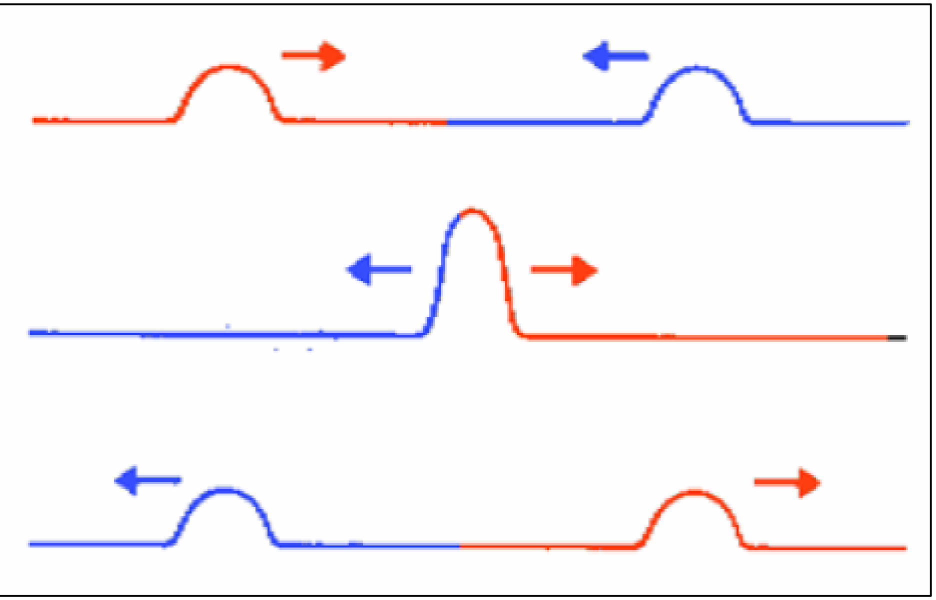
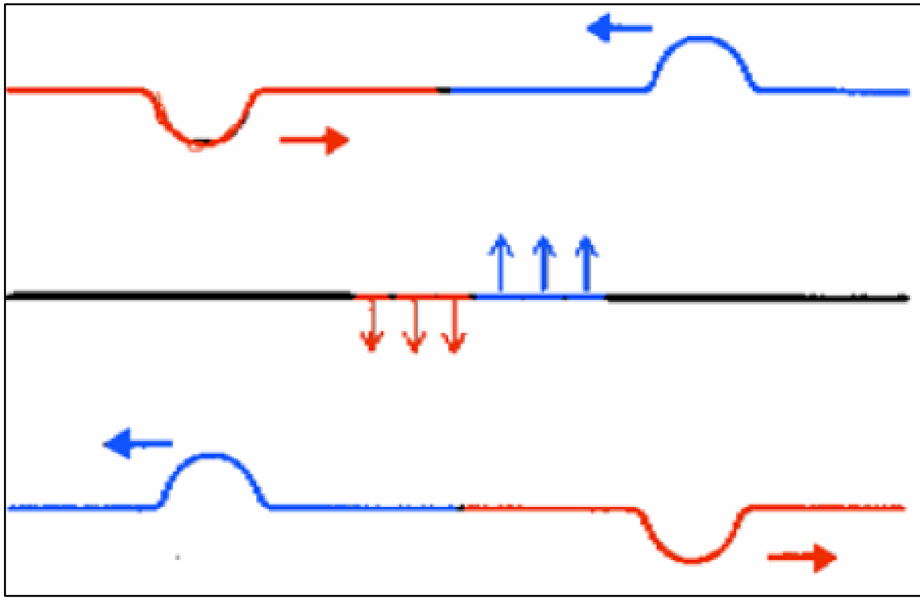
ONDAS ESTACIONARIAS

