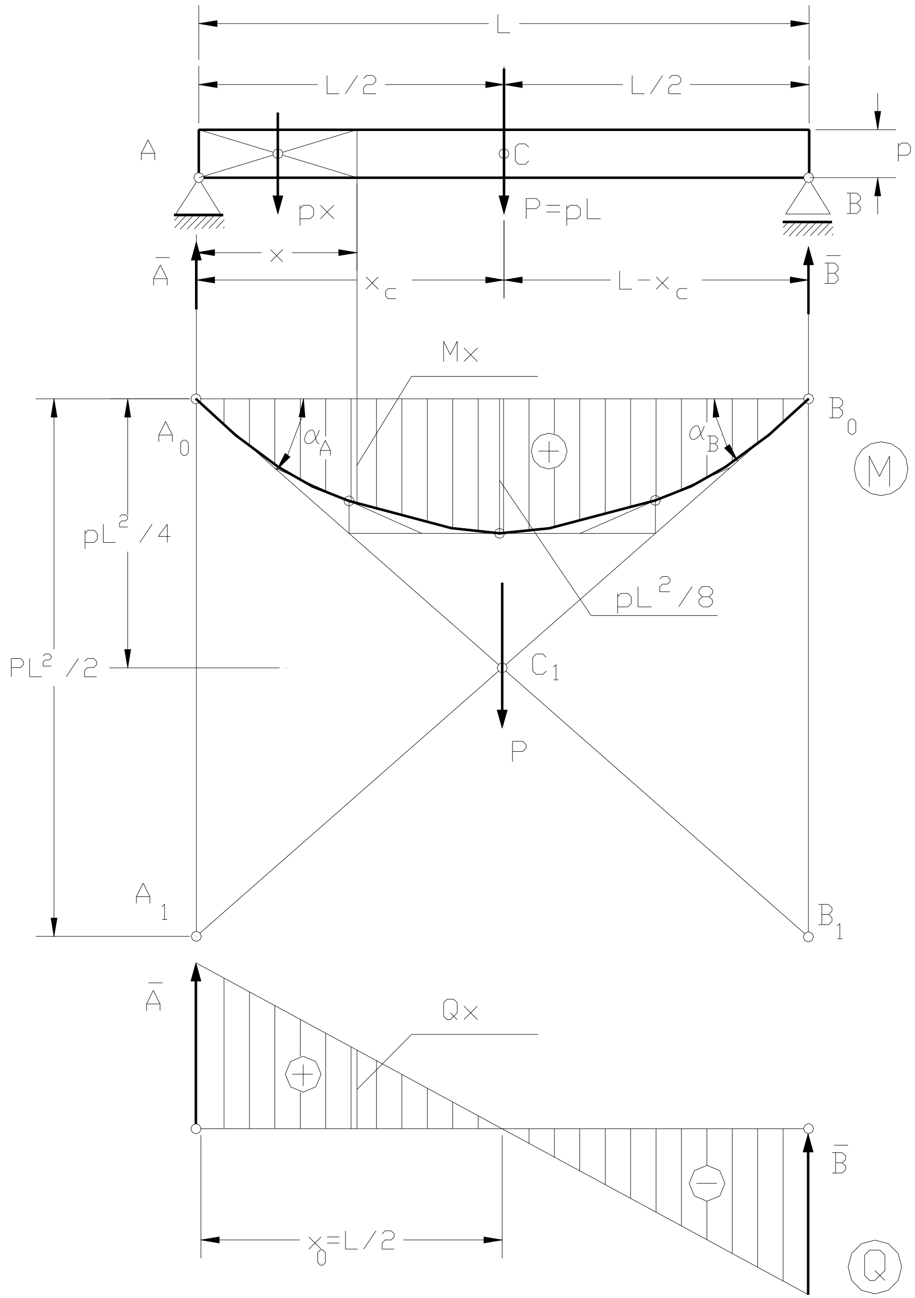


Fig. 6.15

$A = B = \frac{1}{2}\, pL = \frac{1}{2}\, P$

$M_X = A.x - p.x.\ \frac{1}{2}\, x =$

