UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

Análisis Estructural I

Unidad 6
DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS SÍSMICAS

Curso 2025

Ing. Tomás Schnetzer Drago

Introducción

- Objetivos

  - Determinación de acciones horizontales. En particular de origen sísmico.
  - Distribución de esas acciones entre los elementos estructurales.

- Métodos de análisis para acciones sísmicas

  - Método estático. $V_0 = CW$
  - Análisis modal espectral
  - Análisis dinámico temporal

Método estático

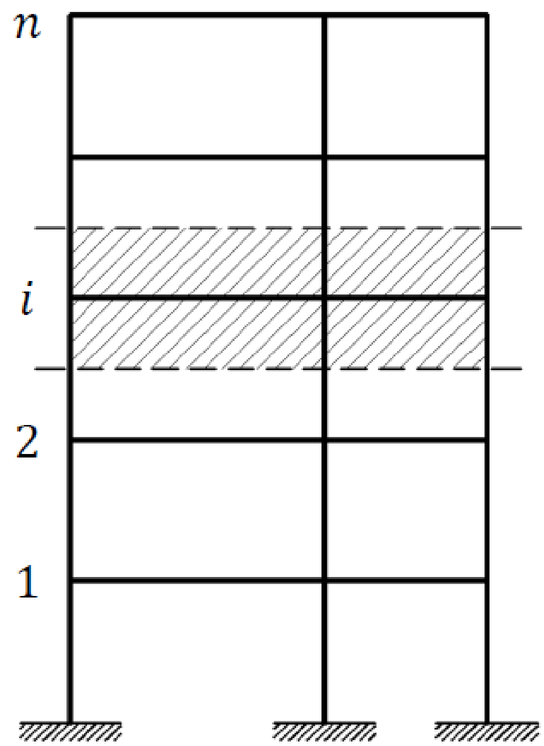
$$V_o = C\,W$$

C : Coeficiente sísmico

W : Peso de las masas vibrantes

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

$$W_i = D_i + \sum f_1 L_i \qquad i = 1, \ldots, n$$



W_i: es el peso de la masa del nivel i

D_i: es el peso propio las masas permanentes del nivel i

f_1: factor de participación de la sobrecarga de ocupación o de uso.

$f_1 = 0.25$ para entrepisos

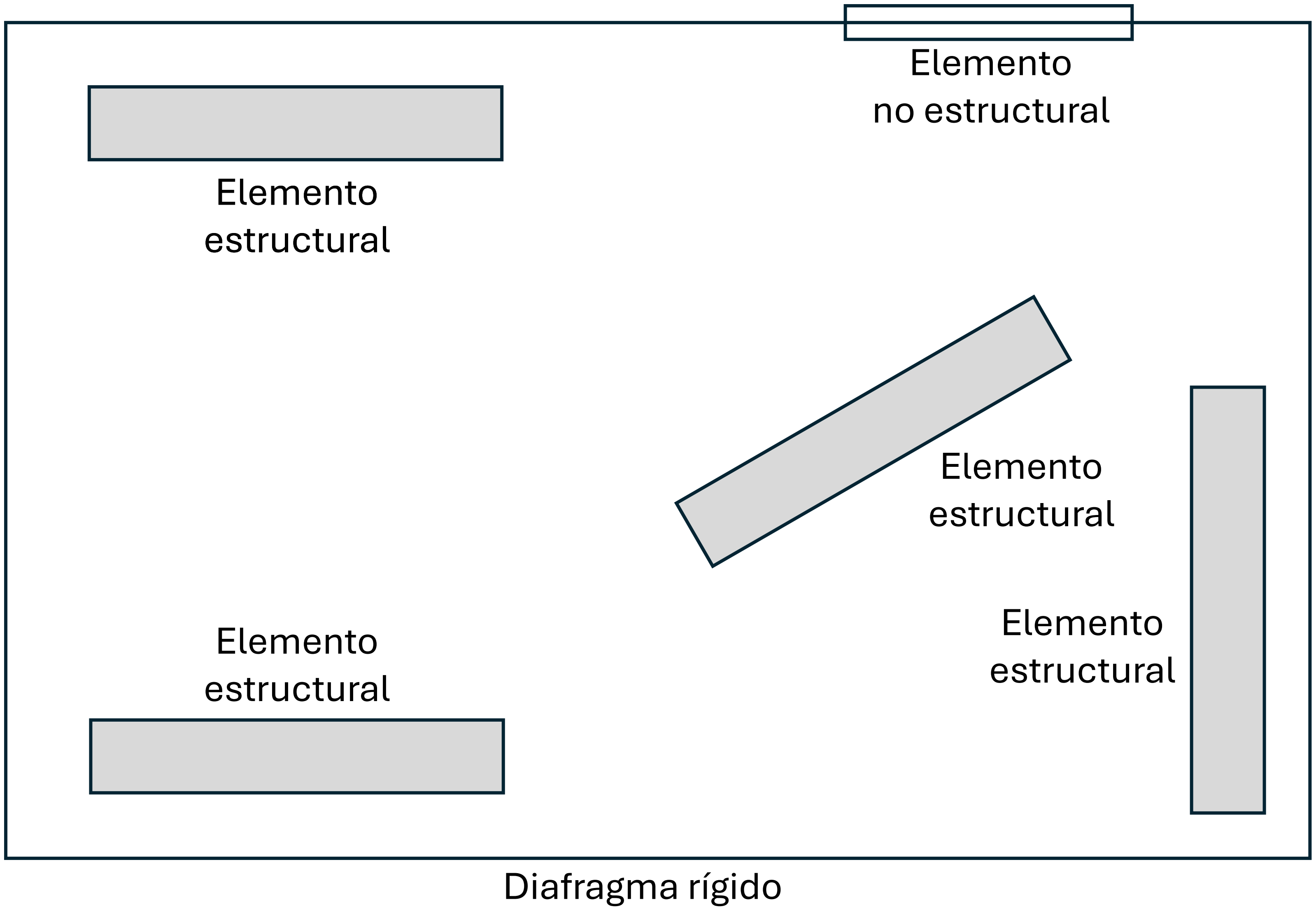
$f_1 = 0.00$ para azoteas.

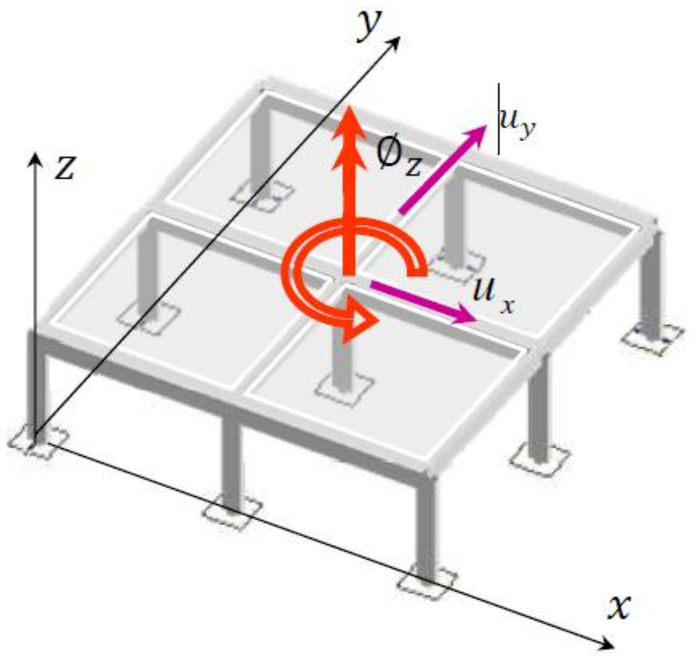
L_i: sobrecarga del nivel i.