Superposición/Interferencia

Interferencia constructiva

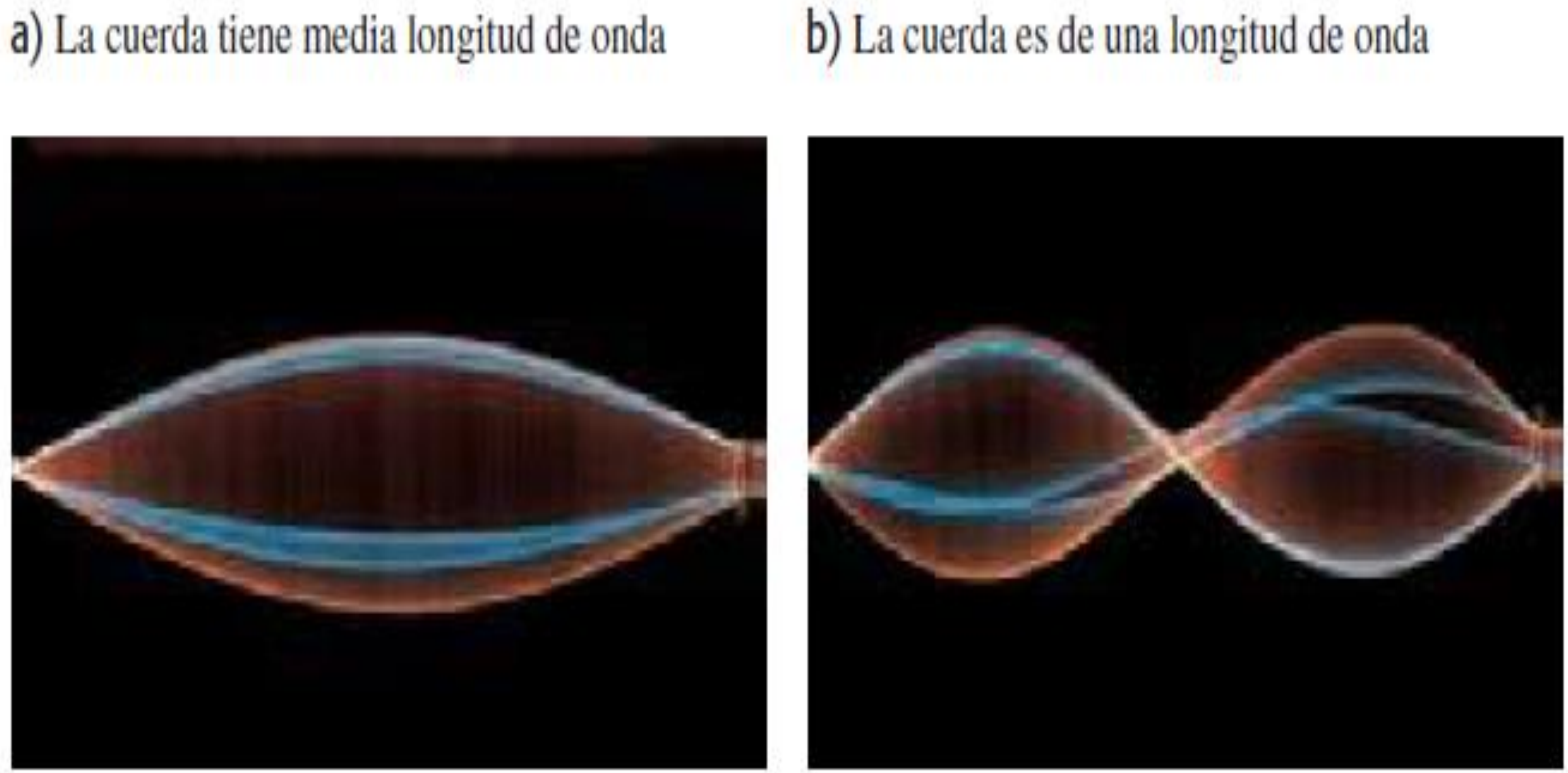


Interferencia destructiva



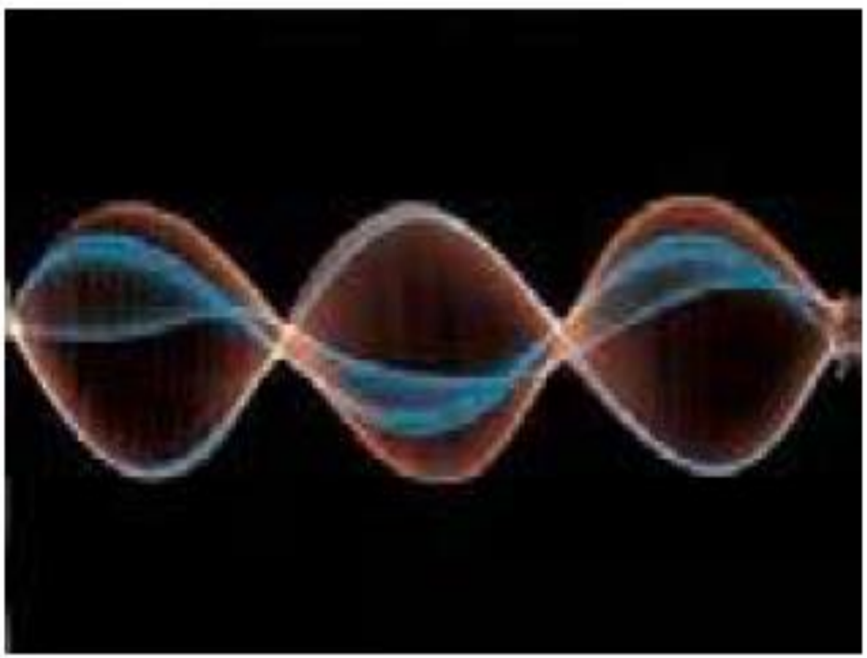
Ondas estacionarias en una cuerda

Exposiciones sucesivas de ondas estacionarias en una cuerda estirada. De a) a d), la frecuencia de oscilación del extremo derecho aumenta, y la longitud de la onda estacionaria disminuye.

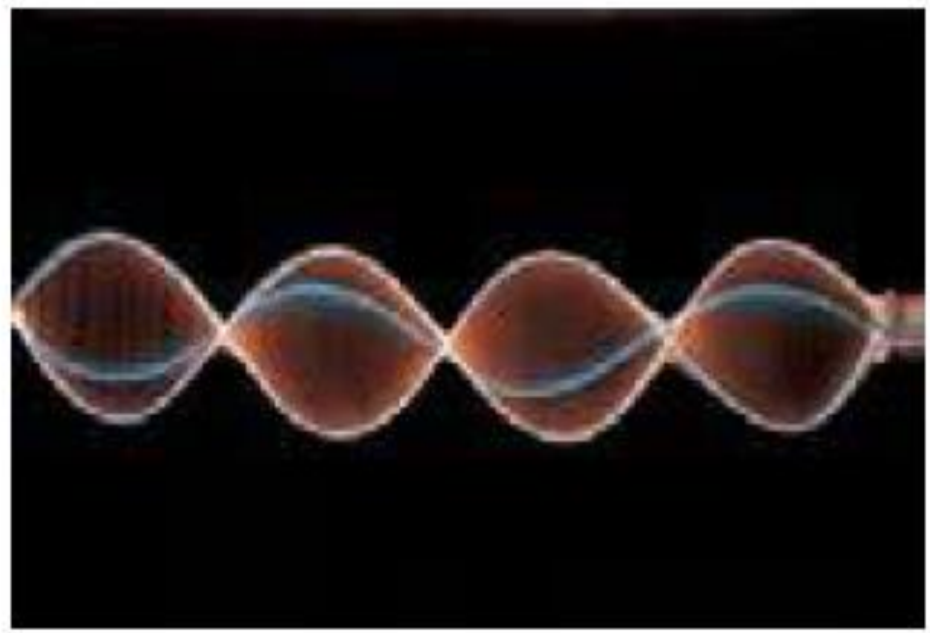


Exposiciones sucesivas de ondas estacionarias en una cuerda estirada. De a) a d), la frecuencia de oscilación del extremo derecho aumenta, y la longitud de la onda estacionaria disminuye.

c) La cuerda es de una y media longitudes de onda

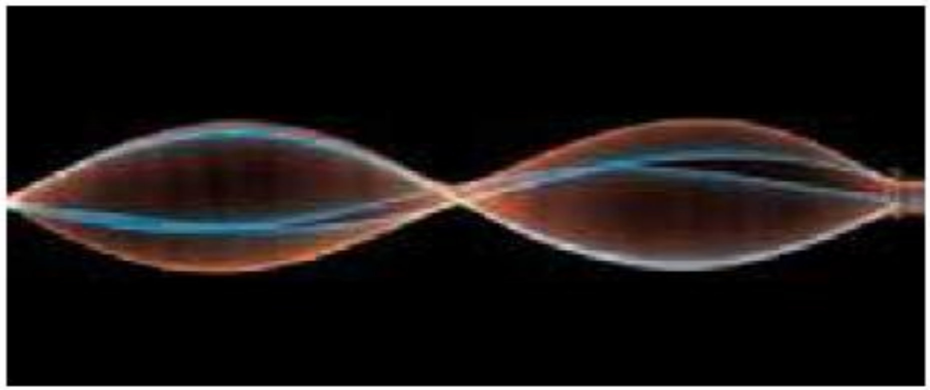


d) La cuerda es de dos longitudes de onda

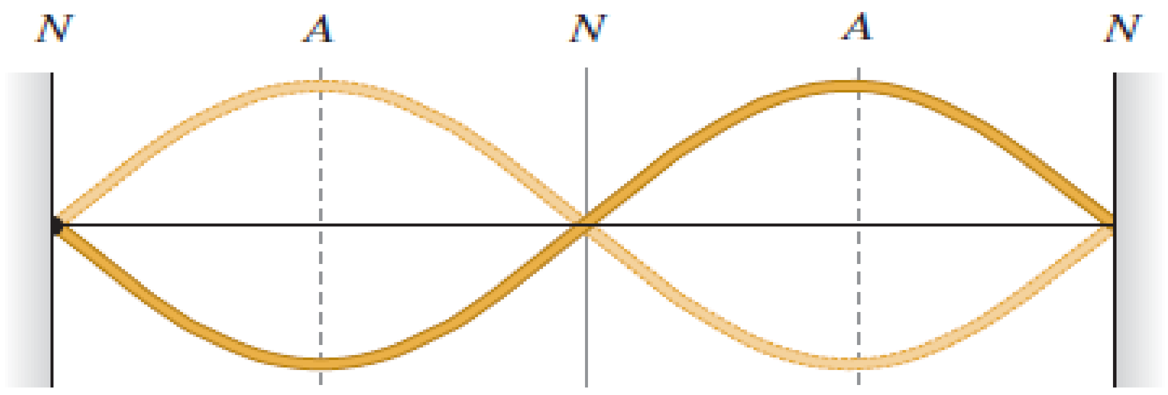


e) Los extremos del movimiento de la onda estacionaria de b), con nodos en el centro y en los extremos. El extremo derecho de la cuerda se mueve muy poco en comparación con los antinodos, así que es prácticamente un nodo.

