

Bank of China Bldg., Hong Kong, I.M. Pei, Arquitecto Leslie Robertson, Ingeniero en Estructuras

TERCERA EDICION

DISEÑO BASICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

Bruce G. Johnston

*Professor Emeritus of Structural Engineering
University of Michigan*

F.J. Lin

*Chairman and Chief Executive officer,
Science, Engineering, Management, Inc.
South Pasadena*

T.V. Galambos

*James L. Record Professor of Structural Engineering
University of Minnesota*

Traducción:

Fernando Fournier Montiel
Ingeniero Civil, UNAM

Revisión Técnica:

Octavio Barón Luna
Ingeniero Civil, Instituto Politécnico Nacional
Profesor de Estructuras de Acero
Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN

PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A.

México, Englewood Cliffs, Nueva Delhi, Nueva Zelanda, Londres
Río de Janeiro, Sidney, Singapur, Tokio, Toronto

PROBLEMAS

- 9.1. Igual que el ejemplo 9.1, pero el claro es de 50 ft.
- 9.2. Diseñe una viga de patín ancho con extremos empotrados ($F_y = 50$ ksi) de 40 ft de longitud por el diseño plástico utilizando los criterios del DFCR que se presentaron en el ejemplo 9.2. La viga soporta una carga muerta de 80 lb/ft² y una carga viva de oficina. La separación entre vigas es de 20 ft. La viga está soportada lateralmente en toda su longitud.
- 9.3. Diseñe una viga de patín ancho simplemente apoyada utilizando el DFCR ($F_y = 36$ ksi) que está sujeta a una carga central concentrada de 30 kips (15 kips por carga muerta y 15 kips por carga viva) además de su peso propio. El claro de la viga es de 60 ft y sólo tiene soporte lateral en los apoyos y bajo la carga concentrada.
- 9.4. Diseñe la misma viga del problema 9.3, pero utilice el AISCS.
- 9.5. Diseñe la columna del ejemplo 9.3 suponiendo que la fuerza de 450 kips es de carga viva, utilizando el DFCR.
- 9.6. Igual al problema 9.5, utilizando el AISCS.
- 9.7. Diseñe la columna del ejemplo 9.4 utilizando el DFCR, pero con el momento por carga muerta de 1200 kip in de la base en dirección contraria.
- 9.8. Diseñe una trabe armada, utilizando el DFCR y duplicando las cargas del ejemplo 9.5. No hay límite al peralte. Utilice acero de $F_y = 50$ ksi.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 9.1. "Load and Resistance Factor Design Specifications for Steel Buildings," AISC, Sept. 15, 1983.
- 9.2. T. V. GALAMBOS, B. ELLINGWOOD, J. G. MACGREGOR, AND A. C. CORNELL. "Probability-Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. 108, No. ST5 (May 1982).
- 9.3. T. V. GALAMBOS, B. ELLINGWOOD, J. G. MACGREGOR, AND A. C. CORNELL. "Probability-Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. 108, No. ST5 (May 1982).
- 9.4. "Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures," ANSI A58.1 (1972).
- 9.5. T. V. GALAMBOS AND M. K. RAVINDRA. "Load and Resistance Factor Design for Steel," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. ST9 (Sept. 1978).
- 9.6. J. A. YURA, T. V. GALAMBOS, AND M. K. RAVINDRA. "The Bending Resistance of Steel Beams," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. ST9 (Sept. 1978).
- 9.7. P. B. COOPER, T. V. GALAMBOS, AND M. K. RAVINDRA. "LRFD Criteria for Plate Girders," *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. ST9 (Sept. 1978).
- 9.8. K. B. WISNER. "LRFD Design Office Study," *AISC Engineering Journal*, Vol. 15, No. 1 (1978).
- 9.9. "Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures," ANSI A58.1 (1982).

10

CONSTRUCCION COMPUESTA

10.1 INTRODUCCION

Con frecuencia las vigas de acero soportan losas de concreto en edificios y puentes y algunas veces se embeben las vigas y columnas de acero en concreto como protección contra el fuego. Aun si no hay conectores mecánicos entre la losa y la viga, existe cierta cantidad de conexión entre el patín superior de la viga de acero y la parte inferior de la losa de concreto debido a la adherencia y a la fricción y bajo una carga pequeña, la viga de acero se deforma menos que si no actuara con el concreto. Los dos elementos se comportan como una viga compuesta [compare las vigas de las Figs. 10.1(a) y (b)]. Por lo general la fricción y la adherencia no son capaces de proporcionar una acción compuesta confiable, excepto en el caso de un embebido total; por lo tanto, se utilizan conectores mecánicos por cortante para proporcionar una conexión confiable entre la losa y la viga. Estos conectores se sueldan al patín superior de la viga de acero y se embeben en la losa de concreto, donde se mantienen en su lugar por medio de ganchos o cabezas. Se han utilizado muchas clases de conectores (por ejemplo, canales o ángulos), pero los conectores de cortante más económicos, y que se utilizan más, son pernos de cabeza redonda que se fusionan por medios eléctricos a la placa de acero del patín usando una pistola portátil ligera. En las figuras 10.2 y 10.3 se muestran ejemplos de una viga compuesta.

Puesto que por lo general la losa de todos modos existe y puesto que los conectores de cabeza redonda son económicos (\$1 a \$2 por conector, dependiendo del tamaño) y son fáciles de instalar, tiene sentido estructural utilizar la construcción compuesta siempre que sea posible. Es usual obtener ahorros en el costo del 10 al 20% en comparación con las vigas que no son compuestas.

De acuerdo con las especificaciones del AISC, se pueden diseñar las vigas compuestas con los métodos de esfuerzos permisibles (Sección 11 del AISCS) o

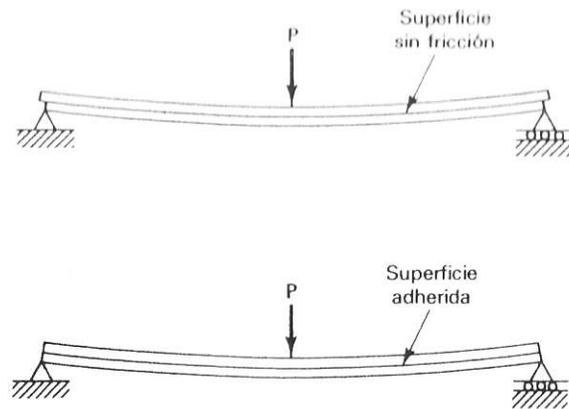


Fig. 10.1 Ilustración de la deflexión compuesta y no compuesta: (a) acción no compuesta; (b) acción compuesta completa.

por diseño plástico (Parte 2 del AISCS o las especificaciones del DFCR del AISCS). En lo fundamental, las vigas compuestas son principalmente miembros en flexión; en la sección que sigue se desarrollarán métodos para determinar su capacidad flexionante. No se logra un mejoramiento importante en la capacidad al cortante de las vigas compuestas y la revisión por este efecto se realiza igual que para las vigas no compuestas (esto es, el alma de la viga de acero re-

Fig. 10.2 Viga compuesta.

