

Unidad Temática 2

Probabilidad

Ejercicios y Aplicaciones: Resolución Guiada

UT2. Ejercicio 1

La Dirección de Tránsito y Transporte está considerando la posibilidad de ampliar la Avenida de Acceso a la ciudad. Antes de tomar la decisión final, implementa una encuesta a 500 ciudadanos, dando como posibilidad de respuesta SI o NO.



Marque con una X la opción correcta.



- a) El *experimento estadístico* consiste en considerar la posibilidad de ampliar la avenida de acceso.
- b) El *experimento estadístico* consiste en tomar la decisión de ampliar la avenida de acceso
- c) El *experimento estadístico* consiste en seleccionar una persona de la muestra de los 500 ciudadanos.
- d) El *experimento estadístico* consiste en seleccionar una persona de la muestra de los 500 ciudadanos, hacerle la pregunta y registrar su respuesta.
- e) El *experimento estadístico* consiste en seleccionar una persona de la muestra de los 500 ciudadanos, hacerle la pregunta y registrar su respuesta. Para completar la encuesta y tomar la decisión, se debe repetir el *experimento* estadístico con cada uno de los 500 ciudadanos de la muestra.

UT2. Ejercicio 2

Juan es un inspector de control de calidad. Cada mañana, de acuerdo al plan de muestreo, debe seleccionar tres piezas para examinarlas y declararlas aceptables o rechazables.

1) Marque con una X la opción correcta.



- a) El *experimento* consiste en seleccionar aleatoriamente una pieza, examinarla y clasificarla como aceptable o rechazable. Para cumplir con el plan de muestreo, Juan debe repetir el *experimento* con otras dos piezas más.
- b) El espacio muestral del experimento estadístico para cumplir con el plan de muestreo, está compuesto por dos posibles resultados.
- c) Sea el evento *A*: se selecciona una pieza rechazable y sea el evento *B*: se seleccionan tres piezas aceptables. *A* y *B* son eventos compatibles.
- e) Todas las anteriores.



2) **Justifique** las opciones incorrectas del apartado 1), es decir, escriba por qué considera que son incorrectas.

2.a) Justificación:

.....

.....

.....

.....

2.b) Justificación:

.....

.....

.....

.....

2.c) Justificación:

.....

.....

.....

.....



¡Atención!



Notación

Si en el Ejercicio siguiente tiene dificultades con el editor de ecuaciones para el uso de los símbolos, sea en el procesador de textos o en el Campus Virtual, recuerde que puede emplear formas equivalentes para denotar eventos.

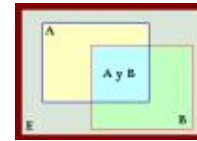
$(A \cap B)$: es equivalente a la notación (A y B)

$(A \cup B)$: es equivalente a la notación (A o B)

\bar{A} : El complemento del evento A, puede escribirse como:
 A' ; A^c ; No A ; cualquiera de estos tres modos

UT2. Ejercicio 3

Responda las consignas que le proponemos a continuación, teniendo en cuenta la información disponible en la tabla de contingencia.



	<i>B</i>	<i>B'</i>	<i>Totales</i>
<i>A</i>	10	30	40
<i>A'</i>	25	35	60
<i>Totales</i>	35	65	100

1) **Escriba** en cada cociente, los *números* que debe colocar en numerador y denominador, para calcular las probabilidades solicitadas a continuación. Por ejemplo, para $P(A) = \frac{XX}{XX}$, en lugar de las *X* debe colocar los valores numéricos que corresponda.