$= \frac{1}{2}\, p.L.x - \frac{1}{2}\, px^2$

$Q_X = A - p.x =$

$= \frac{1}{2}\, pL - p.x$

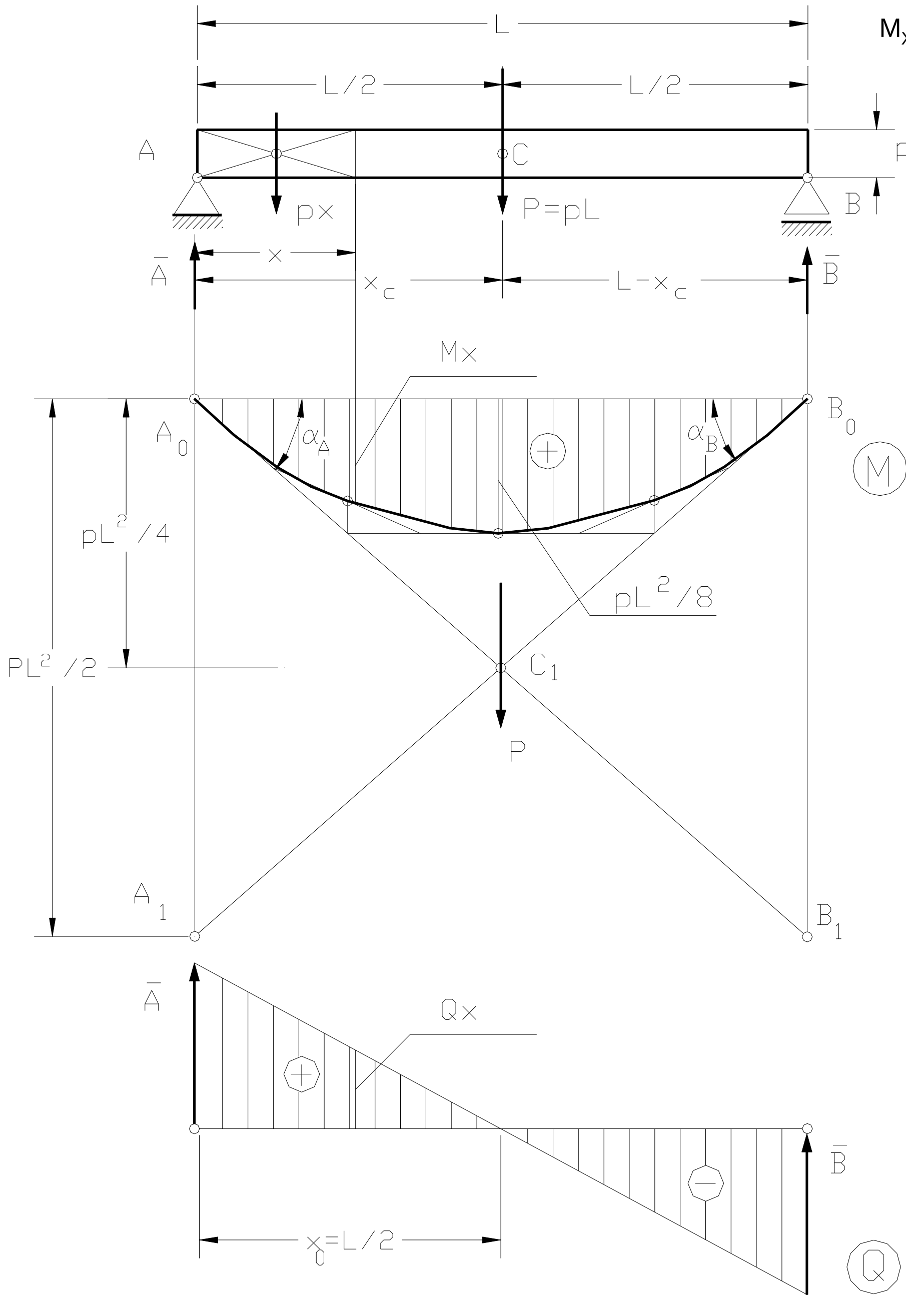


Fig. 6.15

