CIENCIA DE LOS MATERIALES

ENSAYO DE FLEXIÓN

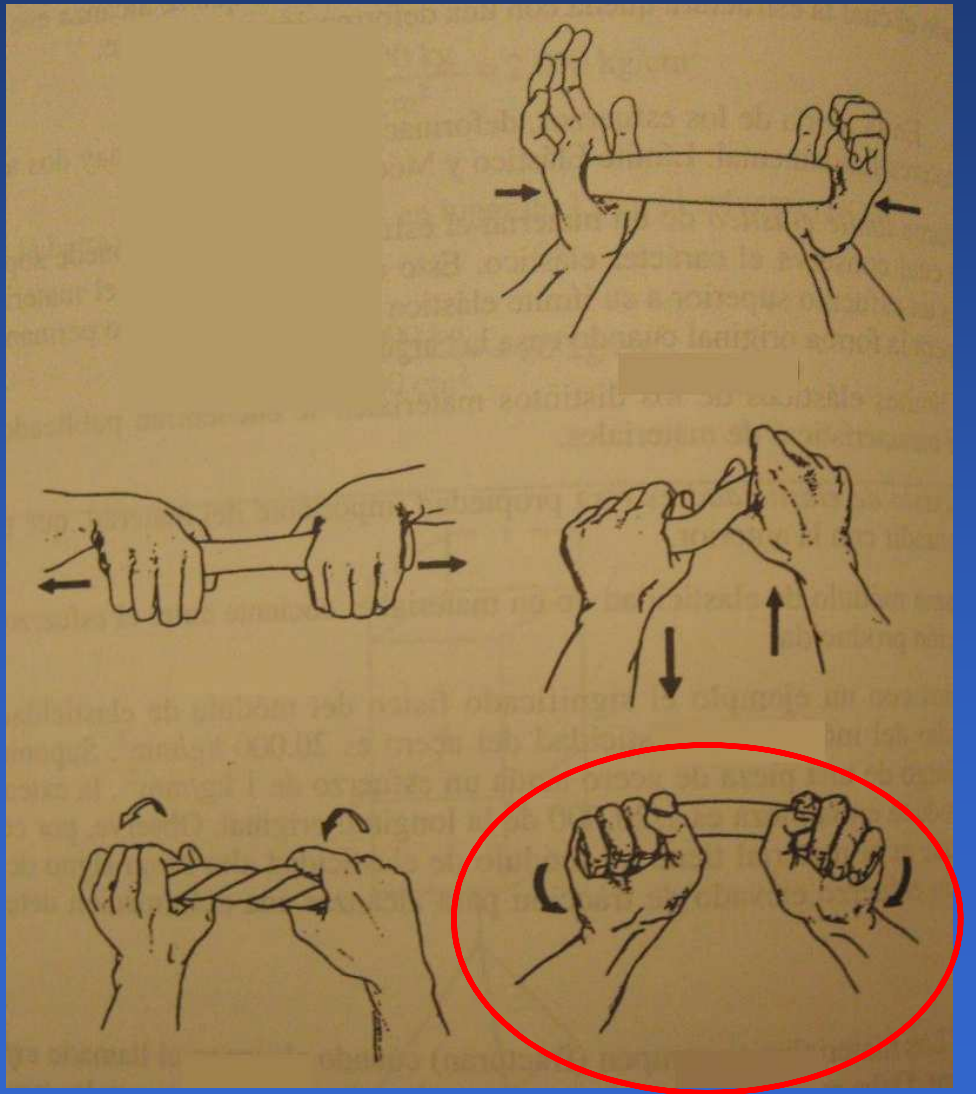
(Ing. Careglio)

Introducción

- Clasificación mediante el efecto que producen
  - Tracción
  - Compresión
  - Flexión
  - Torsión
  - Corte
- Tensión
  - Tensión: Esfuerzo referida al área sobre la cual actúa.

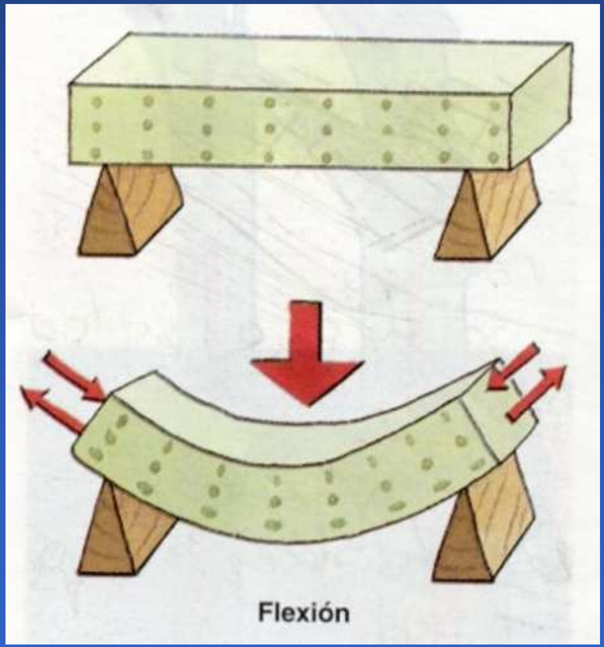
$$\sigma = \frac{P_N}{A}$$

$$\tau = \frac{P_T}{A}$$



Introducción

- Flexión
  - Fuerzas transversales actuantes sobre una pieza producen esfuerzos de compresión sobre una parte de lasección transversal y de tracción sobre la restante.