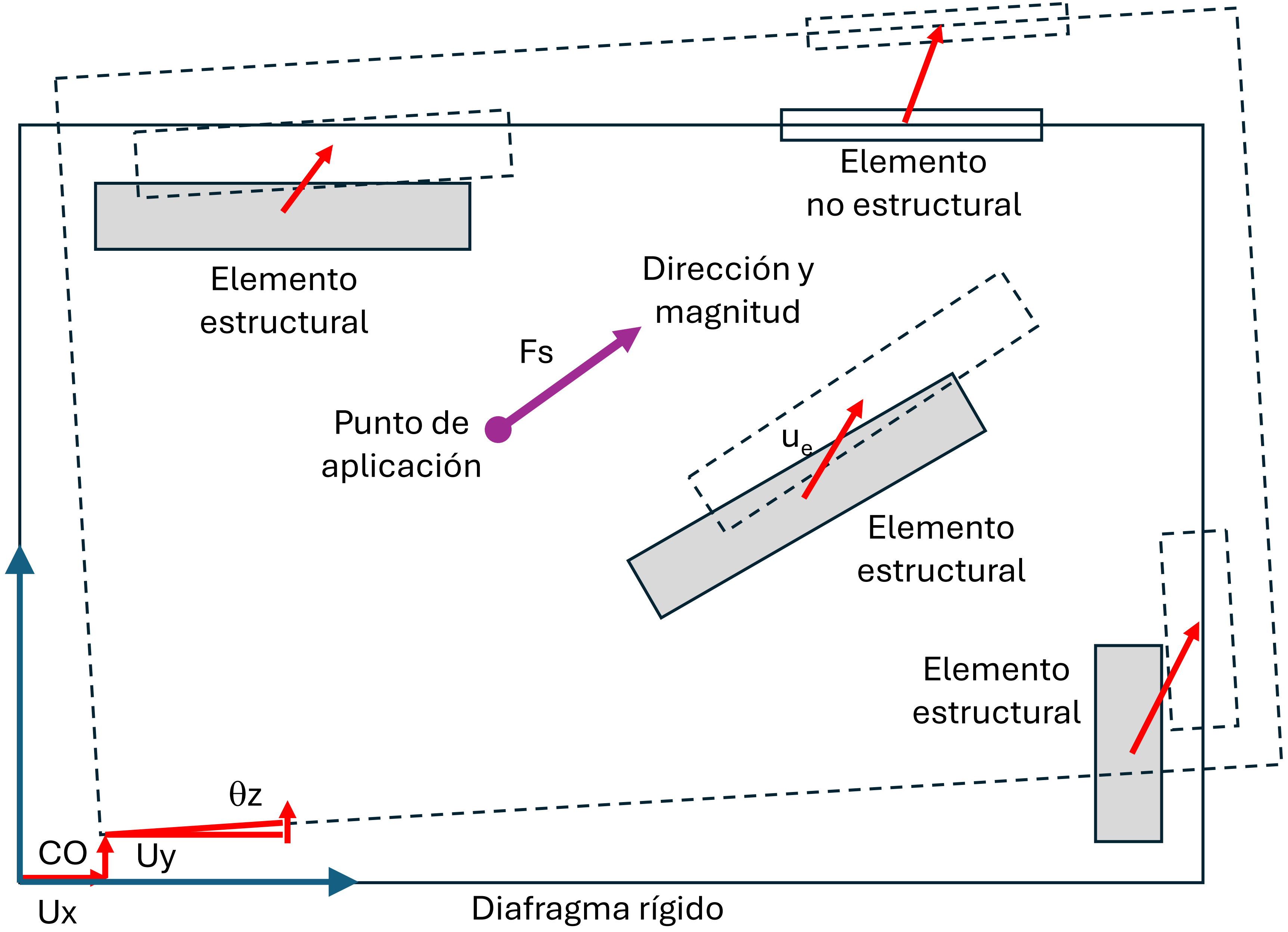
n: número de niveles del edificio.

Método estático. Determinación de coeficiente C

Estructuras con diafragmas rígidos

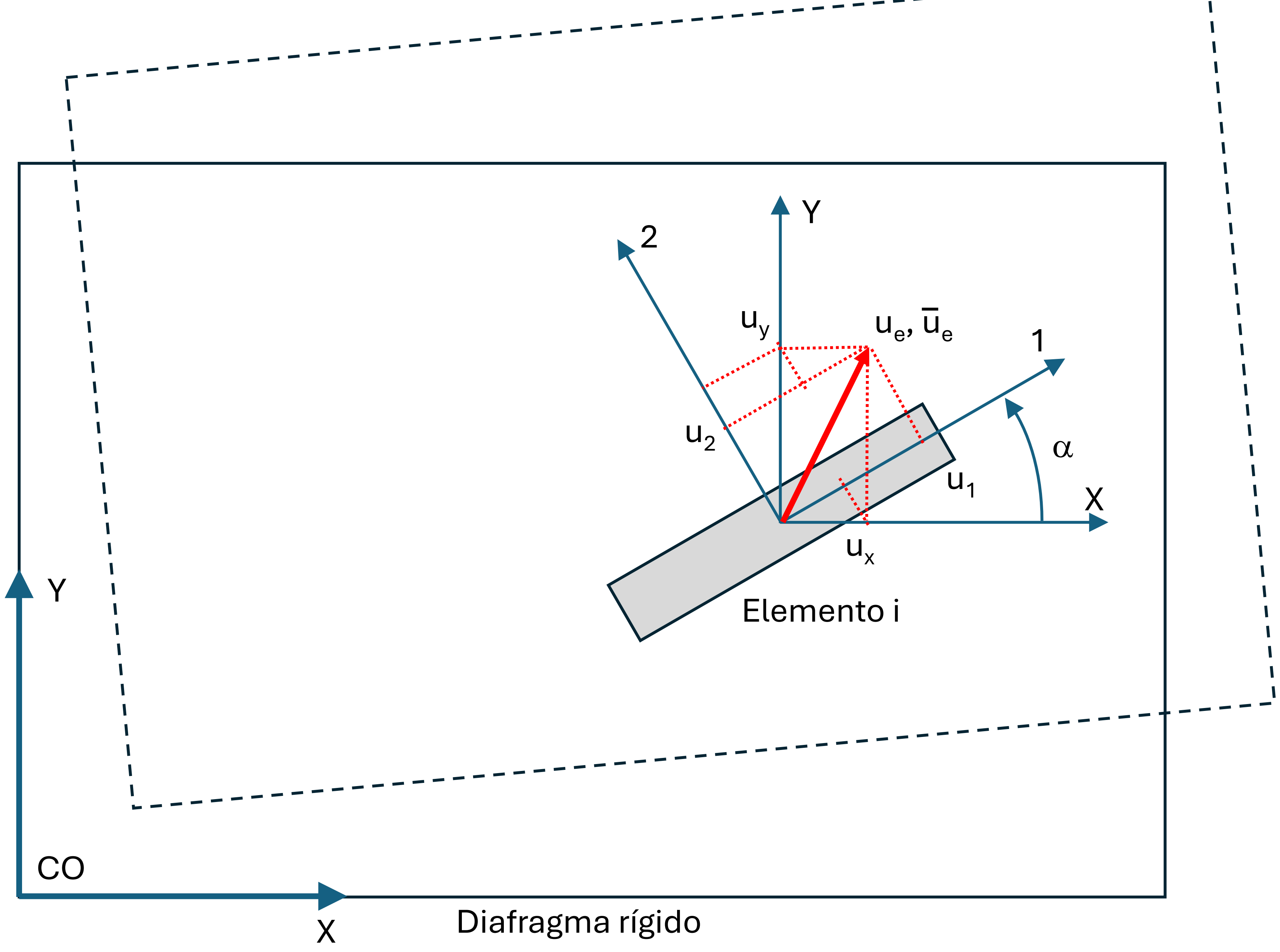






$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

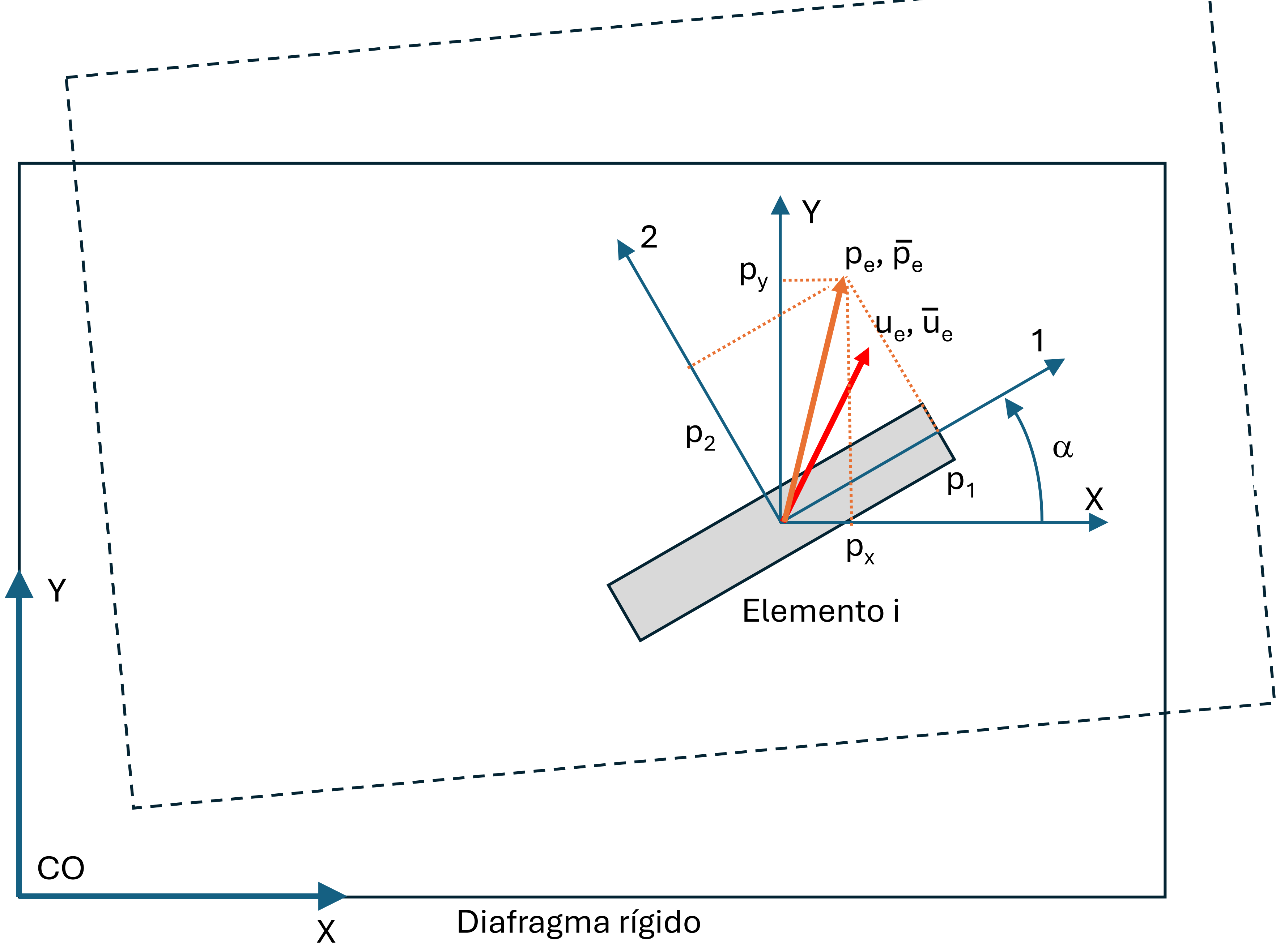
$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$