M_{Xo} = $\mathbf{M_{máx}}$ =

$$M_X = A.x - p.x.\ ½\ x =$$

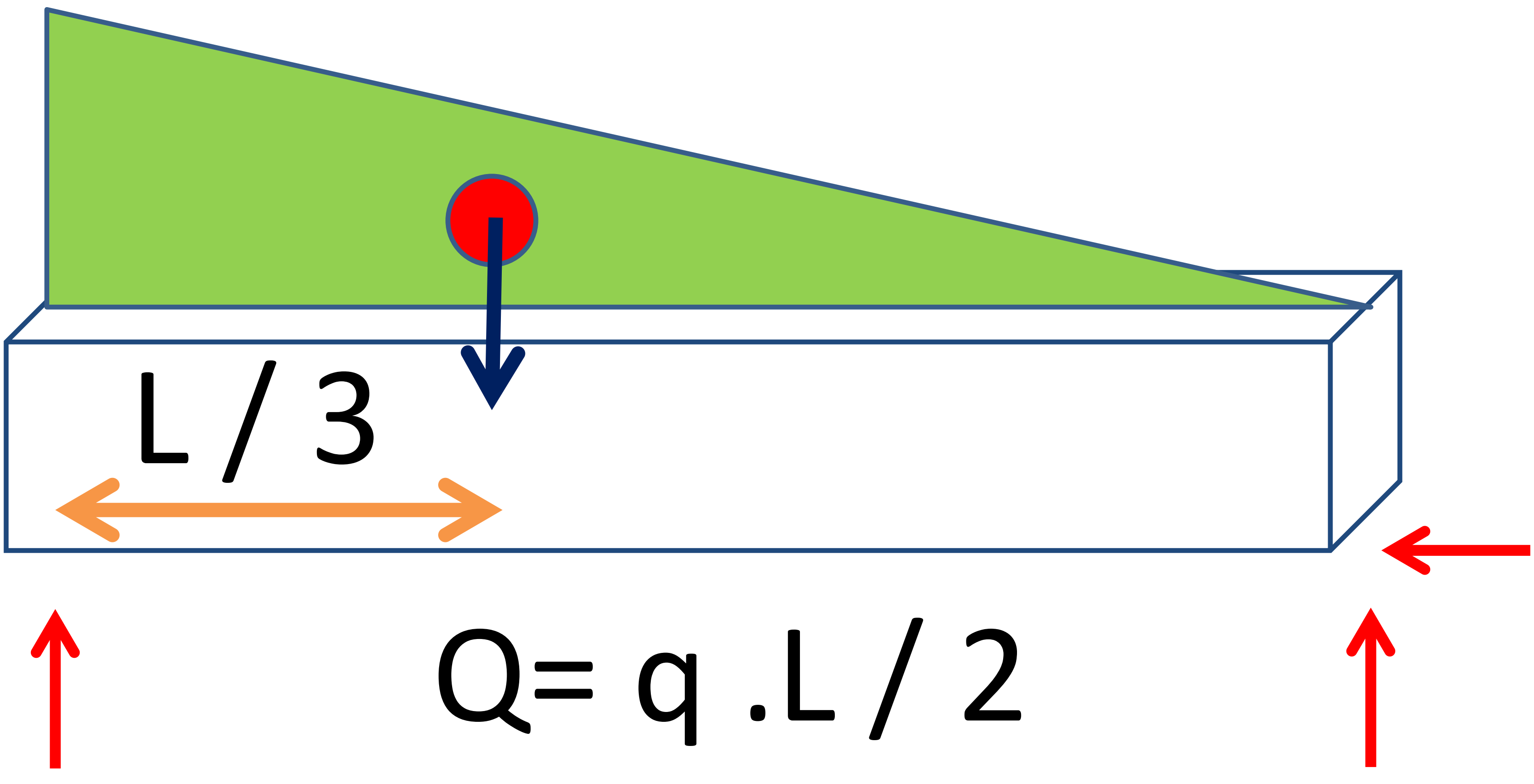
$$= ½\ p.L.x - ½\ px^2$$