  - Estructuras y máquinas en servicio
    - Flexión puede combinarse con corte. En vigas para:

      $h \geq l_o/10$

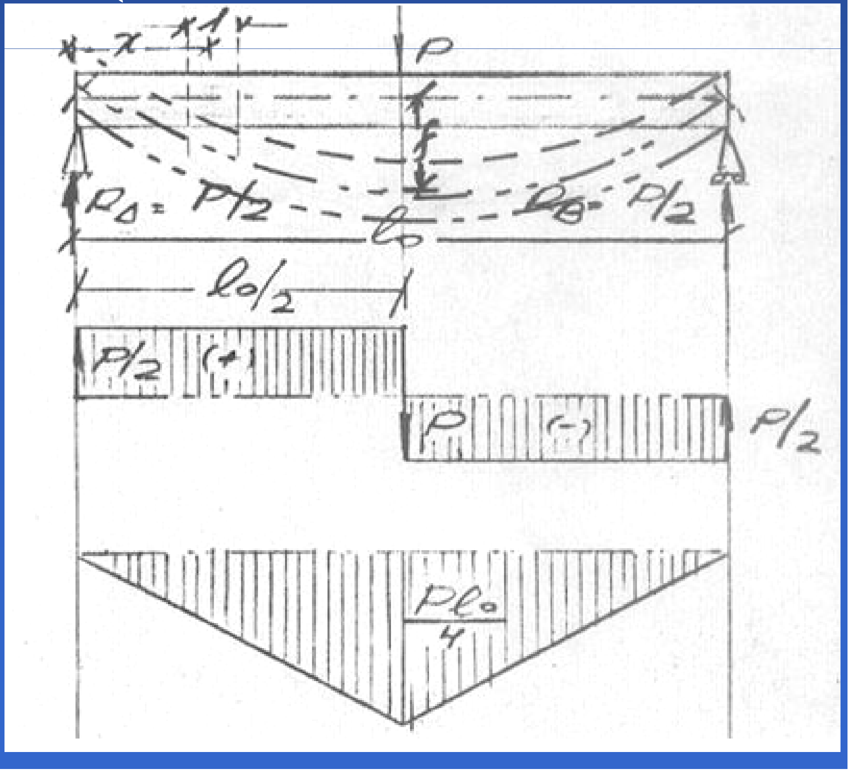
Introducción

- Ensayo de flexión
  - Finalidad:
    - Determinación resistencia estática a la flexión.
    - Determinar E

  - Ensayo de flexión menos empleado que el de tracción
    - Valores de resistencia del ensayo de tracción pueden ser aplicados en los que interviene flexión.
    - En ciertos casos conveniente obtener datos para cálculos directamente del ensayo de flexión

Introducción

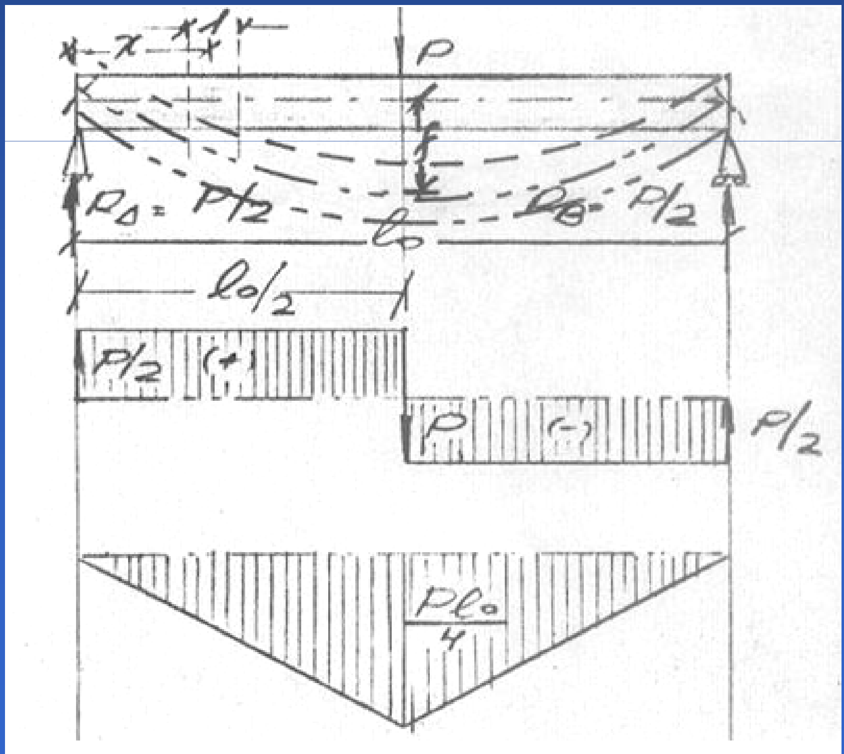
- Viga
  - Carga perpendiculares a su eje longitudinal, actuando sobre plano de simetría
  - Carga provoca deformación
  - Diagrama de fuerzas de corte
    - Muestra como varía el corte. Para una sección: suma de todas las fuerzas transversales actuantes a la izquierda de ella (o a la derecha cambiada de signo).
  - Diagrama de momento flector
    - Muestra como varía el momento flector.
    - Es posible obtenerlo a partir del diagrama anterior.
    - Momento flector "M": suma de los momentos de todas las fuerzas que actúan a la izquierda (o a la derecha).

