CIENCIAS DE LOS MATERIALES

EJERCICIOS RESUELTOS

PROPIEDADES MECANICAS Y ENSAYOS MECANICOS

CIENCIAS DE LOS MATERIALES

PROPIEDADES MECANICAS Y ENSAYOS MECANICOS

1. Una barra de aluminio de 127 mm de longitud con una sección cuadrada de 16,5 mm de lado es estirada a tracción con una carga de 6,67 x 10^4 N y experimenta un alargamiento de 0,43 mm. Suponiendo que la deformación es completamente elástica, determinar el módulo de elasticidad del aluminio.

Dado que la deformación es completamente elástica, se cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Por lo tanto:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

A su vez:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = l * l \quad ; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Reemplazando:

$$E = \frac{P * l_0}{l^2 * \Delta l}$$

$$E = \frac{6{,}67 \,\mathrm{x}\, 10^4 \ \mathrm{N} * 127 mm}{16{,}5^2 \, mm^2 * 0{,}43 mm}$$

$$\boxed{E = 72.359{,}1 MPa}$$

2. Consideremos un hilo cilíndrico de titanio de 3 mm de diámetro y 2,5 x 10^4 mm de largo. Determinar su alargamiento cuando se aplica una carga de 500 N. Suponga que toda la deformación es elástica.

Dado que la deformación es completamente elástica, se cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

A su vez:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = \frac{\pi d^2}{4} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Reemplazando:

$$\Delta l = 4 \frac{P * l_0}{\pi * d^2 * E}$$

De tabla 1: $E = 10{,}7 MPa$

$$\Delta l = 4 \frac{500N * 2{,}5x10^4 mm}{\pi * 3^2 mm^2 * 10{,}7x10^4 MPa}$$

$$\boxed{\Delta l = 16{,}52 mm}$$

3. Una barra cilíndrica de acero (E = 20,7 x 10^4 MPa) con un límite elástico de 310 MPa va a ser sometido a una carga de 11.000 N. Si la longitud de la barra es 510 mm, ¿Cuál debe ser el diámetro para permitir un alargamiento de 0,38 mm?

Suponemos que el material se deforma sólo elásticamente y que por lo tanto cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

A su vez:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Por lo tanto:

$$.\frac{4 * P}{\pi * d_0^2} = E * \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 * P * l_0}{\pi * E * \Delta l}}$$

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 * 11.000N * 510mm}{\pi * 20,7x10^4 MPa * 0,38mm}}$$

$$\boxed{d_0 = 9,5mm}$$

Para que la respuesta sea válida hay que verificar que para ese diámetro las deformaciones son elásticas para que se cumpla la ley de Hooke. Para ello debemos verificar que la tensión a la que ha sido sometido el material es menor a la tensión de límite elástico. Es decir:

$$\sigma \leq \sigma_e$$

$$.\sigma = \frac{4 * P}{\pi * d_0^2}$$

$$.\sigma = \frac{4*11.000NP}{\pi*9{,}5^2\,mm^2}$$

$$\boxed{.\sigma = 155MPa \leq \sigma_e = 310MPa}$$ VERIFICA

4. Una probeta cilíndrica de acero tiene un diámetro de 15,2 mm y una longitud de 250 mm y se deforma elásticamente a tracción con una fuerza de 48.900 N. Usando los valores de la Tabla 1, determinar: a) Lo que se alargará en la dirección de la fuerza aplicada. b) El cambio de diámetro de la probeta. ¿Aumentará o disminuirá el diámetro?

Tabla 6.1 Módulos de elasticidad y de cizalladura a temperatura ambiente y coeficiente de Poisson para varios metales y aleaciones

Metal o aleación	Módulo de elasticidad		Módulo de cizalladura		Coeficiente de Poisson
	$psi \times 10^6$	$MPa \times 10^4$	$psi \times 10^6$	$MPa \times 10^4$	
Aluminio	10,0	6,9	3,8	2,6	0,33
Latón	14,6	10,1	5,4	3,7	0,35
Cobre	16,0	11,0	6,7	4,6	0,35
Magnesio	6,5	4,5	2,5	1,7	0,29
Níquel	30,0	20,7	11,0	7,6	0,31
Acero	30,0	20,7	12,0	8,3	0,27
Titanio	15,5	10,7	6,5	4,5	0,36
Tungsteno	59,0	40,7	23,2	16,0	0,28

