Unidad Temática 3
3-3: Distribuciones de VA Continuas

Ejercicios y Aplicaciones: Resolución Guiada

¡Alto!

Antes de iniciar las actividades de la unidad, le sugerimos revisar las recomendaciones del apartado 3-2, correspondientes a la interpretación de las expresiones de nuestro idioma y sus correspondencias en el lenguaje de símbolos matemáticos.

Tablas Estadísticas

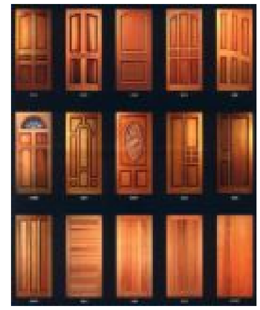
Recuerde que para las prácticas de la unidad temática dispone de las Tablas Estadísticas de la cátedra; practique el uso de las mismas.

Antes de comenzar a resolver los ejercicios y aplicaciones, tenga presente las pautas generales para resolver los problemas de la unidad.

Consignas generales

- Definir la variable aleatoria en estudio
- Plantear la solución del problema en un lenguaje simbólico apropiado.
- Realizar los cálculos necesarios para arribar al resultado.
- Interpretar el resultado en el contexto del problema para responder la consigna

UT3-3. Ejercicio 1



Pedro, gerente de *PUERTAS S.R.L.* fabrica puertas para vehículos recreativos. La empresa tiene dos propósitos en conflicto: desea que sus puertas sean lo más pequeñas posibles para ahorrar material, pero para conservar su buena reputación con el público, se siente obligada a fabricar puertas con la altura suficiente para que puedan utilizarse con comodidad.

Pedro solicitó información al Instituto Nacional de Estadística acerca de la estatura del mercado de clientes posibles de Puertas S.R.L. y sabe que tienen una estatura media de 169 cm, con una desviación estándar de 9 cm. Se le ha informado también que la distribución normal interpreta bien la distribución de las estaturas de la población de sus clientes potenciales. ¿Cuál es la altura mínima que debe darle a las puertas para que por lo menos el 98% de sus potenciales clientes las puedan utilizar con comodidad?

Resolución paso a paso del Ejercicio 1

X Definir la variable en estudio

E1.1) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.1.1) La variable que se estudia en el problema se define como:

a) ☐ *X:* Cantidad de puertas que fabrica *PUERTAS S.R.L.*
b) ☐ *X:* Forma de las puertas que fabrica *PUERTAS S.R.L.*
c) ☐ *X:* Estatura de los potenciales clientes de *PUERTAS S.R.L.*
d) ☐ Ninguna de las anteriores

E1.1.2) La variable en estudio se debe clasificar como:

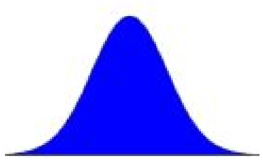
a) ☐ Numérica discreta
b) ☐ Numérica continua
c) ☐ Numérica y se mide en escala de intervalo
d) ☐ Ninguna de las anteriores.

E1.1.3) Para abordar su problema, de acuerdo a la información del enunciado, Pedro utiliza datos:

a) ☐ De fuentes primarias
b) ☐ De fuentes secundarias
c) ☐ De ambas fuentes
d) ☐ Ninguna de las anteriores

E1.1.4) Los valores que puede asumir la variable que estudia Pedro son:

a) ☐ Los comprendidos desde $-\infty$ a $+\infty$
b) ☐ Los comprendidos entre 0 y $+\infty$
c) ☐ Los comprendidos entre 0 y $-\infty$
d) ☐ Los valores reales dentro de un rango dado



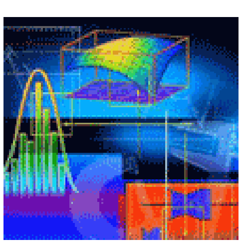
Identificar la distribución de la variable en estudio

Identificar la distribución de la variable, implica indicar cuál es el modelo matemático teórico que describe la distribución de probabilidad de la misma, escribir cuáles son sus parámetros y el valor numérico de los mismos. Para ello, debe utilizarse la notación adecuada.

E1.2) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.2.1) La distribución de la variable se puede identificar como:

a) ☐ Normal, y sus parámetros son: media = 169 cm y desviación estándar = 9 cm
b) ☐ $X \sim$ Normal (x; μ = 169 cm, σ = 9 cm)
c) ☐ $X \sim$ N (x; μ = 169 cm, σ = 9 cm)
d) ☐ Cualquiera de las anteriores



Interpretación de gráficas

Continuación Ejercicio 1

A continuación encontrará la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad y la función de distribución acumulada de la distribución normal. Las mismas corresponden a los parámetros del problema que tratamos: $\mu = 169$ cm y $\sigma = 9$ cm.

La siguiente actividad tiene el objetivo interpretar las gráficas para responder la consigna de un modo aproximado, y tener así una referencia que permita verificar la coherencia del resultado numérico obtenido mediante el cálculo.

Notación

Para la función de densidad de probabilidad, *f(x),* Devore (p. 142) emplea la notación abreviada: pdf (probability density function).

