

# DISEÑO ESTRUCTURAL II

Carrera de **Arquitectura**

Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Cuyo



UNIDAD 4

RETICULADOS



Dr. Ing. Gonzalo S. Torrasi

2021

## 1. INTRODUCCIÓN

El Diseño Estructural requiere en las etapas preliminares la determinación de solicitaciones y dimensionamiento en forma expeditiva.

Los elementos flexionados son los primeros que se presentan en la organización de cualquier estructura. Usando los conceptos análogos también pueden determinarse, en forma sencilla, los esfuerzos en las estructuras reticuladas.

Las estructuras reticuladas son sistemas de vector activo donde el momento externo es resistido por una cupla interna de tracción –compresión que se generan en los extremos opuestos de la sección, la cual está constituida por barras que pueden trabajar simultáneamente a esfuerzos de tracción y compresión.

## 2. RETICULADOS

### 2.1. Generalidades

Existen diversos tipos de reticulados de acuerdo a como están distribuidas las barras en la estructura. Si bien un aspecto fundamental es que las barras formen triángulos rígidos, la disposición de ellas puede variar para satisfacer este aspecto. Antes de continuar se definen algunos componentes de los reticulados:

-Cordón: Son los elementos superiores e inferiores del reticulado, los cuales pueden ser paralelos, inclinados y hasta formar curvas.

-diagonales: son barras inclinadas que vinculan el cordón inferior con el cordón superior.

-Montantes: son barras verticales que vinculan el cordón inferior y el cordón superior.

-Nudos: Puntos donde convergen las diagonales, montantes y cordones.

Por mencionar algunos tipos de reticulados se muestra la siguiente imagen:

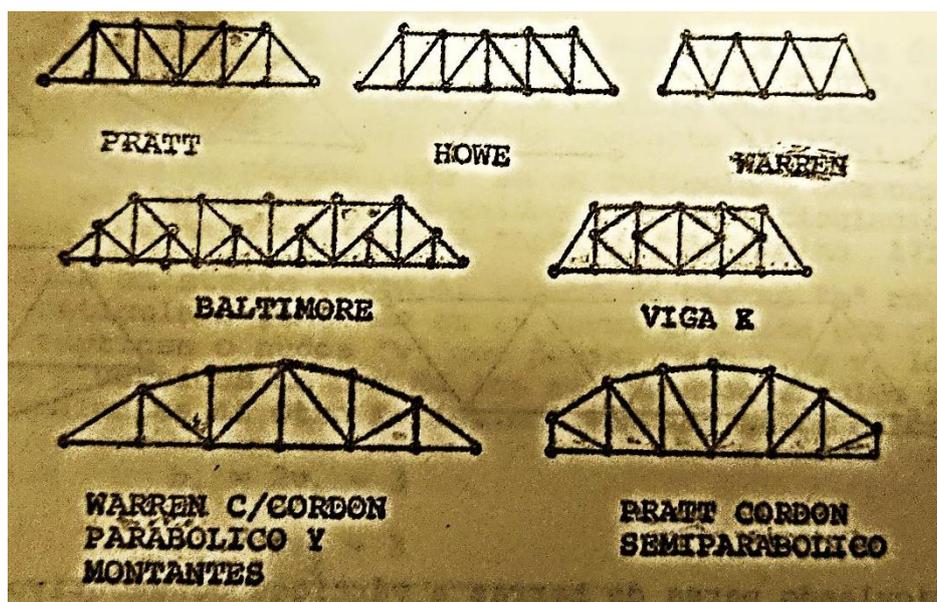


Figura 1: tipos de vigas reticuladas

Dado que los reticulados pueden ser estructuras simples o complejas, dependiendo de la cantidad de barras que se agreguen, esto puede generar que sean estructuras isostáticas o hiperestáticas. Para que se cumpla que es una estructura isostática se debe cumplir que:

$$b = 2v - 3 \quad (1)$$

Siendo en este caso “ $b$ ” el número de barras componentes y “ $v$ ” el número de vértices o nudos. De esta forma se asegura que la cantidad de ecuaciones que se pueden plantear resultan igual a la cantidad de incógnitas del sistema, siendo así una estructura isostática. Por ejemplo, viendo la figura 1 y tomando la estructura tipo “howe” se ve que  $v=12$  y  $b=21$ , por lo que  $2v-3=2 \times 12-3=21$  que cumple la ecuación 1.

En cuanto al predimensionado de la estructura, se debe considerar que la altura del reticulado para ser efectivo puede ser entre  $L/5$  a  $L/10$ , dependiendo la magnitud de las cargas y arriostramientos que posea.

## 2.2. Comportamiento y resolución

La solución del reticulado se basa en encontrar los esfuerzos en todas las barras componentes. Para ello debemos primero ver las hipótesis básicas para analizar la estructura.

*a-En una estructura reticulada todas las barras forman triángulos.*

*b-Los ejes baricentros de las barras componentes convergen a un punto denominado Nudo.*

*c-Se considera que todas las barras componentes están articuladas en sus extremos.*

*d-Las cargas se aplican en los nudos de la estructura.*

Planteadas las hipótesis básicas de comportamiento, el paso principal para analizar la estructura es encontrar sus reacciones. Nunca hay que perder de vista que la viga reticulada es primeramente una viga. De esta forma, al encontrar un elemento viga con vínculos y cargas es posible encontrar sus reacciones y diagramas de esfuerzos característicos (Momento flector, Esfuerzo de corte, Esfuerzo Normal, etc) indistintamente si es un sistema de sección activa (alma llena) o vector activo (reticulados).