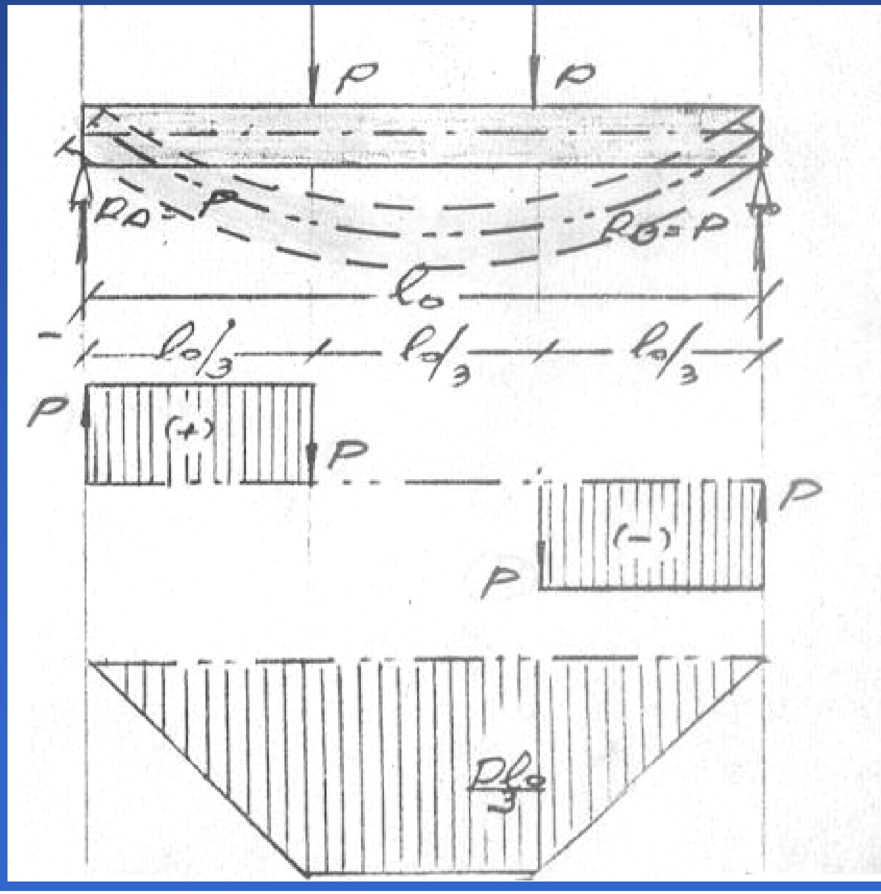


Introducción

- Flexión práctica

- Flexión pura
  - Tercio medio con esfuerzos de corte nulos.





Distribución de los esfuerzos en las secciones transversales

- Debido a la flexión
  - Fibras inferiores sufren un alargamiento => Tracción
  - Fibras superiores sufren un acortamiento => Compresión
  - Eje neutro
    - Determinado por los puntos de la sección transversal con tensiones nulas.
    - Generalmente coincidente con el eje medio de la sección.

- Teoría de flexión
  - Sección plana sometida a momento flector permanece plana
  - Sufre una rotación alrededor de su eje neutro

Distribución de los esfuerzos en las secciones transversales

- Considerando un tramo de viga de longitud unitaria
  - Fibra genérica experimenta deformación ε_y
  - Dentro zona de proporcional se cumple ley de Hooke