Tabla 1

a) Como el material se deforma sólo elásticamente cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

A su vez:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Por lo tanto:

$$.\frac{4*P}{\pi*d_0^2}=E*\frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Delta l=.\frac{4*P\ *l_0}{\pi*d_0^2*E}$$

$$\Delta l=.\frac{4*48.900N*250mm}{\pi*15{,}2^2\,mm*20{,}7x10^4\,MPa}$$

$$\boxed{\Delta l=0{,}33mm}$$

b) Cuando sobre una probeta se aplica un tracción, se produce un alargamiento elástico y una deformación ε_z en la dirección de la carga aplicada y como resultado de este alargamiento se producirán constricciones en las direcciones laterales perpendiculares a la dirección de la aplicación de la tensión. El coeficiente de Poisson se define como el cociente entre las deformaciones laterales y axiales, o sea:

$$v=\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}=\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

Si la probeta es cilíndrica el Coeficiente de Poisson lo podemos expresar como:

$$v=\frac{\Delta d/d_0}{\Delta l/l_0}$$

Por lo tanto:

$$\Delta d=.\frac{v*\Delta l*d_0}{l_0}$$

$$\Delta d=.\frac{0{,}27*0{,}32mm*15{,}2mm}{250mm}$$

$$\boxed{\Delta d=.0{,}0053mm}$$

5. Una probeta cilíndrica de una aleación metálica de 10 mm de diámetro es deformada elásticamente a tracción. Una fuerza de 15.000 N produce una reducción en el diámetro de la probeta de 7 x 10^{-3} mm. Calcular el coeficiente de Poisson de este material si su módulo de elasticidad es 10^5 MPa .

El coeficiente de Poisson es el cociente entre las deformaciones laterales y axiales:

$$v = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

Para una probeta cilíndrica:

$$v = \frac{\Delta d / d_0}{\varepsilon}$$

Dado que la deformación es completamente elástica, se cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

A su vez:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Remplazando:

$$v = \frac{\Delta d * \pi * d_0^2 * E}{4 * d_0 * P}$$

$$v = \frac{7x10^{-3} mm * \pi * 10^2 mm^2 * 10^5 MPa}{4 * 10mm * 15.000N}$$

$$\boxed{v = 0{,}37}$$

6. Una barra cilíndrica de 120 mm de longitud, y 14 mm de diámetro debe soportar una carga de 30.000 N sin experimentar deformación plástica ni su diámetro reducirse en más de 0,010 mm.

   a) ¿cuál de los cuatro materiales de la tabla adjunta es el mejor candidato?
   b) ¿Cuál debería ser el costo específico de la Aleación de Ti para que este material fuera competitivo en la selección?
   c) ¿Cuál debería ser el costo específico de la Aleación de Mg para que este material fuera competitivo en la selección?
   d) Un cambio de un 25% en el límite elástico de la Aleación de Mg puede ser inducido por deformación en frío y este tratamiento es permisible. ¿Cambiaría esto su selección final?

Material	Modulo de elasticidad (MPa)	Límite elástico (MPa)	Modulo de Poisson	Densidad (g/cm^3)	Precio ($/t)
Aleación de Al	7×10^4	250	0,33	2,8	200.000
Acero	$20,5 \times 10^4$	550	0,27	7,8	100.000
Aleac. Ti	$10,5 \times 10^4$	850	0,36	4,8	1.000.000
Aleac. Mg	$4,5 \times 10^4$	170	0,29	1,8	400.000

a) El material debe cumplir dos requerimientos:

Requerimiento 1: No experimentar deformación plástica. Para ello debemos verificar que la tensión a la que ha sido sometido el material es menor a la tensión de límite elástico. Es decir:

$$\sigma \leq \sigma_e$$

Requerimiento 2: La reducción de diámetro debe ser menor o igual a 0,010 mm.

Requerimiento 1:

$$\sigma = \frac{P}{S_0} \quad ; \quad S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Por lo tanto:

$$\sigma = .\frac{4 * P}{\pi * d_0^2}$$

$$\sigma = .\frac{4*30.000N}{\pi*14^2 mm^2} = 195MPa$$

Comparando este valor con el límite elástico de cada material verificamos que la tensión $\boxed{.\sigma = 195MPa}$ es $\boxed{\sigma_e = 170MPa}$ para la aleación de Mg. La ALEACION DE Mg queda DESCARTADA.