$$Mmáx = -\frac{pL^2}{8} + \frac{pL^2}{4} = \frac{pL^2}{8}$$

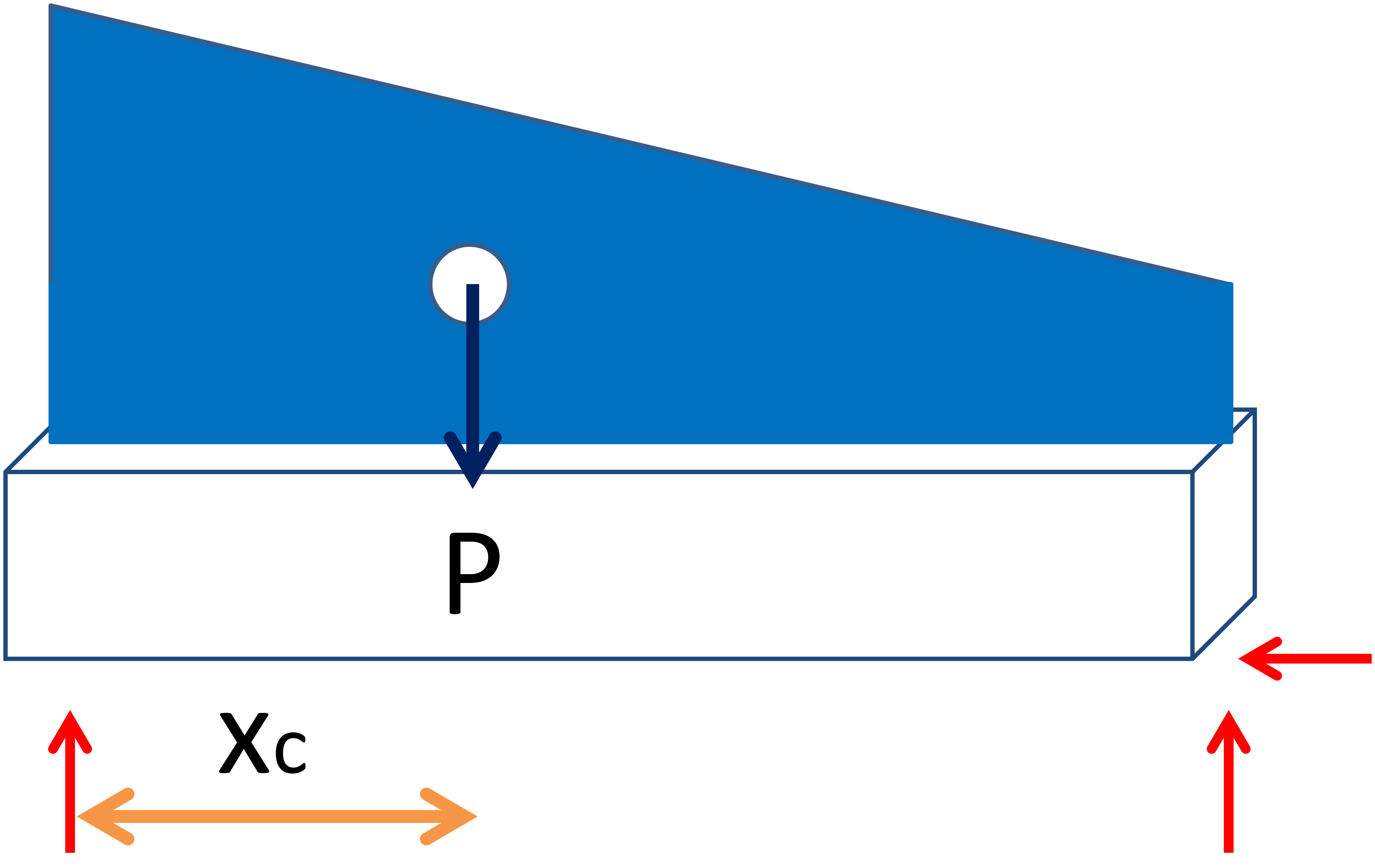
$$Q_{Xo} = ½\ p.L - p.x_0 = 0 \quad \therefore$$