Calculadas las reacciones de vínculos existen diversos métodos para encontrar los esfuerzos en las barras. A continuación solo mostraremos algunos.

### 2.2.1 Método de los nudos

La solución del reticulado se realiza aplicando sucesivamente las ecuaciones de equilibrio en el plano a cada uno de los nudos de la estructura. De esta forma, se parte donde existan dos incógnitas y se plantean las ecuaciones de equilibrio y se resuelven

los esfuerzos en esas barras, las que al pasar al siguiente nudo ya no son incógnitas debido a que poseen un valor de esfuerzo conocido, calculado por el nudo anterior.

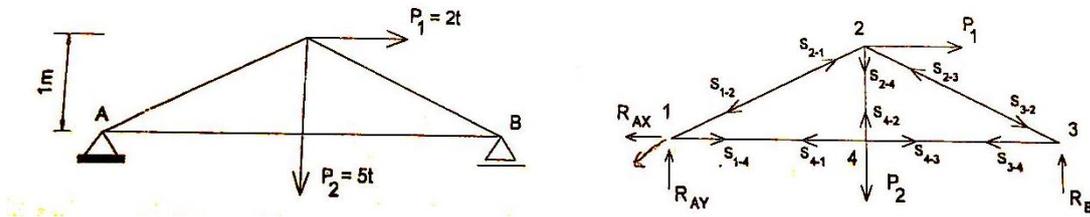


Figura 2: Estructura simple

Aplicando el método de los nudos a la estructura de la figura 2 se obtiene.

Consideramos la distancia entre apoyos A y B como 5m.

Reacciones: Se toman momentos en el apoyo A obteniendo  $R_B = 2.9 \text{ t}$

Sumatoria de  $F_x = 0 \rightarrow R_{AX} = 2.0 \text{ t}$

Sumatoria de  $F_y = 0 \rightarrow R_{AY} = 2.1 \text{ t}$

Para los esfuerzos en las barras:

Nudo 1:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad -R_{AX} + S_{1-2} \cos(21.8^\circ) + S_{1-4} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad R_{AY} + S_{1-2} \sin(21.8^\circ) = 0 \end{aligned}$$

De estas ecuaciones, al resolver y conociendo el valor de las reacciones se obtiene:

Al despejar de la segunda ecuación:

$$S_{1-2} = \frac{-R_{AY}}{\sin(21.8^\circ)} = -5.65 \text{ t (Compresion)}$$

Despejando de la primera  $S_{1-4}$  y colocando el sentido correcto de  $S_{1-2}$ :

$$S_{1-4} = R_{AX} + S_{1-2} \cos(21.8^\circ) = 2.0 \text{ t} + 5.65 \text{ t} \times 0.928 = 7.25 \text{ t (traccion)}$$

Nudo 2:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad P_1 + S_{2-1} \cos(21.8^\circ) + S_{2-3} \cos(21.8^\circ) = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad S_{2-1} \sin(21.8^\circ) - S_{2-3} \sin(21.8^\circ) - S_{2-4} = 0 \end{aligned}$$

De la primera ecuación:

$$S_{2-3} = \frac{-S_{2-1}\cos(21.8^\circ) - P_1}{\cos(21.8^\circ)} = \frac{-5.65t \times 0.928 - 2.0t}{0.928} = -7.81t \text{ (Compresion)}$$

Reemplazando en la segunda ecuación con el sentido correcto de  $S_{2-3}$ :

$$S_{2-4} = S_{2-1}\sen(21.8^\circ) + S_{2-3}\sen(21.8^\circ) = 5.65t \times 0.371 + 7.81t \times 0.371 = 5.0t \text{ (traccion)}$$

Nudo 4:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad -S_{4-1} + S_{4-3} = 0 & \quad \text{entonces } S_{4-3} = 7.25t \text{ (traccion)} \\ \sum F_y = 0 & \quad S_{4-1} - P_2 = 0 & \quad \text{entonces } S_{4-2} = 5.0t \text{ (traccion)} \end{aligned}$$

Nudo 3:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad -S_{3-4} + S_{3-2}\cos(21.8^\circ) = 0 \\ & \quad -7.25t + 7.81t \times 0.928 = 0 \text{ Verifica} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 & \quad -S_{3-2}\sen(21.8^\circ) + R_B = 0 \\ & \quad -7.81t \times 0.371 + 2.9t = 0 \text{ Verifica} \end{aligned}$$

### 2.2.2 Método de las secciones (Ritter)

Pueden determinarse los esfuerzos en las barras poniéndolos en evidencia al practicar un corte en la estructura que no interese a más de tres barras. Conocidas todas las fuerzas exteriores activas y reactivas, se corta la estructura según una sección que la divide en dos partes (figura 3).