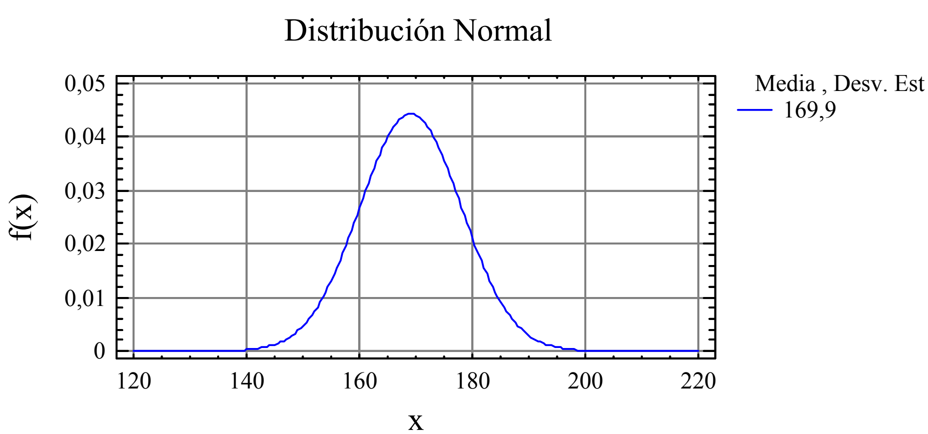


Figura 3-3. 1

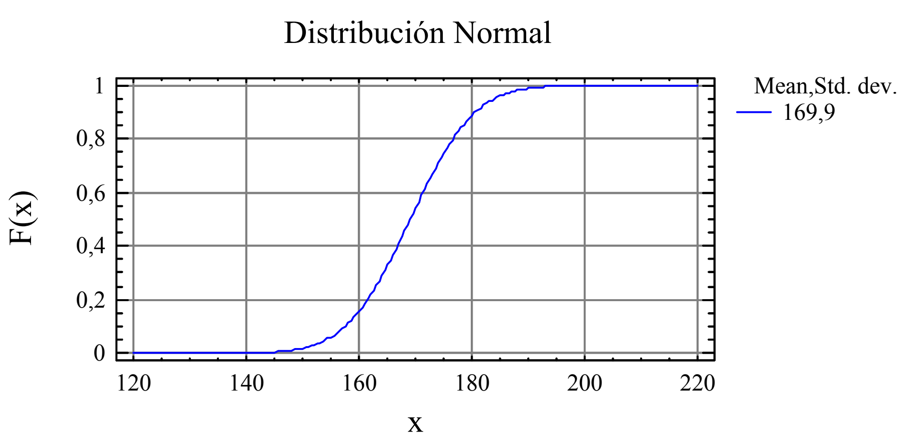


Figura 3-3. 2

Recuerde la consigna del problema:

¿Cuál es la altura mínima que debe darle a las puertas para que por lo menos el 98% de sus potenciales clientes las puedan utilizar con comodidad?

E1.2.2) En la pregunta de la consigna se indica: *por lo menos el 98% de sus potenciales clientes*. Este porcentaje:

a) ☐ Se debe leer en el eje de ordenadas de la *función de densidad* de probabilidad.

b) ☐ Estaría representado por un área bajo la curva de la *función de densidad* de probabilidad.

c) ☐ No tiene relación con la *función de densidad* de probabilidad.

d) ☐ En la curva de la *función de densidad* de probabilidad, se asocia con un valor de la variable cercano a 155 cm.

E1.2.3) El mismo porcentaje:

a) ☐ Se debe relacionar con un valor del eje de ordenadas de la *F(x)*.

b) ☐ Estaría representado por un área bajo la curva de la función de distribución *acumulada*.

c) ☐ No tiene relación con la función de distribución *acumulada* de la Fig. 3-3.2.

d) ☐ En la Fig. 3-3.2 se asocia con un valor de la variable menor de 175 cm.

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E1.3) **Marque** con una X la opción correcta.

E1.3.1) Para calcular la probabilidad solicitada en la consigna, el planteo debe ser:

a) ☐ P($X < 0{,}98$), donde 0,98 es la probabilidad dato para calcular la altura que deben tener las puertas para cumplir con la consigna del problema.

b) ☐ P($X > 0{,}98$), donde 0,98 es la probabilidad dato para calcular la altura que deben tener dar las puertas para cumplir con la consigna del problema.

c) ☐ P($X < x_0$) = 0,98, donde x_0 es la altura que deben tener las puertas para cumplir con la consigna del problema.

d) ☐ Ninguna de las anteriores.

E1.3.2) ¡Atención! Ahora tenga en cuenta la distribución *normal estándar*, no la variable que estudia Pedro. El percentil 98 de la distribución *normal estándar:*

Continuación Ejercicio 1

a) ☐ Se mide en metros
b) ☐ Se mide en centímetros
c) ☐ Es 2,05
d) ☐ Es 0,98
e) ☐ Se mide en %

E1.3.3) Si x_0 representa la altura que Pedro debe darle a las puertas para cumplir la consigna del problema, dicha altura viene dada por la siguiente expresión:

a) ☐ $x_0 = \mu$
b) ☐ $x_0 = \mu - z_0\,\sigma$
c) ☐ $x_0 = \mu + z_0\,\sigma$
d) ☐ $x_0 = \mu + \sigma$

E1.3.4) El valor absoluto del valor z_0 que debe reemplazarse en la fórmula del apartado anterior para encontrar el valor numérico de la altura de las puertas es:

a) ☐ 1,65
b) ☐ 1,96
c) ☐ 2,05
d) ☐ 2,33

Realizar los cálculos necesarios

E1.4) **Marque** con una X la opción correcta.

Para cumplir la consigna del problema, la altura de las puertas que debe fabricar Pedro es:

a) ☐ $150{,}55 \approx 151$ cm
b) ☐ $186{,}64 \approx 187$ cm
c) ☐ $187{,}45 \approx 188$ cm
d) ☐ $189{,}97 \approx 190$ cm

Continuación Ejercicio 1

E1.5) **Interpretación** del resultado obtenido en el contexto del problema.

¡Atención!

Si bien tendrá que elegir una opción para responder, usted debería escribir en sus propias palabras la interpretación del resultado obtenido para responder la consigna. Practíquelo antes de la evaluación.

a) ☐ La altura mínima que deben tener las puertas para que la probabilidad de que las puertas tengan el 98% de la altura, es 188 cm.

b) ☐ La altura mínima que deben tener las puertas para que el 98% de los potenciales clientes las puedan utilizar sin tener que agacharse, es 188 cm.