$$\sigma_y = E\, \varepsilon_y$$

- Condiciones de equilibrio

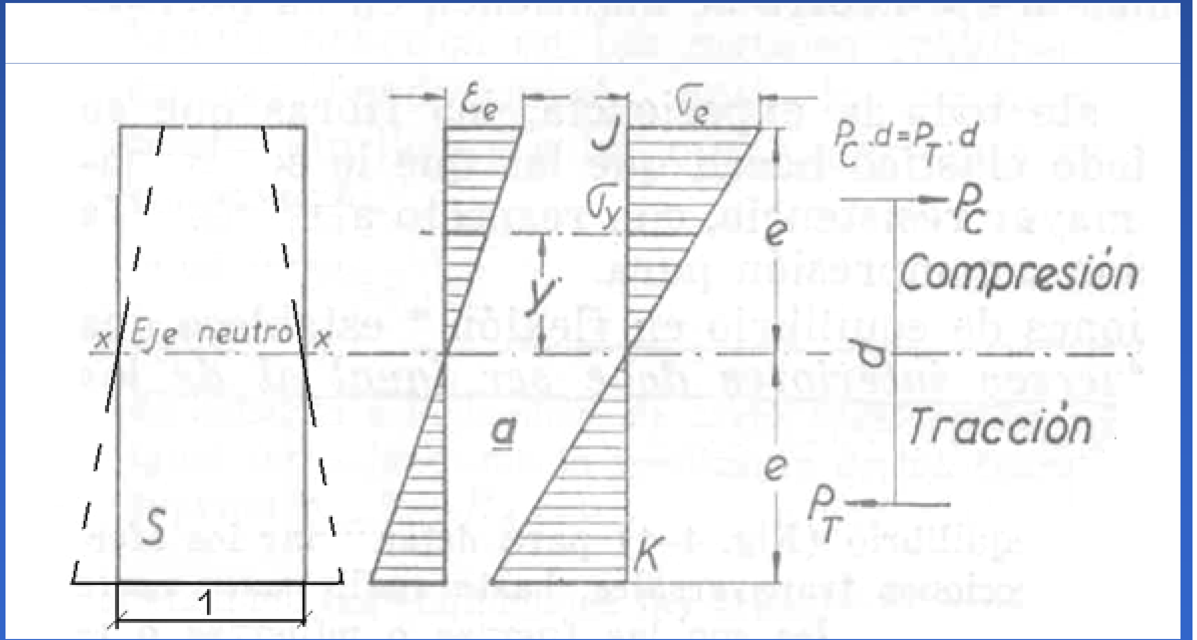
$$P_T - P_C = 0$$

$$R_A - P + R_B = 0$$

$$R_A\ x - P_T\ d = 0$$

siendo:

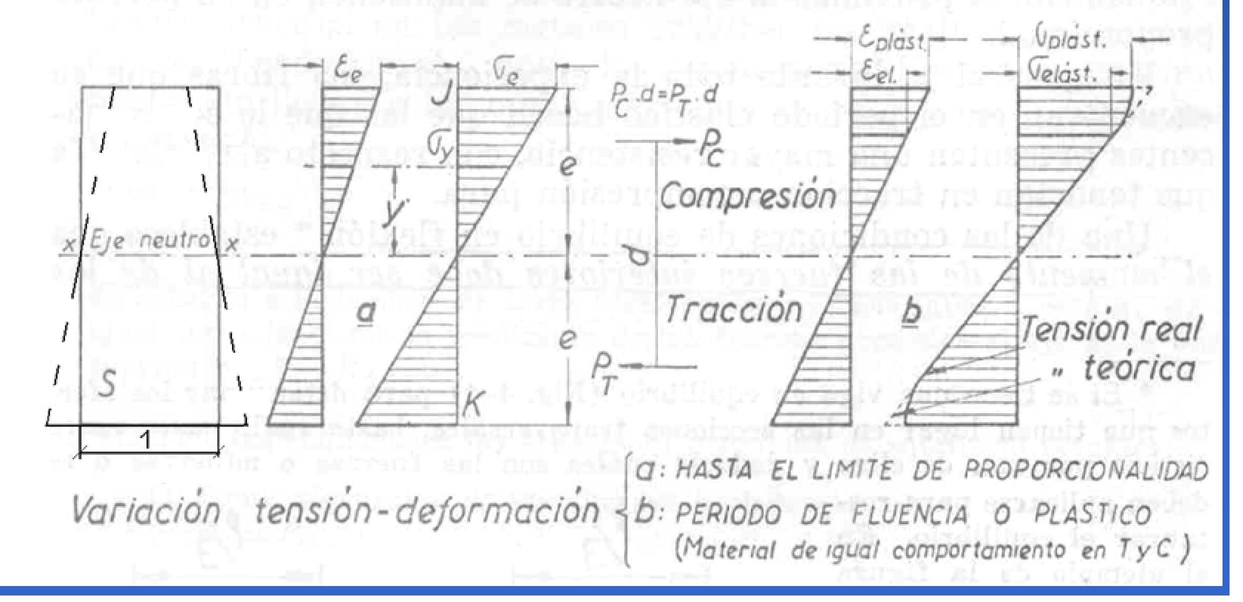
$$P_C\ d = P_T\ d$$



Distribución de los esfuerzos en las secciones transversales

- Material
  - Con igual comportamiento bajo ambos esfuerzos => Resultantes equidistan del eje neutro.
  - Con distinto comportamiento bajo ambos esfuerzos => Eje neutro se desplaza hacia la zona más resistente.

- Pasada proporcionalidad y considerando que secciones transversales se mantienen planas
  - Deformaciones => Variación lineal
  - Tensiones => Se curvar en los extremos (fibras con deformación plástica sufren menores incrementos de tensiones para iguales aumentos de las deformaciones).



Cálculo de la resistencia a la flexión

- Se efectúa determinando:
  - Momento fibras interiores respecto al eje neutro (en una sección) que se opone al momento de las cargas exteriores.