b) La cuerda es de una longitud de onda

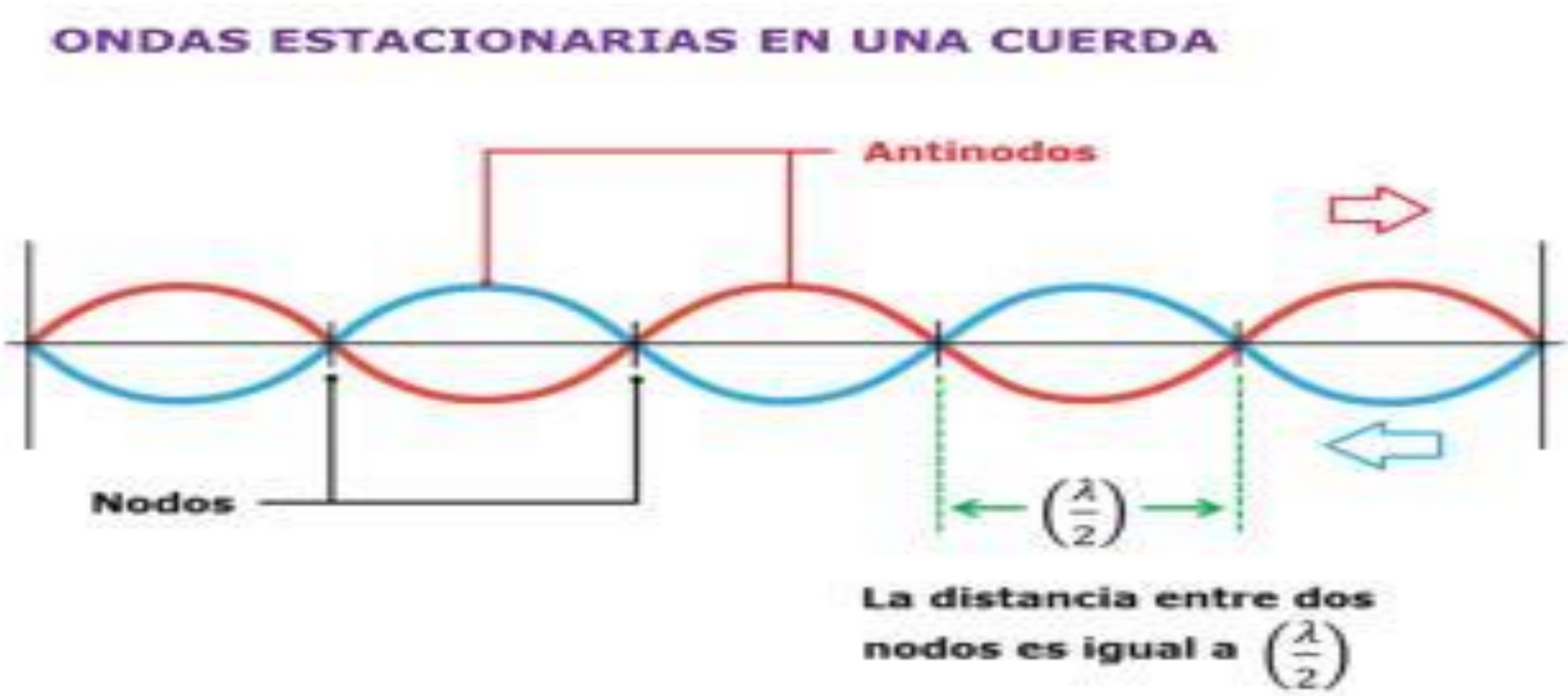


e) La forma de la cuerda en b) en dos instantes diferentes



Formación de una onda estacionaria

Una onda que viaja a la izquierda (curvas rojas) se combina con otra que viaja a la derecha (curvas azules) para formar una onda estacionaria.



Tratamiento matemático

$$y_1 = A\, sen\, (kx - \omega t)$$

$$y_2 = A\, sen\, (kx + \omega t)$$

Aplicando superposición:

$$y = y_1 + y_2 = A\, sen\, (kx - \omega t) + A\, sen\, (kx + \omega t)$$

Y como: $\cos(a \mp b) = \cos(a)\cos(b) \pm sen(a) sen(b)$

$$\boxed{y = 2A\, sen\, (kx)\, cos\, (\omega t)}$$

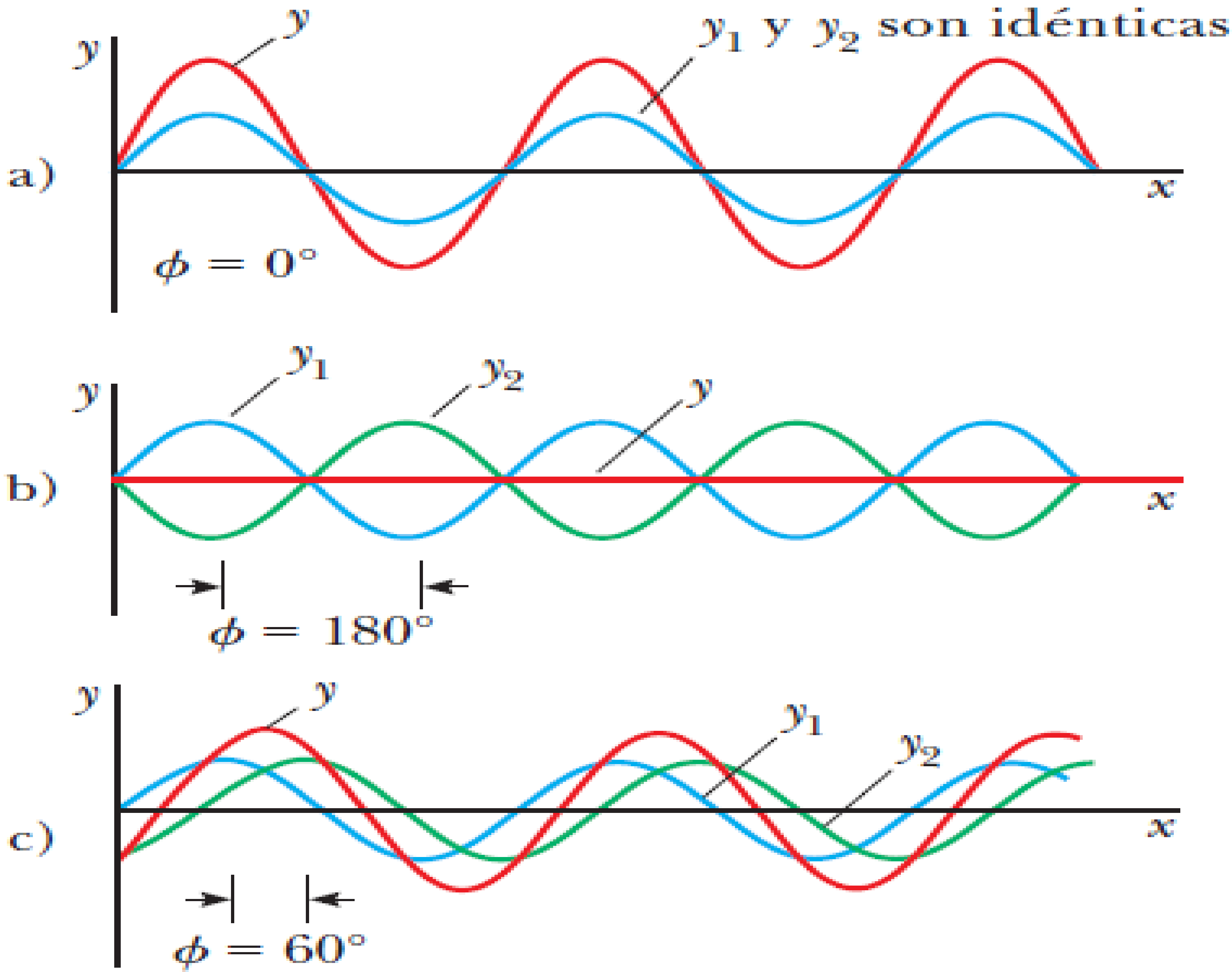
La ecuación tiene dos factores: una función de *x* y una de *t*.
El factor *2A sen (kx)* indica que, en cada instante, la forma de la cuerda es una curva senoidal con amplitud *2A*.
No obstante, a diferencia de una onda que viaja por una cuerda, la forma de la onda permanece en la misma posición, oscilando verticalmente según el factor *cos (ωt)*.