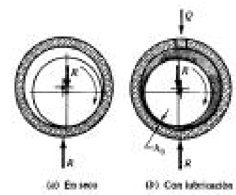
c) ☐ La altura mínima que deben tener las puertas para que el 98% de los potenciales clientes las puedan utilizar sin tener que agacharse, es 188 cm o un valor menor.

d) ☐ Ninguna de las anteriores. La interpretación correcta es: ....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-3. Ejercicio 2

EJES S.A. ha recibido un gran pedido de cojinetes. Con el fin de que el ajuste del eje en el cojinete sea correcto, el eje debe tener un diámetro de 50 ± 0,5 mm. El responsable del stock advierte que hay en existencia una gran cantidad de varillas de acero que tienen un diámetro medio de 49,8 mm y desviación estándar de 0,35 mm.



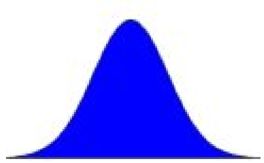
Si el diámetro está distribuido normalmente, calcule la probabilidad de que una varilla de acero seleccionada al azar entre las existentes, se ajuste al cojinete correctamente.

Resolución paso a paso del Ejercicio 2

X Definir la variable en estudio

E2.1) **Marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ Cantidad de varillas de acero disponibles en el stock
b) ☐ Diámetro de los cojinetes
c) ☐ Diámetro de las varillas de acero existentes en el stock
d) ☐ Tolerancia del diámetro de los cojinetes

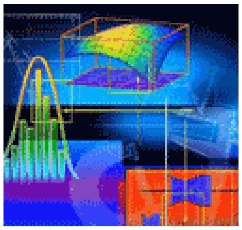


Identificar la distribución de la variable

E2.2) **Identifique** la distribución de la variable en estudio, marcando la opción correcta.

a) ☐ Normal y sus parámetros son: media = 49,8 mm y desv. estándar = 0,35 mm
b) ☐ $X \sim$ Normal (x; $\mu = 49{,}8$ mm, $\sigma = 0{,}35$ mm)
c) ☐ $X \sim$ N (x; $\mu = 49{,}8$ mm, $\sigma = 0{,}35$ mm)
d) ☐ Cualquiera de las anteriores

Continuación Ejercicio 2



Interpretación de gráficos

A continuación encontrará graficada la función de densidad de probabilidad y la función de distribución acumulada de la distribución normal, para una media igual a 49,8 milímetros y una desviación estándar igual a 0,35 milímetros.

Observe y lea las gráficas para responder la consigna del problema, al menos de un modo aproximado. Esta lectura le permitirá tener una referencia para verificar luego la coherencia del resultado numérico obtenido mediante el cálculo.

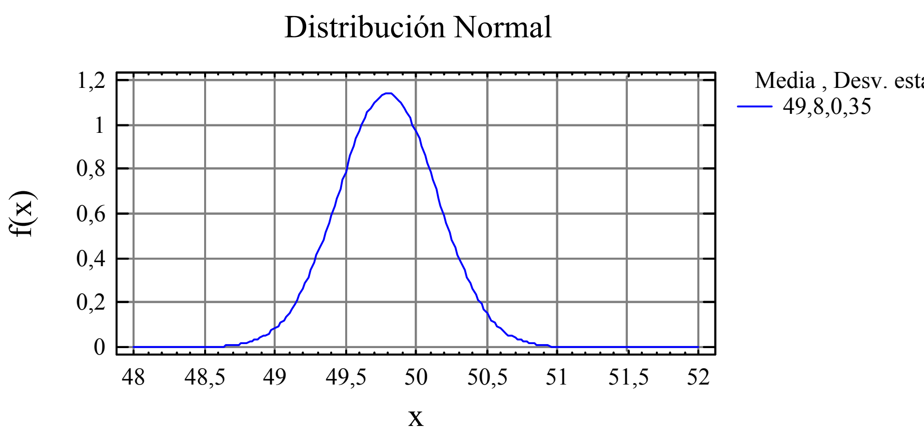


Figura 3-3. 3

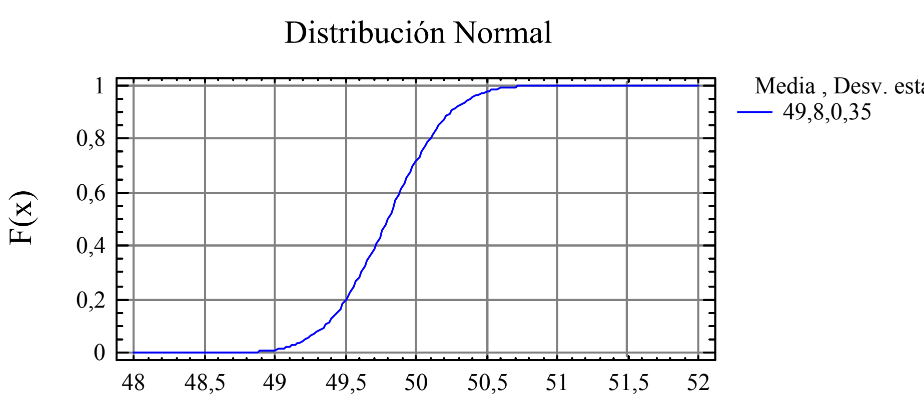


Figura 3-3. 4

E2.3) A partir de las representaciones gráficas de la *función de densidad de probabilidad* y la *función de distribución acumulada* responda las siguientes consignas.

Recuerde:

- *Con el fin de que el ajuste del eje en el cojinete sea el correcto, debe tener un diámetro de 50 ± 0,5 mm.*

E2.3.1) **Observe** la *función de densidad de probabilidad* de la Figura 3-3.3 y sin hacer cálculos manuales, responda la siguiente pregunta:

- Si el diámetro está distribuido normalmente, ¿cuál es la probabilidad de que una varilla de acero seleccionada al azar entre las existentes, tenga un ajuste correcto?

Para responder la pregunta, **marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ Es mayor del 95 %

b) ☐ Se debe estimar leyendo su valor en el eje de ordenadas, *f(x)*.

c) ☐ Se podría obtener calculando la integral definida de la función de densidad de probabilidad entre 49,5 y 50,5.

d) ☐ Todas las anteriores

E2.3.2) **Observe** la *función de distribución acumulada* de la Figura 3-3.4 y sin hacer cálculos manuales, responda la siguiente pregunta:

- Si el diámetro está distribuido normalmente, ¿cuál es la probabilidad de que una varilla de acero seleccionada al azar entre las existentes, tenga un ajuste correcto?