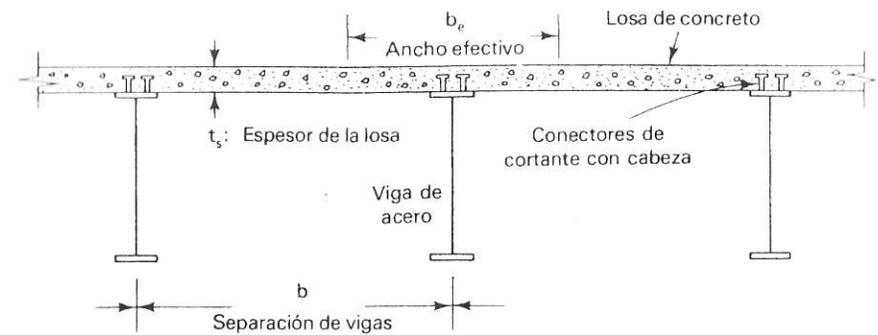
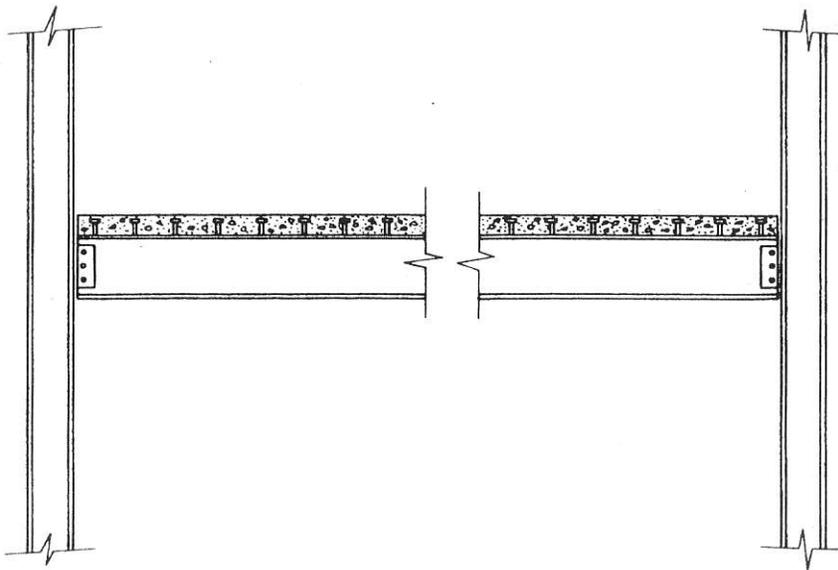


Fig. 10.3 Sección transversal de un piso compuesto.

siste la fuerza cortante total). Las vigas compuestas son apropiadas especialmente en los edificios comerciales y los puentes de autopistas.

10.2 RESISTENCIA A FLEXIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL COMPUESTA

La capacidad de momento de una sección compuesta se determina de acuerdo con las hipótesis elásticas de la sección 11 del AISCS y se calcula de acuerdo con la teoría plástica de las especificaciones del diseño por factor de carga y resistencia del AISCS. Se estudiarán ambos métodos.

1. Teoría elástica

En el análisis elástico, el esfuerzo proporcional a la deformación y el momento límite se alcanza cuando el esfuerzo en la fibra inferior de la viga de acero alcanza el esfuerzo permisible F_b o el esfuerzo en la fibra superior de la viga de concreto alcanza el esfuerzo permisible f_c . En este análisis el ancho de las losas de concreto se transforma en una sección equivalente de acero reduciendo el ancho de la losa a b_e/n , en donde b_e es el ancho efectivo y n , la relación modular, es la relación de los módulos de elasticidad del acero E_s , con el módulo de elasticidad del concreto E_c (esto es, $n = E_s/E_c$). Esta relación es aproximadamente $n = 9$ para un concreto con una resistencia de compresión de $f'_c = 3$ ksi. Este valor se utilizará en los ejemplos de este capítulo.

La sección transformada se muestra en el esquema de la izquierda en la figura 10.4(a). La losa efectiva transformada es $t_s \times b_e/n$. El perfil de acero de patín ancho, unido a la losa de concreto por los conectores de cortante, tiene un área A_s , un peralte d y un momento de inercia I_c .

La deformación de la sección compuesta es lineal, variando directamente con la distancia desde el eje neutro. Son posibles dos casos de distribución de esfuerzos: (a) cuando el eje neutro se encuentra en la viga de acero, la losa de

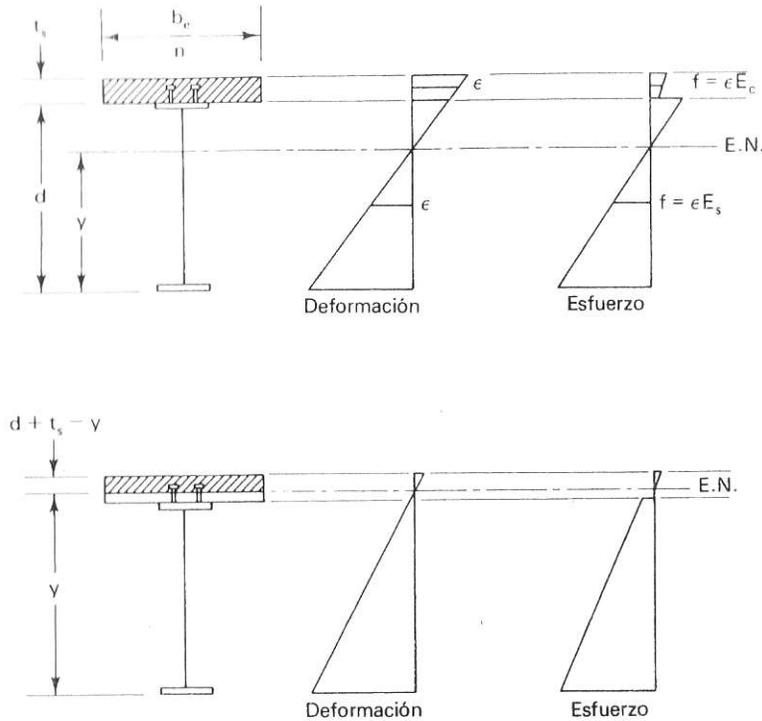


Fig. 10.4 Deformación elástica y distribución de esfuerzos en una viga compuesta (el eje neutro se encuentra en el acero).