$$\bar{u}_e = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \qquad u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}_e = a_e . u_e$$

$$a_e = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$



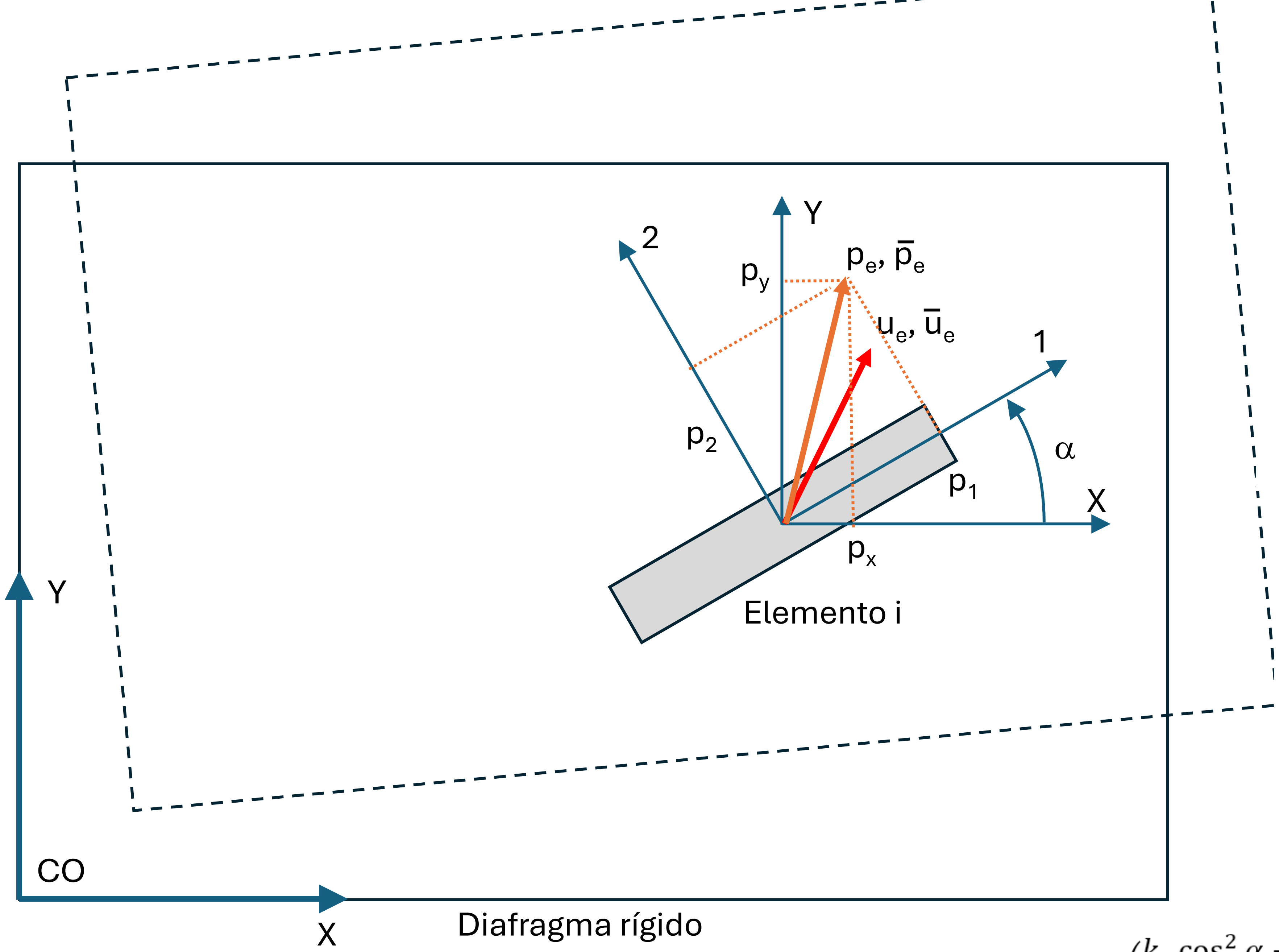
$$\bar{u}_e = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \qquad u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}_e = a_e . u_e$$

$$a_e = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_e = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_e = \bar{k}_e . \bar{u}_e$$

$$\bar{k}_e = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$



$$\bar{u}_e = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \qquad u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}_e = a_e . u_e$$

$$a_e = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_e = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_e = \bar{k}_e . \bar{u}_e$$

$$\bar{k}_e = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$

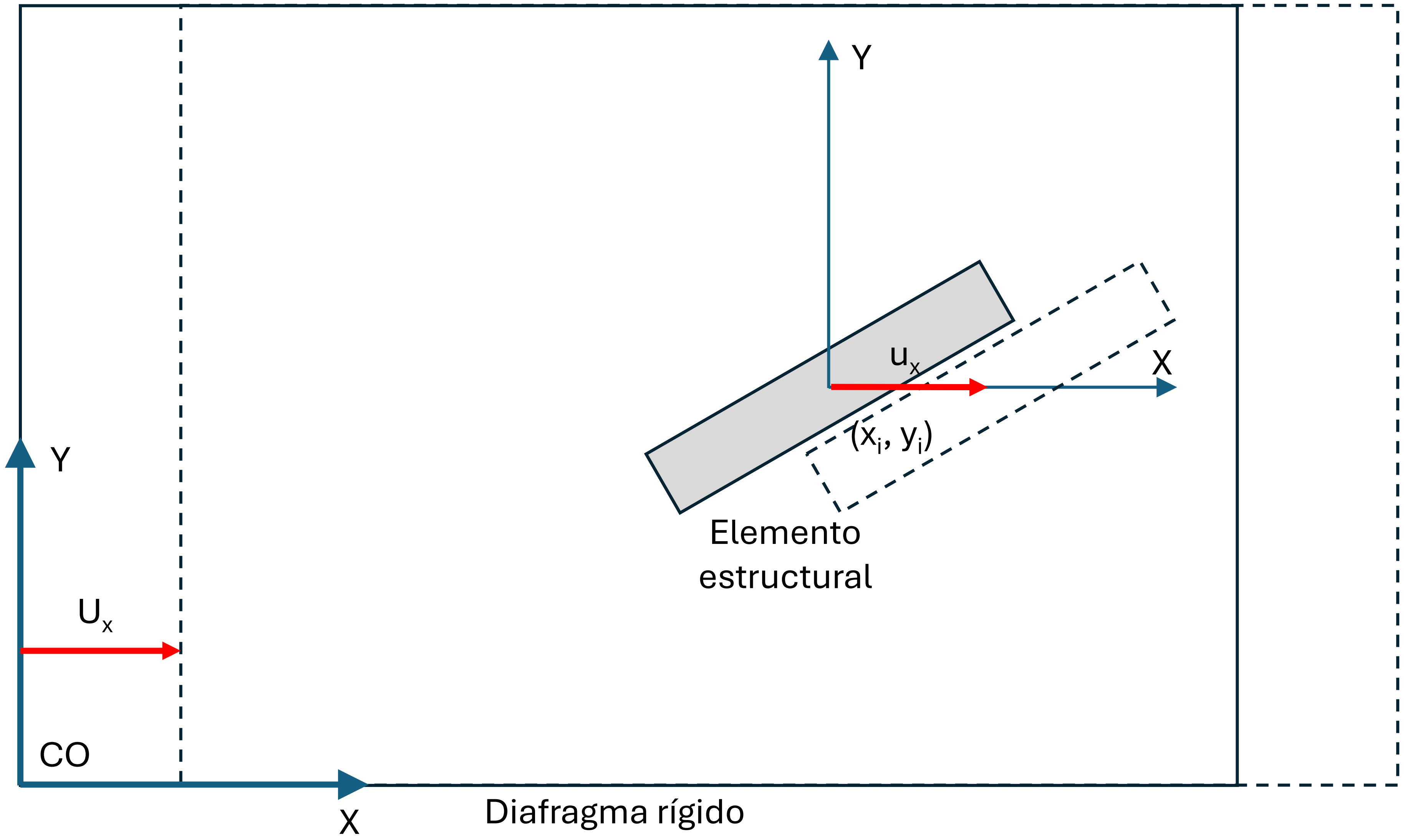
$$p_e = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} = a_e^T . \bar{p}_e$$

$$p_e = k_e . u_e$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xv} & k_v \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1\cos^2\alpha + k_2\sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1\sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

