

1 Diferentes formas de las ecuaciones de flujo

En la siguiente sección se modificará la ecuación general de flujo teniendo en cuenta la dependencia de la densidad del fluido con la presión.

1.1 Ecuación de flujo para fluido incompresible

Si el fluido es incompresible, la densidad es constante, en otras palabras, B es constante. Si no hay expansión térmica ($\alpha_T=0$) B=1.

Además para un fluido incompresible la viscosidad es constante, por lo tanto la ecuación general de flujo puede reescribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c k_x A_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c k_y A_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta_c k_z A_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \Delta z + \mu q_{sc} = 0 \quad (1)$$

Está claro que la solución de (1) es independiente del tiempo. La dependencia del tiempo se removió cuando B se consideró constante para fluidos incompresibles (también el medio poroso se considera incompresible) Esta ecuación representa un problema de flujo en estado estacionario siempre que las condiciones de borde sean independientes del tiempo.

Esta ecuación también indica que las presiones (mapa isobárico) quedan establecidas en forma instantánea.

Además en flujo incompresible no existe acumulación o depletación. En otras palabras todo lo que atraviese las fronteras físicas del reservorio debe desplazar un volumen equivalente de fluido.

Si los términos gravitatorios se desprecian podemos reemplazar el gradiente de potencial por el gradiente de presiones, por lo que se tiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c k_x A_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c k_y A_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta_c k_z A_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z + \mu q_{sc} = 0 \quad (2)$$

Si el medio es homogéneo

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\mu q_{sc}}{\beta_c V_b} = 0 \quad (3)$$

Si el medio es homogéneo e isótropo

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\mu q_{sc}}{\beta_c k V_b} = 0 \quad (4)$$

Si no hay pozo en el dominio de interés ($q_{sc}=0$) se obtiene

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 p = 0 \quad (6)$$

La ecuación (6) describe la distribución de presión $p=p(x,y,z)$ en el campo de flujo de un fluido incompresible en un medio homogéneo e isotrópico donde no hay fuente o sumidero externo (pozo). Esta ecuación se llama ECUACION DE LAPLACE. Otra observación importante de esta ecuación es que no contiene ningún término de permeabilidad. Esto implica que la distribución de presiones está gobernada por la configuración geométrica del reservorio y las condiciones de frontera. Los efectos de la k no se reflejan en la distribución de presiones.

Quantity	Symbol	System of Units		Conversion Factor*
		Customary Unit	Metric Unit	
Length	x,y,z,r	ft	m	0.3048
Area	A	ft ²	m ²	0.09290304
Permeability	k	darcy	μm^2	0.9869233
Phase viscosity	μ	cp	Pa.s	0.001
Gas FVF	B_g	RB/scf**	m ³ /std m ³ **	5.5519314
Liquid FVF	B_o, B_w	RB/STB**	m ³ /std m ³	1.0
Solution-gas/oil ratio	R_s	scf/STB	std m ³ /std m ³	0.1801175
Pressure	Φ, p	psia	kPa	6.894757
Pressure gradient	$\vec{\nabla} \Phi, \vec{\nabla} p$	psi/ft	KPa/m	22.62059
Phase gravity	γ	psi/ft	KPa/m	22.62059
Gas flow rate	q_{sc}, q_{gsc}	scf/D	std m ³ /d	0.02863640
Liquid flow rate	q_{sc}, q_{osc}, q_{wsc}	STB/D	std m ³ /d	0.1589873
Volumetric velocity	$u, q/A$	RB/(D-ft ²)	m ³ /(d.m ²)	1.7103717
Gridblock bulk volume	V_b	ft ³	m ³	0.02831685
Phase density	ρ	lbm/ft ³	kg/m ³	16.01846
Gravitational acceleration	g	32.174 ft/s ²	9.8066352 m/s ²	0.3048
Compressibility	c	psi ⁻¹	kPa ⁻¹	0.1450377
Absolute temperature	T	°R	K	0.55555556
Relative permeability	k_r	fraction	fraction	1.0
Porosity	ϕ	fraction	fraction	1.0
Phase saturation	S	fraction	fraction	1.0
Compressibility factor	Z	dimensionless	dimensionless	1.0
Time	t	day	day	1.0
Angle	θ	rad	rad	1.0
Transmissibility conversion factor	β_c	1.127	86.4x10 ⁻⁶	-
Gravity conversion factor	γ_c	0.21584x10 ⁻³	10 ⁻³	-
Volume conversion factor	α_c	5.614583	1	-

*Multiply customary unit by conversion factor to obtain metric unit

**STB and scf are measured at 60°F and 14.696 psia; std m³ is measured at 15°C and 100 kPa.

Tabla 1

Bibliografía

-Basic Applied Reservoir Simulation. Ertekin, Abou Kassem, King. SPE TEXTBOOK SERIES VOL 7(2001)

-Petroleum Reservoir Simulation. Aziz y Settari Applied Science Publishers (1979)

-"Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation" . Peaceman Elsevier (1977)