Para responder la pregunta, **marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ Se puede calcular haciendo una diferencia entre lecturas del eje de abscisas de la *F(x)*.

b) ☐ Se puede calcular haciendo una diferencia entre lecturas del eje de ordenadas de la *F(x)*.

c) ☐ Se puede estimar como una fracción del área bajo la curva encerrada por la función representada en la Fig. 3-3.4.

d) ☐ Cualquiera de las anteriores.

Continuación Ejercicio 2

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E2.4) El **planteo** de la solución del problema para responder la consigna es:

a) ☐ $P(\,49{,}5 \leq X \leq 50{,}5) = f(50{,}5) - f(49{,}5)$

b) ☐ $F(50{,}5) - F(49{,}5)$

c) ☐ $P(\,49{,}5 \leq X \leq 50{,}5) = P(-0{,}86 \leq Z \leq 2{,}00)$

d) ☐ b) y c) pero no a)

Realizar los cálculos necesarios

E2.5) **Marque** con una X la opción con la respuesta correcta de la consigna del problema.

a) ☐ 0,97725

b) ☐ 0,02275

c) ☐ 0,80511

d) ☐ 0,19489

e) ☐ 0,78236

f) ☐ 0,47725

g) ☐ 0,30511

E2.6) **Interpretación** del resultado obtenido en el contexto del problema

¡Atención!

Antes de marcar la opción con la interpretación correcta, practique escribir la interpretación y luego compare su interpretación con la propuesta como correcta. Esta actividad requiere entrenamiento.

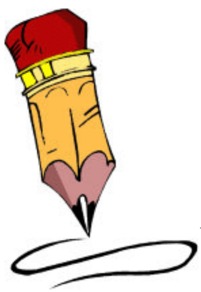
Marque con una X la opción con la interpretación correcta, suponiendo que el valor de la probabilidad es igual a 0,78236.

a) ☐ La probabilidad de que los cojinetes estén construidos de acuerdo al diámetro de las varillas disponibles en el stock, es igual a 0,78236.

b) ☐ La probabilidad de que las varillas de acero del stock tengan un diámetro medio de 49,8 mm y una desviación estándar de 0,35 mm, es igual 0,78236.

c) ☐ La probabilidad de que al seleccionar al azar una varilla del stock se ajuste correctamente al cojinete, es igual a 0,78236.

d) ☐ Ninguna de las anteriores.



Ejercicios propuestos

Practique resolver con lápiz y papel

Nota: para resolver los siguientes ejercicios 3 y 4 propuestos, no aplique la corrección por continuidad.

UT3-3. Ejercicio 3 (propuesto)

Julián, propietario de un centro de copiado, está tratando de revisar su política de pedidos de cartuchos de tinta para sus impresoras. Actualmente, ordena 110 cartuchos por semana, pero se queda sin ellos una de cada cinco semanas. De estudios previos sabe que, en promedio, el taller de copiado utiliza 95 cartuchos por semana y que es aceptable modelar la demanda de cartuchos mediante la distribución normal.

a) ¿Cuál es la desviación estándar de la distribución?

b) Si Julián desea pedir el número suficiente de cartuchos para que la probabilidad de que se quede sin repuestos en una semana cualquiera no sea mayor a 0,10, ¿cuántos cartuchos deberá pedir esa semana?

UT3-3. Ejercicio 4 (propuesto)

Romina, es una reconocida editora en el medio. Sabe que en promedio se requieren 8,7 meses para completar el proceso de publicación de un libro, desde el manuscrito hasta tenerlo terminado, con una desviación estándar de 2,56 meses. Además, piensa que la distribución normal describe bien la distribución de los tiempos de publicación. Este año, Romina, ha asumido el compromiso de editar 20 libros.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un libro cualquiera pueda completar el proceso de publicación antes de terminar el año?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Romina cumpla el compromiso asumido al menos con el 90% de los libros que debe editar este año?

c) Aproximadamente, ¿cuántos libros se espera que completarán el proceso de publicación en término?

Notas personales

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-3. Ejercicio 5

En ciudad Luz el consumo diario de agua potable, en millones de litros, sigue aproximadamente una distribución gamma, de parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

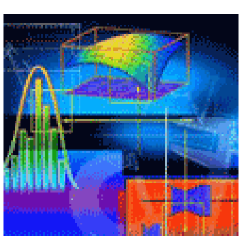
Si la capacidad de producción de la planta potabilizadora de ciudad Luz es de 2,5 millones de litros por día, ¿cuál es la probabilidad de que en un día dado, el suministro de agua sea insuficiente para abastecer la demanda?

Resolución paso a paso del Ejercicio 5

X Definir la variable en estudio

E5.1) **Marque** con una X la opción con la definición correcta de la variable en estudio.

a) ☐ La capacidad de la planta potabilizadora de agua de ciudad Luz.
b) ☐ La probabilidad de que la capacidad de la planta sea insuficiente.
c) ☐ La distribución gamma para el consumo diario de agua potable.
d) ☐ El consumo diario de agua potable en ciudad Luz.



Interpretación de gráficos

A continuación encontrará la gráfica de la función de densidad de probabilidad y de la función de distribución acumulada de la distribución gamma, para los parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

Observe y lea las gráficas para responder la consigna, al menos de un modo aproximado. Esta lectura le servirá de referencia para verificar la coherencia de sus cálculos posteriores.