- | | |
|----------------------------------|--|
| a) $P(A) = \frac{\quad}{\quad}$ | d) $P(A \cap B) = \frac{\quad}{\quad}$ |
| b) $P(B) = \frac{\quad}{\quad}$ | e) $P(A \cap B') = \frac{\quad}{\quad}$ |
| c) $P(A') = \frac{\quad}{\quad}$ | f) $P(A' \cap B') = \frac{\quad}{\quad}$ |



2) **Escriba** el *resultado* del cálculo de la *probabilidad* de los siguientes eventos:

- | | |
|--|---|
| a) $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ | d) $P(B \cap A) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b) $P(A \cup B') = \underline{\hspace{2cm}}$ | e) $P(B' \cap A) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c) $P(A' \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ | f) $P(A' \cap B') = \underline{\hspace{2cm}}$ |



3) **Complete** las siguientes oraciones:

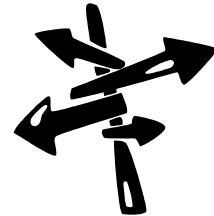
- a) La probabilidad de que ocurra el evento *A* o el evento *B* es igual a; dicho valor numérico NO es igual a la $P(A \cap B)$, pues esta notación debe expresarse en palabras como:

.....

- b) La $P(A \cup B)$ tampoco es igual a la probabilidad de que ocurra el evento B dado que ha ocurrido el evento A , pues esta última probabilidad se obtiene haciendo el siguiente planteo:, y su valor numérico es igual a

UT2. Ejercicio 4

El Cuadro 1 resultó de una encuesta a 500 personas entrevistadas en la Feria de Oferta Educativa del año pasado. En el mismo se observa la cantidad de personas, clasificadas por sexo, que optaron por determinada carrera y que hoy estudian en las distintas unidades académicas. Supondremos que cada una de las personas sigue sólo una de las carreras de estudio.



- 1) **Complete** la información faltante en el siguiente cuadro:



Cuadro 1

Carrera	Hombres	Mujeres	Totales
Ingeniería	40	10	_____
Medicina	_____	36	80
Económicas	50	_____	90
Filosofía	48	_____	60
Derecho	42	38	_____
Agrarias	_____	14	40
Otras	60	_____	_____
Totales	_____	_____	_____

Sean los eventos simples:

I: ser alumno de Ingeniería
M: ser alumno de Medicina
F: ser alumno de Filosofía
E: ser alumno de Ciencias Económicas
A: ser alumno de Ciencias Agrarias

O: ser alumno de otra carrera
D: ser alumno de Derecho
H: ser hombre
J: ser mujer

Si se debe responder la pregunta: ¿cuál es la probabilidad de que al seleccionar una persona de la muestra al azar, resulte ser alumno de la carrera de Ingeniería?, el planteo es: $P(I)$.



2) **Escriba** el planteo para responder las siguientes preguntas, teniendo en cuenta la notación adoptada para los eventos simples.

- a) $P(\text{_____})$ ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una persona de la muestra al azar, estudie *Medicina o Filosofía*?
- b) $P(\text{_____})$ ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una persona de la muestra al azar, sea *Mujer* y estudie *Ciencias Económicas*?
- c) $P(\text{_____})$ ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una persona de la muestra al azar, sea *Hombre* y no estudie *Derecho*?
- d) $P(\text{_____})$ Si la persona seleccionada al azar estudia *Ciencias Agrarias*, ¿cuál es la probabilidad de que sea *Hombre*?
- e) $P(\text{_____})$ Si la persona seleccionada al azar no estudia *Medicina*, ¿cuál es la probabilidad de que sea *Mujer*?

3) **Calcule** las probabilidades solicitadas a continuación, teniendo en cuenta la información del Cuadro 1. ¡Atención! Sólo debe colocar el valor numérico de la respuesta; no le pedimos que escriba el planteo de la solución.



- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar, estudie *Medicina*?
- b) *María* ha sido seleccionada al azar entre las personas de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de que estudie *Derecho*?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar entre los *hombres* de la muestra, uno que haya optado por estudiar *Ingeniería*?
- d) Entre las *mujeres* de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una alumna de *Ciencias Económicas*?

Respuesta

4) **Marque** con una **X** la opción con el concepto de probabilidad que usted aplicó para calcular las probabilidades anteriores.



- a) Probabilidad *a priori*
- b) Probabilidad *frecuencial*
- c) Probabilidad *subjetiva*
- d) Probabilidad *clásica*

UT2. Ejercicio 5

En un programa de capacitación industrial, un grupo de aprendices es instruido con el método A y otro grupo con el método B. En el método A, durante cinco días los aprendices dejan de trabajar en la planta industrial y asisten a un curso de capacitación de cuarenta horas de duración. En el método B, los aprendices son capacitados en la misma planta industrial bajo la supervisión de expertos de la planta, durante el mismo tiempo. Al finalizar la capacitación son evaluados y calificados.



