UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CARRERA DE ARQUITECTURA

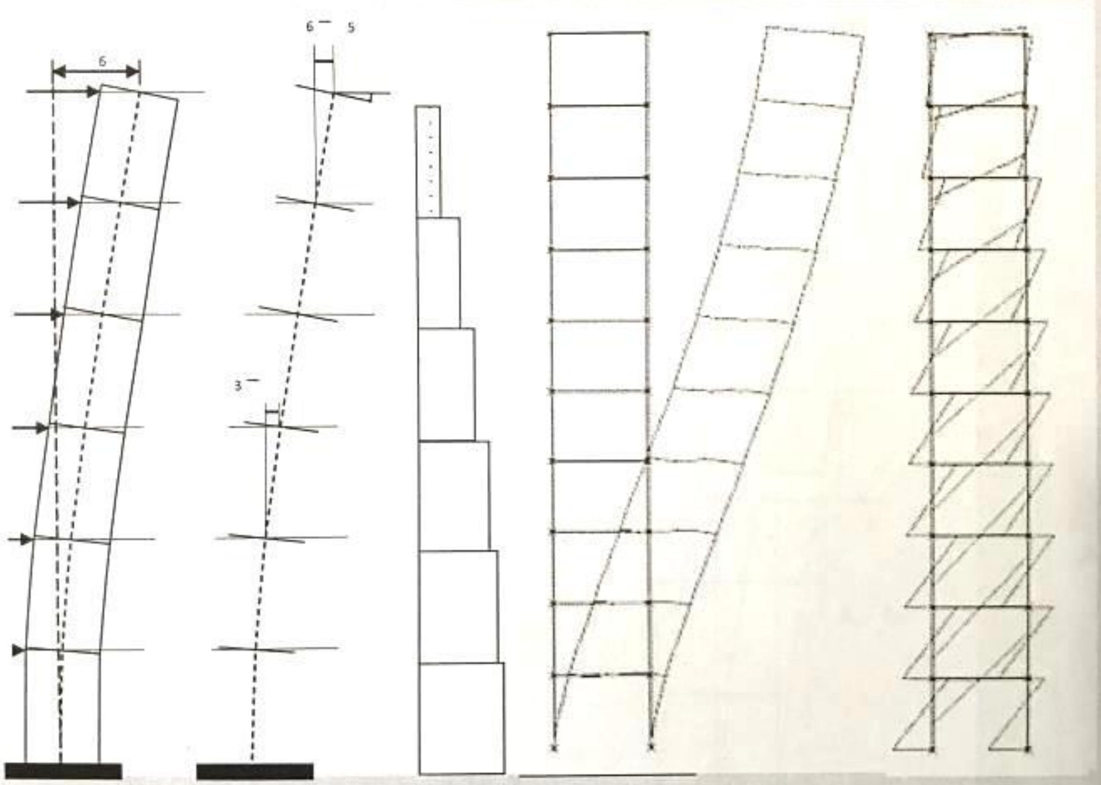
DISEÑO ESTRUCTURAL III

GUÍA DE ESTUDIO: PÓRTICOS

Preparada por la Cátedra Estructuras 3 de la Universidad Nacional de Córdoba

Ing. E. Daniel Quiroga
Profesor Titular

RESOLUCIÓN APROXIMADA DE PÓRTICOS BAJO CARGAS HORIZONTALES



Ing. E.D.U. Alberto Elicabe, Arq. Isolda Simonetti, Ing. Alicia Adler, Arq. Raquel Fabre,
Arq. Gustavo G. González, Arq. Gabriela Asís Ferri,
Arq. Eduardo Wuthrich, Arq. Julieta Mansilla, Arq. Eduardo Rodríguez

ABRIL - 2012

UNC - FAUDI

Resolución aproximada de pórticos bajo cargas horizontales

Con el fin de comprender la distribución de esfuerzos que se produce en un pórtico sometido a fuerzas horizontales haremos algunos comentarios y luego desarrollaremos el llamado método del portal.

Podemos pensar a un pórtico como un tabique con grandes perforaciones que nos permiten iluminar y ventilar cuando el plano se encuentra en la fachada.

Si con el material del tabique construimos un pórtico que tenga el mismo desplazamiento máximo cuando está sometido a las mismas fuerzas que el tabique, notamos lo siguiente:

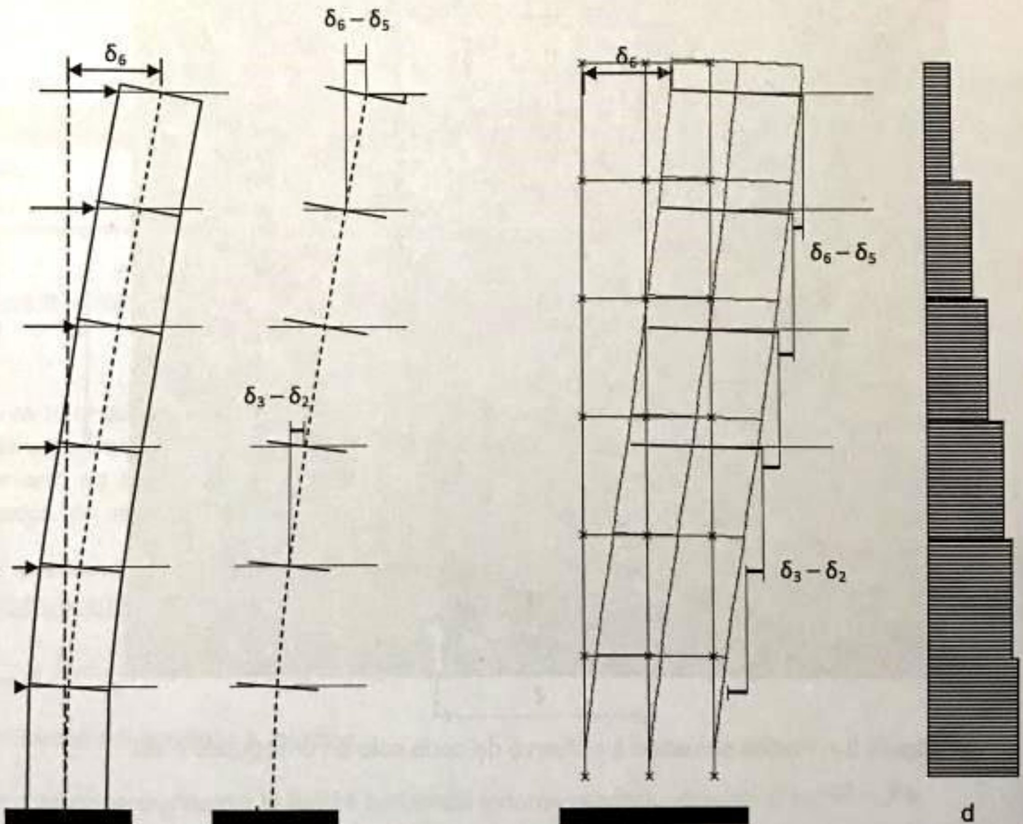


Figura 1 – (a) Tabique sometido a fuerzas horizontales y (b) su esquema. (c) Pórtico (esquema) con las mismas cargas – (d) Diagrama de esfuerzo de corte correspondiente a cada uno de ellos.