concreto está totalmente a compresión y (b) cuando el eje neutro está en la losa de concreto, parte de la losa se encuentra en tensión [Figs. 10.4(a) y (b), respectivamente]. En el segundo caso se supone que la parte a tensión de la losa está agrietada y no toma esfuerzos.

Eje neutro en el acero

Este caso se muestra en la figura 10.4(a). Se supone que la viga de acero es simétrica (esto es, los dos patines tienen las mismas dimensiones). La ubicación del eje neutro se determina tomando momentos estáticos con respecto a la base:

$$y \left(A_s + \frac{t_s b_c}{n} \right) = \frac{A_s d}{2} + \frac{t_s b_c}{n} \left(d + \frac{t_s}{2} \right)$$

de donde:

$$y = \frac{0.5 A_s d + (t_s b_c / n) (d + 0.5 t_s)}{A_s + t_s b_c / n} \quad (10.1)$$

El eje neutro en el acero puede tener un tamaño de $y \leq d$ y esto sucede si $A_s d \geq t_s^2 b_c / n$.

El momento de inercia transformado con respecto al eje neutro es:

$$I_t = I_s + A_s \left(y - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{b_c t_s^3}{12n} + \frac{b_c t_s}{n} \left(d + \frac{t_s}{2} - y \right)^2 \quad (10.2)$$

Eje neutro en el concreto

Este caso se muestra en la figura 10.4(b). Tomando momentos estáticos con respecto a la base:

$$y \left[A_s + \frac{b_c}{n} (d + t_s - y) \right] = \frac{A_s d}{2} + \frac{b_c}{n} (d + t_s - y) \left(d + t_s - \frac{d + t_s - y}{2} \right)$$

de donde, después de algunas transformaciones algebraicas, obtenemos:

$$y = \frac{A_s n}{b_c} + d + t_s - \frac{A_s n}{b_c} \sqrt{1 + \frac{b_c (d + 2t_s)}{A_s n}} \quad (10.3)$$

El momento de inercia transformado con respecto al eje neutro es:

$$I_t = I_s + A_s \left(y - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{b_c (d + t_s - y)^3}{3n} \quad (10.4)$$

En cualquiera de los dos casos, el esfuerzo máximo en el acero se encuentra en el patín inferior,

$$f_s = \frac{M_y}{I_t} \leq F_b = 0.66 F_y \quad (10.5)$$

y el esfuerzo máximo en la losa de concreto se encuentra en la parte superior:

$$f_c = \frac{M (d + t_s - y)}{I_t n} \leq 0.45 f'_c \quad (10.6)$$

Dividiendo la ecuación (10.6) entre la relación modular, el esfuerzo se transforma a las propiedades del concreto.

Ejemplo 10.1

Seleccione una viga laminada de patín ancho para resistir un momento flexionante de 20,000 kip-in. La viga está unida a una losa de concreto que tiene un ancho efectivo de 90 in y un espesor de 6 in. La resistencia a compresión del concreto es 3 ksi y el esfuerzo de fluencia del acero es de 50 ksi. Utilice la teoría elástica.

Solución

A. Diseño preliminar:

Módulo de sección requerido para la viga de acero trabajando sola:

$$S_x = \frac{M}{0.66F_y} = \frac{20,000}{0.66 \times 50} = 606 \text{ in}^3$$

Se necesita una W 36 × 182, $S_x = 623 \text{ in}^3$.

Como sección de prueba para la viga compuesta, pruebe una sección dos tamaños más pequeña de las tablas de secciones comerciales.

Pruebe con una W 36 × 160.

B. Capacidad de momento de una W 36 × 160, en unión con la losa de concreto:

Losa: $b_c = 90 \text{ in.}$ W 36 × 160: $d = 36.01 \text{ in.}$
 $t_s = 6 \text{ in.}$ $A_s = 47.0 \text{ in}^2$
 $f'_c = 3 \text{ ksi}$ $I_x = 9750 \text{ in}^4$
 $n = 9$ $F_y = 50 \text{ ksi}$

Eje neutro:

Si $A_s d \geq t_s^2 b_c / n$, el eje neutro está en el acero.

$$A_s d = 1692 \text{ in}^3$$

$$\frac{t_s^2 b_c}{n} = 360 \text{ in}^3 < 1692$$

Por lo tanto, el eje neutro está en el acero; y se determina de la ecuación (10.1).

$$y = \frac{0.5A_s d + (t_s b_c / n)(d + 0.5t_s)}{A_s + t_s b_c / n} = 29.78 \text{ in.}$$

$$I_t = I_x + A_s \left(y - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{b_c t_s^3}{12n} + \frac{b_c t_s}{n} \left(d + \frac{t_s}{2} - y \right)^2 = 21,558 \text{ in}^4$$

Esfuerzo en el acero:

$$f_s = \frac{My}{I_t} = \frac{20,000 \times 29.78}{21,558} = 27.63 \text{ ksi} < 0.66F_y = 33 \text{ ksi}$$

Esfuerzo en el concreto:

$$f_c = \frac{M(d + t_s - y)}{I_t n} = 1.25 \text{ ksi} < 0.45f'_c = 1.35 \text{ ksi}$$

La viga está un poco sobrada.

Resumen de tanteos:

Viga	W 36 × 160	W 36 × 150	W 36 × 135
y	29.78 in.	29.97 in.	30.28 in.
I_t	21,558 in. ⁴	20,364 in. ⁴	18,292 in. ⁴
f_s	27.63 ksi	29.44 ksi	33.11 ksi
f_c	1.26 ksi	1.30 ksi	1.37 ksi

Puesto que la teoría elástica es conservadora, se puede tolerar un pequeño sobreesfuerzo. Utilice W 36 × 135.