Continuación Ejercicio 5

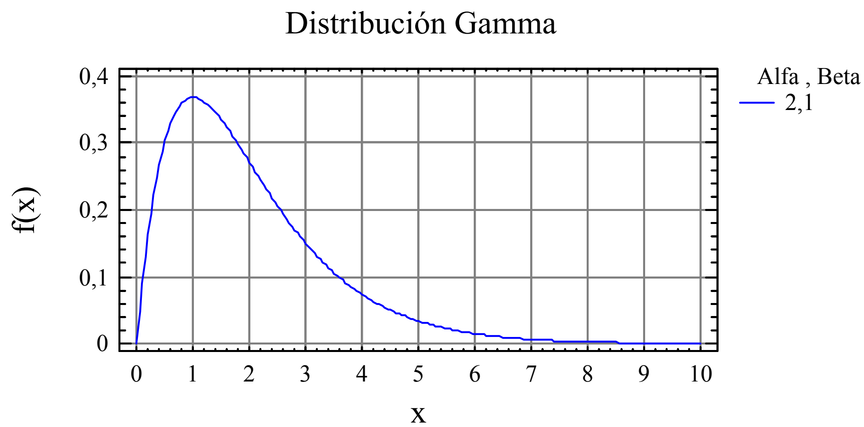


Figura 3-3. 5. Función de densidad de probabilidad.

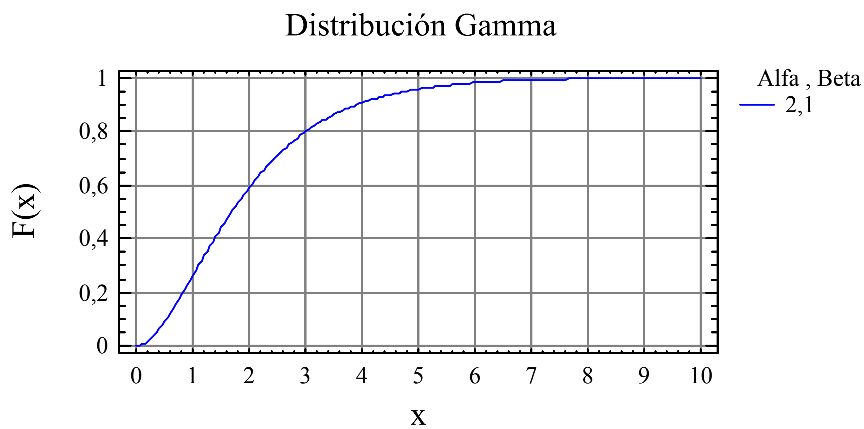


Figura 3-3. 6. Función de distribución acumulada

E5.2) **Marque** con una X la opción correcta.

E5.2.1) La probabilidad de que en un día dado el suministro de agua sea insuficiente para abastecer la demanda de la ciudad, puede leerse:

a) ☐ En el eje de abscisas (horizontal) de la función de densidad de probabilidad.

b) ☐ En el eje de ordenadas (vertical) de la función de densidad de probabilidad.

c) ☐ Es una fracción del área bajo la curva de la función de densidad de probabilidad.

d) ☐ Ninguna de las anteriores.

E5.2.2) La **probabilidad** de que en un día dado el suministro de agua sea insuficiente para abastecer la demanda de la ciudad:

a) ☐ Se puede leer en el eje de abscisas (horizontal) de la función de distribución acumulada.

b) ☐ Se puede obtener por diferencia de lecturas del eje de ordenadas (vertical) en la función de distribución acumulada.

c) ☐ Queda representada por una fracción del área bajo la curva de la función de distribución acumulada.

d) ☐ Ninguna de las anteriores.

E5.2.3) De acuerdo a la información del enunciado, la planta potabilizadora de ciudad Luz tendrá inconvenientes para abastecer la demanda de un día cualquiera, cuando:

a) ☐ La demanda sea menor de 2,5 millones de litros en el día.

b) ☐ La demanda sea igual a 2,5 millones de litros en el día.

c) ☐ La demanda sea mayor de 2,5 millones de litros en el día.

d) ☐ Cuando $\alpha = 2$ y $\beta = 1$.

E5.2.4) Lea los gráficos de las funciones de densidad y/o de distribución acumulada de la variable en estudio y responda. La probabilidad de que en un día dado el suministro de agua sea insuficiente para abastecer la demanda de la ciudad:

a) ☐ Es un valor menor de 0,20

b) ☐ Es un valor comprendido entre 0,20 y 0,40

c) ☐ Es un valor comprendido entre 0,40 y 0,80

d) ☐ Es un valor mayor de 0,80

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

E5.3) **Marque** con una X la opción con el planteo correcto para encontrar la solución.

a) ☐ $P(0 \leq X \leq 2,5)$

b) ☐ $P(X < 2,5)$

c) ☐ $P(X > 2,5)$

d) ☐ $P(-\infty \leq X \leq +\infty)$

Continuación Ejercicio 5

¡Atención!

En las evaluaciones, no le pediremos que resuelva manualmente integrales que demanden un tiempo importante, como es el caso de la función gamma que nos ocupa. La razón, es que suponemos que usted ha tenido el entrenamiento suficiente en el curso de Análisis Matemático.

E5.4) Sólo una de las cuatro opciones siguientes da el resultado numérico de la solución del problema. Responda con la ayuda de la información **gráfica** disponible.

Marque con una X la opción correcta.

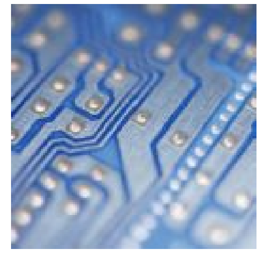
- a) ☐ 0,102560
- b) ☐ 0,205212
- c) ☐ 0,287298
- d) ☐ 0,712702

E5.5) **Interpretación** del resultado obtenido en el contexto del problema.

- a) ☐ Es muy probable que ciudad Luz se quede sin agua potable.
- b) ☐ De ser cierto que la capacidad de la planta potabilizadora es de 2,5 millones de litros por día, no se abastecerá la demanda del día.
- c) ☐ Aproximadamente, el 71% de los días, ciudad Luz se quedará sin agua potable.
- d) ☐ Ninguna de las anteriores. La interpretación correcta es: ....
....
....
....
....
....
....
....

Pasemos al Ejercicio siguiente

UT3-3. Ejercicio 6



El control de calidad es un problema importante cuando se producen artículos en masa. Es preciso vigilar el proceso de producción, a fin de asegurar que la proporción de artículos defectuosos se mantenga en un nivel aceptablemente bajo.