La amplitud de la onda estacionaria, A_{OE}, es dos veces la amplitud *A* de cualquiera de las ondas viajeras originales: $A_{OE} = 2A$

La ecuación tiene dos factores: una función de *x* y una de *t*.

El factor A_{OE} sen *kx* indica que, en cada instante, la forma de la cuerda es una curva seno. No obstante, a diferencia de una onda que viaja por una cuerda, la forma de la onda No obstante, a diferencia de una onda que viaja por una cuerda, la forma de la onda permanece en la misma posición, oscilando verticalmente según el factor $cos(\omega t)$.

Todos los puntos de la cuerda aún experimentan movimiento armónico simple, pero todos los que están entre cualquier par sucesivo de nodos oscilan *en fase*. Esto contrasta con las diferencias de fase entre oscilaciones de puntos adyacentes, que vemos en las ondas viajeras.



a)
y
y
y_1 y y_2 son idénticas
x
$\phi = 0°$
b)
y
y_1
y_2
y
x
$\phi = 180°$
c)
y
y
y_1
y_2
x
$\phi = 60°$

Esta ecuación es la representación matemática de una **ONDA ESTACIONARIA.**

Se caracteriza por tener un contorno estacionario que resulta de la superposición de ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas.

La ecuación **no contiene** un argumento ($kx + \omega t$).

Por lo tanto, no es un expresión para una onda progresiva.

Cuando se observa una onda estacionaria, no hay sentido de movimiento en la dirección de propagación como en el caso de las ondas originales.

Cada elemento del medio material oscila con frecuencia angular ω de acuerdo con el factor $cos(\omega t)$.

La amplitud del movimiento armónico simple de un elemento (dado por el factor $2A\, sen(kx)$) depende de la ubicación x del elemento en el medio.

La amplitud del movimiento armónico simple de un elemento del medio tiene un valor mínimo de cero cuando x satisface la condición sen $kx = 0$, es decir, cuando

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

Ya que $k = 2\pi/\lambda$, estos valores para kx producen

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \ldots = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{18.2}$$

Estos puntos de amplitud cero se llaman **nodos**.

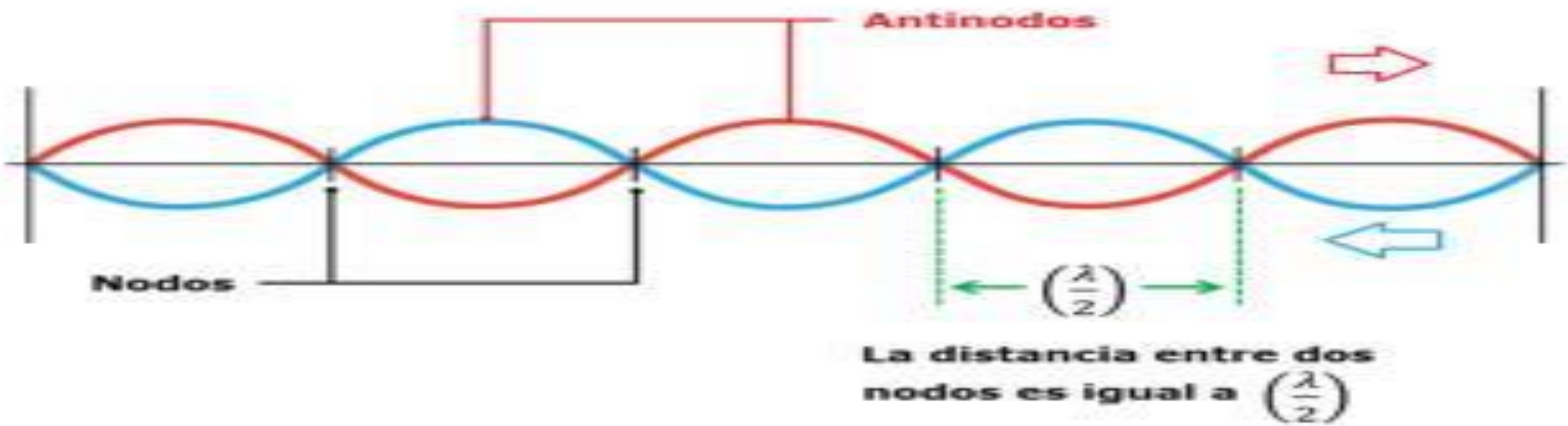
El elemento del medio con el *mayor* desplazamiento posible desde el equilibrio tiene una amplitud de $2A$, que se define como la amplitud de la onda estacionaria. Las posiciones en el medio donde se presenta este desplazamiento máximo se llaman **antinodos**. Los antinodos se ubican en posiciones que satisfacen la condición sen $kx = \pm 1$ de la coordenada x, es decir, cuando

