

1 Condiciones iniciales y de frontera

La ecuación (1) representa el flujo de una sola fase, fluido y medio poroso 3D incompresible, homogéneo e isotrópico. La misma representa un problema de estado estacionario.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones: Par elegir una solución particular de las infinitas, se deben especificar condiciones adicionales en la frontera del dominio bajo consideración. Estas condiciones son llamadas condiciones de frontera.

El problema de encontrar la solución a la ecuación (1) que satisface las condiciones de frontera se llama *problema de valor de frontera*.

La ecuación (2):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c}{\beta_c \alpha_c k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2)$$

representa un problema de estado no estacionario, y describe un fenómeno dependiente del tiempo.

Las condiciones de frontera deben ser satisfechas para

$$t \geq 0$$

En el caso de la ecuación (2), las condiciones iniciales deben también ser especificadas en cada punto del dominio en el instante particular de tiempo en que el proceso físico comienza, $t=0$.

El problema de encontrar la solución de la ecuación (2) que satisface las condiciones específicas iniciales y de frontera se llama *problema de valor inicial y de frontera*.

Consideremos la figura 3.5.

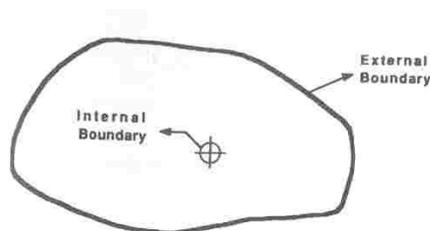


Figura I

El dominio del flujo descrito por la ecuación (2) es el área entre los límites del reservorio y del wellbore. Por lo tanto, podemos agrupar las fronteras bajo dos denominaciones generales: externas, que son los límites físicos del dominio de flujo e internas que están referidas al pozo.

Ahora veremos las distintas condiciones de frontera que encontramos en los problemas de flujos en medios porosos.

1.1 Presión especificada en la frontera. Problema de Dirichlet

En las fronteras internas esta especificación implica que existe un pozo inyectando o produciendo con presión constante frente a la formación.

Por otro lado en las fronteras externas, tal especificación implica que la presión en los límites permanece constante.

Este tipo de condición de frontera se da cuando el reservorio está influenciado por la presencia de una acuífera, de modo que la presión en la interfase del reservorio y la acuífera permanece constante.

1.2 Gradiente de Presión especificado en la frontera. Problema de Neumann

Especificando un gradiente de presión normal a la frontera se determina el flujo (o velocidad) normal a la frontera.

$$q = -\frac{2\pi\beta_c r_w kh}{\mu} \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_w} \quad (3)$$

La ecuación puede ordenarse como

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_w} = -\frac{q\mu}{2\pi\beta_c r_w kh} \quad (4)$$

q= caudal frente a la formación (sandface)

La especificación de un gradiente de presión en la frontera externa resulta en la especificación de un flujo normal a la frontera.

Un caso especial que se encuentra en la ingeniería de reservorios es cuando no existe flujo a través de la frontera. Esto implica que el gradiente de presión es cero. El reservorio es cerrado.

$$\frac{\partial p_o}{\partial n} = \frac{\partial p_s}{\partial n} = \frac{\partial p_w}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

n=dirección normal al límite del reservorio.

El problema de resolver la distribución de presiones en un dominio con la especificación de un gradiente de presión a través de sus límites se conoce como Problema de Neumann.

1.3 Gradiente de Presión y Presión especificados en la frontera.

A veces el potencial y su derivada se especifican sobre distintos segmentos de los límites. En este caso se habla de una condición de frontera mixta.

En problemas dependientes del tiempo (estado no estacionario), las condiciones de frontera deben ser especificadas para todo

$$t \geq 0$$

Para completar la descripción matemática del problema, debemos especificar las condiciones iniciales para las variables dependientes del tiempo. Se deben especificar las presiones en cada punto al tiempo inicial.

La naturaleza y magnitud de las condiciones iniciales y de frontera están gobernadas por el problema físico con que se cuenta.

Una EDP con apropiadas condiciones de frontera e iniciales definirá un problema bien planteado si la solución existe y es única.

Bibliografía

- Basic Applied Reservoir Simulation. Ertekin, Abou Kassem, King. SPE TEXTBOOK SERIES VOL 7(2001)
- Petroleum Reservoir Simulation. Aziz y Settari Applied Science Publishers (1979)
- “Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation” . Peaceman Elsevier (1977)