De experiencias previas se sabe que el 70% de los aprendices son capacitados con el método A, el 30% con el método B y que el 89,9% de los aprendices que participan del programa de capacitación aprueban la evaluación. Se sabe también que, si se tiene en cuenta sólo a los aprendices que fueron capacitados por el método A, el 95% de ellos aprueba la evaluación, mientras que, de los capacitados con el método B, aprueba el 78%.

Suponga que se produjo un problema en la planta debido a un error humano y el responsable es un aprendiz que aprobó el programa de capacitación, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido entrenado con el método B?



Consignas

Las consignas generales que se deben tener en cuenta para resolver problemas relacionados con el cálculo de probabilidades, son las siguientes:

- Definir eventos.
- Asignar probabilidades conocidas a partir de los eventos definidos.
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado respondiendo la consigna, en el contexto del problema.

Seguidamente, mediremos la resolución del problema, atendiendo las consignas generales enunciadas.

A - Definir Eventos

Recordemos que, por convención, utilizaremos letras mayúsculas de nuestro alfabeto para denotar los eventos. Evitaremos usar las letras S y P ; la letra S , la hemos reservado para representar el espacio muestral (también puede usar la letra griega Ω), y la letra P la usaremos para representar la función probabilidad.

Una buena técnica para saber qué eventos deben ser definidos, consiste en observar los valores numéricos conocidos (datos que se dan en el enunciado) que pueden asociarse con la probabilidad de ocurrencia de eventos a definir. Por ejemplo, en el enunciado aparecen los siguientes números:

70% ; 30% ; 89,9% ; 95% ; 98%

1) **Escriba** brevemente qué haría si tuviera que generar experimentalmente la información numérica del enunciado. Es decir, cómo haría para generar en su empresa los porcentajes que aquí se entregan como datos del problema.



Respuesta:

.....

.....

.....

2) **Marque** con una **X** la opción correcta.



Los valores numéricos del enunciado, 70%; 30%; 89,9%; 95%; 98%:

- a) Pueden relacionarse con *probabilidades clásicas*.
- b) Pueden relacionarse con *probabilidades frecuenciales*.
- c) Son probabilidades *a priori*.
- d) Ninguna de las anteriores.



3) **Complete** el párrafo siguiente:

A partir de la frecuencia con que los aprendices son capacitados con el método A, en una serie suficientemente de veces que se realizó el experimento (capacitar y calificar al grupo de aprendices), el valor numérico lo podemos relacionar con la probabilidad de que un aprendiz sea capacitado con el método A (probabilidad que responde a la definición de probabilidad). De la misma manera, podemos relacionar el valor con la probabilidad de que un aprendiz sea capacitado por el método B. Para expresar simbólicamente los eventos y asignarles los valores numéricos de las probabilidades, es necesario definirlos previamente.

En principio, podemos adoptar la siguiente notación:

<p><i>A</i>: el aprendiz es capacitado con el método A <i>B</i>: el aprendiz es capacitado con el método B</p>
--

Si queremos representar gráficamente a los eventos definidos mediante un **diagrama de Venn**, el espacio muestral quedará representado por un rectángulo. Para representar los eventos A y B debemos preguntarnos si son mutuamente excluyentes o no. Que sean mutuamente excluyentes implica que pueden ocurrir simultáneamente, esto es, pueden ocurrir a la vez.

En nuestro caso, asumiremos que en el experimento un aprendiz no puede participar en ambos programas de capacitación, esto es, es capacitado por el método A o es capacitado por el método B, pero no puede ser capacitado por ambos métodos.

Nuestro estudio comprende a los aprendices que han participado en alguno de los métodos de capacitación utilizados y sólo hay dos métodos. Si el evento A es *el aprendiz es capacitado por el método A*, el complemento de A , esto es, A' , puede denotar al evento que se ha representado con la letra B.

A : el aprendiz es capacitado por el método A
 A' : el aprendiz es capacitado por un método distinto del A
 (en este caso sólo puede ser el método B)

4) **Marque** con una **X** la opción correcta.