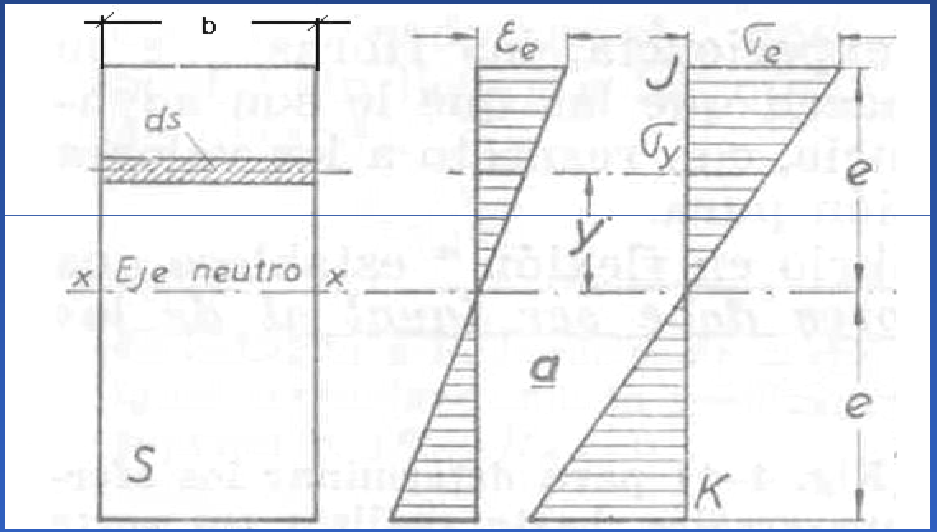
S (área sección transversal rectangular)

ds

y (distancia al eje neutro)

σ_y (producida por ***dp***)

$\Rightarrow dp = \sigma_y \, ds$



$$dM = dp \; y = \sigma_y \, ds \, y$$

$$\sigma_y / \sigma_e = y / e \;\therefore\; \sigma_y = (y \, \sigma_e / e)$$

$\Rightarrow dM = (\sigma_e / e) \, y^2 \, ds$

$$\Rightarrow M_{int} = \int_{-e}^{e} \frac{\sigma_e}{e} y^2 ds$$

Cálculo de la resistencia a la flexión

$$M_{\text{int}} = \frac{\sigma_e}{e} \int_{-e}^{e} y^2 ds$$

donde:

$$J_x = \int_{-e}^{e} y^2 ds$$

$$M_{\text{int}} = \frac{\sigma_e}{e} J_x$$

para que el sistema se encuentre en equilibrio:

$$\boldsymbol{M_{INT} = M_f}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{M_f = (\sigma_e/e)*Jx}$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\sigma_e = e\, M_f/Jx}} \qquad (1)$$

donde:

$\boldsymbol{W_x = J_x/e}$ Módulo resistente

Por lo tanto:

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma_e = M_f/Wx}}$$

Fórmula de Navier (2)

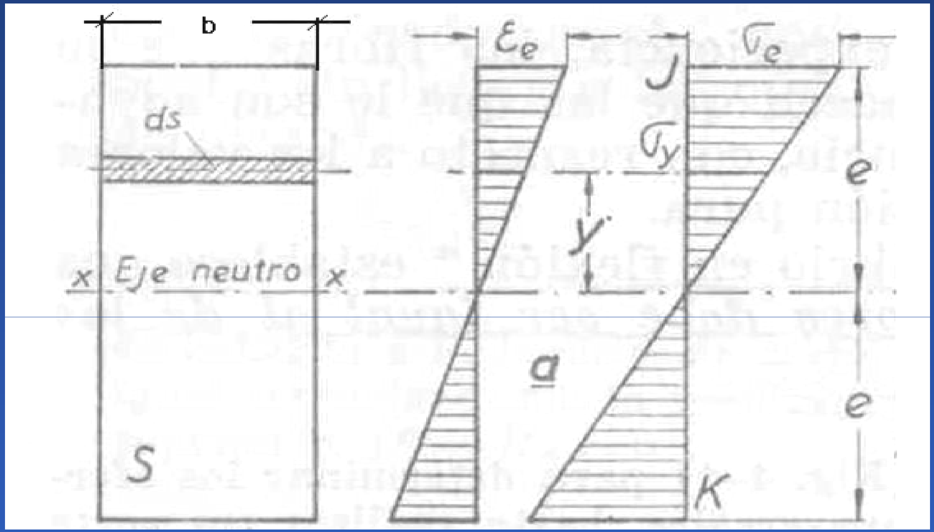
(flexión pura con variación lineal de tensiones y deformaciones)

Cálculo de la resistencia a la flexión

Utilizando (1) se puede calcular en cualquier otro punto de la sección el valor de la tensión:

$$\sigma_e = e\, M_f / Jx \qquad (1)$$

=> $$\boxed{\sigma_y = y\, M_f / Jx} \qquad (3)$$



Esta expresión confirma lo visto en el diagrama:

$\sigma_y = 0$ para $y = 0$

$\sigma_y = \sigma_e$ para $y = e$

- Nota
  - Convención sobre signo del momento flector

    Positivo cuando la viga se flexione hacia abajo (es decir cuando esfuerzos de tracción se encuentren debajo del eje neutro).