$$x_0 = ½\ L$$

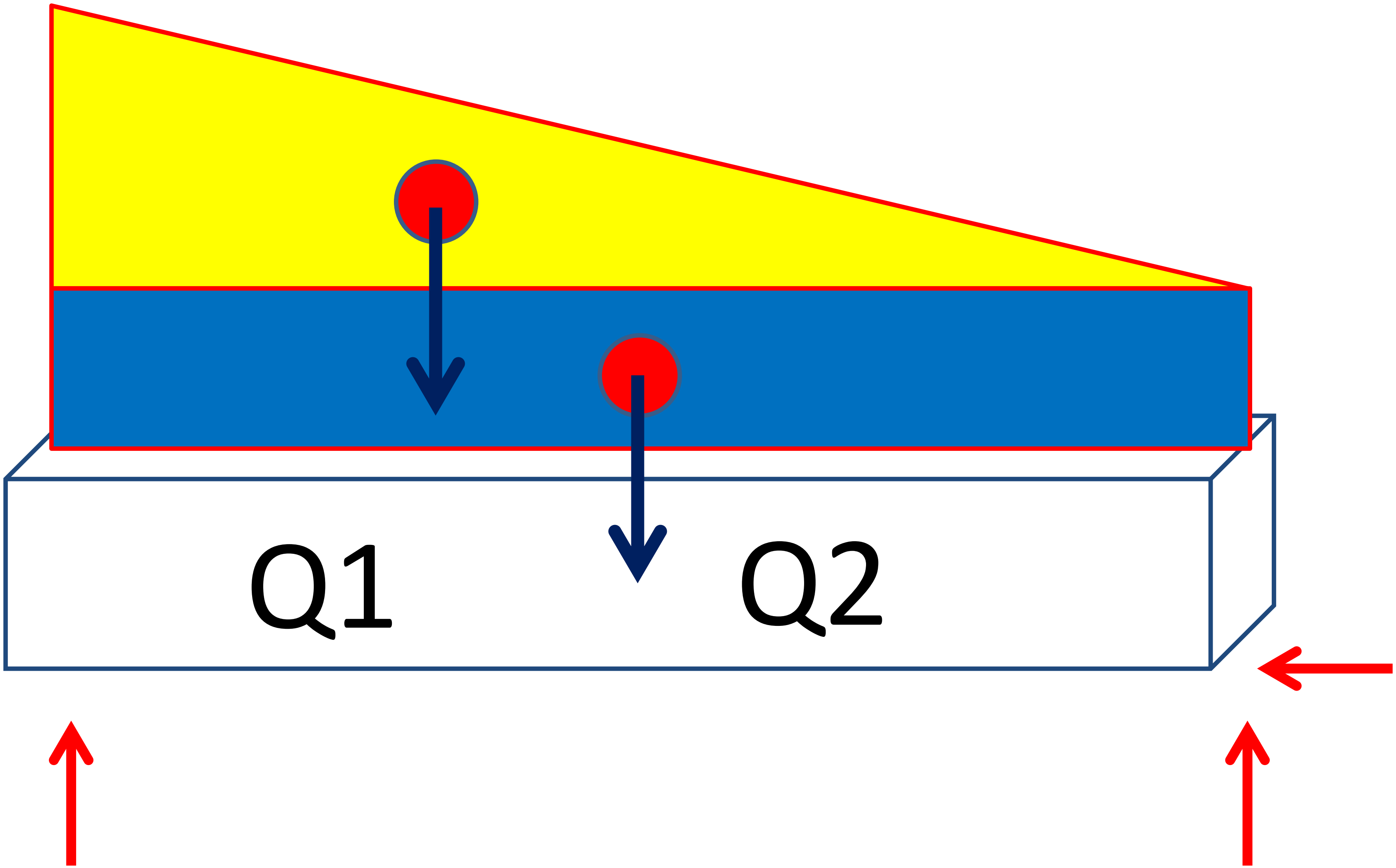
CARGA TRIANGULAR



CARGA TRAPECIAL



CARGA TRAPECIAL



VIGAS CARGADAS CON PARES