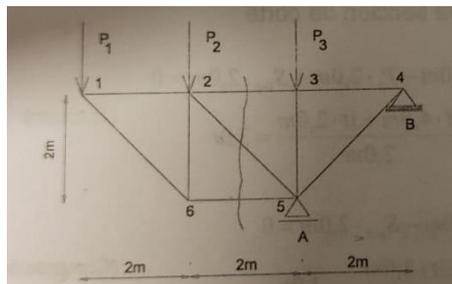


Figura 3

Una cualquiera de las dos partes, la izquierda por ejemplo, está en equilibrio bajo la acción de todas las fuerzas exteriores de los esfuerzos que la parte de la derecha le transmite a lo largo de las barras cortadas, como muestra la figura 4.

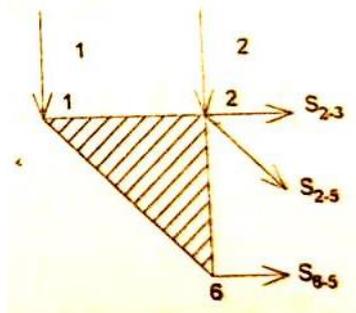


Figura 4

Por consiguiente, los esfuerzos en estas barras deben equilibrar a las fuerzas exteriores que actúan a la izquierda de la sección. Es un sistema de fuerzas coplanares no concurrentes, por lo tanto su condición de equilibrio viene dada por tres ecuaciones.

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_o = 0$$

Considerando la figura 3 y siendo  $P_1=P_2=P_3=1.0 \text{ t}$

a) Reacciones de vínculos

Tomando Momentos en B obtenemos  $R_A=6.0\text{t}$

Haciendo sumatoria de fuerzas en Y se obtiene:  $R_B=3.0 \text{ t}$

b) Esfuerzos en las barras de la sección en corte:

$$\sum M_5 = 0 \quad -P_1 \cdot 4.0\text{m} - P_2 \cdot 2.0\text{m} - S_{2-3} \cdot 2.0\text{m} = 0$$

$$S_{2-3} = \frac{1.0 \text{ t} \times 4.0\text{m} + 1.0\text{t} \times 2.0\text{m}}{2.0\text{m}} = 3.0\text{t} \text{ (traccion)}$$

$$\sum M_2 = 0 \quad -P_1 \cdot 2.0\text{m} - S_{6-5} \cdot 2.0\text{m} = 0$$

$$S_{6-5} = \frac{-1.0 \text{ t} \times 2.0\text{m}}{2.0\text{m}} = -1.0\text{t} \text{ (compresion)}$$

$$\sum F_y = 0 \quad -P_1 - P_2 - S_{2-5} \cos(45) = 0$$

$$S_{2-5} = \frac{-1.0 \text{ t} - 1.0 \text{ t}}{0.707} = -2.83\text{t} \text{ (compresion)}$$

## 2.2.3 Método simplificado

Este método puede ser utilizado para encontrar los esfuerzos máximos en las barras en forma muy rápida. Si bien puede ser utilizado en cualquier tipo de estructuras, su aplicación es inmediata en reticulados de cordones paralelos.

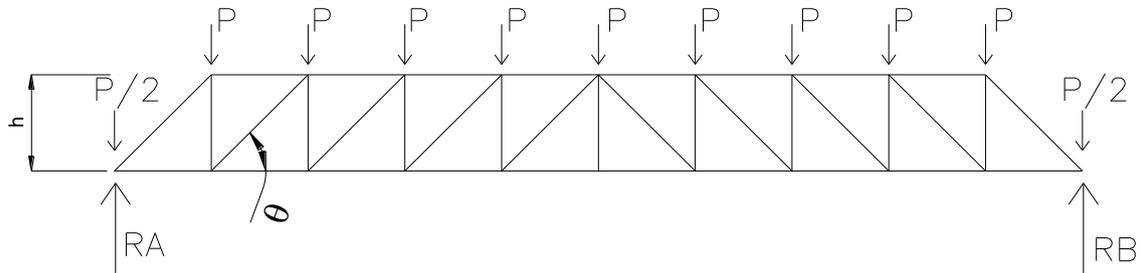


Figura 5

Consideremos la estructura de la figura 5, en primer lugar se pueden calcular las reacciones.

En este caso:

$$R_A = R_B = 5P$$

Los diagramas de momento y corte son :