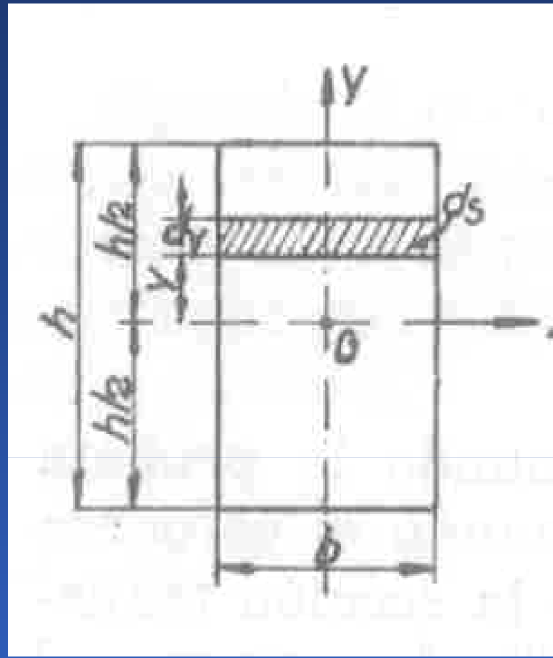
Cálculo de la resistencia a la flexión

Momento de inercia en sección rectangular

Jx = momento de inercia con respecto al eje x

Jy = momento de inercia con respecto al eje y

Jp = momento de inercia polar respecto a un polo o eje de giro



$$Jx = \frac{bh^3}{12}$$

$$Jy = \frac{b^3h}{12}$$

$$Jp = Jx + Jy = \frac{bh}{12}\left(h^2 + b^2\right)$$

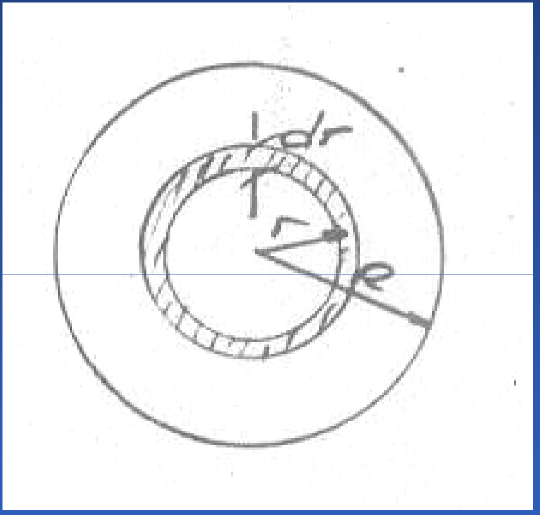
Cálculo de la resistencia a la flexión

Momento de inercia en sección circular

Jx = momento de inercia con respecto al eje x

Jy = momento de inercia con respecto al eje y

Jp = momento de inercia polar respecto a un polo o eje de giro



$$Jp = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$Jp = Jx + Jy$$

$$= 2Jx$$

=> $$Jx = \frac{Jp}{2}$$

$$= \frac{\pi D^4}{64}$$

Cálculo de la resistencia a la flexión

Cálculo del módulo de elasticidad

- Material sometido a carga creciente por lo que el eje neutro se va flexionando
  - Flecha: distancia vertical entre la posición inicial e instantánea del eje neutro (en el lugar de mayor flexión).
- Es posible calcular el módulo de elasticidad
  - Medir en el periodo elástico flechas y sus cargas (no menos de 5)
  - Tomando promedio se puede calcular E
- Para una viga simplemente apoyada
  - Con una carga concentrada en su sección media

$$\boxed{f = \frac{1\,P\,l_0^3}{48\,E\,Jx} \therefore E = \frac{1\,P_{PROM}\,l_0^3}{48\,f_{PROM}\,Jx}} \qquad (4)$$

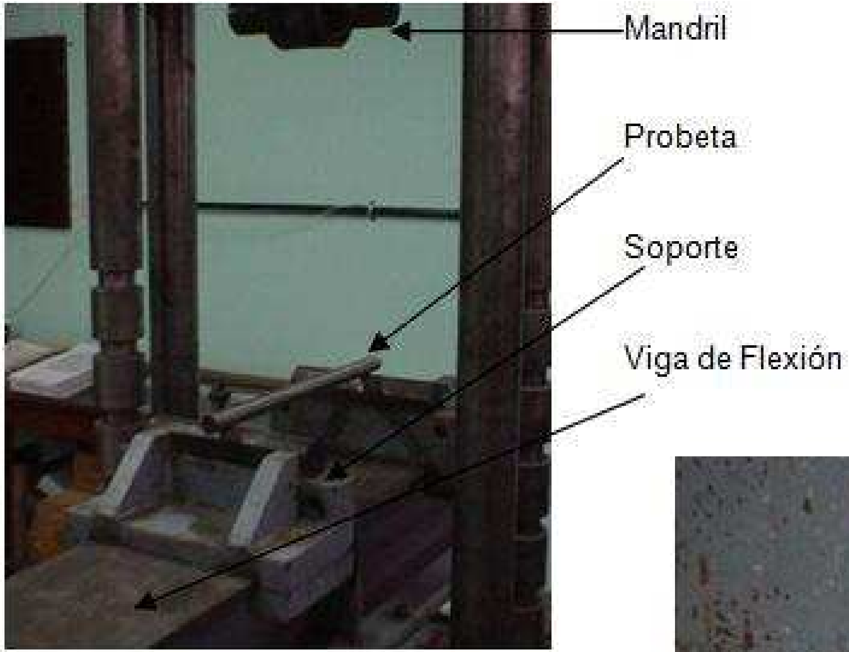
  - Con cargas concentradas actuantes a los tercios de la luz