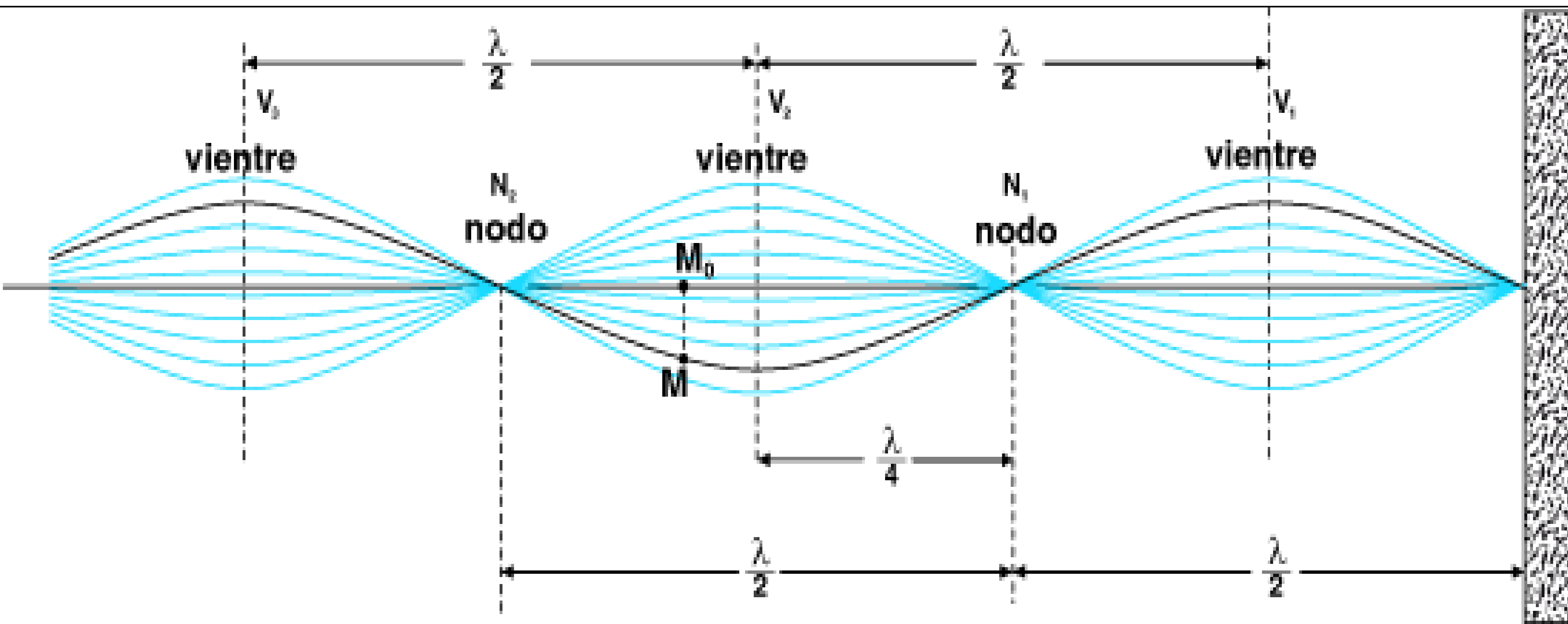
$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

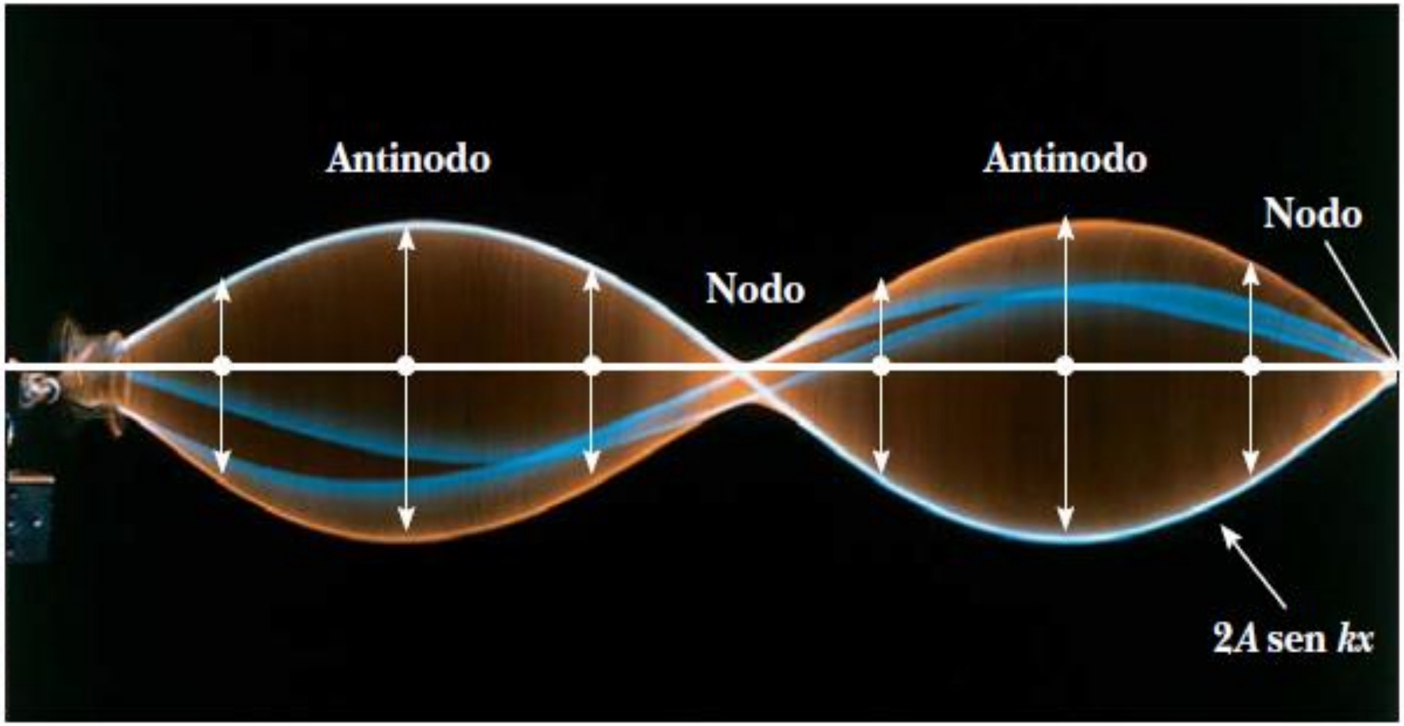
Por lo tanto, las posiciones de los antinodos se dan por

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots = \frac{n\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5, \ldots \tag{18.3}$$

ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA







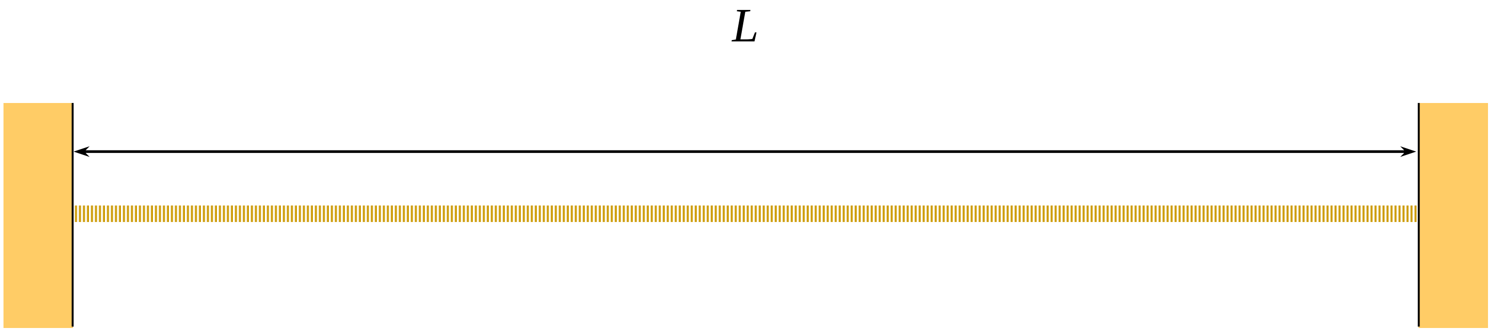
Fotografía múltiple de una onda estacionaria en una cuerda. El comportamiento temporal del desplazamiento vertical desde el equilibrio de un elemento individual de la cuerda se conoce por cos ωt. Es decir, cada elemento vibra con una frecuencia angular ω. La amplitud de la oscilación vertical de cualquier elemento de la cuerda depende de la posición horizontal del elemento. Cada elemento vibra dentro de los confines de la función envolvente $2A$ sen kx.