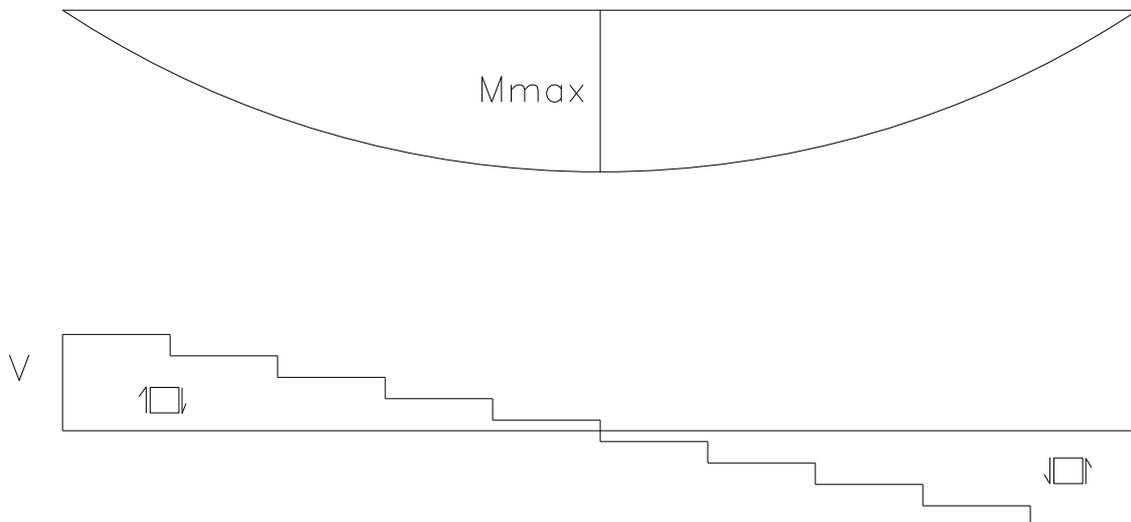


Figura 6

Donde se puede ver que el corte máximo  $V = R_A - P/2$ .

Ahora podemos plantear en forma simplificada que la cupla interna, generada por los esfuerzos en los cordones superior e inferior, que se opone al momento máximo externo  $M_{max}$ , está dada por:

$$C = T = M_{max}/h$$

Y en forma análoga, si hacemos el equilibrio en el nudo A y aplicamos sumatoria de fuerzas en Y:

$$\sum F_y = 0 \quad R_A - \frac{P}{2} + S_{diag} \text{seno}(\theta) = V_A + S_{diag} \text{seno}(\theta) = 0$$

$$S_{diag} = \frac{V_A}{\text{seno}(\theta)}$$

Obtenemos de esta forma el esfuerzo en la diagonal más solicitada por ser el corte máximo el que actúa.

Para saber si el esfuerzo es de tracción o compresión se puede partir de la definición de esfuerzo de corte que dice que es el corte positivo es el desplazamiento relativo de dos secciones cuando la sección izquierda sube respecto a la derecha o la sección derecha desciende respecto a la izquierda y analizando la deformada de la diagonal.

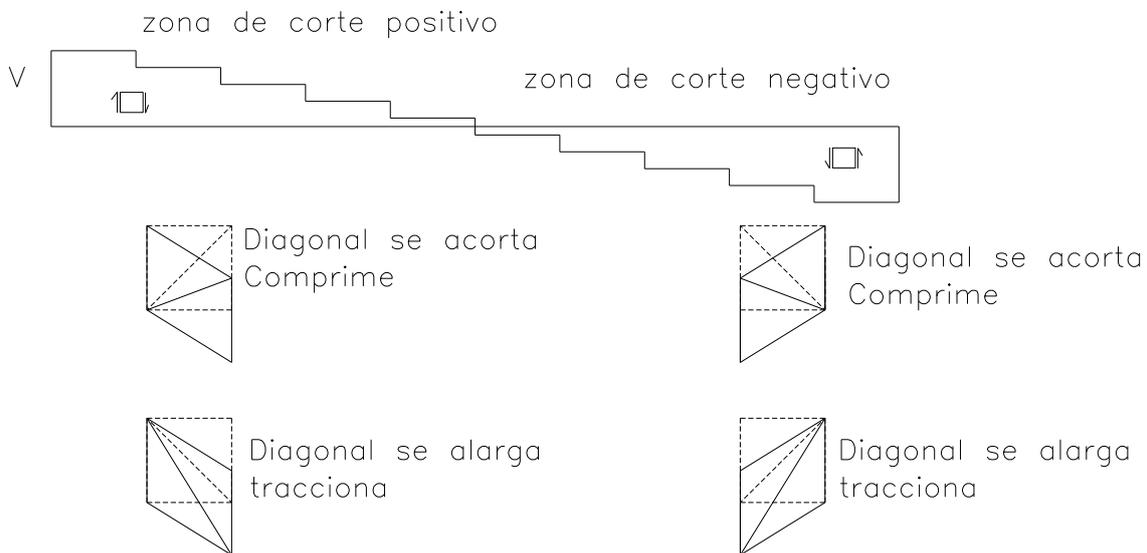


Figura 7

En el caso analizado, la diagonal por la posición en que se encuentra se está acortando, por lo tanto se encuentra comprimida.

Analizando esto último se puede concluir que el diseñador puede colocar las diagonales de tal manera que queden todas comprimidas o todas traccionadas dependiendo las necesidades.

### 2.3. Dimensionamiento. Longitudes de pandeo

Obtenidas las solicitaciones en las distintas barras se procede con el dimensionamiento para esfuerzos de tracción y compresión. En el caso del acero el dimensionamiento a tracción es directo (Ver tema elementos traccionados) y en el caso de compresión se necesita definir la longitud de pandeo del elemento (Ver tema elementos comprimidos).

Para las diagonales, y dada la hipótesis de barras articuladas, la longitud de pandeo es la longitud de la barra ( $k=1$ ), sin embargo para el cordón comprimido se presentan dos situaciones a tener en cuenta:

- a-El esfuerzo de compresión varía a lo largo del cordón.
- b-El cordón puede pandear en el plano del reticulado y fuera del plano, por lo que hay que encontrar la situación más desfavorable.