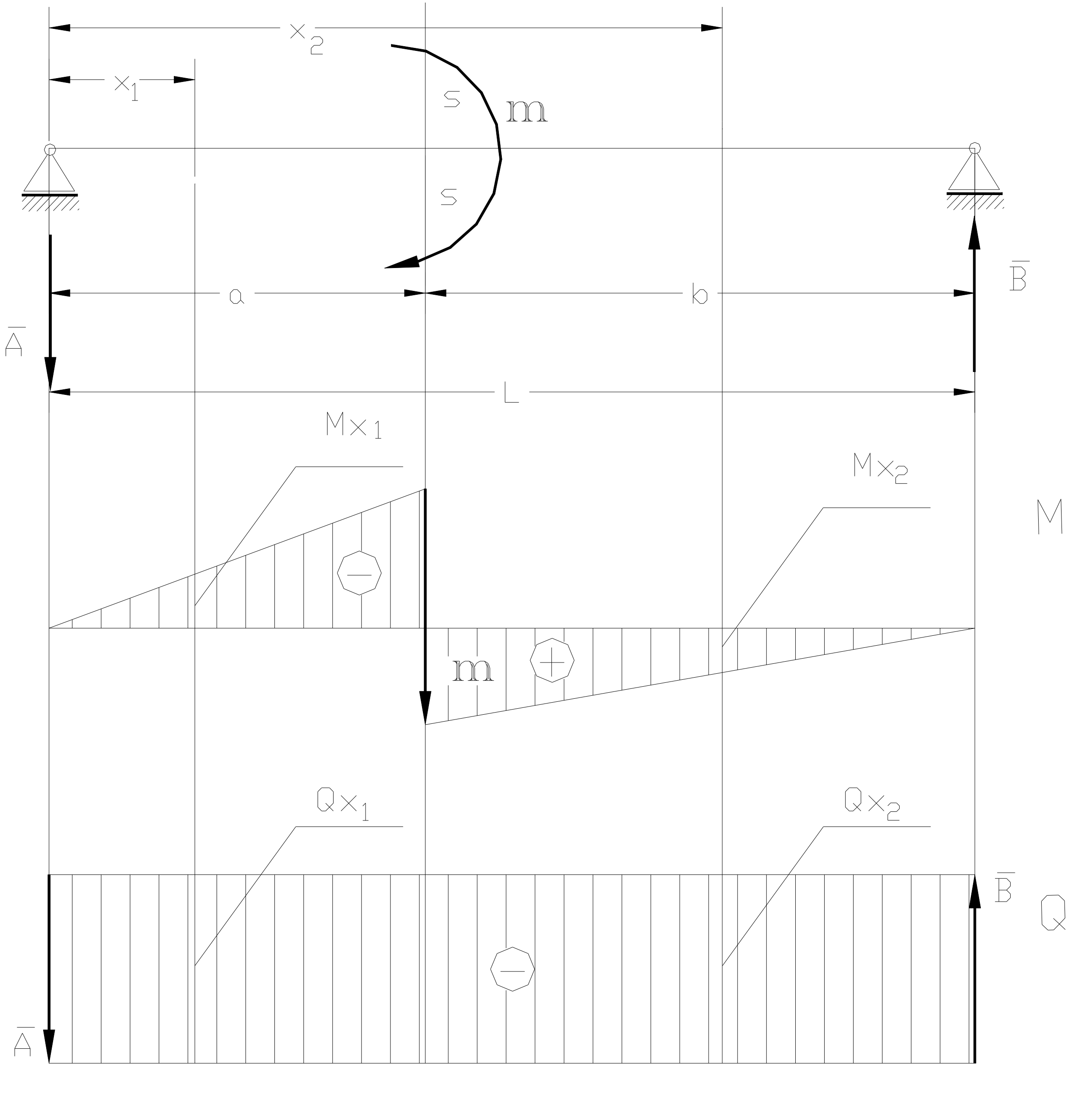


Fig. 6.27

A = m / L

B = m / L

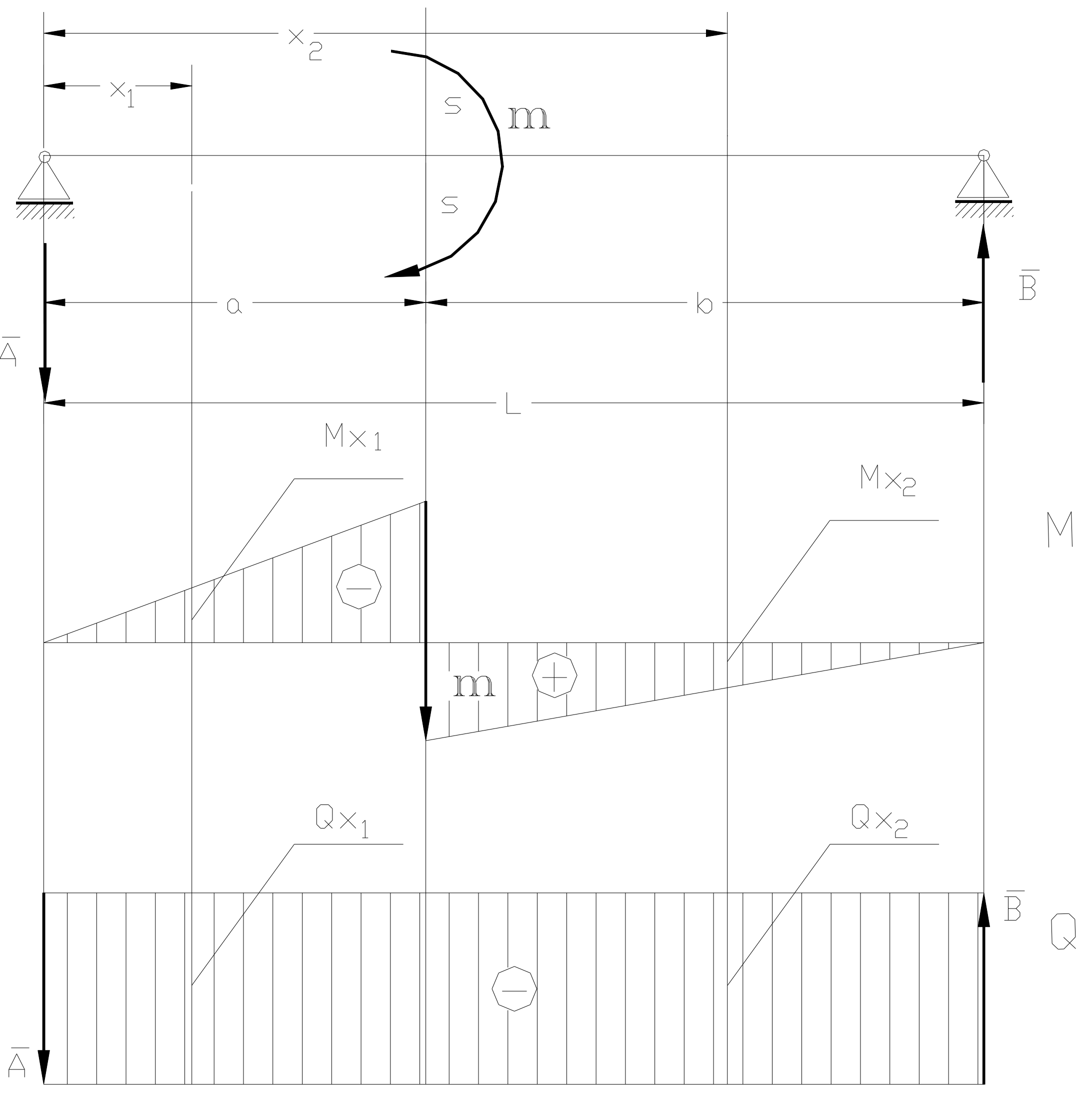


Fig. 6.27