2. Teoría plástica

Los experimentos realizados en vigas compuestas muestran que la teoría elástica predice en forma muy conservadora la capacidad del momento. Se puede aproximar más la verdadera capacidad en momento suponiendo que la sección de acero fluye por completo y la parte en compresión de la losa de concreto tiene un esfuerzo de $0.85f'_c$ en todos lados. La sección transversal efectiva para el análisis plástico consiste en la viga de acero y la losa efectiva [Fig. 10.5(a)].

Fig. 10.5 Capacidad plástica de la sección transversal compuesta: (a) sección transversal para el análisis plástico; (b) el acero fluye por completo en tensión, el concreto se agrieta; (c) eje neutro en el patín superior; (d) eje neutro en el alma.

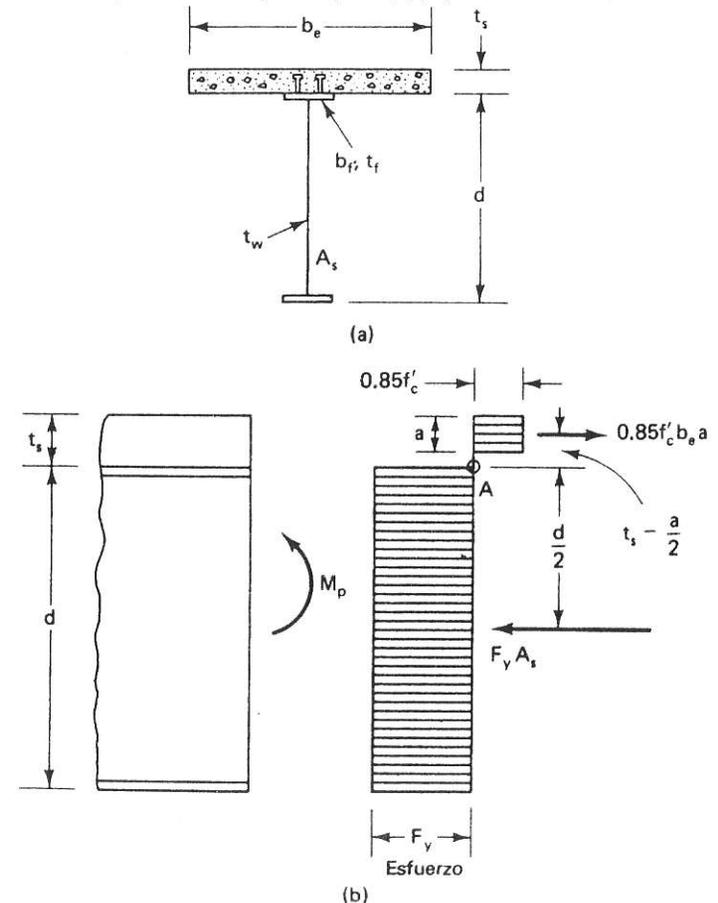
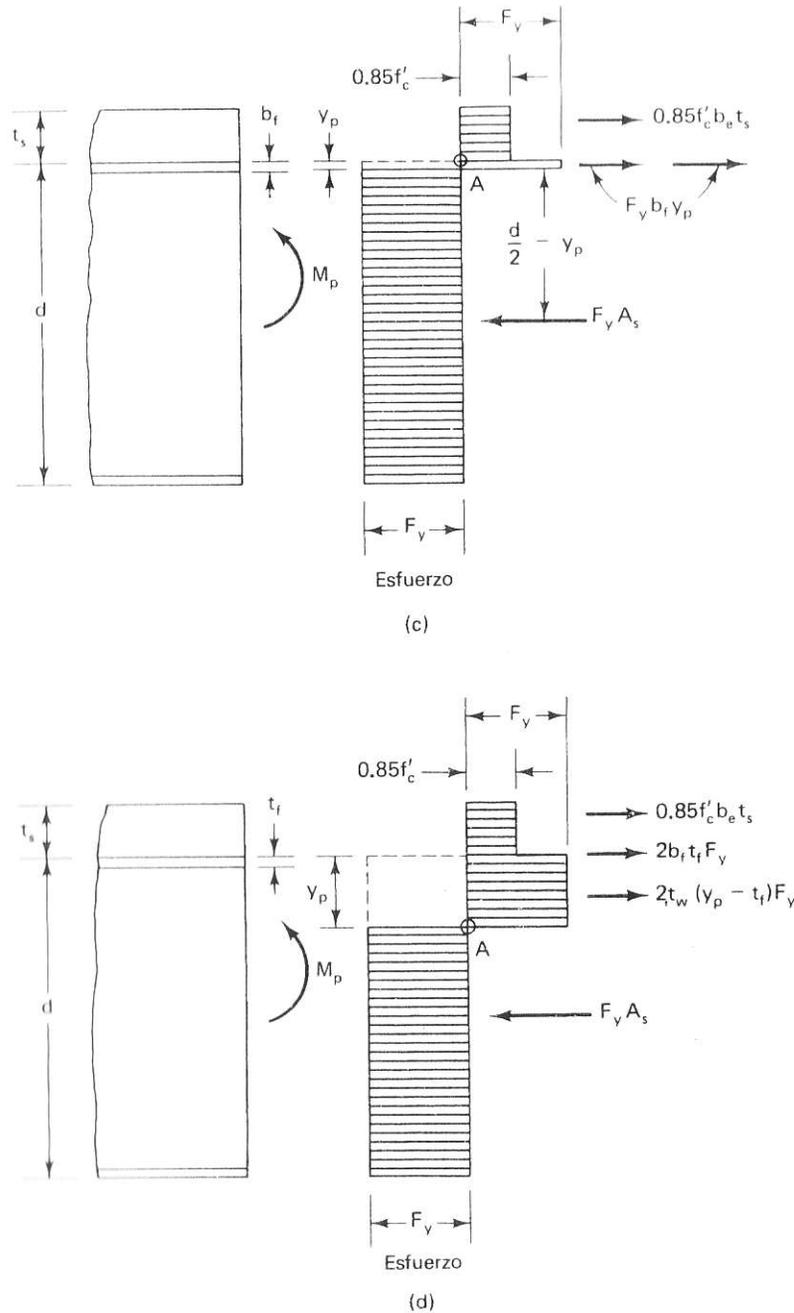


Figura 10.5 (continuación).