A diferencia de una onda viajera, **una onda estacionaria NO TRANSFIERE energía de un extremo a otro**.
Las dos ondas que forman la onda estacionaria transportarían individualmente iguales cantidades de energía pero en direcciones opuestas.

HAY UN FLUJO LOCAL DE ENERGÍA DE CADA NODO A LOS ANTINODOS ADYACENTES, Y DE REGRESO; pero la potencia promedio es cero para todos los puntos.

$$\boxed{\frac{dE}{dt} = 0}$$

Modos normales de una cuerda



Una cuerda de longitud *L*, sujeta rígidamente en ambos extremos.
De esta manera, la onda estacionaria resultante debe tener un nodo en ambos extremos de la cuerda.
Dos nodos adyacentes están separados media longitud de onda ($\lambda/2$).
Así, la longitud de la curda expresada en longitud de la cuerda debe ser $\lambda/2$, o $2(\lambda/2)$, o $3(\lambda/2)$ o, en general, **un número entero de media longitud de onda**.

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}\ ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots\ldots}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2\,L}{n}\ ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots\ldots}$$

A la serie de posibles longitudes de onda estacionaria λ_n corresponde una serie de posibles frecuencias de onda estacionaria f_n, cada una relacionada con su longitud de onda correspondiente por $f_n = {}^{v}/_{\lambda_n}$.
La frecuencia más pequeña f_1 corresponde a la longitud de onda más grande (el caso $n = 1$), $\lambda_n = 2L$:

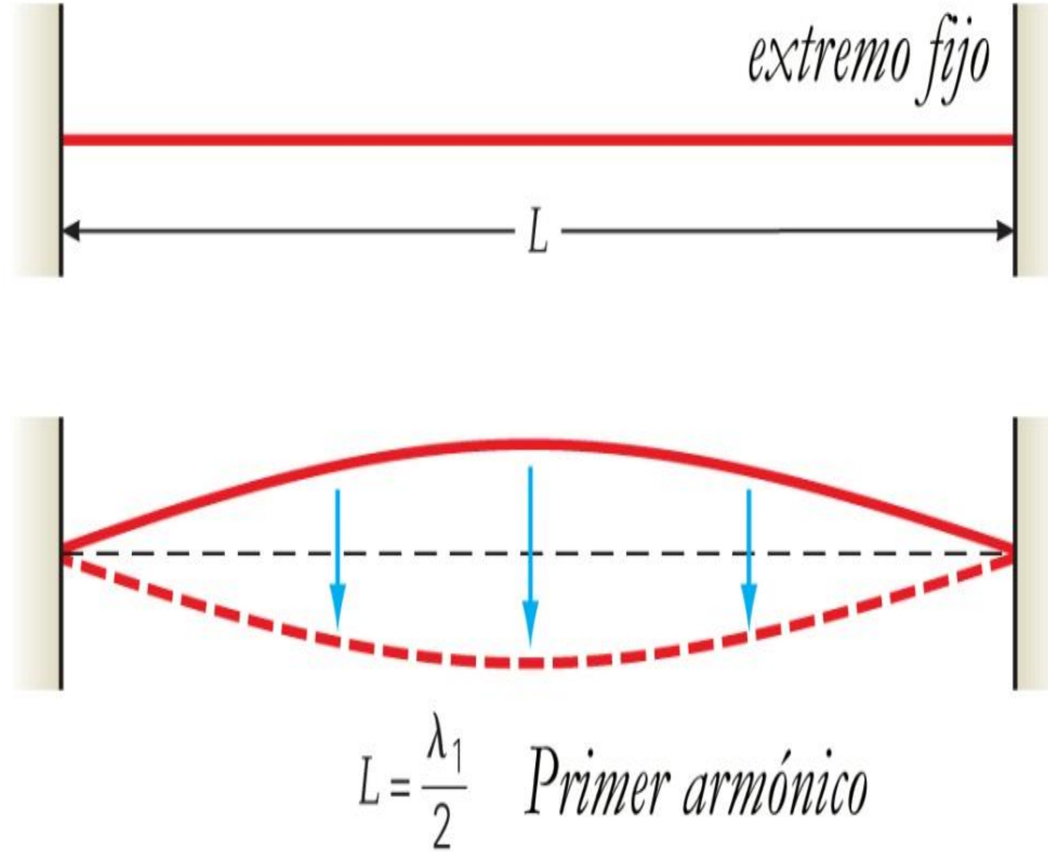
$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

A esta frecuencia se llama **frecuencia fundamental**.
Las otras frecuencias posibles para una onda estacionaria son: $f_2 = 2v/2L$, $f_3 = 3v/2L$, … Todas éstas son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental f_1, como: $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$, y así sucesivamente.
Podemos expresar todas las frecuencias como:

$$\boxed{f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1\,; \qquad n = 1, 2, 3, \ldots.}$$

Modo Fundamental o 1º arm

Hay nodos en los extremos de l cuerda. Esto hace que sólo la mitad de la onda progresiva completa esté ahí.



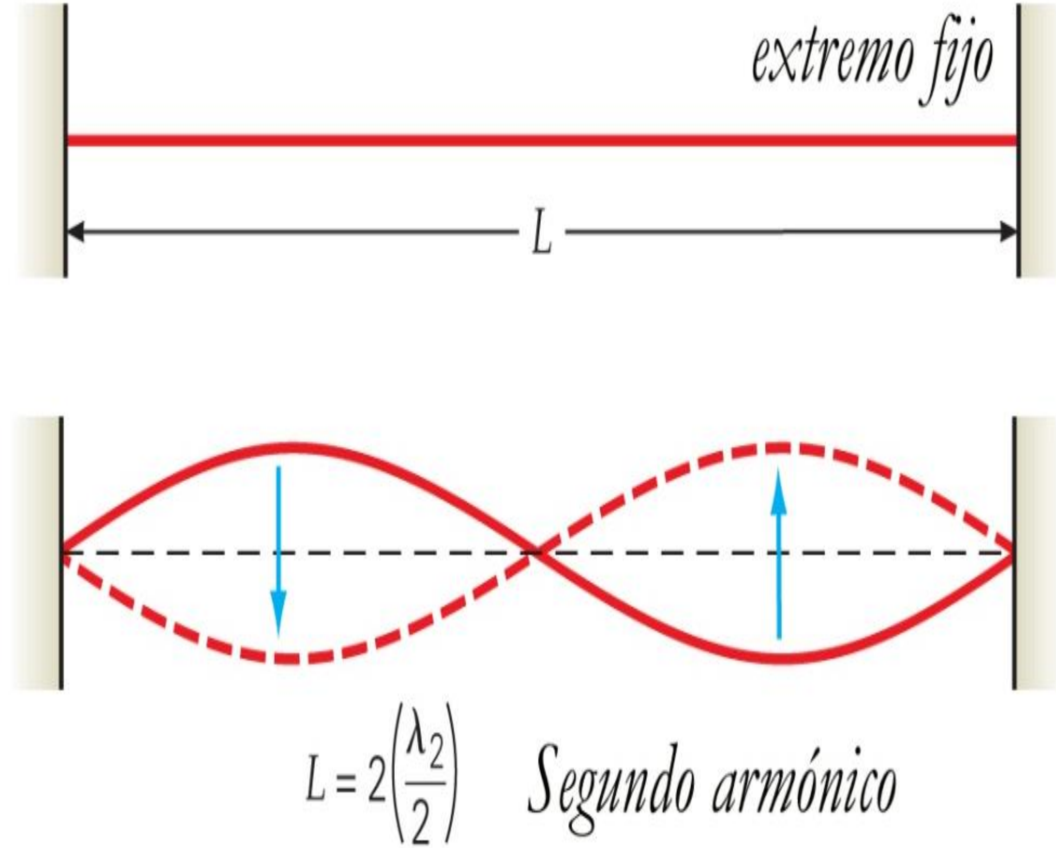
Siendo la longitud de la cuerda *L*: $$L = \frac{\lambda_1}{2} \rightarrow \lambda_1 = 2L$$