Respecto al primer punto, la variación de la compresión a lo largo del elemento puede influir en una modificación en la longitud de pandeo de acuerdo a lo indicado en el reglamento CIRSOC 301. La disminución de la longitud de pandeo viene dada por  $k=0.75+0.25P_2/P_1$ , siendo  $P_2$  la mínima carga axial y  $P_1$  la máxima carga axial en el cordón. Si por ejemplo la relación  $P_2/P_1 = 0.30$ , la longitud de pandeo se ve disminuida al 83%. Por ahora no aplicaremos esta disminución en los análisis.

El punto más importante a tener en cuenta es el considerar el pandeo en el plano y fuera de él. En caso de tratarse de un reticulado plano actuando en el plano solamente, la longitud de pandeo del cordón superior es directa (figura 8) y es la separación entre diagonales o montantes ( $s$ ).

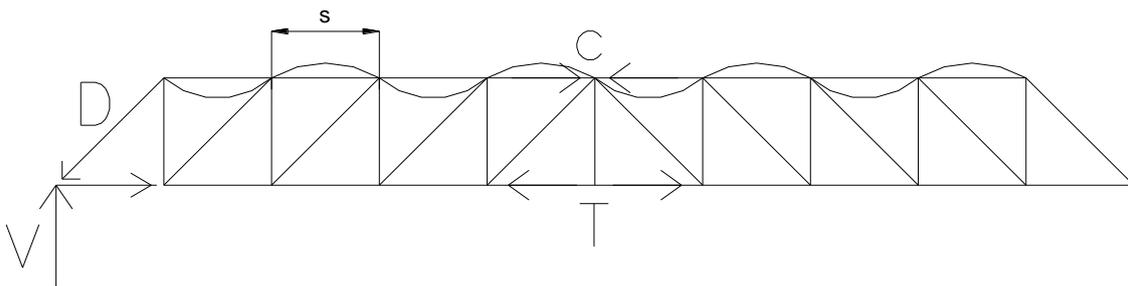


Figura 8

El caso del pandeo fuera del plano ocurre en reticulados planos actuando en el espacio. En este caso hay que ver la tridimensionalidad de la estructura para considerar cuáles son los puntos de apoyo que posee el cordón.

Identificadas las longitudes de pandeo en y fuera del plano ( $L_{pp}$  y  $L_{pfp}$ ) se observa que la longitud fuera del plano es en general mucho mayor que la longitud en el plano. Dada esta situación y a los efectos de obtener una sección eficiente, se debe colocar un perfil que posea distintos radios de giro respecto a sus ejes principales para, de esta forma, obtener esbelteces similares. Si consideramos un perfil que tiene como radios de giro  $r_{max}$  y  $r_{min}$ , respecto a sus ejes principales, las esbelteces serían:

$$\lambda_1=L_{pp}/r_{min} \quad \text{y} \quad \lambda_2=L_{pfp}/r_{max}$$

Así, se orienta el perfil tal que el radio de giro máximo este oponiéndose al pandeo de la longitud mayor y el radio de giro mínimo a la longitud menor. Obtenidas estas dos esbelteces se elige la mayor de ellas y con esa esbeltez se calcula la tensión Crítica y ( $F_{cr}$ ) y la carga de diseño ( $P_d$ ) que deber ser mayor a la compresión del cordón.

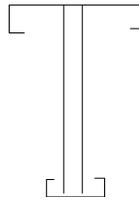


Figura 9: forma de colocar el perfil para el cordón comprimido superior.

Algunas formas de acortar la longitud de pandeo fuera del plano del cordón superior son las mostradas en la figura 10.