Son posibles tres distribuciones de esfuerzo totalmente plásticas: la viga de acero fluye totalmente en tensión y la parte en tensión de la losa de concreto es ineficiente [Fig. 10.5(b)]; el eje neutro plástico se encuentra en el patín de la viga de acero [Fig. 10.5(c)] y el eje neutro plástico se encuentra en el alma [Fig. 10.5(d)] de acero.

El acero fluye por completo en tensión [Fig. 10.5(b)]

La fuerza resultante del esfuerzo en el concreto es $0.85f'_c b_e a$ y actúa a una distancia $a/2$ de la parte superior de la losa. La fuerza resultante del esfuerzo en el acero es $F_y A_s$ y actúa en el centroide de la viga de acero. Por equilibrio se requiere que estas dos fuerzas sean iguales, esto es:

$$F_y A_s = 0.85f'_c b_e a$$

por ello la profundidad de la zona en compresión del concreto es:

$$a = \frac{F_y A_s}{0.85f'_c b_e} \tag{10.7}$$

El eje neutro se encontrará en el concreto si:

$$F_y A_s \leq 0.85f'_c b_e t_s \tag{10.8}$$

La capacidad de momento plástico se obtiene tomando el momento de las fuerzas resultantes con respecto al punto A, que se encuentra en la parte superior de la viga de acero.

$$M_p = \frac{F_y A_s d}{2} + 0.85f'_c b_e a \left(t_s - \frac{a}{2} \right) \tag{10.9}$$

El eje neutro se encuentra en el patín superior [Fig. 10.5(c)]

La fuerza resultante en el concreto es $0.85f'_c b_e t_s$ y la cantidad correspondiente en la viga de acero es $F_y A_s - 2F_y b_f y_p$, en donde y_p es la distancia de la parte superior del patín hasta el eje neutro. Por equilibrio de fuerzas:

$$0.85f'_c b_e t_s = F_y A_s - 2F_y b_f y_p$$

de donde:

$$y_p = \frac{F_y A_s - 0.85f'_c b_e t_s}{2F_y b_f} \tag{10.10}$$

El eje neutro permanecerá en el patín si $0 \leq y_p \leq t_f$, esto es:

$$0.85f'_c b_e t_s \leq F_y A_s \leq 0.85f'_c b_e t_s + 2F_y b_f t_f \tag{10.11}$$

Tomando momentos con respecto al punto A:

$$M_p = 0.85f'_c b_e t_s \left(y_p + \frac{t_s}{2} \right) + 2F_y b_f y_p \left(\frac{y_p}{2} \right) + F_y A_s \left(\frac{d}{2} - y_p \right) \tag{10.12}$$

Eje neutro en el alma [Fig. 10.5(d)]

Equilibrio de fuerzas:

$$0.85f'_c b_e t_s + 2F_y b_f t_f + 2F_y t_w (y_p - t_f) = F_y A_s$$

de donde:

$$y_p = t_f + \frac{A_s}{2t_w} - \frac{b_f t_f}{t_w} - \frac{0.85f'_c b_e t_s}{2F_y t_w} \quad (10.13)$$

Momento de equilibrio con respecto al punto A:

$$M_p = 0.85f'_c b_e t_s \left(y_p + \frac{t_s}{2} \right) + 2F_y b_f t_f \left(y_p - \frac{t_f}{2} \right) + F_y t_w (y_p - t_f)^2 + F_y A_s \left(\frac{d}{2} - y_p \right) \quad (10.14)$$

Ejemplo 10.2

Seleccione una viga de patín ancho para resistir un momento flexionante último de $1.7 \times 20,000$ kip-in. Utilice la teoría plástica (éste es el mismo problema del Ejemplo 10.1, pero la capacidad requerida de momento se multiplica por 1.7, factor de carga utilizado en la parte 2 del AISC). Utilice $b_e = 90$ in, $t_s = 6$ in, $f'_c = 3$ ksi y $F_y = 50$ ksi.

Solución

A. Diseño preliminar:

Módulo de sección plástico requerido en el diseño simple:

$$Z_x = \frac{M}{F_y} = \frac{1.7 \times 20,000}{50} = 680 \text{ in}^3$$

Se necesita una W 36 \times 182, $Z_x = 718 \text{ in}^3$.Puesto que en el diseño elástico se necesitó una W 36 \times 135, pruebe con una W 33 \times 130 para el diseño plástico.B. Capacidad de momento plástico de una sección W 33 \times 130:

$$A_s = 38.3 \text{ in}^2 \quad t_f = 0.855 \text{ in.}$$

$$d = 33.09 \text{ in.} \quad b_f = 11.51 \text{ in.}$$

$$A_s F_y = 38.3 \times 50 = 1915 \text{ kips}$$

$$b_e = 90 \text{ in.}$$

$$t_s = 6 \text{ in.}$$

$$f'_c = 3 \text{ ksi}$$

$$0.85f'_c b_e t_s = 0.85 \times 3 \times 90 \times 6 = 1377 \text{ kips}$$

Puesto que $A_s F_y > 0.85f'_c b_e t_s$, el eje neutro se encuentra en el acero.

$$0.85f'_c b_e t_s + 2F_y b_f t_f = 1377 + 2 \times 50 \times 11.51 \times 0.855 = 2361 \text{ kips} > 1915 \text{ kips}$$

Por ello el eje neutro está en el patín.

De la ecuación (10.10), la ubicación del eje neutro plástico es:

$$y_p = \frac{F_y A_s - 0.85f'_c b_e t_s}{2F_y b_f} = \frac{1915 - 1377}{2 \times 50 \times 11.51} = 0.467 \text{ in.} < t_f$$

De la ecuación (10.12), el momento plástico es:

$$M_p = 0.85f'_c b_e t_s \left(y_p + \frac{t_s}{2} \right) + 2F_y b_f y_p \left(\frac{y_p}{2} \right) + F_y A_s \left(\frac{d}{2} - y_p \right) = 35,689 \text{ kip-in.}$$

Puesto que $35,689 > 34,000$, la sección W 33 \times 130 es correcta. Utilícese una W 33 \times 130.

Ejemplo 10.3

Determine la capacidad de momento elástico y plástico de una viga compuesta con la sección transversal que se muestra en la figura 10.6. $F_y = 36$ ksi.