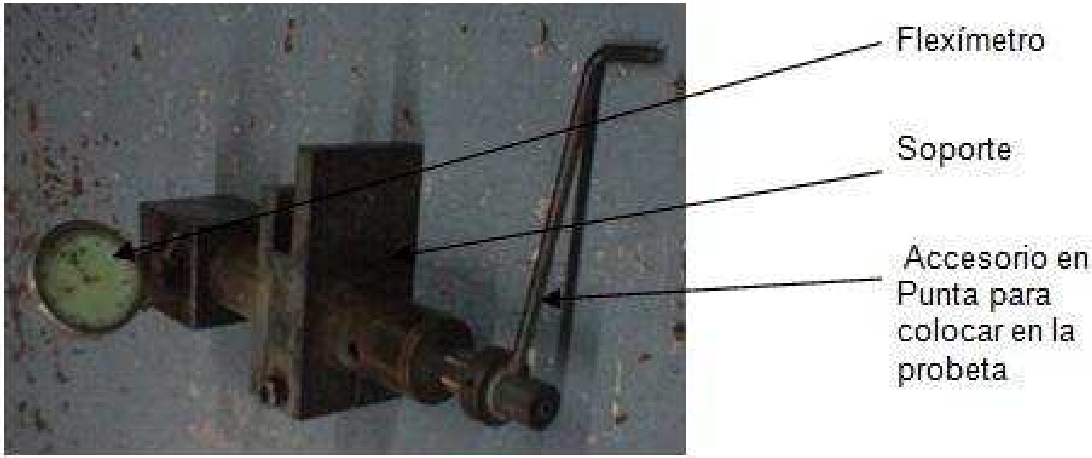
$$\boxed{f = \frac{23\,P\,l_0^3}{648\,E\,Jx}}$$

Cálculo de la resistencia a la flexión

Cálculo del módulo de elasticidad

- Aclaración:
  - Las cargas se indican en el cuadrante del registrador de esfuerzos y las flechas mediante un flexímetro fijado a la viga de flexión.





Probetas

- Sección de las probetas (según el material a ensayar)
  - Circular o rectangular
- La luz entre apoyos
  - No ser reducida (para que el corte no influyan en los resultados)
  - Cuando es grande (en sección rectangular) existe peligro de que la probeta sufra flexión lateral.
  - Se recomienda:

$$l_o \geq 12d_o$$

$$l_o \geq 12h$$

- En cuanto a la forma de obtención, las probetas pueden ser :
  - Fundidas con la pieza.
  - Fundidas separadamente de la pieza.
- En cuanto al mecanizado, las probetas (no deben tener sopladuras ni rebabas que perturben el ensayo) pueden ser:
  - Sin mecanizar o en bruto
  - Mecanizadas o trabajadas

Probetas

- Norma IRAM 510 (ensayo de flexión para fundiciones de hierro), designa a las probetas con letras:
  - Diámetros para probetas en bruto o trabajadas:

TIPO	d_o(mm)	l_o(mm)	l_t(mm)
A	$22 \pm 1{,}5$	300	375
B	$30 \pm 2{,}5$	450	525
C	$50 \pm 2{,}5$	600	675

  - Para obtención de las trabajadas podrán utilizarse piezas cuyo diámetro no exceda de:

    A: 26 mm B: 34 mm C: 56 mm

  - Diámetros se medirán tomando dos direcciones ortogonales y calculando el promedio, con una precisión de 0,1mm.

  - Carga se aplica en forma gradual y uniforme, de modo que la rotura se produzca en un tiempo de:

    A: $t > 15$ seg

    B: $t > 30$ seg

    C: $t > 45$ seg

Determinaciones a realizar en el ensayo

- Conviene especificar:
  - Antes del ensayo

    a) Norma a consultar

    b) Accesorios de la máquina de ensayo y escala de cargas

    c) Material

    d) Dimensiones d_o , l_o , l_t , y croquis de la misma
  - Durante el ensayo

    a) En período elástico P_i y f_i (5 valores), $P_{MÁX}$, $f_{MÁX}$

    b) Tipo de fractura con croquis

Determinaciones a realizar en el ensayo

- Después del ensayo

$$E = \frac{1}{48}\frac{P_{PROM}\, l_0^3}{f_{PROM}\, Jx}$$

$$\boxed{\sigma_{EF} = \frac{M_{MÁX}}{Wx} = \frac{\dfrac{P_{MÁX}\, l_0}{4}}{\dfrac{\pi\, d_0^3}{32}} = 2{,}5465\,\frac{P_{MÁX}\, l_0}{d_0^3}}$$

- Como datos complementarios la norma DIN 50110 define:

  Factor de flexión = σ_{EF}/σ_{ET} (1,8 - 2,2)

  Rigidez de flexión = $\sigma_{EF}/ f_{MÁX}$ (6 - 9)

Análisis de los valores deducidos del ensayo de flexión

- a) Ensayo con viga simplemente apoyada y carga concentrada
  - El *E* de (4) no coincide con el calculado en ensayo de tracción (deducción no tiene en cuenta el corte),
  - *E* deducido por flexión menor que el obtenido por tracción,
  - La diferencia depende de la luz entre apoyos y dimensiones de la probeta.