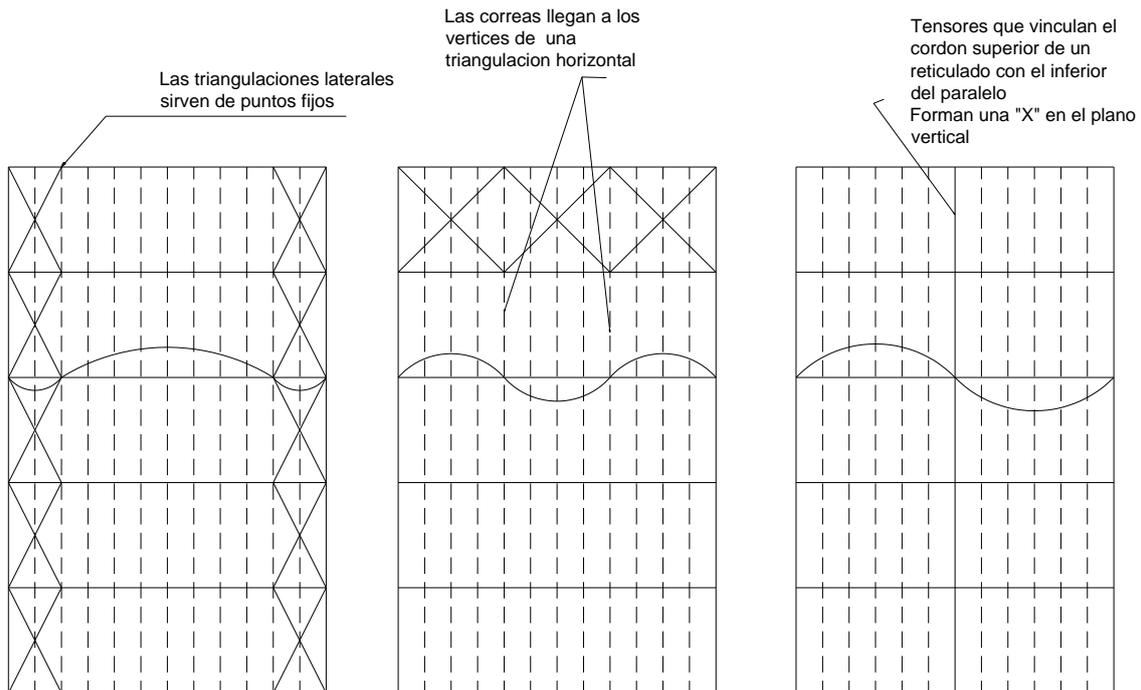


Figura 10

En la figura 10 se muestran 3 plantas con reticulados horizontales y correas verticales. Se indica la forma de pandeo fuera del plano del cordón superior de los reticulados centrales.

### 3. EJEMPLOS

En los ejemplos siguientes se solicita determinar los esfuerzos en Cordones y Diagonales utilizando la **analogía de vigas**, es decir, suponer al reticulado como una viga con las mismas dimensiones, condiciones de apoyo y cargas.

En forma simple, los esfuerzos de tracción (T) y compresión (C), como los esfuerzos en las diagonales (D), se pueden calcular como:

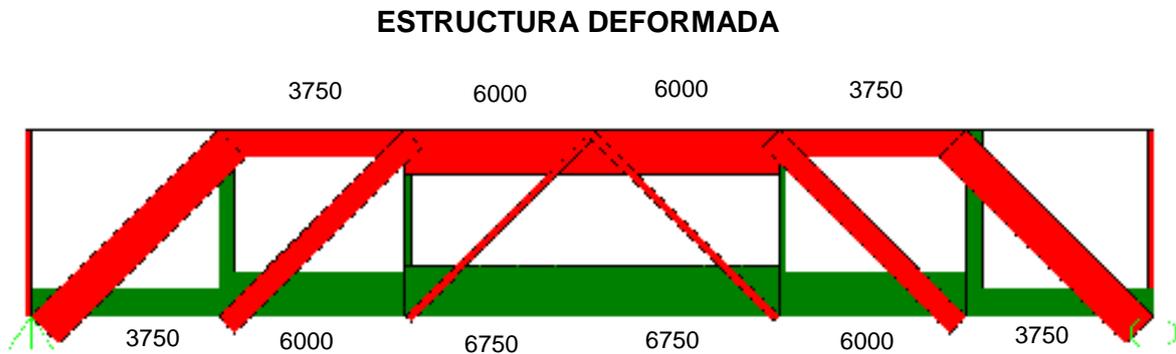
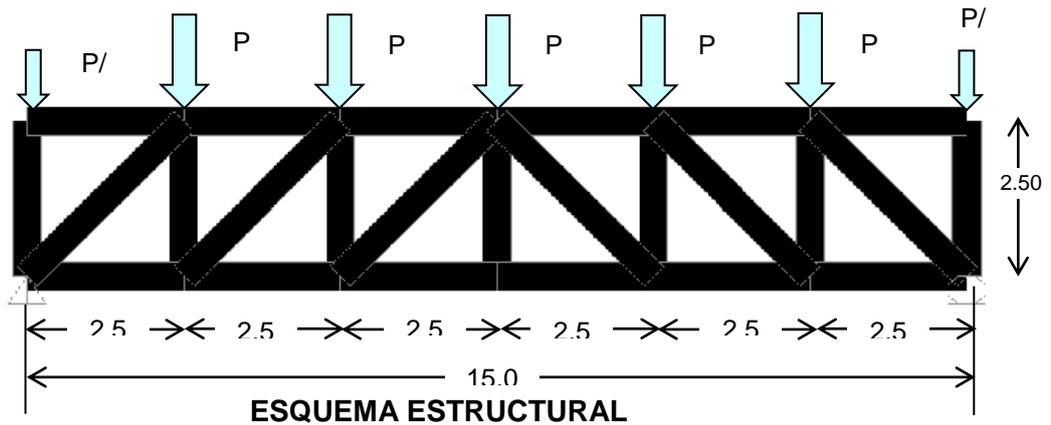
$$C = T = M/h; \quad D = Q/\text{sen } \alpha$$

En este último caso debe prestarse atención al ángulo que se considera, pues sino en lugar de utilizar el seno, hay que emplear el coseno.

Los diagramas de Momento Flector y Esfuerzo de Corte son análogos a los ejercicios anteriores. Con los valores máximos de momento se puede determinar el valor de los esfuerzos máximos en Cordones. ¿Es capaz de determinar el esfuerzo que corresponde a cada barra de los cordones superior e inferior?.