Solución

A. Momento límite elástico:

Propiedades de la sección transformada: suponga que el eje neutro elástico se encuentra en el acero.

$$y = \frac{6 \times (81/9)(3 + 23.73 + 1) + 20.1(23.73/2 + 1) + 8 \times 1 \times 0.5}{6(81/9) + 20.1 + 8 \times 1} = 21.44 \text{ in.}$$

Puesto que $y = 21.44 \text{ in} < d + 1 = 24.73 \text{ in}$, el eje neutro se encuentra en el acero, por lo que participa la losa transformada completa.

$$I_r = \frac{(81/9) \times 6^3}{12} + \left(\frac{81}{9} \right) (6)(24.73 + 3 - y)^2 + 1830 + 20.1 \left(y - 1 - \frac{23.73}{2} \right)^2 + 8 \times 1 (y - 0.5)^2 + \frac{8 \times 1^3}{12} = 9115 \text{ in}^4$$

$$f_s = 0.66F_y = \frac{My}{I_r} \leftarrow \text{rige el esfuerzo en el acero}$$

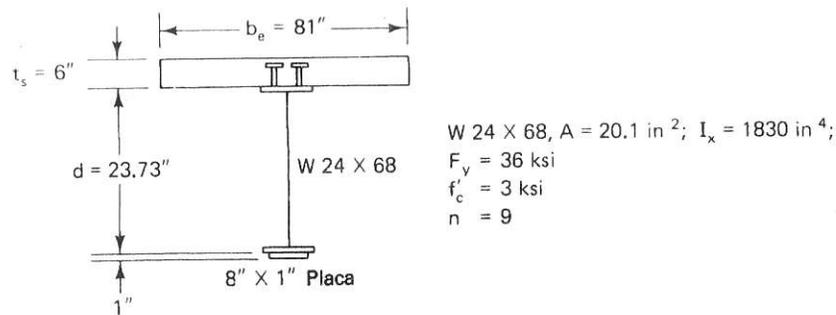
$$M = 0.66F_y \frac{I_r}{y} = 0.66 \times 36 \times \frac{9115}{21.44} = 10,103 \text{ kip-in.}$$

$$f_c = 0.45f'_c = \frac{M(1 + 23.73 + 6 - y)}{I_t n} \leftarrow \text{rige el esfuerzo en el concreto}$$

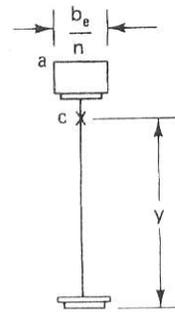
$$M = \frac{0.45 \times 3 \times I_t \times 9}{1 + 23.73 + 6 - y} = 11,918 \text{ kip-in.}$$

$$M_{\text{elastico}} = 10,103 \text{ kip-in.}$$

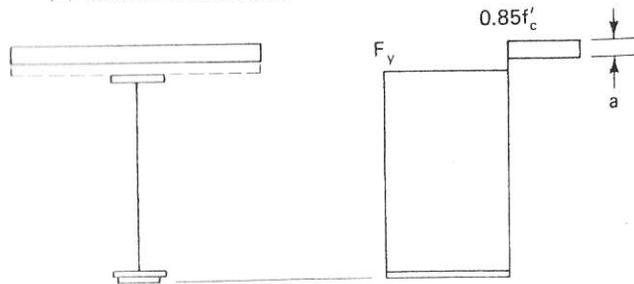
Figura 10.6 Datos del ejemplo 10.3: (a) propiedades de la sección transversal; (b) sección transformada; (c) sección plástica.



(a) Propiedades de la sección transversal



(b) Sección transformada



(c) Sección plástica

B. Momento límite plástico:

Capacidad de la losa:

$$F_c = 0.85f'_c b_e t_s = 0.85 \times 3 \times 81 \times 6 = 1239.3 \text{ kips}$$

Capacidad del acero:

$$F_s = F_y (A_{WF} + A_{CP}) = 36(20.1 + 8) = 1011.6 \text{ kips}$$

Puesto que $F_c > F_s$, el eje neutro plástico se encuentra en la losa de concreto.

Localización del eje neutro:

$$F_s = 0.85f'_c b_e a$$

$$a = \frac{1011.6}{0.85 \times 3 \times 81} = 4.90 \text{ in bajo el techo superior de la losa}$$

$$M_p = (0.85f'_c b_e a) \left(t_s - \frac{a}{2} \right) + \left[20.1 \times \frac{23.73}{2} + 8(23.73 + 0.5) \right] F_s$$

Relación del momento de fluencia con el momento plástico (nota: factor de seguridad = 5/3):

$$\frac{(5/3)(10,103)}{19,156} = 0.88$$

10.3 DISEÑO DE VIGAS COMPUESTAS

1. Construcción apuntalada y sin apuntalar

Durante la construcción, la viga de acero debe soportar por sí misma el peso del concreto fresco, la cimbra, el personal y el equipo de construcción así como su peso propio. Después de que se endurece el concreto, la viga soporta la carga viva con una acción compuesta acero-concreto. De aquí que el esfuerzo actuante en el patín inferior de la viga de acero es:

$$f_b = \frac{M_D}{S_s} + \frac{M_L}{S_t} \quad (10.15)$$

en la que M_D y M_L son los momentos producidos por las cargas de construcción y la carga viva, respectivamente, S_s es el módulo de sección elástico de la viga de acero y:

$$S_t = \frac{I_t}{y} \quad (10.16)$$

es el módulo de sección elástico de la viga compuesta transformada. El diseñador debe asegurar que la viga de acero no se sobreesfuerce durante la construcción. Existen dos maneras de resolver este problema.

La primera es una medida constructiva. Se colocan y mantienen en su lugar apuntalamientos temporales hasta que el concreto alcanza el 75 por ciento de su resistencia final. Por ejemplo, con cuatro apuntalamientos temporales (Fig. 10.7) los esfuerzos de carga muerta son despreciables y, al retirarse los apuntalamientos, la viga compuesta soporta tanto la carga muerta como la carga viva.