$$E = \frac{1}{48}\frac{P_{PROM}}{f_{PROM}}\frac{l_0^3}{Jx} \qquad (4)$$

- b) En (3) se supuso que cada fibra
  - trabaja independientemente
  - tensión proporcional a su distancia al eje neutro
  - no influenciada por deformaciones de fibras adyacentes

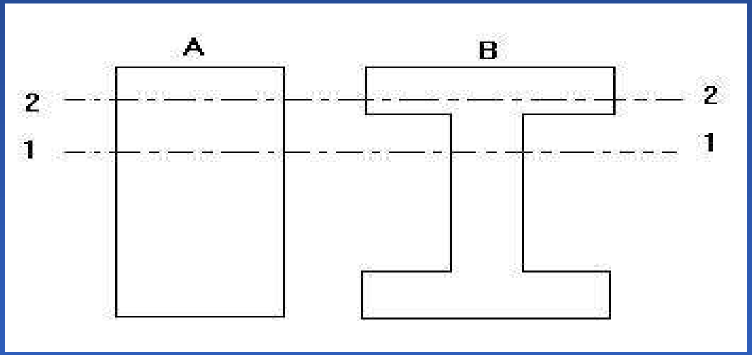
$$\sigma_y = y\, M_f / Jx \qquad (3)$$

Análisis de los valores deducidos del ensayo de flexión

- El fenómeno es más complejo:
  - cada fibra sufre una tensión proporcional a su distancia al eje neutro y una deformación, $\varepsilon = \sigma/E$
  - esta deformación implica contracción transversal, $\varepsilon_q = \varepsilon/\eta$,
  - y como la fibra situada debajo de la considerada sufre una tensión menor (porque lo es su distancia al eje neutro) su contracción transversal también será menor,
  - y como está íntimamente ligada a la fibra superior considerada, impedirá la libre deformación de ésta.
  - Como deformaciones y tensiones están relacionadas, la tensión de la fibra considerada también será alterada.

Análisis de los valores deducidos del ensayo de flexión

- En este fenómeno influye la forma de la probeta
  - En la Fig. A las fibra del nivel 2-2 sufren más que en la Fig. B la influencia de las fibras 1-1
  - Esta influencia hace que las flechas y resistencias obtenidas por cálculo no sean iguales a las experimentales.

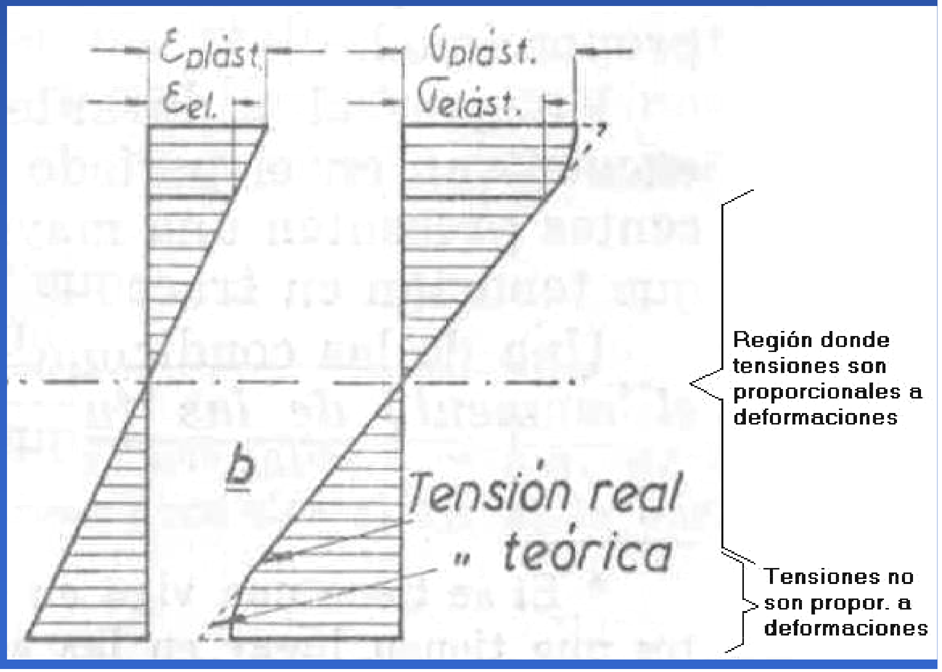


Análisis de los valores deducidos del ensayo de flexión

- c) En ensayo de flexión para conocer la tensión máxima de rotura distinguir:
  - Materiales dúctiles
    - Fibras con mayores tensiones (más alejadas del eje neutro) habrán pasado el límite de proporcionalidad ,
    - aunque el diagrama de deformaciones sea rectilíneo, el de las tensiones no;
    - de ahí que en la rotura no se verifican las hipótesis usadas en (1),
    - por lo tanto valores obtenidos de ensayo flexión no coinciden con los de ensayo de tracción.
  - Materiales frágiles
    - rotura sin grandes deformaciones,
    - valen las hipótesis usadas en (1),

      hasta alcanzar la rotura.

$$\sigma_e = e\, M_f / Jx \qquad (1)$$



Análisis de los valores deducidos del ensayo de flexión

- d) Rozamiento de la probeta con apoyos puede afectar el resultado
  - Al deformarse se debe deslizar libremente sobre los apoyos,
  - si hay rozamiento se introducen fuerzas no previstas en el cálculo.