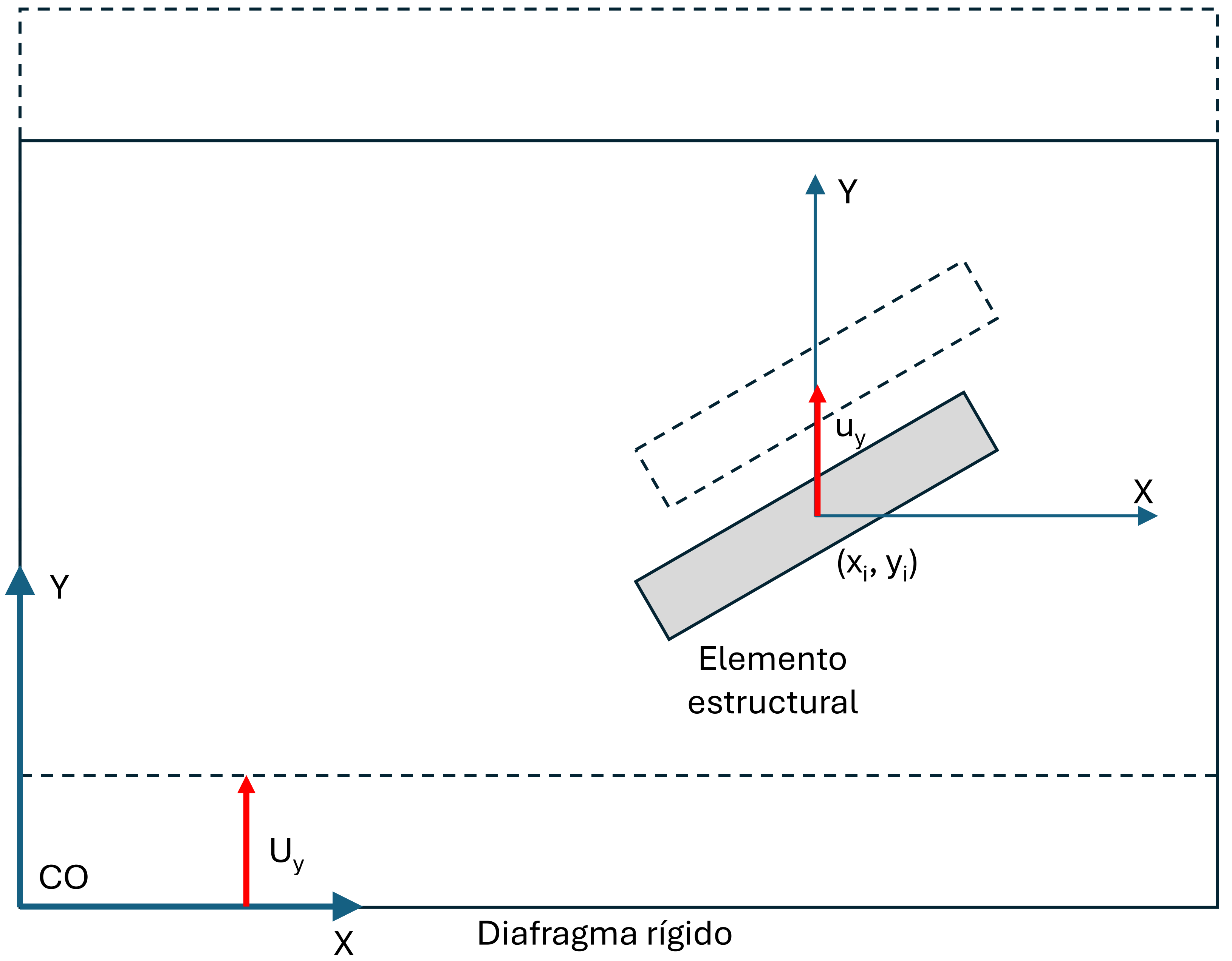
Cinemática



$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

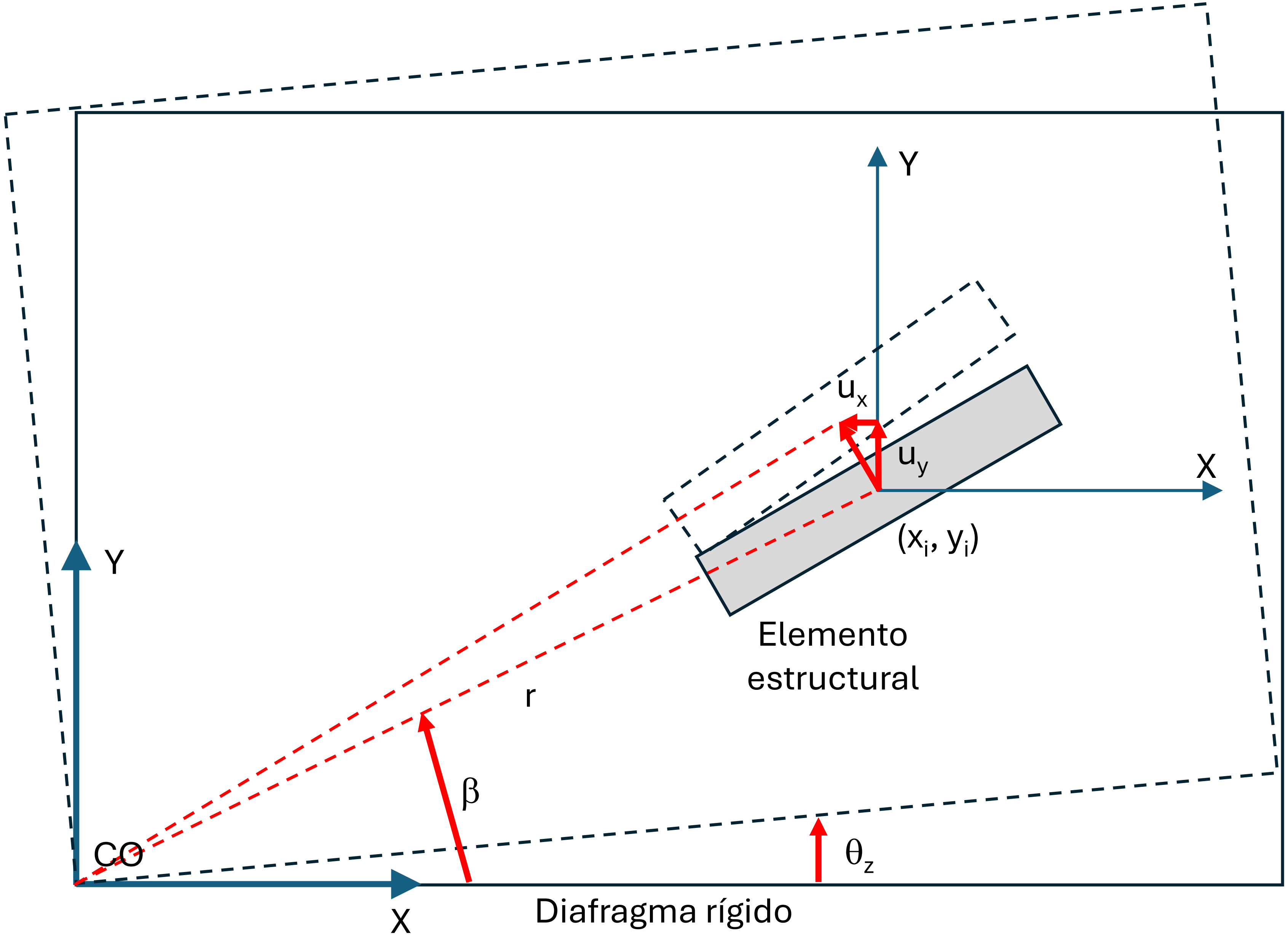
ux = Ux
uy = 0



$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

ux = 0
uy = Uy

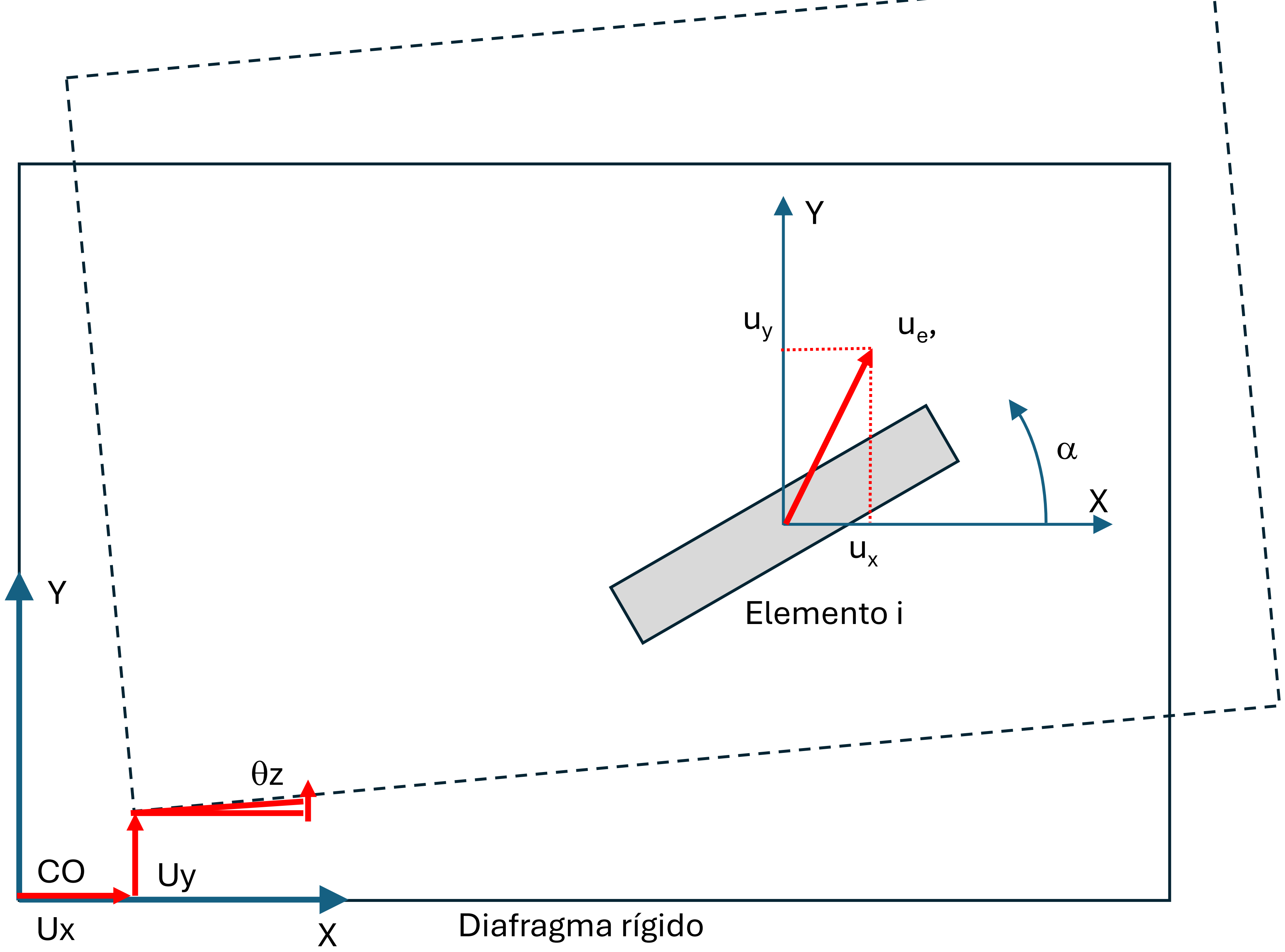


$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$ux = -r\,\theta z \cos\beta = -x\,\theta z$