Con frecuencia los apuntalamientos son inadecuados y costosos. En ese caso los esfuerzos por carga muerta se deben mantener por debajo del punto de fluencia. En la sección 1.11.2 del AISC esto se logra asegurando que:

$$S_t \leq \left(1.35 + 0.35 \frac{M_L}{M_D} \right) S_s \quad (10.17)$$

Además, el método de diseño estipula que:

$$S_t \leq \frac{M_D + M_L}{F_b} \quad (10.18)$$

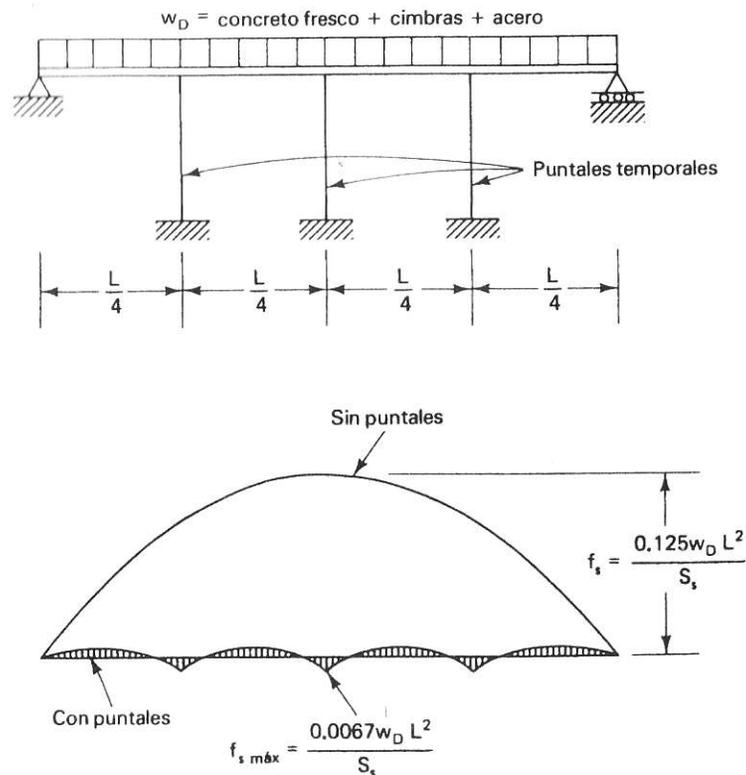


Figura 10.7 Efecto de los apuntalamientos temporales.

en donde F_b es el esfuerzo de flexión permisible, $F_b = 0.66 F_y$. De la ecuación (10.17):

$$S_t = S_s \left(1.35 + 0.35 \frac{M_L}{M_D} \right) = \frac{S_s}{M_D} [M_D + 0.35 (M_D + M_L)]$$

De la ecuación (10.18), observando que $F_b = 0.66 F_y$, obtenemos:

$$M_L = 0.66 F_y S_t - M_D$$

de la cual, después de sustituir, obtenemos:

$$\frac{M_D}{S_s} = \frac{M_D}{S_t} + 0.35 \times 0.66 F_y \quad (10.19)$$

El esfuerzo actuante f_b [Ecuación (10.15)] es:

$$f_{b \text{ actuante}} = \frac{M_D}{S_s} + \frac{M_L}{S_s} = \frac{M_D}{S_t} + 0.35 \times 0.66 F_y + \frac{M_L}{S_t}$$

o:

$$f_{b \text{ actuante}} = \frac{M_D + M_L}{S_t} + 0.35 (0.66 F_y) \quad (10.20)$$

Sin embargo, el primer término a la derecha del signo de igualdad en la ecuación (10.20) es el esfuerzo permisible del AISC, $F_b = 0.66 F_y$ y por lo tanto:

$$f_{b \text{ actuante}} = 0.66 F_y (1 + 0.35) = 0.89 F_y < F_y \quad (10.21)$$

En esta forma, el cumplir con la ecuación (10.17) garantiza que el esfuerzo actuante nunca excederá $0.89 F_y$, aunque no haya apuntalamiento y el esfuerzo se calcula como si la viga estuviera apuntalada. Este sobreesfuerzo es tolerable debido a la resistencia plástica de la viga compuesta.

2. Ancho efectivo

La distribución real de esfuerzos en la viga no es uniforme debido a la concentración de cortante. El esfuerzo es más alto sobre las vigas de acero y es más bajo entre las vigas (Fig. 10.8). Para evitar cálculos complicados, se utiliza un esfuerzo uniforme equivalente en el ancho efectivo b_e . En la sección 1.11.1 del AISC se establece el ancho efectivo como sigue:

Cuando la losa se extiende a ambos lados de la viga:

$$b_e = \min \left(\frac{L}{4}, s, 16t_s + b_f \right) \quad (10.22)$$

Cuando la losa se proyecta sólo en un lado (esto es, en el borde de un piso):

$$b_e = \min \left(b_f + \frac{L}{12}, \frac{s}{2} + \frac{b_f}{2}, 6t_s + \frac{b_f}{2} \right) \quad (10.23)$$

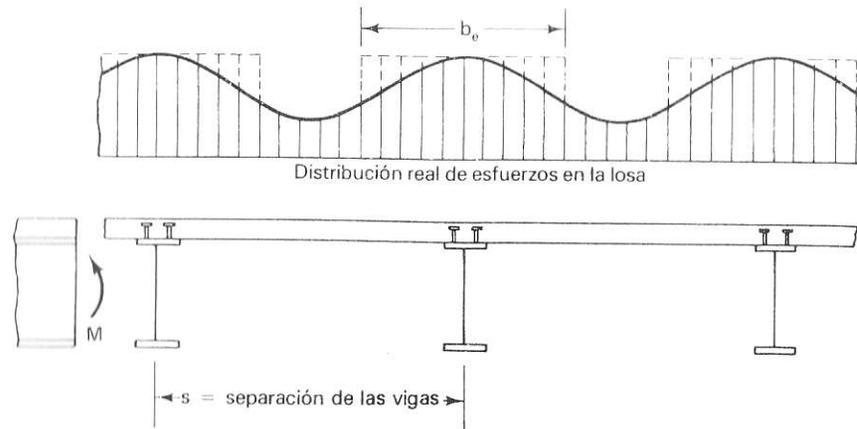


Figura 10.8 Ilustración de la concentración de cortante y ancho efectivo.

en las que L es el claro, s la separación de las vigas, b_f el ancho del patín de la viga de acero y t_s el espesor de la losa.

Las reglas del ancho efectivo de la especificación DFCR reflejan las nuevas investigaciones y omiten la tercera condición en las ecuaciones (10.22) y (10.23).

3. Diseño de los conectores de cortante

La resistencia individual de los concretos de cortante se ha determinado por medio de pruebas y en la tabla 1.11.4 del AISCS se relacionan las capacidades permisibles. Estos son los valores últimos divididos entre un factor de seguridad de 2.0.