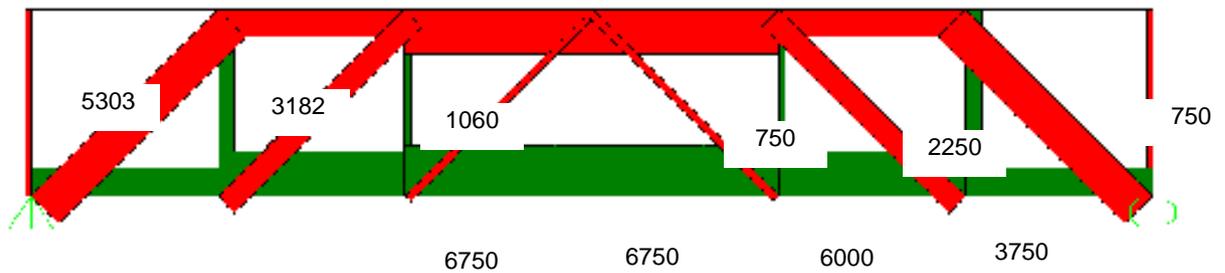
Análogamente, empleando el diagrama y valores del esfuerzo de corte, ¿podría determinar la magnitud de la fuerza en todas las diagonales?.

**EJEMPLO 1**



**(Rojo = Compresión ; Verde = Tracción)**

Se indican los valores de esfuerzos en los cordones en kg



**DIAGRAMA DE ESFUERZOS**

**(Rojo = Compresión ; Verde = Tracción)**

Se indican los valores de esfuerzos en diagonales (izquierda) y montantes ( derecha) en kg

Planteando el método aproximado se obtienen los siguientes valores:

#### **Cordones**

Fuerza en el cordón = Momento / altura =  $16875 \text{ kgm} / 2.50 \text{ m} = 6750 \text{ kg}$

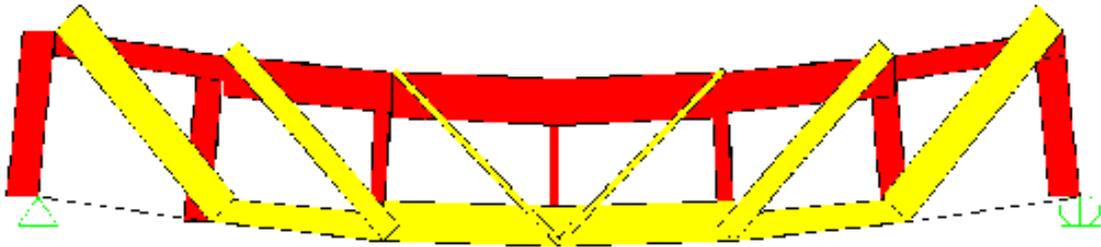
#### **Diagonales**

Fuerza en la diagonal = Corte /  $\cos 45^\circ = 3750 / 0.707 = 5303 \text{ kg}$