1) Las secciones horizontales del tabique giran mucho más que la del pórtico.
2) Los desplazamientos relativos entre dos pisos disminuyen hacia abajo en el caso del tabique mientras que aumentan en el del pórtico. (Con excepción del primer nivel por la influencia del empotramiento en la base).

El tabique se comporta como una ménsula, que se deforma preponderantemente por flexión, se trata de un voladizo esbelto, su único punto de inflexión está en su coronamiento.

En el pórtico, en cambio, los desplazamientos relativos se incrementan a medida que aumenta el esfuerzo de corte que produce flexión de las columnas, todas las cuales presentan puntos de inflexión.

Si las vigas del pórtico son de una rigidez muy superior a la de las columnas estas últimas tendrán prácticamente impedido el giro de sus extremos y deformarán en forma de S, con desplazamientos relativos proporcionales al esfuerzo horizontal aplicado, o sea al corte.

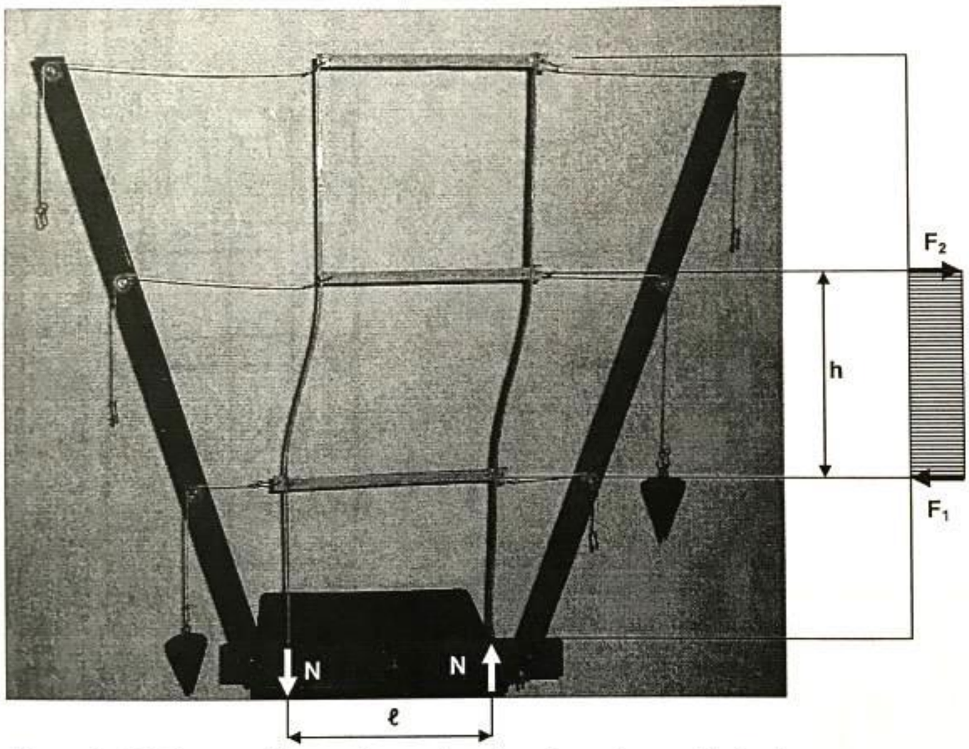
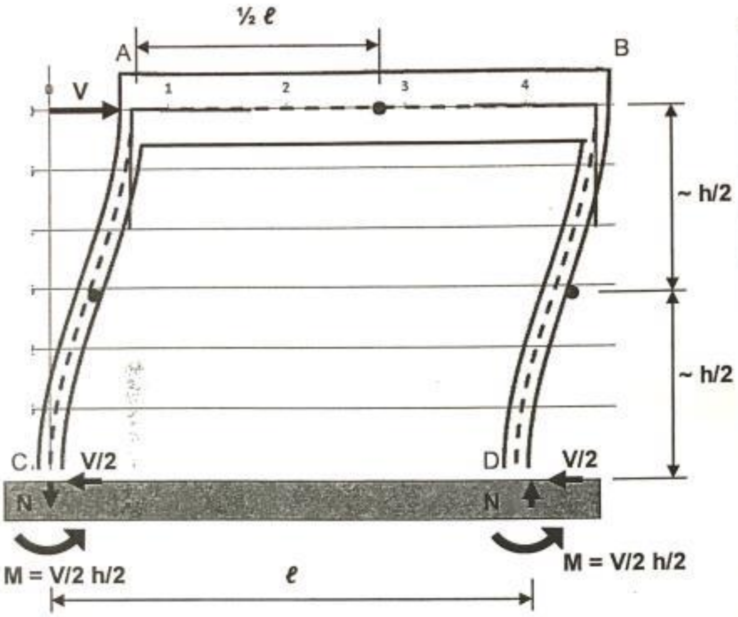


Figura 2 – Pórtico sometido a esfuerzo de corte solo en el segundo nivel.

En el pórtico de la figura 2 las reacciones horizontales son nulas, al igual que los momentos de empotramiento, solo hay reacciones verticales que forman una cupla y contrarrestan al momento producido por las dos fuerzas horizontales aplicadas.

Equilibrio:

$$\sum F_X = F_2 - F_1 = 0 \qquad \sum F_Y = N - N = 0 \qquad \sum M = F_2\, h - N\, \ell = 0$$



Equilibrio:

$$\sum F_X = V - 2\frac{V}{2} = 0$$

$$\sum F_Y = N - N = 0$$

$$\sum M = V\,h - N\,\ell - 2\,M = 0$$

Figura 3 – Pórtico con viga de mucha mayor rigidez que sus columnas.

Figura 3: el corte total V se repartió entre ambas columnas, que por ser iguales reciben V/2 cada una. Dado que el punto de inflexión de las columnas está a la mitad de su altura, el momento en los nudos es el producto del corte (V/2) por la distancia desde el punto de inflexión, de momento nulo, hasta el nudo (h/2).