$uy = +r\,\theta z \sin\beta = +y\,\theta z$

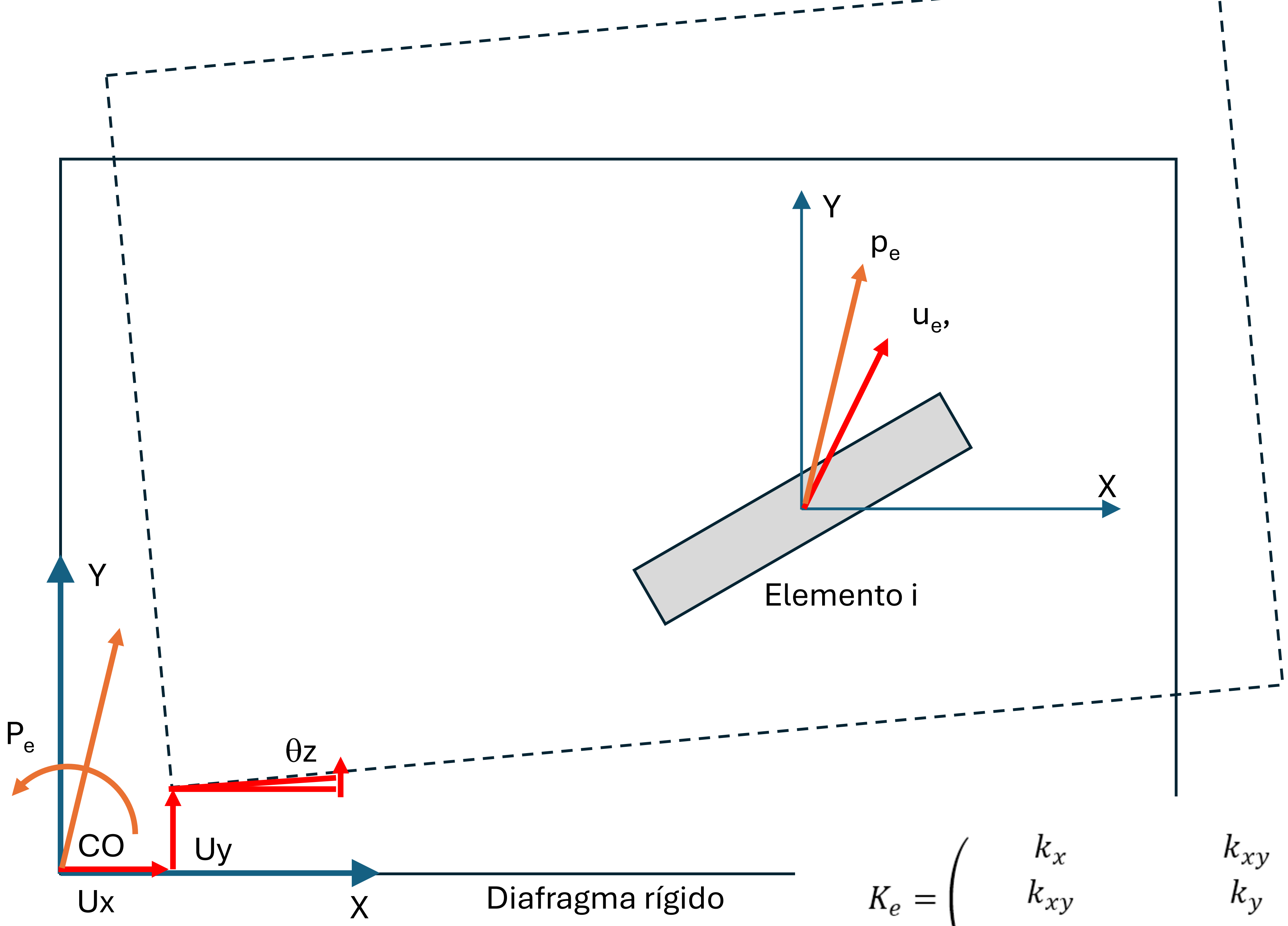


$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$u_e = b_e . U$$

$$b_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & +x \end{pmatrix}$$



$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$u_e = b_e . U$$

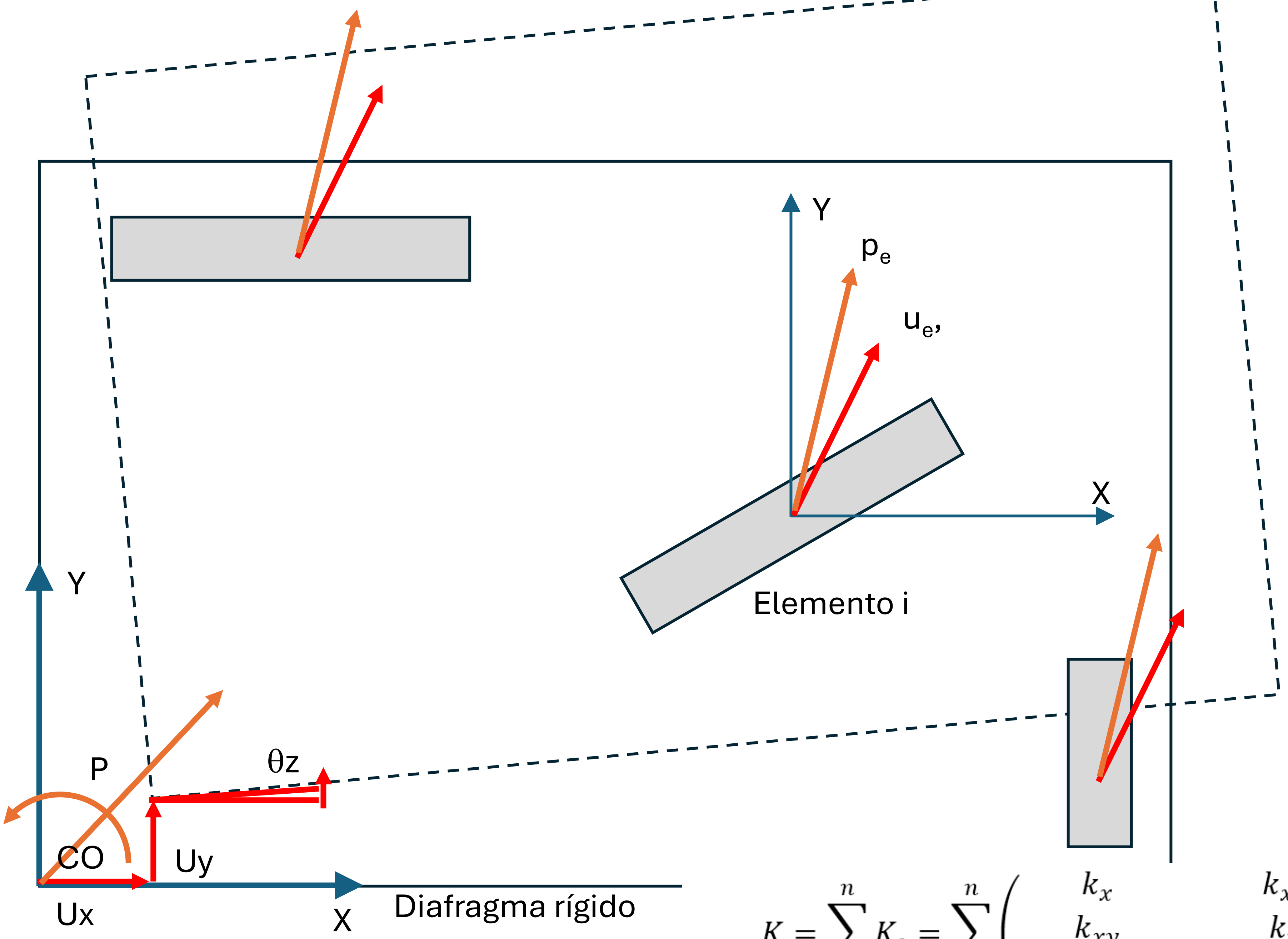
$$b_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & +x \end{pmatrix}$$