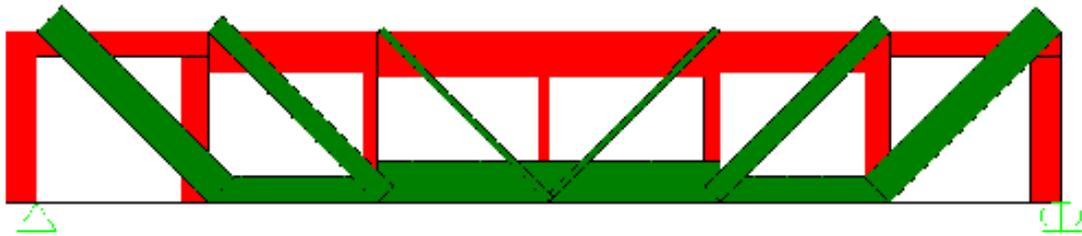
#### **EJEMPLO 2**



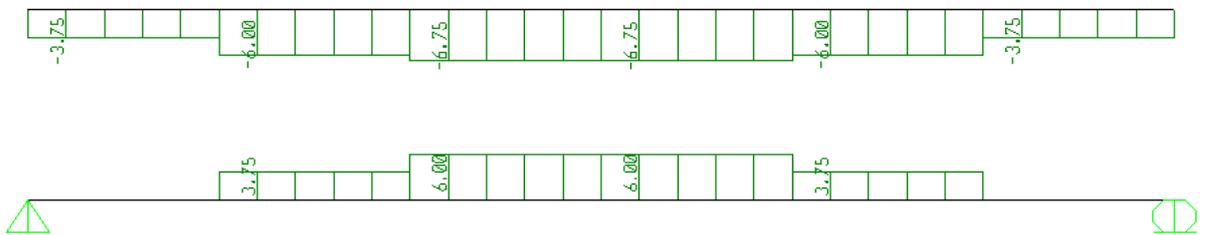
**ESTRUCTURA SIN DEFORMAR**



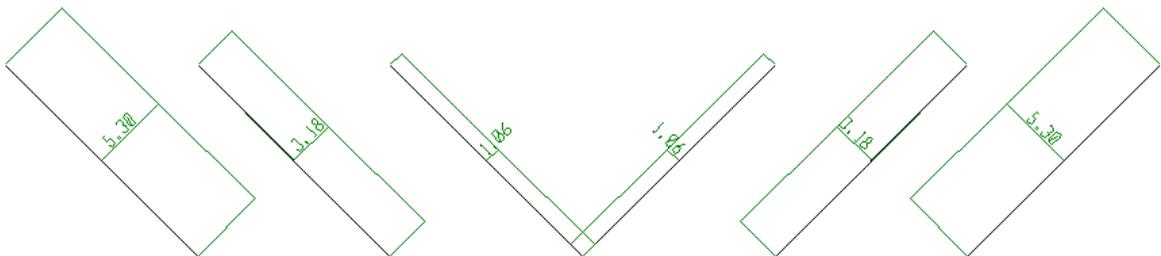
ESTRUCTURA DEFORMADA



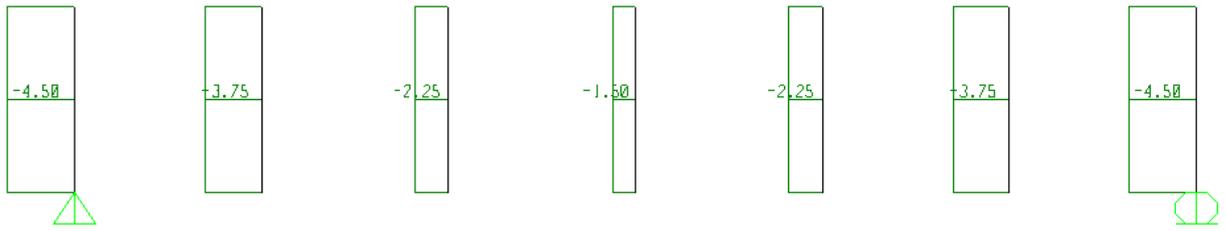
ESFUERZOS ( Rojo = Compresión. Verde = Tracción)



ESFUERZOS EN CORDONES



ESFUERZOS EN DIAGONALES

**ESFUERZOS EN MONTANTES**

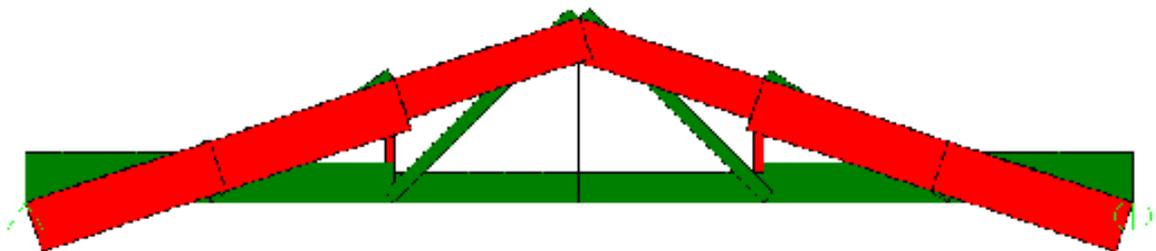
## EJEMPLO 3



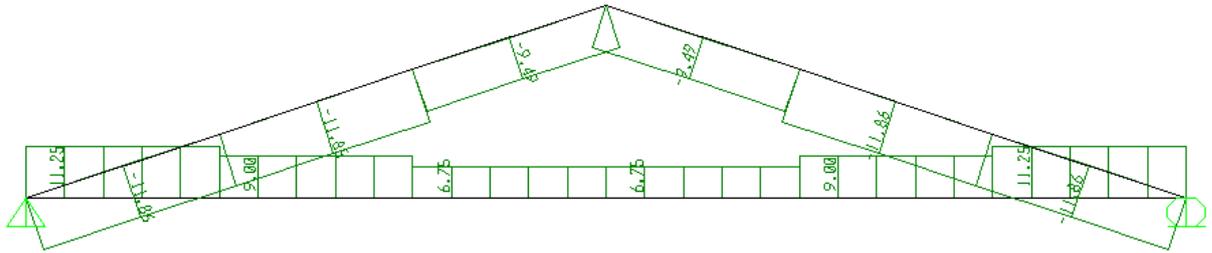
ESTRUCTURA SIN DEFORMAR



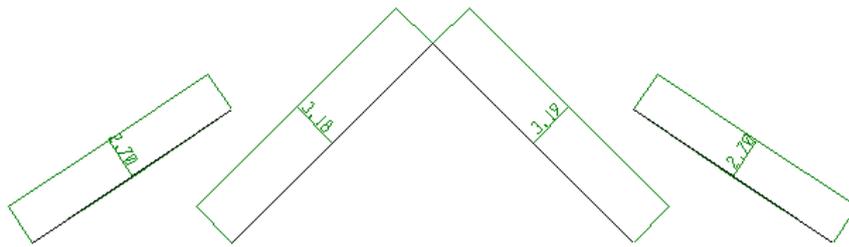
ESTRUCTURA DEFORMADA



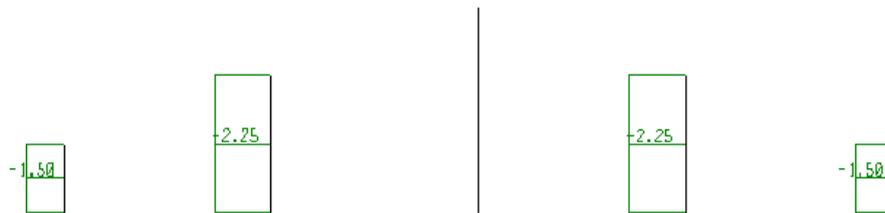
ESFUERZOS ( Rojo = Compresión. Verde = Tracción)



**ESFUERZOS EN CORDONES**



**ESFUERZOS EN DIAGONALES**



**ESFUERZOS EN MONTANTES**