Las reacciones verticales de las columnas son iguales al esfuerzo de corte en la viga, este se obtiene sumando sus momentos extremos y dividiendo por la luz.

$$V_{viga} = \frac{(M_A + M_B)}{\ell}$$

Verificación del equilibrio a rotación:

El momento producido por la fuerza horizontal externa respecto al punto C es: $M = V\,h$

Queda equilibrado por la reacción vertical en D multiplicada por su brazo de palanca respecto a C a la cual se suman los momentos reactivos en C y D.

$$V\,h = M_C + M_D + N\,\ell$$

$$V\,h = 2\,\frac{V\,h}{4} + \frac{(M_A + M_B)\,\ell}{\ell} = V\,\frac{h}{2} + V\,\frac{h}{2}$$

Si las columnas del pórtico tienen distinta rigidez se debe repartir el corte de ese nivel entre las columnas del nivel en proporción a la rigidez de cada una.

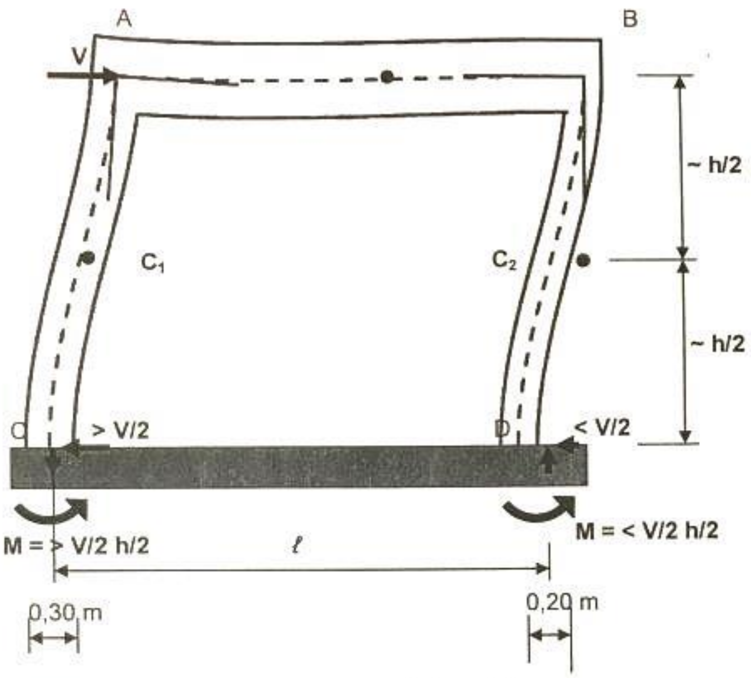


Figura 4 – Pórtico con columnas de distinta rigidez

En este caso la fuerza V se distribuye entre ambas columnas en proporción a la rigidez de cada una. La rigidez de columnas de HºAº depende de su sección, calidad del hormigón, cuantía de armadura, nivel de carga de compresión, longitud y vínculos.

Dado que se trata de columnas del mismo material, longitud y vínculos simplificadamente haremos depender su rigidez solo del momento de inercia de la sección transversal.

Momentos de inercia:

$$I_{C1} = 2\,\frac{(3)^3}{12}\,dm^4 = 4{,}5dm^4$$

$$I_{C2} = 2\,\frac{(2)^3}{12}\,dm^4 = 1{,}33dm^4$$

$$\sum I_{C1} + I_{C2} = (4{,}5 + 1{,}33)dm^4 = 5{,}83\ dm^4$$

Proporción de la rigidez de cada columna respecto a la rigidez total:

$$\left.\begin{aligned} \frac{I_{C1}}{\Sigma(I_{C1}+I_{C2})} &= \frac{4{,}5}{5{,}83} = 0{,}77 \\ \frac{I_{C2}}{\Sigma(I_{C1}+I_{C2})} &= \frac{1{,}33}{5{,}83} = 0{,}23 \end{aligned}\right\} \quad 0{,}77 + 0{,}23 = 1{,}00$$

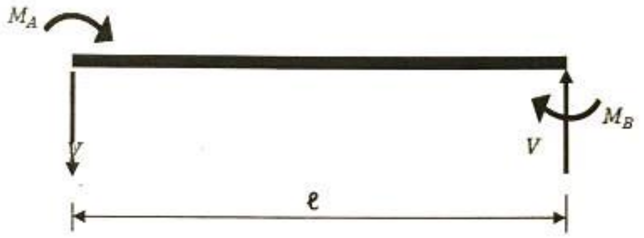
Corte en cada columna: $V_{C1} = 0{,}77\ V$ $V_{C2} = 0{,}23\ V$

Momentos en los nudos:

$$M_A = M_C = V_{C1}\ \frac{h}{2}$$

$$M_B = M_D = V_{C2}\ \frac{h}{2}$$

El corte en la viga se obtiene sumando los momentos en sus extremos, que procuran hacerla girar ambos en sentido horario, y equilibrándolo con la cupla formada por las reacciones verticales, cuyo brazo de palanca es la luz de la viga.



$$(M_A + M_B) = V\ell$$

Figura 4 – Equilibrio a rotación de la viga descargada y con momentos en los extremos

Si el pórtico tiene varios niveles lo primero es graficar el diagrama de corte de todo el plano a fin de conocer cuál es el corte a repartir en cada nivel.