$$P_e = b_e^T . p_e = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ m_z \end{pmatrix}$$

$$P_e = K_e . U$$

$$K_e = b_e^T . k_e . b_e$$

$$K_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$



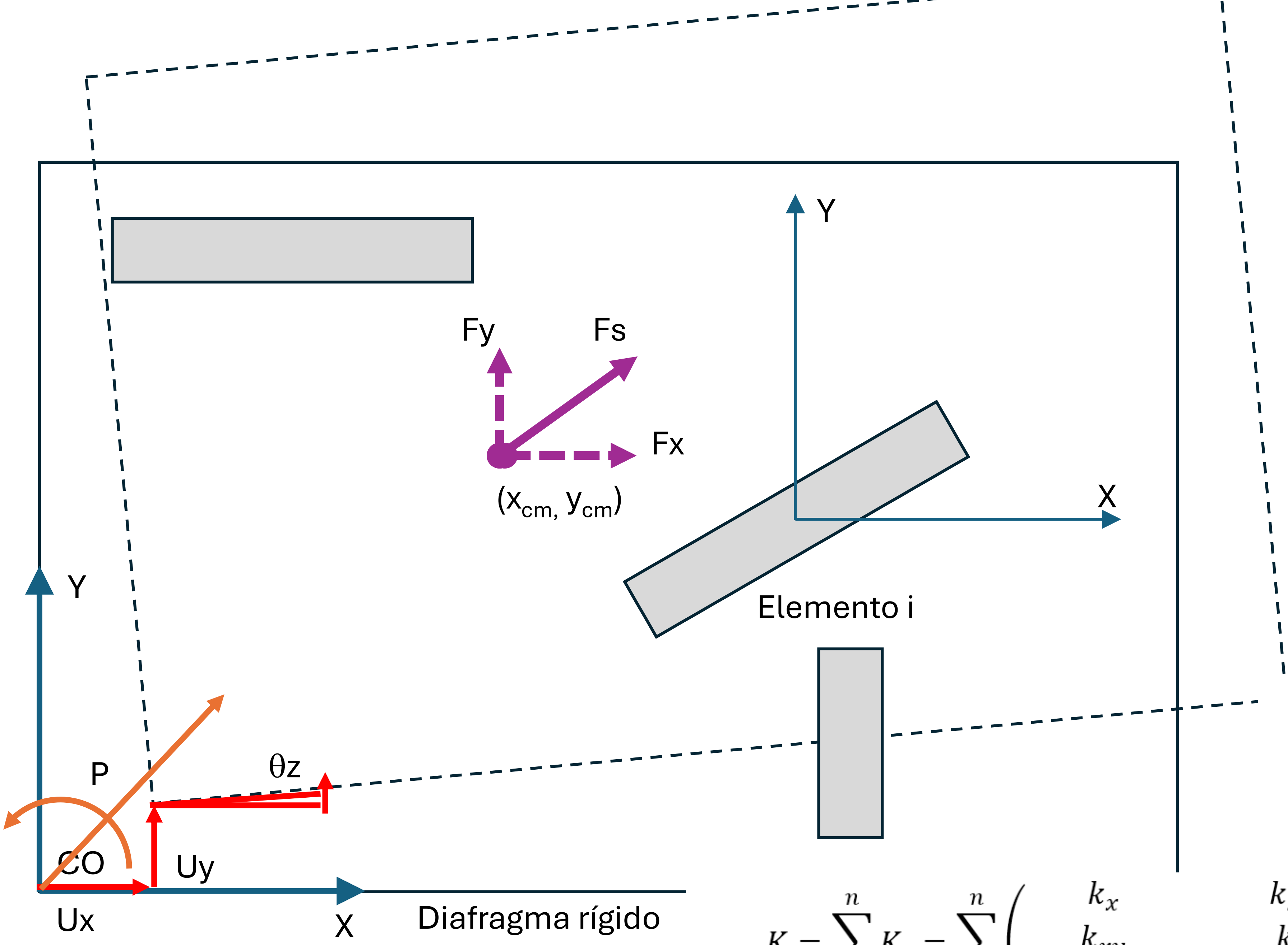
$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \sum_{1}^{n} P_e$$

$$P_e = K_e . U$$

$$P = K . U$$

$$K = \sum_{1}^{n} K_e = \sum_{1}^{n} \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$