Un método para resolver este problema es el **muestreo de aceptación de lote**. Consiste en seleccionar una muestra aleatoria de los artículos producidos y probar cuidadosamente cada uno de los artículos de la muestra. En base al número de artículos defectuosos observados en la muestra, se acepta o rechaza el lote completo.

Suponga que un fabricante de calculadoras de bolsillo selecciona al azar 200 circuitos impresos de la producción de un día y los somete a prueba. El procedimiento de control acepta como máximo un 6% de defectuosos. El fabricante no lo sabe, pero el 8% de la producción de circuitos de ese día tiene defectos. ¿Cuál es la probabilidad de que el lote de circuitos impresos del día sea rechazado?

Resolución paso a paso del Ejercicio 6

X Definir la variable en estudio

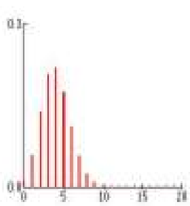
E6.1) **Marque** con una X la opción con la definición correcta de la variable en estudio.

a) ☐ *X:* Método de muestreo de aceptación empleado.

b) ☐ *X:* Porcentaje de circuitos defectuosos en la producción de circuitos del día.

c) ☐ *X:* Número de circuitos defectuosos en la producción de circuitos del día.

d) ☐ *X:* Número de circuitos defectuosos en la muestra del día.



Identificar la distribución de la variable

Continuación Ejercicio 6

E6.2) **Marque** con una X la opción que identifique distribución de la variable en estudio.

E6.2.1) La variable en estudio sigue una distribución:

a) ☐ Binomial
b) ☐ De Poisson
c) ☐ Geométrica
d) ☐ Ninguna de las anteriores. La variable sigue una distribución: ....

E6.2.2) Los parámetros de la distribución en estudio son:

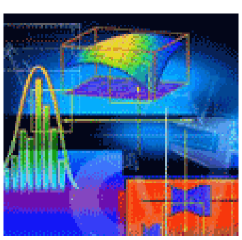
a) ☐ μ
b) ☐ λ
c) ☐ n, p
d) ☐ N, M, n

E6.2.3) Los valores numéricos de los parámetros de la distribución en estudio son:

a) ☐ $\mu =$ ....
b) ☐ $\lambda =$ ....
c) ☐ $n =$ ...., $p =$ ....
d) ☐ $N =$ ...., $M =$ ...., $n =$ ....

¡Alto!

No debería continuar la lectura sin haber respondido los ítems anteriores.



Interpretación de gráficos

Continuación Ejercicio 6

A continuación se muestran las gráficas de la función masa de probabilidad y de la función de distribución acumulada.

Observe y lea las gráficas para responder la consigna, al menos de un modo aproximado. Tendrá así una referencia para verificar luego la coherencia del resultado numérico obtenido en sus cálculos.

¡Atención!
Usted debe saber graficar, leer e interpretar las funciones de las Fig. 3-3.7 y 3-3.8. Le sugerimos practicar.

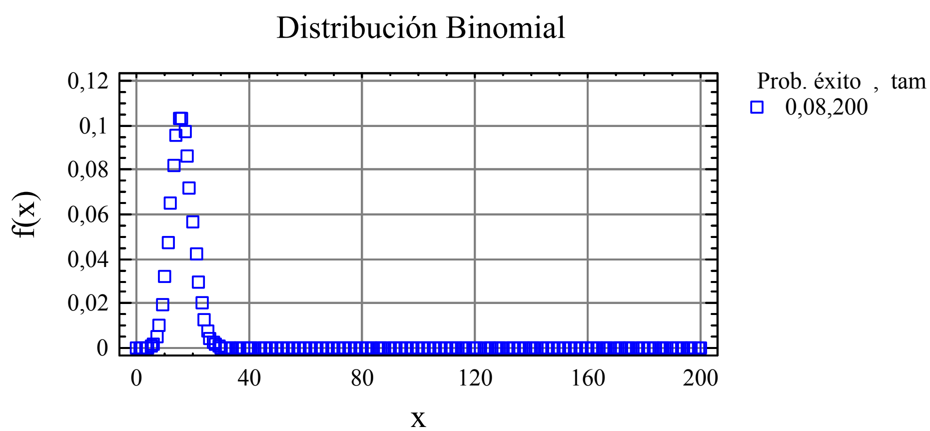


Fig. 3-3.7. Función masa de probabilidad

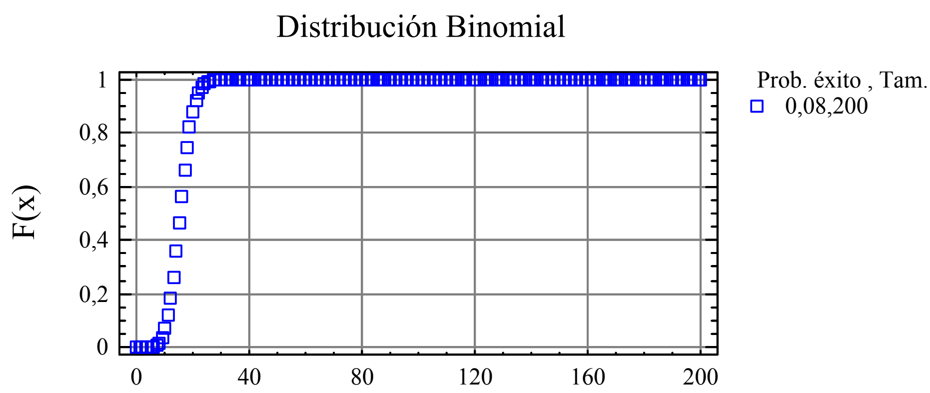


Fig. 3-3.8. Función de distribución acumulada

⚠ **¡Atención!**
Para elegir la opción correcta del apartado siguiente, sólo debe tener en cuenta la información de los gráficos correspondientes a las funciones f(x) y F(x).