$M_{S\ izq} = -\ A.a$

$M_{S\ der} = -\ A.a + m = B.b$

$Q_X = Q_{X1} = Q_{X2} = -\ A = cte.$

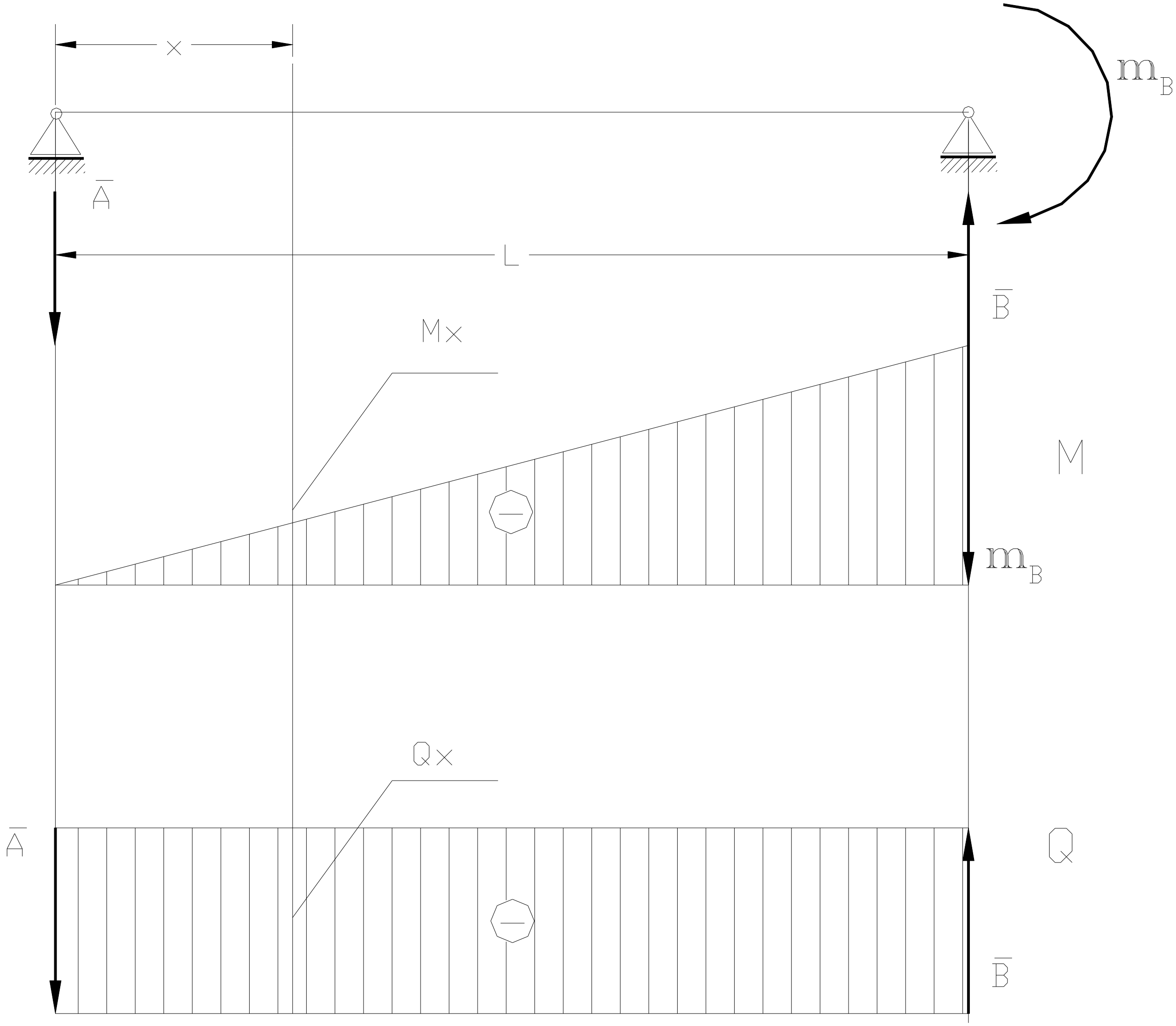