$$U = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \sum_{1}^{n} P_e$$

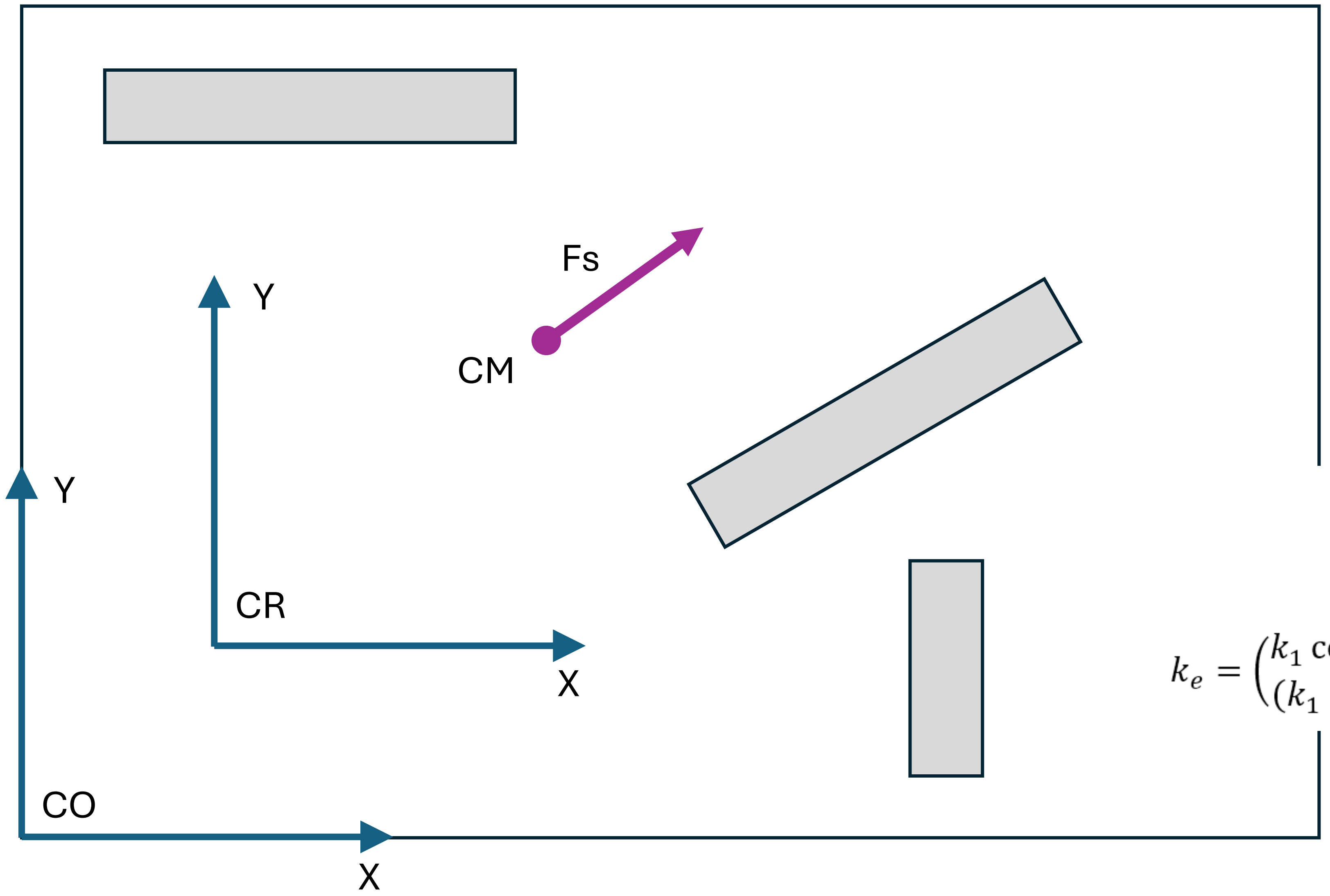
$$P_e = K_e . U$$

$$P = K . U$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{CM} - F_x y_{CM} \end{pmatrix}$$

$$K = \sum_{1}^{n} K_e = \sum_{1}^{n} \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$

Centro de Rigidez



$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha & (k_1 - k_2) \cos \alpha \sin \alpha \\ (k_1 - k_2) \cos \alpha \sin \alpha & k_2 \cos^2 \alpha + k_1 \sin^2 \alpha \end{pmatrix}$$

$$P = K.U$$

Caso general de K

$$K = \sum_{1}^{n} K_e = \sum_{1}^{n} \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy} xy \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{CM} - F_x y_{CM} \end{pmatrix}$$

Reducción al centro de rigidez

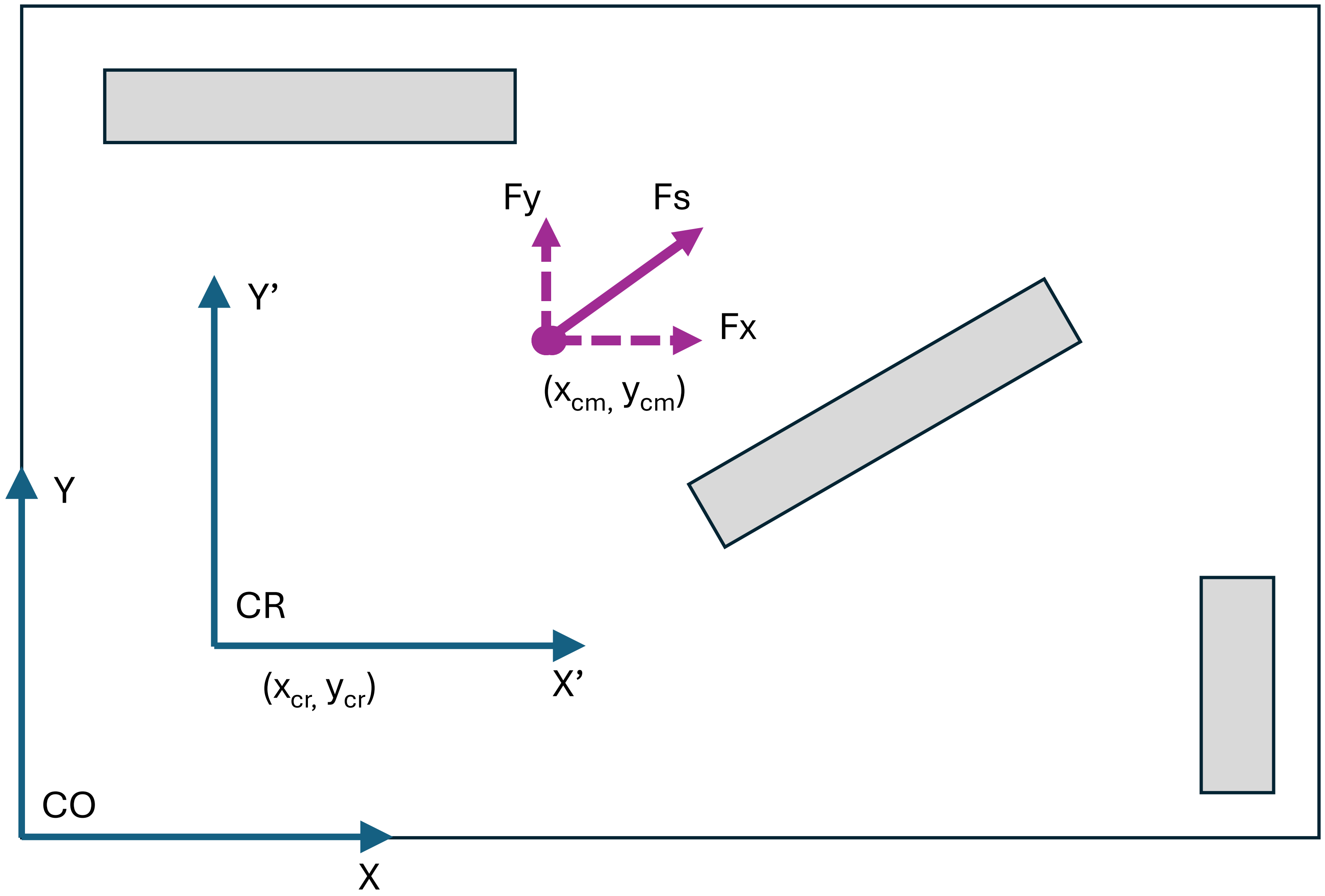
$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y} \qquad K = \sum_{1}^{n} \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x \\ k_{xy} & k_y & k_{xy}y \\ k_{xy}x & k_{xy}y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy} xy \end{pmatrix}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x} \qquad P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y (x_{CM} - x_{CR}) - F_x (y_{CM} - y_{CR}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y e_{sx} - F_x e_{sy} \end{pmatrix}$$

Reducción al centro de rigidez y Elementos paralelos a los ejes X e Y

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y} \qquad K = \sum_{1}^{n} \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_x y^2 + k_y x^2 \end{pmatrix}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x} \qquad P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y (x_{CM} - x_{CR}) - F_x (y_{CM} - y_{CR}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y e_{sx} - F_x e_{sy} \end{pmatrix}$$



Determinación del vector de términos independientes

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

Respecto a C0

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

Respecto a CR

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y e_{sx} - F_x e_{sy} \end{pmatrix}$$

Determinación del vector de términos independientes

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y e_{sx} - F_x e_{sy} \end{pmatrix}$$