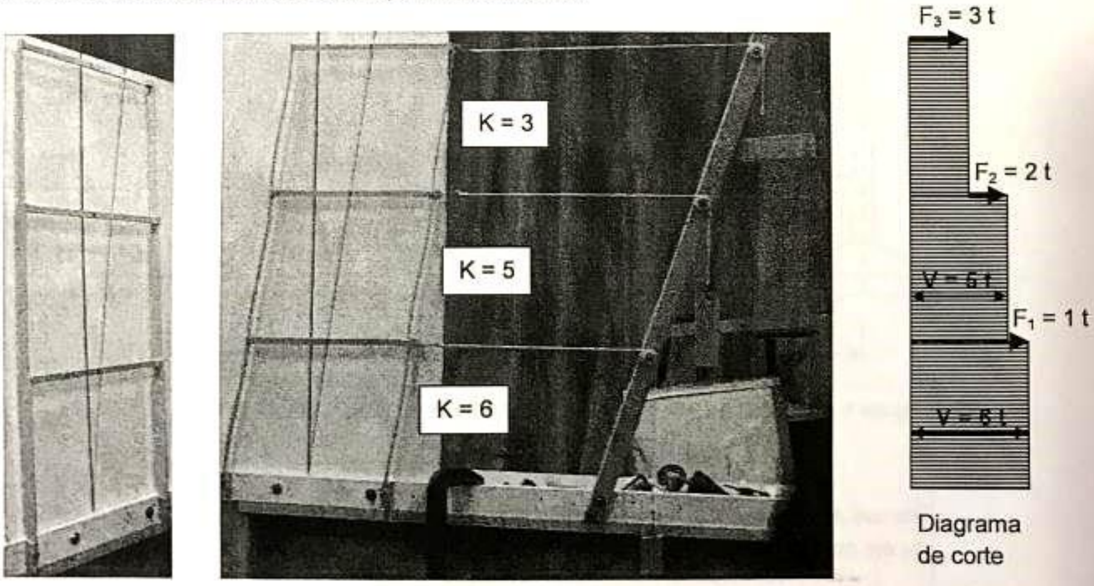


Figura 5 – Pórtico con columnas de rigidez creciente hacia abajo siguiendo los valores del esfuerzo de corte (los desplazamientos relativos son todos iguales).

El caso de la figura 5 corresponde a fuerzas en relación 3:2:1 para los niveles 3, 2 y 1.

A su vez la rigidez de las columnas crece con el corte, si tienen un valor 3 en el tercer nivel, les corresponde 3 + 2 = 5 en el segundo y 5 + 1 = 6 en el primero, con estas rigideces los desplazamientos relativos son iguales en todos los niveles.

Veamos el caso de un pórtico de varios niveles.

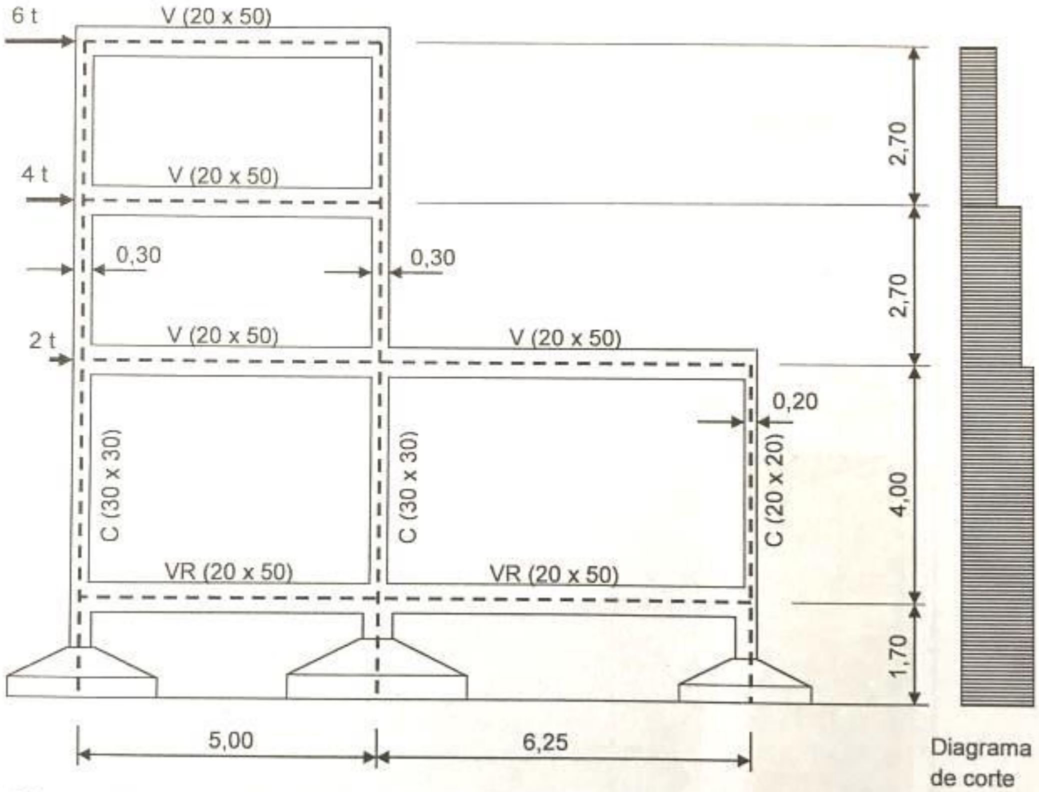


Figura 6 – Pórtico de tres niveles y diagrama de corte del plano vertical.

Vamos a suponer que las columnas están perfectamente empotradas en la intersección de su eje con el de la viga riostra.

Tercer nivel: hay que repartir un corte de 6 t entre dos columnas iguales, le corresponden 3 t a cada una. El punto de inflexión de las columnas lo supondremos más alejado del nudo de arriba que del de abajo, ya que al superior lo hace girar una columna y al inferior dos. Tomaremos 60% y 40% de la altura respectivamente.

Colocamos los cortes en los puntos de inflexión de las columnas (ver figura 7).

Segundo nivel: en todos los niveles intermedios supondremos similares los giros de los nudos superiores e inferiores, con lo que el punto de inflexión de las columnas estará al 50% de la altura. El corte a repartir es de 4 t + 6 t = 10 t entre dos columnas de igual rigidez, le corresponden 5 t a cada una.

Primer nivel: El efecto del empotramiento en el pie de las columnas hace que el punto de inflexión en éstas suba al 60% de su altura. El corte a repartir es de 10 t + 2 t = 12 t.

Las columnas tienen distintas rigideces, por lo que debe obtenerse el porcentaje que corresponde a cada una.

Columnas de 30 x 30: $I = 3\,\dfrac{3^3}{12} dm^3 = 6{,}75\ dm^4$

Columna de 20 x 20: $I = 2\,\dfrac{2^3}{12} dm^4 = 1{,}33\ dm^4$

Total: $2 \cdot 6{,}75\ dm^4 + 1 \cdot 1{,}33\ dm^4 = 14{,}83\ dm^4$

Corte en columnas de 30 x 30: $12t\,\dfrac{6{,}75\ dm^4}{14{,}83\ dm^4} = 5{,}46$