Fig. 6.28

A = mB / L

B = mB / L

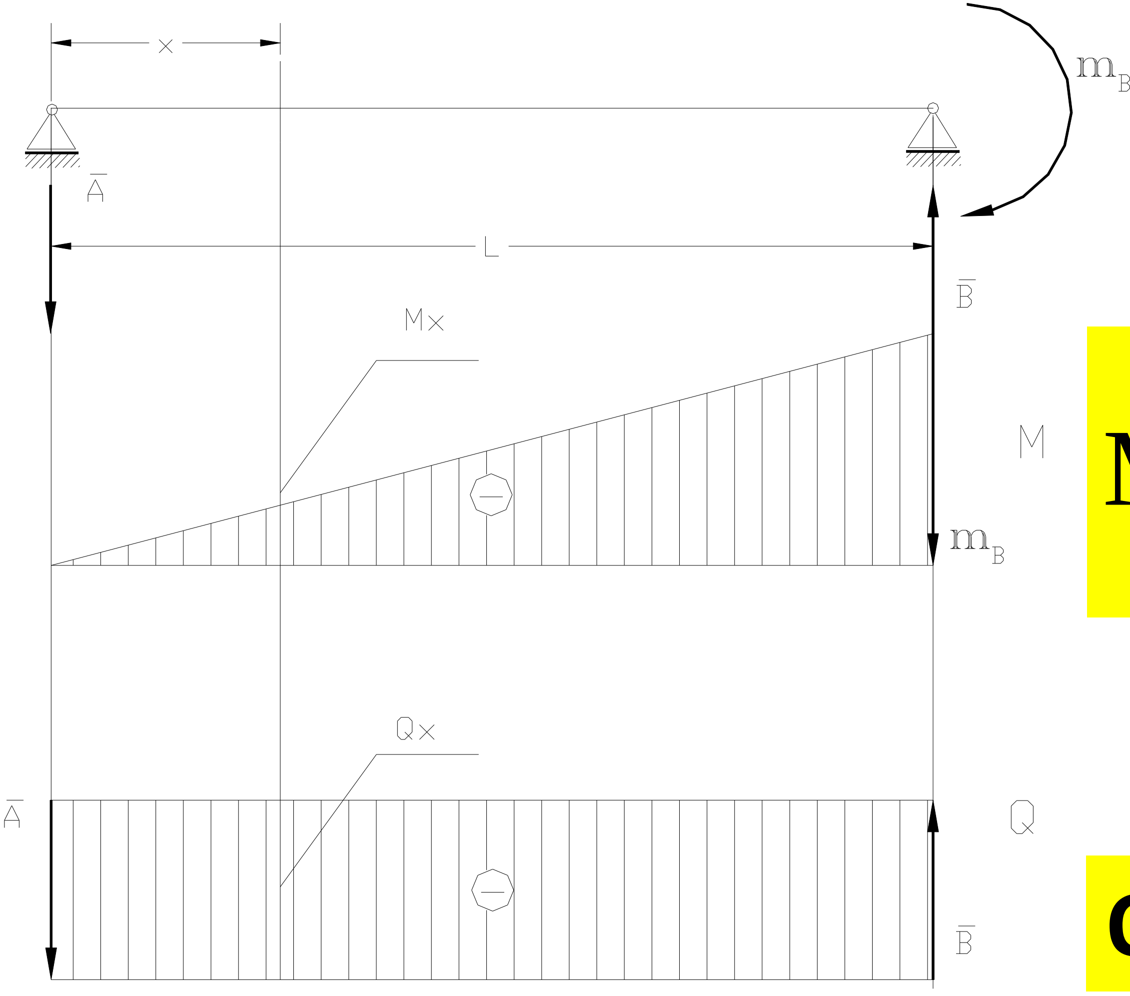


Fig. 6.28

$$Mx = -m_B \frac{x}{L}$$

$$Q_X = -A = cte.$$