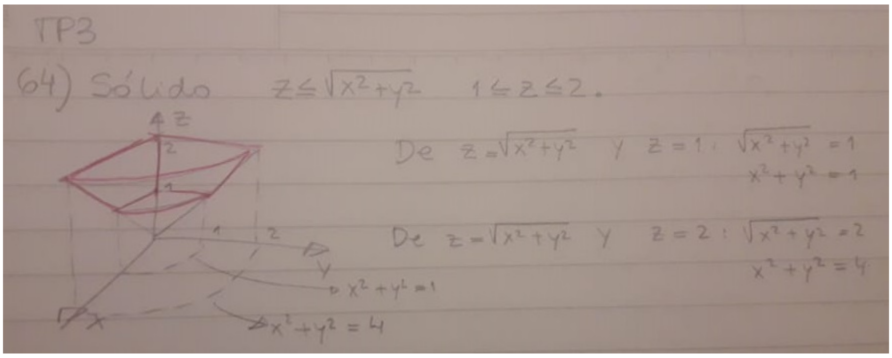
Ejercicio 64 TP3
Calcule el volumen del sólido encerrado por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre los planos $z = 1$, $z = 2$.
En esta imagen casera se aprecia una porción (un octavo) del sólido: la porción dentro del primer octante.



Si deseamos trabajar en coordenadas cilíndricas, observamos que θ tomará valores entre 0 y 2π, r tomará valores entre 0 y 2 y hasta ahí es fácil.
¿Qué valores tomará z para cada combinación de θ y r?
Piénselo... y **luego** mire el resto!

Si observamos el gráfico, podemos apreciar que z se rige por dos fórmulas distintas:
cuando $r \leq 1$, tenemos que z toma valores desde $z = 1$ hasta $z = 2$; en cambio cuando $1 \leq r \leq 2$, z toma valores entre el cono y el plano $z = 2$. Así, si planteamos la integral para calcular el volumen usando coordenadas cilíndricas, nos queda:

$$V = V_1 + V_2$$

donde

$$V_1 = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_1^2 r\, dz\, dr\, d\theta = \pi$$

y

$$V_2 = \int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_r^2 r\, dz\, dr\, d\theta = \frac{4}{3}\pi$$

y, así,

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_1^2 r\, dz\, dr\, d\theta + \int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_r^2 r\, dz\, dr\, d\theta = \frac{4}{3}\pi + \pi = \frac{7}{3}\pi.$$