Debemos verificar el segundo requerimiento para el resto de los materiales. Requerimiento 2:

$$v = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

$$v = \frac{\Delta d / d_0}{\varepsilon}$$

Dado que la deformación es completamente elástica, se cumple la Ley de Hooke:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Por lo tanto:

$$v = \frac{\Delta d / d_0}{\sigma / E}$$

$$\Delta d = \frac{v * d_0 * \sigma}{E}$$

Reemplazando los valores para cada material:

Aleación de Al

$$\Delta d = \frac{0,33 * 14mm * 195MPa}{7x10^4 MPa}$$

$\boxed{\Delta d = 0,0129mm}$ *es mayor que 0,010 mm por lo que la Aleación de Al NO verifica el segundo requerimiento.*

Acero

$$\Delta d = \frac{0,27 * 14mm * 195MPa}{20,5x10^4\,MPa}$$

$\boxed{\Delta d = 0,0036mm}$ *es menor que 0,010 mm por lo que el acero verifica el segundo requerimiento.*

Aleación de Ti

$$\Delta d = \frac{0,36 * 14mm * 195MPa}{10,5x10^4\,MPa}$$

$\boxed{\Delta d = 0,0094mm}$ *es menor que 0,010 mm por lo que la Aleación de Ti verifica el segundo requerimiento.*

Entre los dos posibles candidatos, el acero y la aleación de Ti, la elección final se hace por consideraciones económicas.

$$Costo = precio * peso$$

$$Peso = \delta * vol$$

$$Costo = precio * \delta * vol$$

Acero

$$Costo = \frac{100.000\$/t * 7,8g/cm^3 * \pi * 14^2\,mm^2 * 120mm}{4} * \frac{1cm^3}{10^3\,mm^3} * \frac{1t}{1000000\,g}$$

$$\boxed{Costo = 14,4\$}$$

Aleación de Ti

$$Costo = \frac{1.000.000\$/t * 4,8g/cm^3 * \pi * 14^2\,mm^2 * 120mm}{4} * \frac{1cm^3}{10^3\,mm^3} * \frac{1t}{1000000\,g}$$

$$\boxed{Costo = 88,6\$}$$

El mejor candidato es el ACERO

b)

El costo de la pieza de acero de debe ser igual a la de Aleación de Ti

De igual las dos expresiones anteriores:

$100.000\$/t*7,8g/cm^3 = \Pr ecio - Ti\$/t*4,8g/cm^3$

$\boxed{\Pr ecio - Ti = 162.500\$}$

c) La aleación de Mg no puede ser competitiva a ningún precio porque su

σ_e es menor a 195 MPa

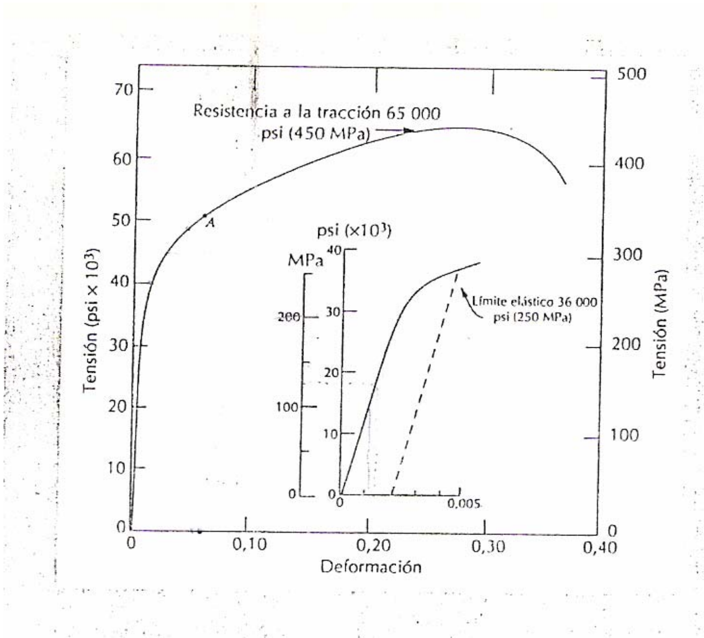
d)

Si aumentamos un 25% el límite elástico el nuevo será $\sigma = .1,25*170MPa = 212,5MPa$ mayor a 195 MPa, pero también debe satisfacer el segundo requerimiento

$$\Delta d = \frac{0,29*14mm*195MPa}{4,5x10^4\,MPa}$$

$\Delta d = 0,0176mm$ es mayor que 0,010 mm por lo que no cambiaría la selección final.