Corte en columna de 20 x 20: $12t\,\dfrac{1{,}33\ dm^4}{14{,}83\ dm^4} = 1{,}08$

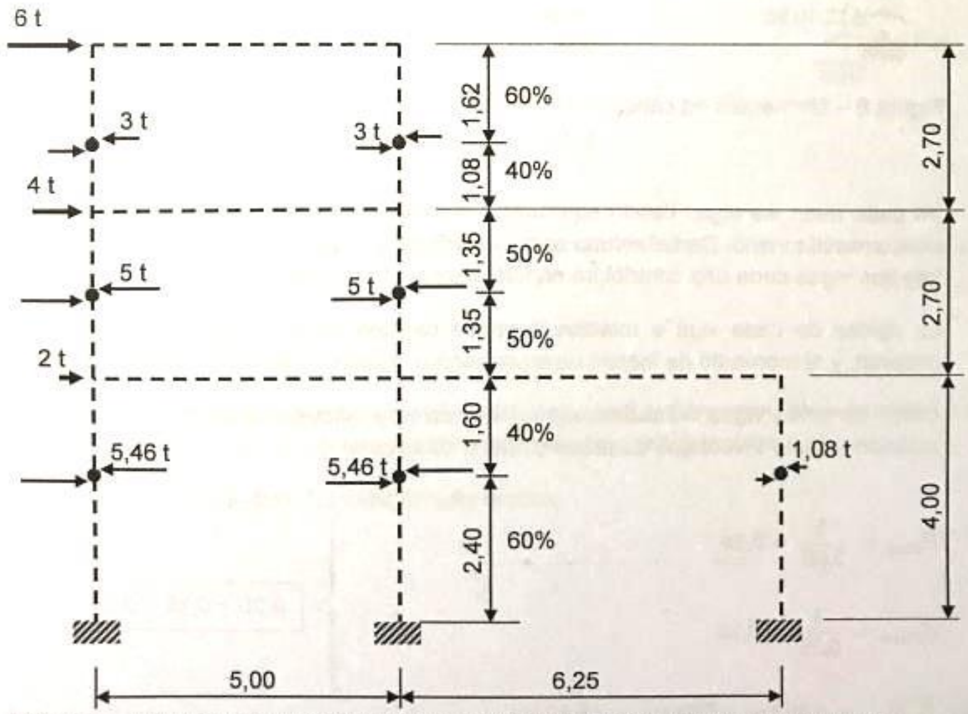


Figura 7 – Esquema con ubicación de los puntos de inflexión y cortes en columnas.

Desde el punto de inflexión, de momento nulo, el momento flector crece linealmente hasta alcanzar en los nudos superiores e inferiores de las columnas el valor correspondiente. Los momentos en las cabezas y pie de columnas se obtienen multiplicando el corte por su distancia al nudo.

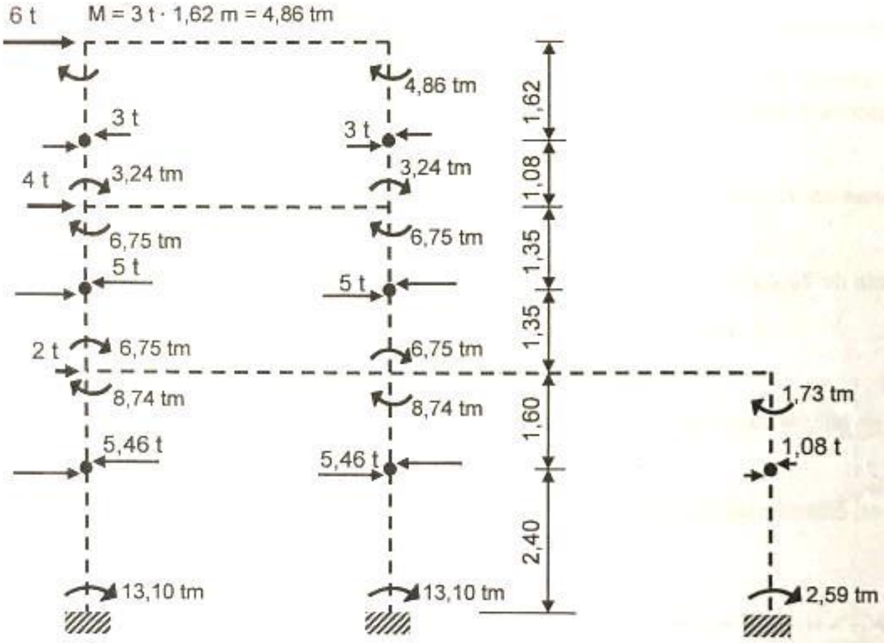


Figura 8 – Momentos en cabeza y pie de columnas

En cada nudo las vigas deben equilibrar a la suma de los momentos de las columnas que concurren al mismo. De haber una sola viga ella será la que deba restablecer el equilibrio. Si hay dos vigas cada una contribuirá en forma proporcional a su rigidez.

La rigidez de cada viga a rotación depende del tipo de sus vínculos, es proporcional al material, y al momento de inercia de su sección e inversamente proporcional a su longitud.

Como tenemos vigas del mismo material, sección y vínculos, bastará con tomar la rigidez rotacional como inversamente proporcional a su longitud.

$$\left.\begin{aligned} K_{Vizq} &= \frac{1}{5{,}00} = 0{,}20 \\ K_{Vder} &= \frac{1}{6{,}25} = 0{,}16 \end{aligned}\right\} \boxed{0{,}20 + 0{,}16 = 0{,}36}$$

$$\sum M_{col} = 6{,}75\ tm + 8{,}74\ tm = 15{,}49\ tm$$

$$M_{V izq} = 15{,}49\ tm\ \frac{0{,}20}{0{,}36} = 8{,}60\ tm$$

$$M_{V der} = 15{,}49\ tm\ \frac{0{,}16}{0{,}36} = 6{,}89\ tm$$

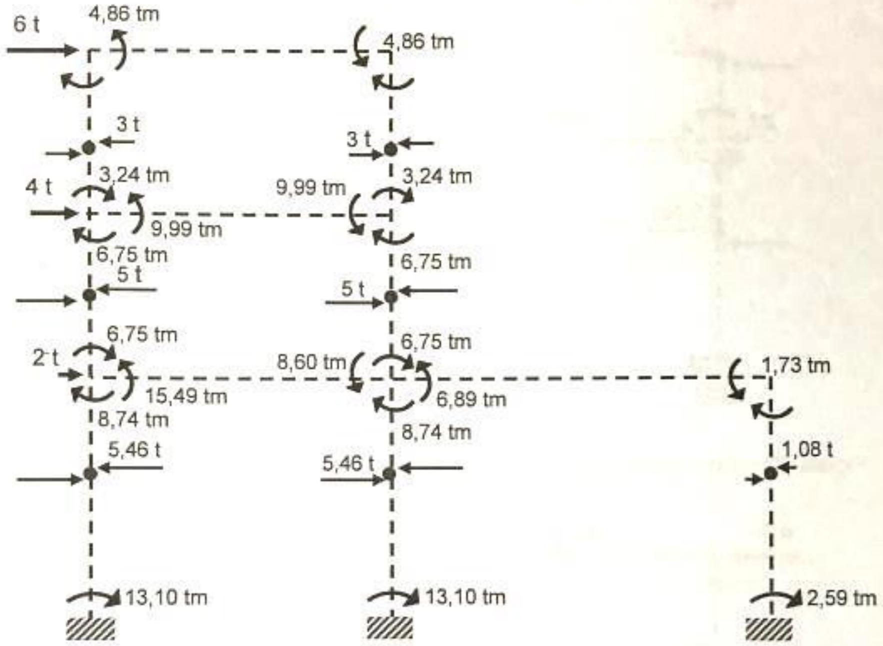


Figura 9 – Momentos en extremos de columnas y vigas.