Y con: $v = \lambda f \;\; \Rightarrow \;\; f = v / \lambda$

Da: $$f_1 = \frac{v}{2L}$$

2º armónico (n = 2)

La longitud de la curda es:



$$L = 2\frac{\lambda_2}{2} = \lambda$$

$$f_2 = 2\,f_1 = \frac{v}{L}$$

En general será:

$$\boxed{\begin{array}{l} f_n = n\dfrac{v}{2L} = nf_1; \quad n = 1,2,3..... \\ L = n\dfrac{\lambda_n}{2}; \quad n = 1,2,3..... \end{array}}$$

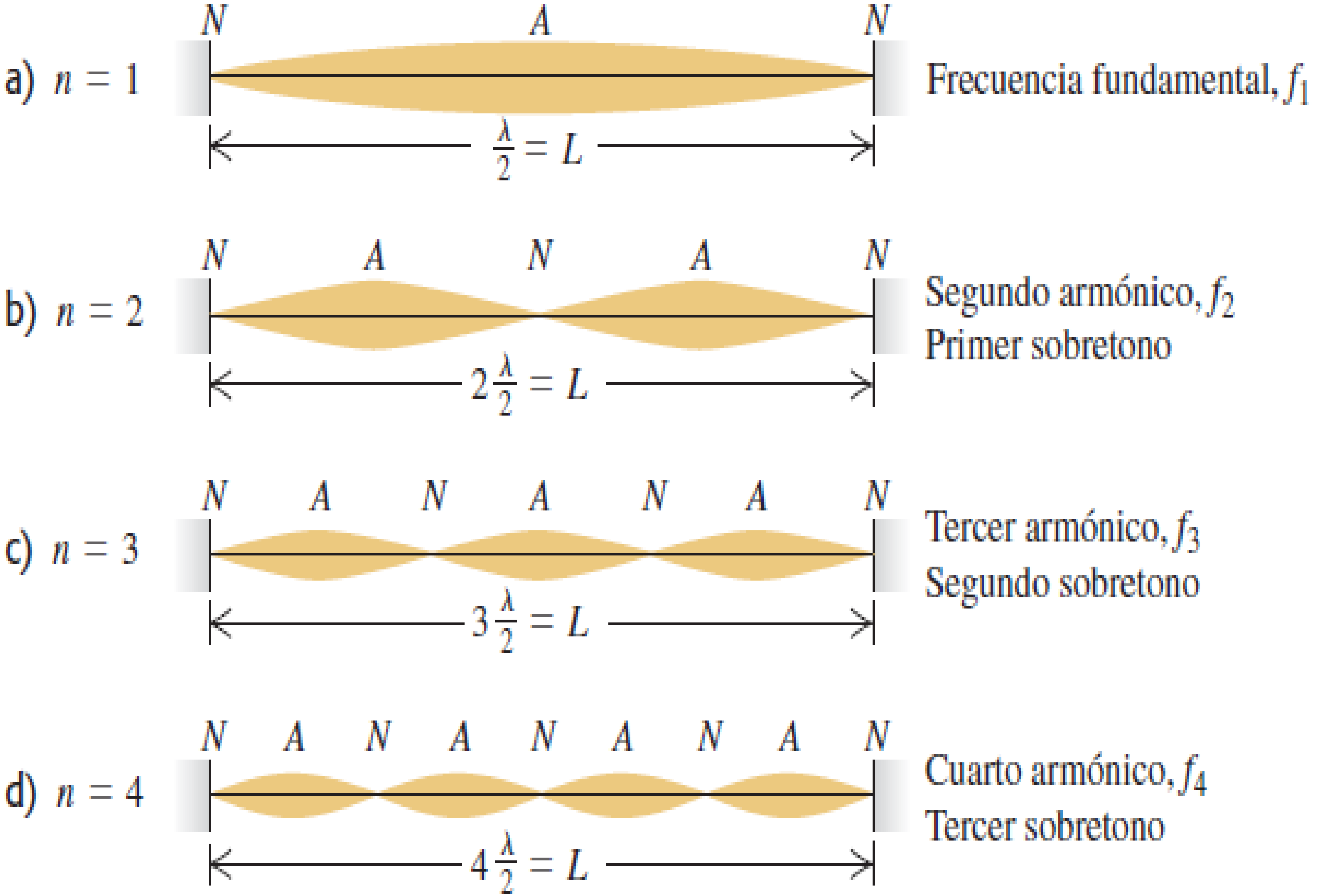
Estas frecuencias se llaman armónicos, y la serie es una SERIE ARMÓNICA.
En la teoría musical llaman a f_2, f_3, etc, SOBRETONOS.

Entonces:
f_2 es el 2.º **armónico** o el 1.º sobretono.
f_3 es el 3.º **armónico** o el, 2.º sobretono
y así sucesivamente.

Para una cuerda con extremos fijos en $x = 0$ y $x = L$, la función de onda $y(x, t)$ de la *n-ésima* onda estacionaria está dada por la ecuación de onda (que satisface la condición de que haya un nodo en $x = 0$), con:

$$\omega = \omega_n = 2\pi f_n \text{ y } k = k_n = 2\pi/\lambda_n$$

$$\boxed{y_n(x,t) = 2A\, sen(k_n x)\, cos(\omega_n t)}$$


a) $n = 1$
N A N
Frecuencia fundamental, f_1
$\frac{\lambda}{2} = L$
b) $n = 2$
N A N A N
Segundo armónico, f_2
Primer sobretono
$2\frac{\lambda}{2} = L$
c) $n = 3$
N A N A N A N
Tercer armónico, f_3
Segundo sobretono
$3\frac{\lambda}{2} = L$
d) $n = 4$
N A N A N A N A N
Cuarto armónico, f_4
Tercer sobretono
$4\frac{\lambda}{2} = L$