7. La Figura muestra la curva tensión deformación para un latón. a) ¿Cuál es el módulo de elasticidad? b) ¿Cuál es el límite elástico para una deformación del 0,002? c) ¿Cuál es la carga máxima que puede soportar la probeta con un diámetro original de 12,8 mm? d) Determinar el cambio de longitud de una probeta de 254mm que es sometida a una tracción de 354 MPa.



a) El módulo de elasticidad es la pendiente de la porción inicial o elástica de la curva tensión deformación. El eje de deformación ha sido ampliado en el recuadro insertado en la figura, para facilitar este cálculo. La pendiente de esta región lineal es el cambio en la tensión dividido por el cambio correspondiente en la deformación; en términos matemáticos:

$$E = pendiente = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$$

Puesto que el segmento pasa por el origen, es conveniente tomar σ_1 y ε_1 como cero. Si σ_2 se toma arbitrariamente como 137,93 MPa, entonces ε_2 tendrá un valor de 0,0014. Por lo tanto,

$$E = \frac{(137{,}93 - 0)MPa}{0{,}0014 - 0}$$

$$\boxed{E = 9{,}85x10^4\ MPa}$$

El cual es muy próximo a $10,1x10^4$ MPa, valor dado para el latón en la Tabla.

b) La línea correspondiente a una deformación del 0,002 se muestra en la figura insertada; su intersección con la curva tensión deformación es igual aproximadamente a 250 MPa, lo cual es el límite elástico del latón.

c) La carga máxima que puede soportar la probeta se puede calcular mediante la ecuación:

$$\sigma_{ET} = \frac{P_{\max}}{S_0}$$

De la figura obtenemos la resistencia estática a la tracción, σ_{ET}, de 450 MPa. Por lo tanto,

$$P_{\max} = \sigma_{ET} * S_0 = \frac{\sigma_{ETx} * \pi * d_0^2}{4}$$

$$P_{\max} = \frac{450MPa * \pi * 12{,}8^2\, mm^2}{4}$$

$$\boxed{P_{\max} = 5{,}79x10^4\, N}$$

d) Para calcular el cambio de longitud, es necesario determinar la deformación producida por una tensión de 345 MPa. Esto se consigue localizando la tensión en la curva tensión deformación, punto A, y leyendo la deformación correspondiente en el eje de tensiones; es este caso es aproximadamente 0,06. Por lo tanto,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot$$

$$\Delta l = \varepsilon * l_0$$

$$\Delta l = 0{,}06 * 254mm$$

$$\boxed{\Delta l = 15{,}2mm_0}$$

8. Para que un acero pueda ser utilizado como resorte debe tener un módulo de resiliencia de por lo menos 2,07 MPa ¿Cuál debe ser su mínimo límite elástico?

La Resiliencia es la capacidad de un material de absorber energía elástica cuando es deformado. La propiedad asociada se denomina Modulo de Resiliencia, que es la energía de deformación por unidad de volumen que se requiere para deformar un material hasta el límite elástico. Matemáticamente, para una probeta sometida a una carga uniaxial es el área bajo la curva tensión deformación hasta la fluencia, es decir:

$$U_r = \int_0^{\varepsilon_y} \sigma . d\varepsilon$$

Suponiendo que la región es elástica lineal:

$$U_r = \frac{1}{2}\sigma_y \varepsilon_y$$

$$U_r = \frac{1}{2}\sigma_y \varepsilon_y = \frac{1}{2}\sigma_y\left(\frac{\sigma_y}{E}\right) = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

$$\sigma_y = \sqrt{2 * U * E}$$

$$\sigma_y = \sqrt{2 * 2{,}07 MPa * 20{,}7 x 10^4 MPa}$$

$$\boxed{\sigma_y = 925{,}7 MPa}$$