El corte en vigas, como vimos, se obtiene sumando los momentos en sus extremos y dividiendo por la luz de la viga.

$$V = \frac{(M_A + M_B)}{l}$$

El corte de las vigas se transmite a las columnas como esfuerzo normal, de compresión o de tracción, y en cada nivel se agrega el proveniente de las vigas del mismo.

En la figura 10 se resumen los valores que resultan.

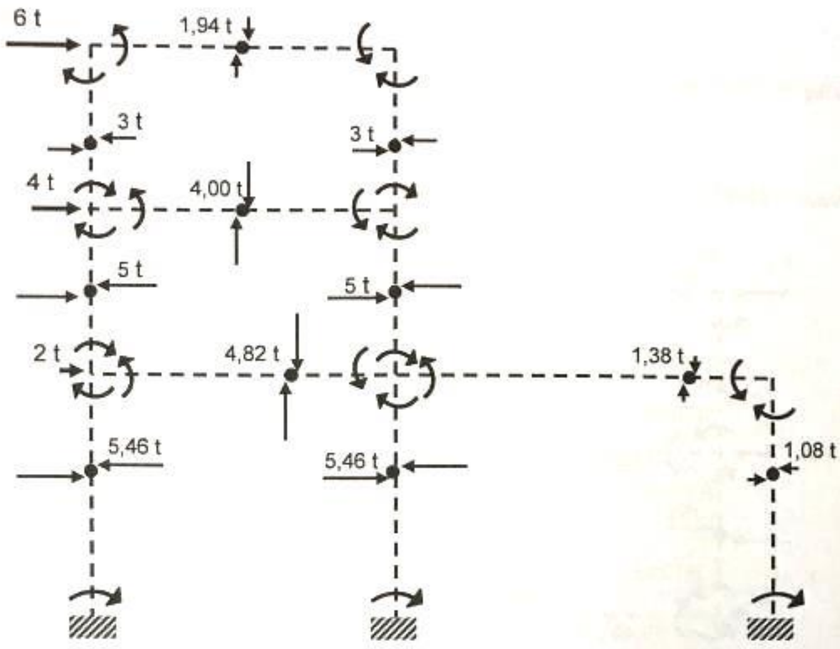


Figura 10 – Corte en vigas y columnas.

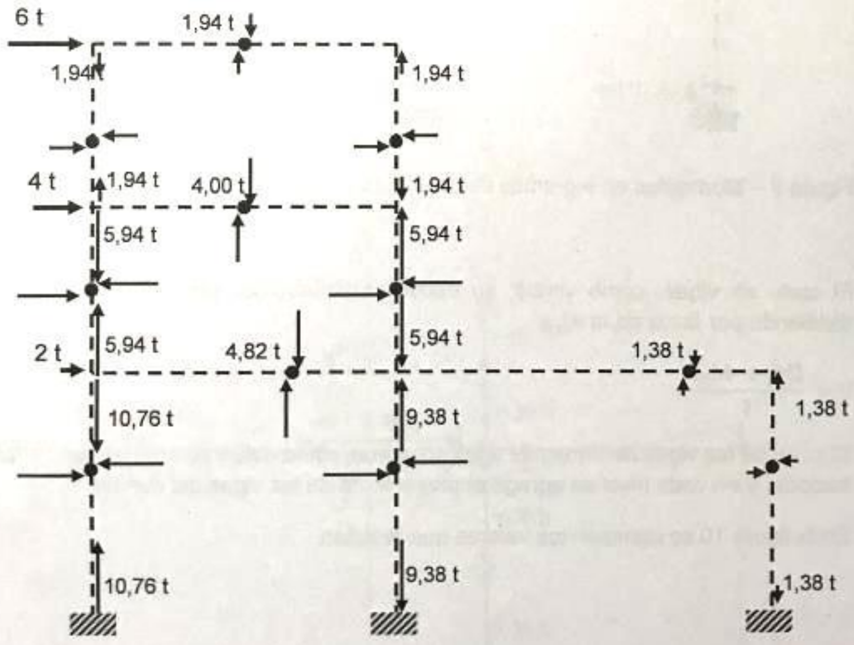


Figura 11 – Corte en vigas y normal en columnas.