Continuación Ejercicio 6

E6.3) **Marque** con una X la opción correcta

a) ☐ $P(X = 120) = 0$
b) ☐ $F(120) = 0$
c) ☐ $f(30) = F(30)$
d) ☐ Ninguna de las anteriores

P(X ¿?) Plantear la solución del problema

Recuerde la consigna: … selecciona al azar 200 circuitos; el procedimiento de control acepta como máximo un 6% de defectuosos; … ¿Cuál es la probabilidad de que el lote de circuitos impresos del día sea rechazado?

E6.4) **Marque** con una X la opción correcta.

a) ☐ $P(X > 6)$
b) ☐ $P(X > 8)$
c) ☐ $P(X > 12)$
d) ☐ $P(X > 16)$
e) ☐ Ninguna de las anteriores. El planteo correcto es: ....

Realizar los cálculos necesarios

E6.5) **Marque** con una X la opción que responda

E6.5.1) Indique cuál de las siguientes es su situación particular

a) ☐ No puedo resolver el problema con la calculadora manual.
b) ☐ No puedo resolver el problema con las tablas estadísticas.
c) ☐ No he intentado resolverlo con la computadora.
d) ☐ Todas las anteriores
e) ☐ He resuelto el problema del siguiente modo: ....
....
....
....

Continuación Ejercicio 6

¡Recuerde!

Cuando estudiamos las distribuciones de variables aleatorias discretas vimos que, si los parámetros no están en tablas y/o la calculadora de bolsillo no es capaz de resolver el cálculo, era una pista para pensar en proponer un modelo que permita el ***cálculo aproximado de las probabilidades*** solicitadas.

E6.5.2) Si no puede resolverse con el uso de tablas o empleando una calculadora de bolsillo:

a) ☐ El problema no tiene solución

b) ☐ Podría evaluarse la posibilidad de aplicar el cálculo aproximado a través de la distribución de Poisson.

c) ☐ Podría evaluarse la posibilidad de aplicar el cálculo aproximado a través de la distribución Normal.

d) ☐ b) y c) pero no a)

E6.5.3) De acuerdo con los datos del problema en estudio:

a) ☐ Teniendo en cuenta que el muestreo se hace sin reposición, la solución del problema se puede obtener aplicando el *modelo binomial*, dado que el tamaño de muestra extraída para su revisión puede considerarse pequeño en relación a la producción de circuitos. La aplicación del modelo binomial es posible, siempre y cuando se disponga de herramientas de cálculo que permitan realizar los cálculos necesarios.

b) ☐ NO debería aplicarse la distribución de Poisson para obtener un resultado aproximado, dado que, si bien el tamaño de la muestra es suficientemente grande ($n = 200$), la probabilidad de éxito no es suficientemente baja ($p > 0{,}05$).

c) ☐ Podría aplicarse la distribución Normal para obtener un resultado aproximado, ya que se cumplen las condiciones para un resultado aproximado aceptable, esto es, np y nq, ambos productos, resultan mayores que 5.

d) ☐ Todas las anteriores.

P(X ¿?) Replanteo de la solución del problema

Continuación Ejercicio 6

Recuerde el enunciado:

… selecciona al azar una muestra de 200 circuitos; el procedimiento de control acepta como máximo un 6% de defectuosos en la muestra; … en realidad el 8% de los circuitos de la producción tienen defectos; … ¿Cuál es la probabilidad de que el lote de circuitos impresos del día sea rechazado?

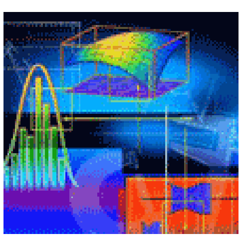
E6.6) **Marque** con una X la opción correcta.

E6.6.1) Si se emplea la distribución normal para obtener un resultado numérico aproximado que responda la consigna del problema, el re-planteo de la solución es:

a) ☐ P(X > 8,5)
b) ☐ P(X > 11,5)
c) ☐ P(X > 12,5)
d) ☐ P(X > 16,5)
e) ☐ Ninguna de las anteriores. El planteo correcto es: ....

E6.6.2) Si se emplea la distribución normal para obtener un resultado numérico aproximado que responda la consigna del problema:

a) ☐ Los parámetros son: $\mu = 16$ y $\sigma^2 = 14{,}72$
b) ☐ Se debe aplicar la corrección por continuidad
c) ☐ El planteo para obtener la solución del problema es: $P(Z > (12{,}5 - \mu) / \sigma)$
d) ☐ Todas las anteriores



Interpretación de gráficos

A continuación se presentan las gráficas de la función masa de probabilidad y de la función de distribución acumulada.

Observe y lea las gráficas para responder la consigna de un modo aproximado. Tómelo como referencia para verificar luego la coherencia del resultado numérico obtenido mediante el cálculo.