Tenga en cuenta cómo se han definido los eventos a que da lugar el *experimento* para juzgar el diagrama de Venn de la Figura 2.1 y marcar la opción que corresponde a la representación correcta de los eventos A y B.

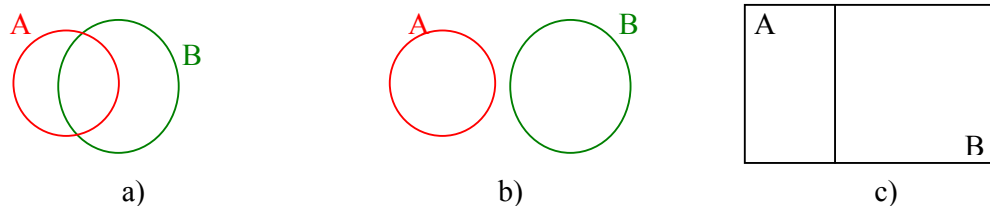


Figura 2.1

- a) La representación a) es la correcta.
- b) La representación b) representa los eventos A y B como incompatibles, pero no muestra que son complementarios.
- c) La representación c) es la correcta.
- d) Ninguna de las anteriores.

¡Atención! Aún no hemos hecho comentarios respecto de los valores numéricos 89,9%; 95%; 98%. Para ello, le proponemos la siguiente actividad.



5) **Complete** el párrafo siguiente:

Comencemos por el valor 89,9%, que en términos de probabilidad *frecuencial* es igual a 0,899. Este valor está asociado con la probabilidad de la evaluación. Entonces debemos definir un nuevo evento para denotar esta probabilidad.

C: el aprendiz aprueba la evaluación.



¡Atención!

Tenga presente que el valor 89,9%, que es dato en este problema, podría haberse omitido. Practique llegar a dicho valor, a partir del resto de la información conocida del enunciado.

Continuemos. La representación del evento *C* en el mismo espacio muestral, se debe hacer teniendo en cuenta que:

6) **Marque** con una **X** la opción correcta.



6.1) En relación con la clasificación de los eventos:

- a) A y C son compatibles
- b) B y C son compatibles
- c) A y B son incompatibles
- d) Todas las anteriores

6.2) En relación con la representación correcta del evento *C* mediante el diagrama de Venn.

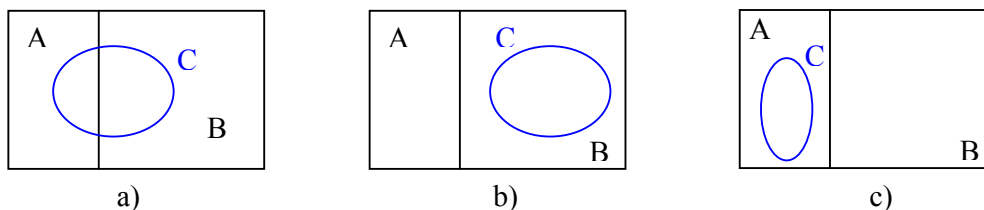


Figura 2.2

- a) La representación correcta del evento *C* es la Fig. 2.2. a)
- b) La representación correcta del evento *C* es la Fig. 2.2. b)
- c) La representación correcta del evento *C* es la Fig. 2.2. c)
- d) Ninguna de las anteriores

B - Asignar probabilidades

7) **Marque** con una **X** la opción correcta.



El enunciado dice: “De experiencias previas se sabe que el 70% de los aprendices son capacitados con el método A, el 30% con el método B y que el 89,9% de los aprendices que participan del programa de capacitación aprueban la evaluación.”

7.1) Es correcto concluir que:

- a) $P(A) = 0,70$
- b) $P(B) = 0,30$
- c) $P(C) = 0,899$
- d) Todas las anteriores

El enunciado dice: “Se sabe también que, si se tiene en cuenta sólo a los aprendices que fueron capacitados por el método A, el 95% de ellos aprueba la evaluación ...”