Resolución mediante el programa Wineva 7

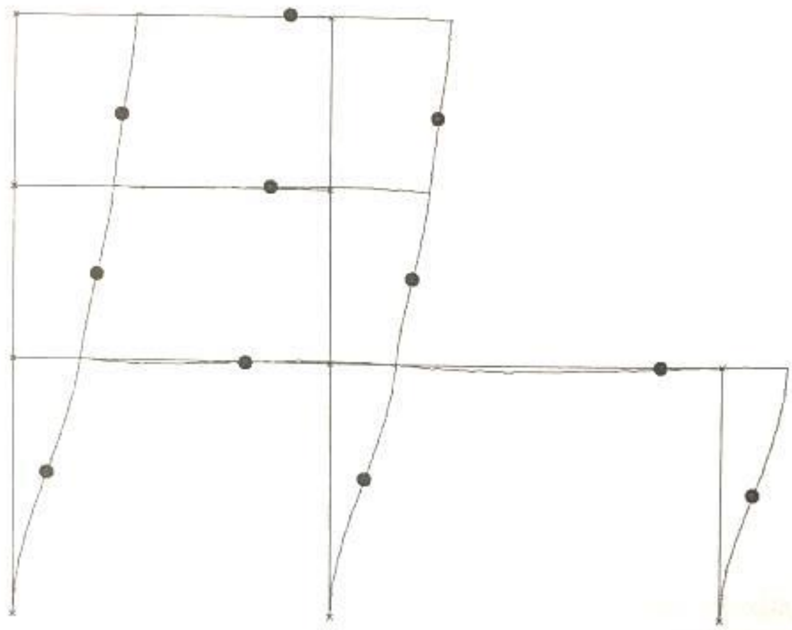


Figura 12 – Deformada con puntos de inflexión

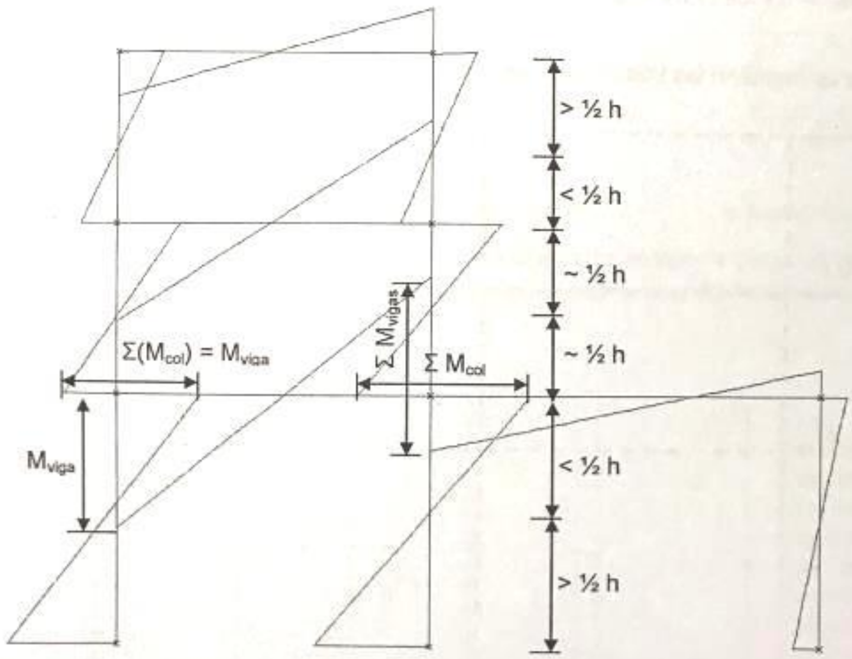


Figura 13 – Diagrama de Momentos Flectores

Reacciones de apoyos

La fuerza horizontal en cada empotramiento es igual y de sentido contrario al corte transmitido por la columna que apoya.

La suma es:

$$\sum R_X = 2 * 5{,}46\, t + 1{,}08\, t = 12\, t$$

Y resulta igual al corte en la base del plano (V_0 = 6 t + 4 t + 2 t = 12 t).

La suma de fuerzas reactivas verticales tiene que dar cero ya que no hay fuerzas aplicadas en esa dirección.

$$\sum R_Y = 10{,}76\, t - 9{,}38\, t - 1{,}38\, t = \mathbf{0}$$

La suma de momentos de las fuerzas aplicadas, que tienden a producir el vuelco de la estructura respecto al punto C, es:

$$\sum M_V = 6\, t \bullet 9{,}40\, m + 4\, t \bullet 6{,}70\, m + 2\, t \bullet 4\, m = 91{,}2\, tm$$

Y la suma de momentos equilibrantes producidos por las reacciones y momentos reactivos, respecto al mismo punto es:

$$\sum M_E = 2 * 13{,}10\, tm + 2{,}59\, tm + 10{,}76\, t \bullet 11{,}25\, m + 9{,}38\, t \bullet 6{,}25\, m = 91{,}2\, tm$$

Por lo que se cumplen las tres ecuaciones de equilibrio en el plano.

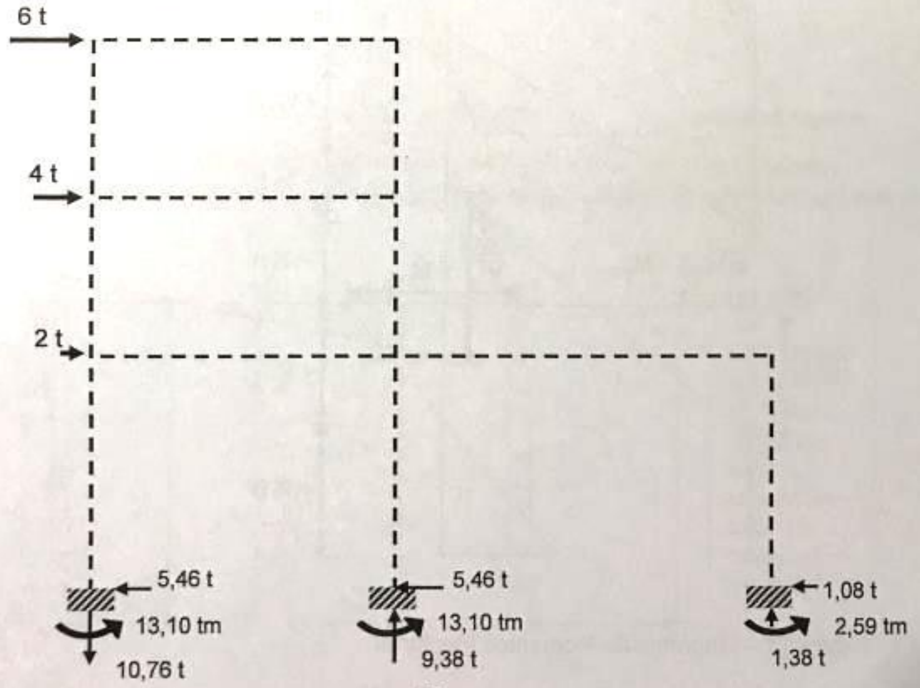


Figura 14 – Acciones y Reacciones de apoyos.

Conclusiones

- Los pórticos sometidos a acciones sísmicas, cuando trabajan solos, incrementan sus solicitaciones de arriba hacia abajo, en consonancia con el esfuerzo de corte a que está sometido cada nivel.
- Los desplazamientos relativos también aumentarán si se han diseñado columnas de igual sección en toda la altura, si se les aumentó el momento de inercia hacia abajo, en forma similar al incremento del cortante, será posible mantener similares los desplazamientos relativos entre niveles.
- Los pórticos funcionan del modo descripto sólo cuando no son excesivamente esbeltos, de lo contrario sus columnas se ven sometidas a fuertes esfuerzos normales que les provocan acortamientos y alargamientos, según su posición, que modifican la deformación del plano asimilándola a la de un tabique.