<u>Magnitud de Fs</u>

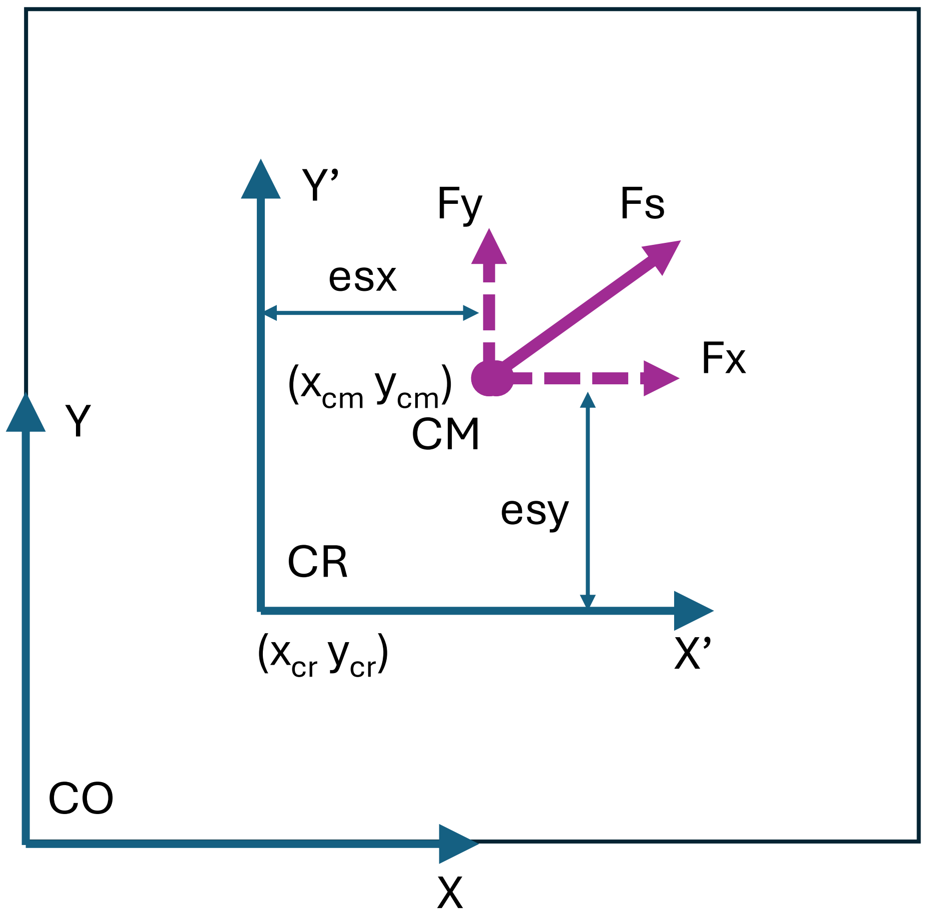
- Fs = V = C * W = C * (D + n L)
- Coeficiente sísmico
- Determinación de peso propio

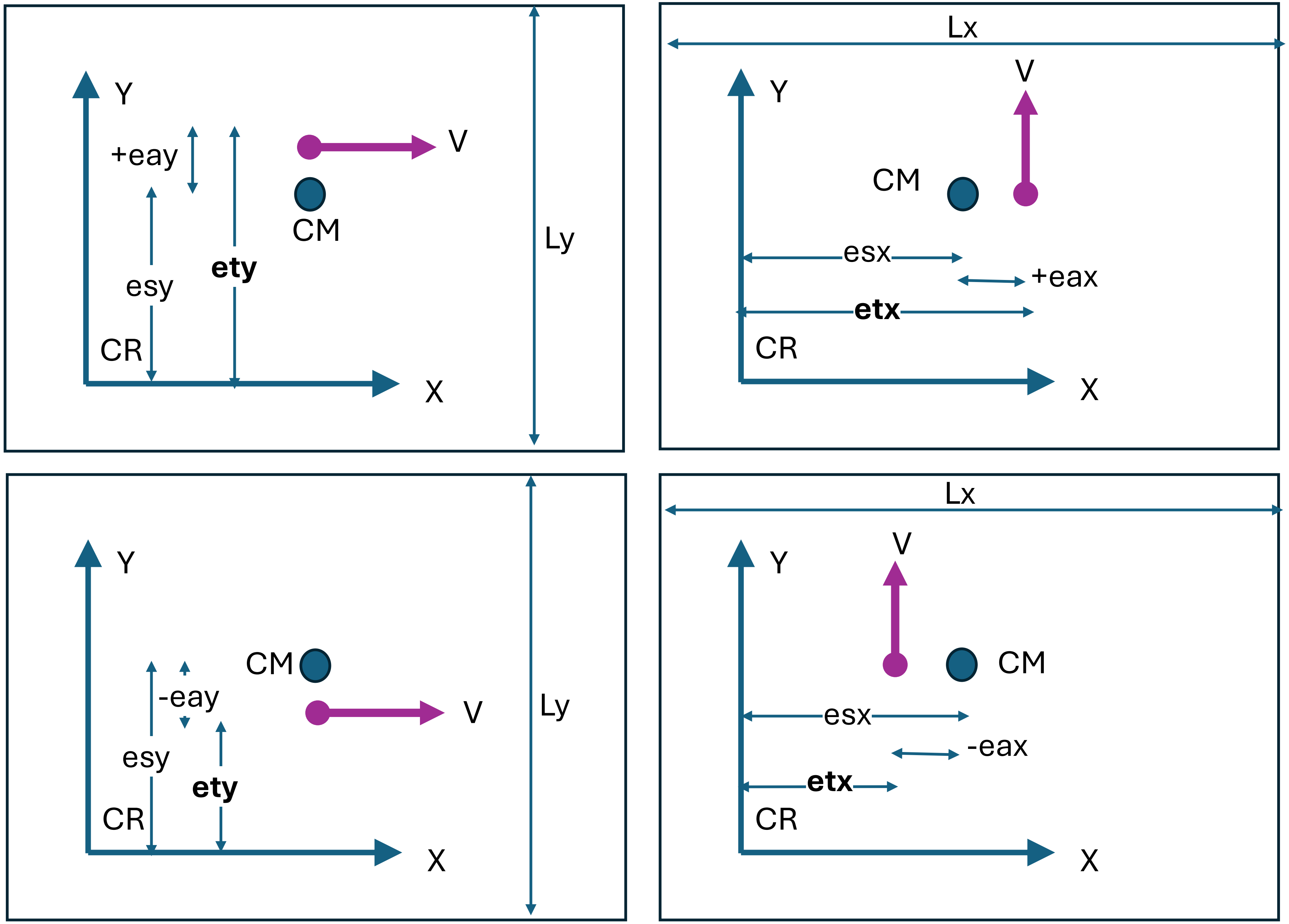
<u>Dirección de la fuerza</u>

- Direcciones ortogonales X e Y
- Sentidos positivos y negativos

<u>Punto de aplicación</u>

- Centro de masa - > Excentricidad estática, es
- Incertidumbre + Ef. dinámicos -> Excentricidad dinámica, ea
- Excentricidad total et = es + ea





eay = 0,05 Ly
eax = 0,05 Lx

- Sentido positivo y negativo
- 8 combinaciones en total
- En general haremos 4

$$P = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y e_{sx} - F_x e_{sy} \end{pmatrix}$$

Resolución de Problemas

1. **Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez**
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. **Calcular la matriz de rigidez del sistema $\boldsymbol{K}$**
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2\alpha + k_2 \sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha \sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1 \sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. **Calcular el vector de términos independientes $\boldsymbol{P}$**
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy} xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2\alpha + k_2 \sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha \sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1\sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. **Calcular los desplazamientos de la planta $\boldsymbol{U}$**
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T.\bar{k}_e.a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2\alpha + k_2 \sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1\sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

$$P = K.U$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. **Calcular los desplazamientos globales de cada elemento $\boldsymbol{u_e}$.**
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy} xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha & (k_1 - k_2) \cos \alpha \sin \alpha \\ (k_1 - k_2) \cos \alpha \sin \alpha & k_2 \cos^2 \alpha + k_1 \sin^2 \alpha \end{pmatrix}$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

$$P = K . U$$

$$u_e = b_e . U$$

$$b_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & +x \end{pmatrix}$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. **Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.**
7. Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T.\bar{k}_e.a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2\alpha + k_2 \sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha \sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1 \sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

$$P = K.U$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$u_e = b_e.U$$

$$b_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & +x \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}_e = a_e.u_e$$

$$a_e = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Resolución de Problemas

1. Seleccionar un sistema de referencia global y calcular el centro de rigidez
2. Calcular la matriz de rigidez del sistema K
3. Calcular el vector de términos independientes P
4. Calcular los desplazamientos de la planta U
5. Calcular los desplazamientos globales de cada elemento u_e.
6. Calcular los desplazamientos principales de cada elemento $\bar{u}_e$.
7. **Calcular los esfuerzos principales de cada elemento $\bar{p}_e$.**

$$x_{CR} = \frac{\sum_1^n k_y x}{\sum_1^n k_y}$$

$$y_{CR} = \frac{\sum_1^n k_x y}{\sum_1^n k_x}$$

$$K = \sum_1^n K_e = \sum_1^n \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xy}x - k_x y \\ k_{xy} & k_y & k_y x - k_{xy} y \\ k_{xy}x - k_x y & k_y x - k_{xy} y & k_x y^2 + k_y x^2 - 2k_{xy}xy \end{pmatrix}$$

$$k_e = a_e^T . \bar{k}_e . a_e = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix}$$

$$k_e = \begin{pmatrix} k_1 \cos^2\alpha + k_2 \sin^2\alpha & (k_1 - k_2)\cos\alpha \sin\alpha \\ (k_1 - k_2)\cos\alpha\sin\alpha & k_2\cos^2\alpha + k_1 \sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_y x_{cm} - F_x y_{cm} \end{pmatrix}$$

$$P = K.U$$

$$u_e = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$$

$$u_e = b_e . U$$

$$b_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & +x \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}_e = a_e . u_e$$

$$a_e = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_e = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_e = \bar{k}_e . \bar{u}_e$$

$$\bar{k}_e = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$