7.2) Es correcto concluir que:

- a) El 95% de los capacitados aprobó la evaluación.
- b) El 95% de los aprendices fueron capacitados con el método A.
- c) Dado que el aprendiz seleccionado al azar es capacitado con el método A, la probabilidad de que apruebe la evaluación es igual a 0,95.
- d) $P(A|C) = 0,95$

El enunciado dice: “... mientras que, de los capacitados con el método B, aprueba el 78%”

7.3) Es correcto concluir que:

- a) $P(C|B) = 0,78$
- b) $P(B \cap C) = 0,78$
- c) Dado que el aprendiz seleccionado al azar aprobó la evaluación, la probabilidad de que haya sido capacitado con el método B es igual a 0,78.
- d) $P(C \cup B) = 0,78$

8) **Complete** el párrafo siguiente y obtenga así la asignación de probabilidades para los eventos definidos.



a) $P(A) =$ _____

d) $P(C|A) =$ _____

b) $P(B) =$ _____

e) $P(C|B) =$ _____

c) $P(C) =$ _____

C - Plantear la solución del problema

9) **Marque** con una **X** la opción correcta.



Dice el enunciado: “Suponga que se produjo un problema en la planta debido a un error humano y el responsable es un aprendiz que aprobó el programa de capacitación, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido entrenado con el método B?”

9.1) Según el enunciado:

- a) *Se sabe que* el error es humano y que el aprendiz aprobó la evaluación. Esta información es conocida y está fuera de dudas.
- b) La pregunta requiere una respuesta que indique *quién fue el responsable* del problema que se produjo en la planta.
- c) La pregunta pide informar *con certeza* si el culpable del error aprobó la evaluación.
- d) La pregunta solicita como respuesta una *probabilidad referida al método de capacitación* que se empleó en la capacitación del aprendiz.
- e) Las opciones a) y d) son correctas.

9.2) El planteo correcto de la solución es:

- a) $P(C \cup B)$
- b) $P(C|B)$
- c) $P(C \cap B)$
- d) $P(B)$
- e) $P(B|C)$
- f) $P(A)$

D - Realizar los cálculos para arribar al resultado numérico



Dice el enunciado: “Suponga que se produjo un problema en la planta debido a un error humano y el responsable es un aprendiz que aprobó el programa de capacitación, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido entrenado con el método B?”

10) **Marque** con una **X** la opción correcta.



10.1) El resultado numérico solicitado en la consigna es:

- a) 0,73971
- b) 0,30
- c) 0,26029
- d) Menor de 0,15

10.2) Para encontrar el resultado supuso que:

- a) A y C son eventos independientes
- b) A y A' son eventos compatibles
- c) A y C son eventos complementarios
- d) Ninguna de las anteriores

E - Interpretar el resultado

11) **Interprete** el resultado numérico obtenido, haciéndolo en el contexto del problema para responder la consigna:



Respuesta:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

UT2. Ejercicio 6

Continuación del Ejercicio 5

Ya se ha dicho que el 89,9% de los aprendices aprueba el programa de capacitación; si se toma una muestra aleatoria de tres calificaciones de aprendices que han participado del programa, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno haya aprobado el programa?



¡Atención!

Recuerde las posibilidades de notación equivalente que le proporcionamos al comienzo.

1) **Responder.** El planteo de la solución del problema es:

Respuesta:

2) **Marque** con una **X** la solución correcta.

- a) 0,72657
- b) 0,00103
- c) 0,30300
- d) Ninguna de las anteriores

UT2. Ejercicio 7

Continuación del Ejercicio 5

Se sabe que el 95% de los aprendices capacitados con el método A, aprueban la evaluación. ¿Cuál es la probabilidad de que, en los próximos aprendices capacitados con el método A, recién el tercero sea el primero en aprobar la evaluación?

1) **Responder.** El planteo de la solución del problema es:

Respuesta:

2) **Marque** con una **X** la solución correcta. La probabilidad solicitada es:

- a) 0,857375
- b) 0,045125
- c) 0,002375
- d) 0,000125



Sitios en Internet

Si bien te remitimos a un sitio de Internet, se trata de una curiosidad relacionada con los contenidos de la unidad temática y no de una obligación como material de estudio: *la calculadora de Bayes*.