Continuación Ejercicio 6

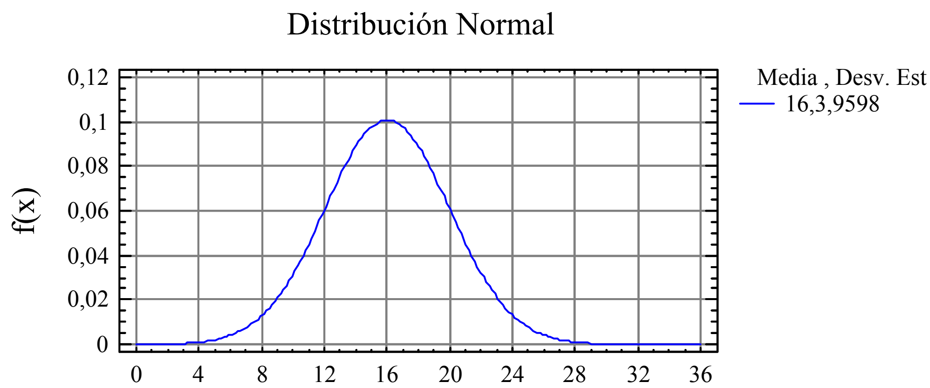


Fig. 3-3.9. Función de densidad de probabilidad

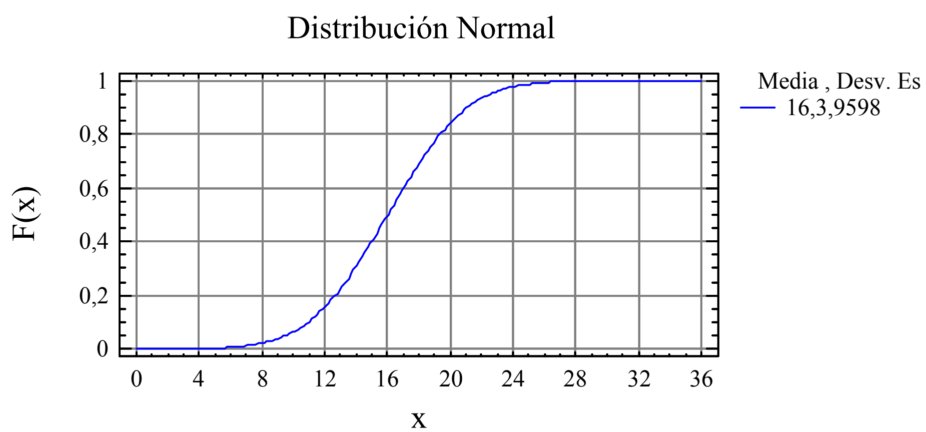


Fig. 3-3.10. Función de distribución acumulada

E6.6.3) Tenga en cuenta los gráficos de las Fig. 3-3.9 y 3-3.10 para marcar la opción con el resultado numérico obtenido mediante la *distribución normal* para responder la consigna del problema:

a) ☐ 0,18141
b) ☐ 0,06820
c) ☐ 0,81859
d) ☐ Ninguna de las anteriores. El valor correcto es: ....

Continuación Ejercicio 6

E6.6.4) Si se emplea la *distribución normal* con $\mu = 16$ y $\sigma = 3{,}837$, para $x = 12{,}5$:

a) ☐ El valor z resultará negativo

b) ☐ Se obtendrá un valor $z = -0{,}91$

c) ☐ La respuesta del problema se puede obtener haciendo el planteo: $P(Z > -0{,}91)$

d) ☐ Todas las anteriores

E6.6.5) Calcule el *valor z* para $x = 12{,}5$ con parámetros $\mu = 16$ y $\sigma = 3{,}837$ y utilice la tabla de la distribución estándar para completar el campo del cuadro siguiente que le corresponda la respuesta correcta del problema.

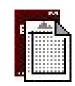


Tabla D.5: Áreas bajo la curva normal estándar

z	c. chica (z)	c. grande (z)	área central (z)	área (0 a z)
0,00				
...				
....	....	....	....	....
...				
4,44				

E6.7) **Interpretación** del resultado obtenido en el contexto del problema

Aquí debe escribir, en un lenguaje coloquial, la interpretación del resultado numérico para responder la consigna del problema:

Rta: ....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Para concluir

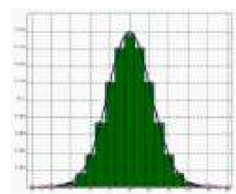
Sugerencia

En la EVALUACIÓN PRESENCIAL tendrá que resolver problemas en los que deba emplear la distribución normal.

Sugerimos que practique la resolución de los problemas propuestos con lápiz, papel, tablas y calculadora manual.

A diferencia de las distribuciones de variables aleatorias **discretas** (UT3-2), en las distribuciones de variables aleatorias **continuas** (UT3-3), los enunciados de los ejercicios y aplicaciones indican cuál es la distribución de la variable en estudio.

En la práctica profesional, si no se conoce esta información, a partir de un análisis exploratorio adecuado se puede proponer un modelo matemático que interprete la realidad física observada experimentalmente. Posteriormente se debe aplicar el método estadístico para probar la bondad del ajuste del modelo propuesto a la realidad física observada.



¡Es hora de descansar!

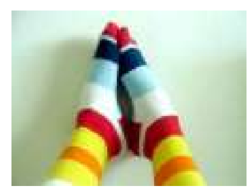


Tabla de contenidos

Respuestas UT3-3

UT3-3. Ejercicio 1

1.1.c)
1.2.b)
1.3.b)
1.4.d)
2.1.d)
2.2.b)
2.3.a)
3.1.c)
3.2.c)
3.3.c)
3.4.c)
4.c)
5.b)

UT3-3. Ejercicio 2

1.c)
2.d)
3.1.c)
3.2.b)
4.d)
5.e)
6.c)

UT3-3. Ejercicio 3 (propuesto)

a) $\sigma = (x_0 - \mu) / z_0 = 17{,}857$
b) $x_0 = \mu + z_0\,\sigma \approx 118$

UT3-3. Ejercicio 4 (propuesto)

a) Para $X \sim$ N (x; $\mu = 8{,}7$; $\sigma = 2{,}56$)
$P(Z < 1{,}29) = 0{,}901 \approx 0{,}90$

b) Para $Y \sim$ binomial (y; $n = 20$, $p = 0{,}90147 \approx 0{,}90$)
$P(Y \geq 18) = 1 - P(Y \leq 17) = f(18) + f(19) + f(20) = 0{,}677$

c) $E(Y) = np = 18$

UT3-3. Ejercicio 5

1.d)
2.1.c)
2.2.b)
2.3.c)
2.4.b)
3.c)
4.c)
5.d)

UT3-3. Ejercicio 6

1.d)
2.1.a)
2.2.c)
2.3.c) $n = 200$; $p = 0{,}08$
3.a)
4.c)
5.1.d)
5.2.d)
5.3.d)
6.1.c)
6.2.d)
6.3.c)
6.4.d)
6.5) $z = 0{,}91$; c.grande (z) ; 0,81859
7. Interpretación:
La probabilidad de que al inspeccionar una muestra de 200 circuitos impresos en la producción del día, el lote de los circuitos producidos en el día sea rechazado por encontrar en la muestra más del 6% de defectuosos (más 12 circuitos con defectos en la muestra de 200), es igual a 0,81859.