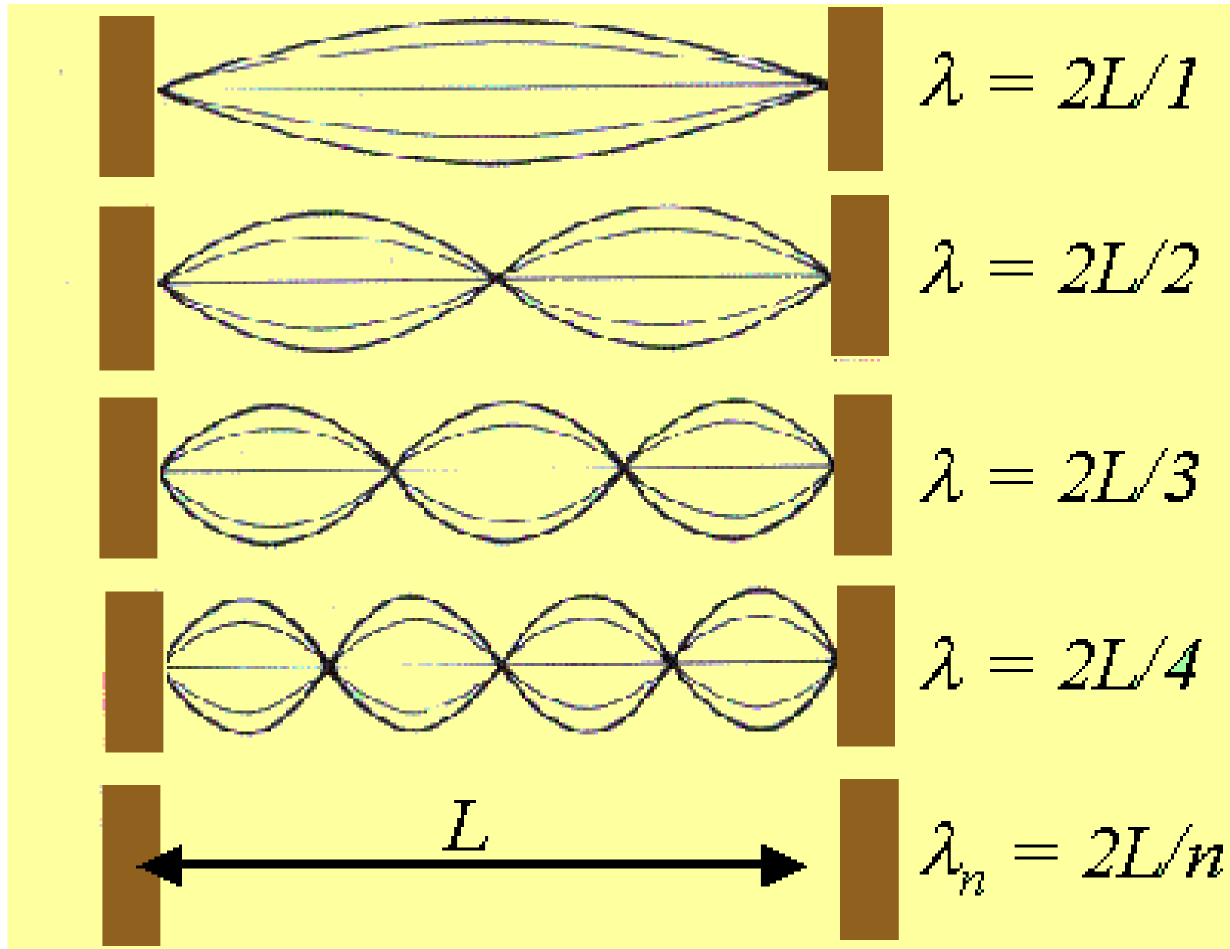
Valores de λ para ondas estacionarias

Fundamental o 1.º armónico: $n = 1 \rightarrow$

1er sobretono o 2.º armónico: $n = 2 \rightarrow$

2do sobretono o 3.º armónico: $n = 3 \rightarrow$

3er sobretono o 4.º armónico: $n = 4 \rightarrow$



n: orden del armónicos

$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n};\ \ n = 1,2,3 \ldots}$$

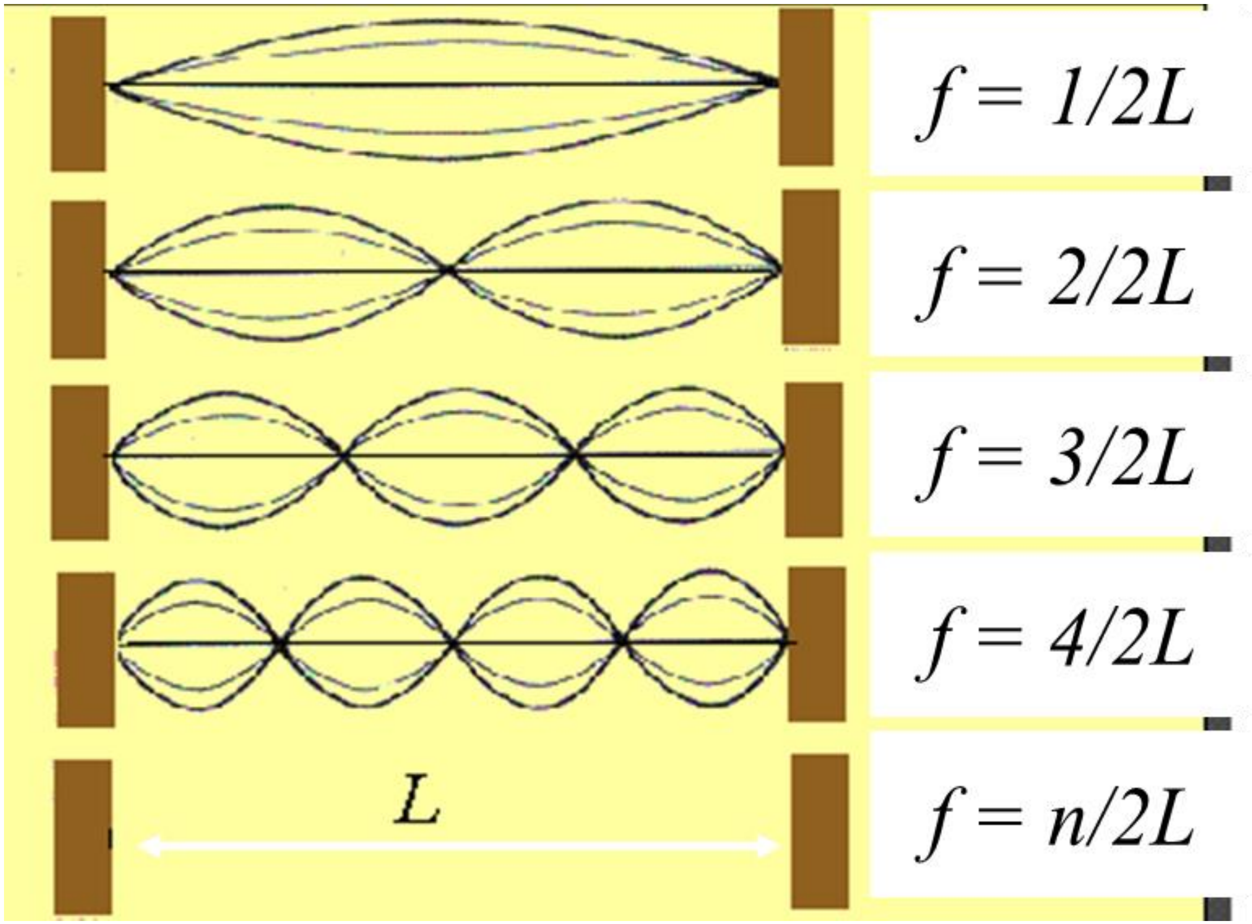
Valores de *f* para ondas estacionarias

Fundamental o 1.º armónico: $n = 1 \rightarrow$

1er sobretono o 2.º armónico: $n = 2 \rightarrow$

2do sobretono o 3.º armónico: $n = 3 \rightarrow$

3er sobretono o 4.º armónico: $n = 4 \rightarrow$



n: orden del armónicos

$$f_n = n\frac{v}{2L};\quad n = 1,2,3\ldots$$