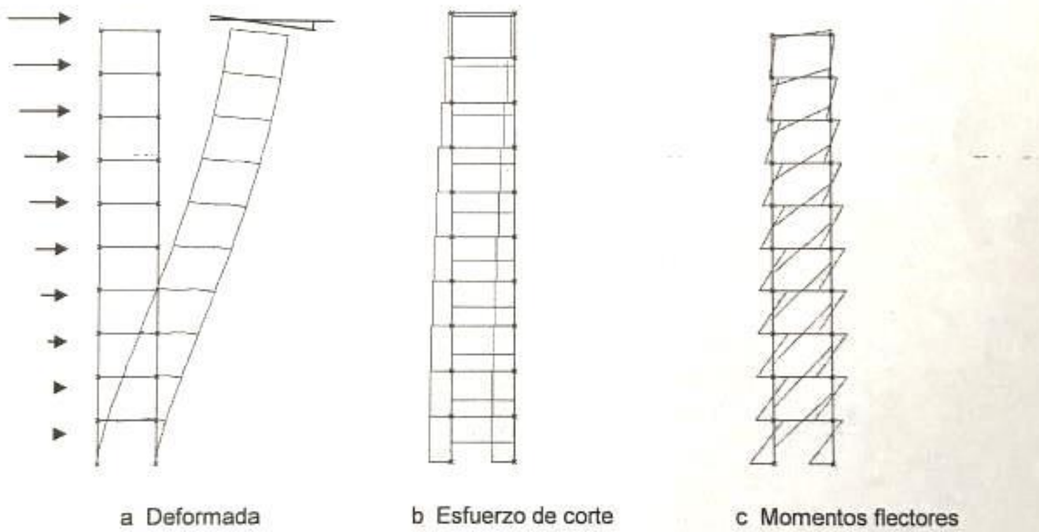


Figura 15 – (a) Pórtico excesivamente esbelto, se comporta como un tabique.
(b y c) Incremento de los esfuerzos hacia abajo cuando la estructura es solo de pórticos.

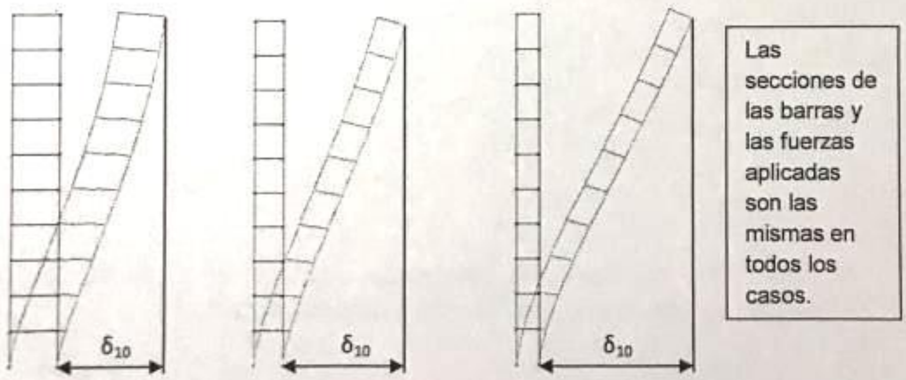


Figura 16 – Incremento del desplazamiento que acompaña al de esbeltez.

Las secciones e inercias de las columnas pueden mantener una sección constante por razones de diseño o acompañar al incremento de los esfuerzos. Si se emplea la misma cantidad de material en ambos casos resulta más conveniente la segunda opción porque la resistencia acompaña a la solicitación, pero razones morfológicas nos pueden llevar a adoptar la primera.

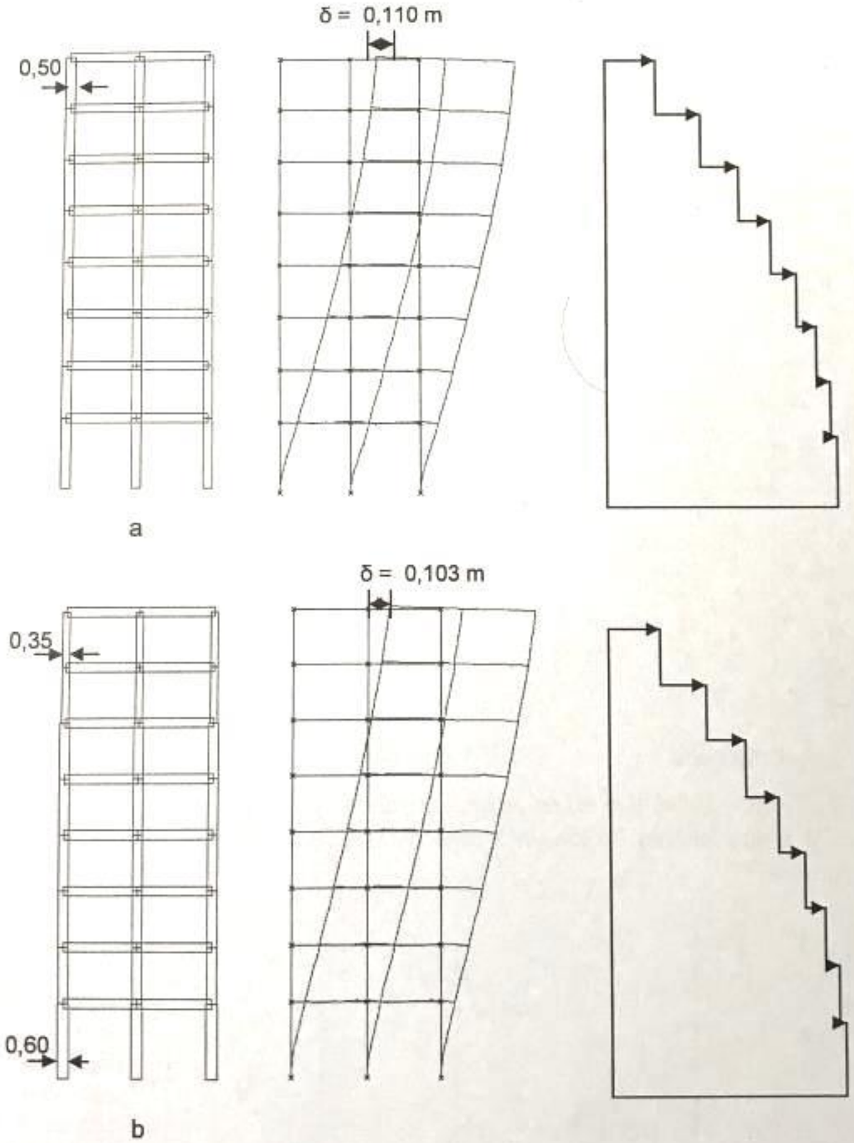


Figura 17 – (a) Columnas de sección constante en la altura. (b) Columnas de sección variable que utilizan la misma cantidad de material.