<http://www.ugr.es/~jsalinas/bayes.htm>



Sugerencias

Es muy importante que usted practique resolver ejercicios antes de la evaluación. Después de leer el enunciado, no salga corriendo a reemplazar valores en una fórmula. Tómese un tiempo para ordenar la información y seguir el procedimiento que le hemos propuesto en este documento. Y recuerde, usted dispone de ejercicios resueltos y también de ejercicios propuestos, con sus respuestas publicadas en un documento separado.

¡Es hora de descansar!



UT2. Respuestas

UT2. Ejercicio 1

e)

- 3.a) $80/500 = 0,16$
3.b) $38/190 = 0,2$
3.c) $40/310 = 0,1290$
3.d) $40/190 = 0,2105$
4.b)

UT2. Ejercicio 2

1.a)

2.a) Correcta

2.b) Justificar:

A: aceptable; R: rechazable. Posibles resultados: ocho. El espacio muestral es: $\Omega = \{(AAA); (AAR); (ARA); (RAA); (ARR); (RAR); (RRA); (RRR)\}$

2.c) Si el evento *B* se define como seleccionar tres piezas aceptables, es incompatible con el evento *A* que implica seleccionar una rechazable, si sólo se seleccionan tres piezas.

UT2. Ejercicio 3

1.a) $P(A) = 40 / 100$

1.b) $P(B) = 35 / 100$

1.c) $P(A') = 60 / 100$

1.d) $P(A \text{ y } B) = 10 / 100$

1.e) $P(A \text{ y } B') = 30 / 100$

1.f) $P(A' \text{ y } B') = 35 / 100$

2.a) 0,65

2.b) 0,75

2.c) 0,70

2.d) 0,10

2.e) 0,30

2.f) 0,35

3.a) 0,65 ; probabilidad de que ocurran el evento A y el evento B

3.b) $P(B | A) ; 0,25$

UT2. Ejercicio 4

1) Completar Cuadro 1

Carrera	Hombres	Mujeres	Totales
Ingeniería	40	10	50
Medicina	44	36	80
Económicas	50	40	90
Filosofía	48	12	60
Derecho	42	38	80
Agrarias	26	14	40
Otras	60	40	100
Totales	310	190	500

2.a) $P(M \cup F)$ o bien $P(M \text{ o } F)$

2.b) $P(J \cap E)$ o bien $P(J \text{ y } E)$

2.c) $P(H \cap D')$ o bien $P(H \text{ y } D')$

2.d) $P(H | A)$ o bien $P(H / A)$

2.e) $P(J | M')$ o bien $P(J / M')$

UT2. Ejercicio 5

1) Para generar la información numérica del enunciado, se debe indicar llevar un registro de las estadísticas [cantidad de personas capacitadas (aprobadas y no aprobadas) por el método A y por el método B], durante un lapso de tiempo suficientemente grande, a los efectos de asociar las frecuencias relativas con las probabilidades frecuenciales.

2. b)

3) grande – 0,70 (70%) – frecuencial – 0,30 (30%) – no – no

4. c)

5) aprobar

6.1) d)

6.2) a)

7.1) d)

7.2) c)

7.3) a)

8.a) 0,70

8.b) 0,30

8.c) 0,899

8.d) 0,95

8.e) 0,78

9.1) e)

9.2. e)

10.1. c) 0,26029

10.2. d)

11) Interpretación:

Si se sabe que en la planta se ha producido un problema y que el responsable de lo ocurrido es una persona que aprobó la capacitación, la probabilidad de que la persona haya sido capacitada con el método B, es igual a 0,26029.

UT2. Ejercicio 6

1) $P(C' \cap C' \cap C') = [1 - P(C)]^3 \rightarrow$ Notación equivalente: $P(C' \text{ y } C' \text{ y } C')$

2) $(1 - 0,899)^3 = 0,00103$

UT2. Ejercicio 7

Sea el evento M: el aprendiz capacitado con el método A, aprueba la evaluación. $P(M) = 0,95$

1) $P(M' \cap M' \cap M) \rightarrow$ Notación equivalente: $P(M' \text{ y } M' \text{ y } M)$

2) c) 0,002375