La cantidad de conectores de cortante que se requieren se determina con el diseño plástico del AISCS. Los conectores de cortante son dúctiles y cuando un conector alcanza su carga de fluencia continuará manteniendo su carga aun cuando se deforme plásticamente. Por este motivo bajo carga estática se pueden separar los conectores de cortante uniformemente entre los puntos de momento máximo y el de momento cero. Bajo cargas del tipo de fatiga, como en un puente, los conectores de cortante se deben separar de acuerdo con la variación del diagrama de cortante.

La cantidad de conectores de cortante entre los puntos de momento máximo y de momento cero se obtiene en el AISCS como sigue:

Capacidad de un conector:

$$q_u = 2q_a \quad (10.24)$$

donde q_a es valor permisible de la tabla 1.11.4 del AISCS.

Número de conectores requeridos:

$$n = \frac{F}{q_u} \quad (10.25)$$

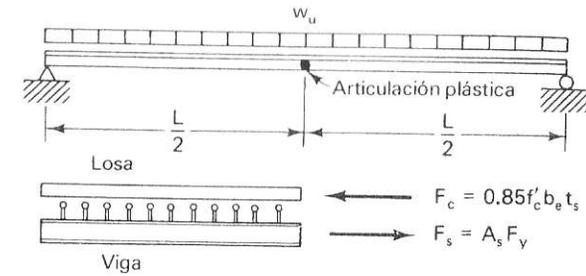


Figura 10.9 Falla de los conectores de cortante.

donde conservadoramente (véase la Fig. 10.9):

$$F = \min(0.85f'_c b_e t_s, A_s F_y) \quad (10.26)$$

4. Consideraciones adicionales de diseño

En la sección 1.11, el AISCS trata los temas siguientes que no se estudian aquí, pero que son fáciles de seguir a partir de la información que se proporciona en el AISCS.

1. Cantidad de conectores de cortante necesarios si hay cargas concentradas entre el punto de momento máximo y el de momento cero.
2. Diseño de vigas compuestas si existen menos conectores de cortante que la cantidad necesaria para una conexión completa por cortante.
3. Diseño de vigas compuestas cuando los conectores de cortante se colocan a través de una cubierta de acero en el patín superior de la viga.
4. Separaciones máxima y mínima de los conectores.

10.4 COLUMNAS COMPUESTAS

El artículo "Specifications for the Design of Steel-Concrete Composite Columns" del Task Group 20 of the Structural Stability Research Council (*AISC Engineering Journal*, 4th Quarter, 1979) establece criterios para diseñar columnas compuestas. Se recomiendan las fórmulas para columnas del AISCS (Sección 1.5.1.3) con la diferencia de que E y F_y se sustituyen por los valores modificados E_m y F_{ym} como sigue:

En tubos cilíndricos o rectangulares rellenos de concreto

$$F_{ym} = F_{ys} + \frac{0.85f'_c A_c}{A_s} \quad (10.27)$$

$$E_m = E_s + \frac{0.4E_c A_c}{A_s} \quad (10.28)$$

$$r = r_s \quad (10.29)$$

Para perfiles embebidos en concreto:

$$F_{ym} = F_{ys} + \frac{0.6f'_c A_c}{A_s} \quad (10.30)$$

$$E_m = E_s + \frac{0.2E_c A_c}{A_s} \quad (10.31)$$

$$r = (r_s, 0.3h_2) \text{ máx} \quad (10.32)$$

Los términos de estas ecuaciones son los siguientes:

F_{ys} = esfuerzo de fluencia del acero, ksi; si $F_{ys} > 55$ ksi, utilice $F_{ys} = 55$ ksi

f'_c = resistencia a compresión del concreto, ksi

A_c = área de concreto

A_s = área de acero

E_s = módulo de elasticidad del acero, $E_s = 29,000$ ksi

E_c = módulo de elasticidad del concreto

$$E_c = 57\sqrt{1000f'_c} \quad (10.33)$$

r = radio de giro

r_s = radio de giro de sección de acero

h_2 = dimensión perpendicular a la dirección del pandeo del concreto rectangular envolvente

El diseño de las columnas compuestas se ilustra en los dos ejemplos siguientes.

Ejemplo 10.4

Determine la capacidad permisible de un tubo de acero de $6 \times 6 \times 3/16$ relleno de concreto. $F_y = 36$ ksi, $f'_c = 3$ ksi y $L = 14'-0''$.

Solución

Del AISCM: $A_s = 4.24 \text{ in.}^2$; $r_s = 2.35 \text{ in.}$

$$\text{Área de concreto: } A_c = \left(6 - 2 \times \frac{3}{16}\right)^2 = 31.64 \text{ in.}^2$$

$$\text{Ec. (10.33): } E_c = 57\sqrt{1000 \times 3} = 3122 \text{ ksi}$$

$$\text{Ec. (10.27): } F_{ym} = 36 + 0.85 \times 3 \times \frac{31.64}{4.24} = 55.0 \text{ ksi}$$

$$\text{Ec. (10.28): } E_m = 29,000 + 0.4 \times 3122 \times \frac{31.64}{4.24} = 38,319 \text{ ksi}$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E_m}{F_{ym}}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 \times 38,319}{55.03}} = 117$$

$$\frac{L}{r_s} = 14 \times \frac{12}{2.35} = 71.49$$

$$\frac{L/r_s}{C_c} = \frac{71.49}{117} = 0.610$$

AISCS Tabla 4: $C_a = 0.436$

Esfuerzo permisible: $F_a = C_a F_{ym} = 0.436 \times 55 = 23.98 \text{ ksi}$

Carga permisible: $P = A_s F_a = 4.24 \times 23.98 = 101.7 \text{ kips}$

La capacidad permisible es $P = 102 \text{ kips}$.

Ejemplo 10.5

Determine la capacidad de una columna $W 8 \times 31$, con pandeo alrededor del eje menor y una longitud efectiva de $0.85L$. El recubrimiento de concreto es de $10 \text{ in} \times 10 \text{ in}$, $F_y = 50 \text{ ksi}$, $f'_c = 4 \text{ ksi}$ y $L = 15'-0''$.

Solución

Del AISCM: $A_s = 9.13 \text{ in.}^2$; $r_s = 2.02 \text{ in.}$

Área de concreto: $A_c = 10 \times 10 - 9.13 = 90.87 \text{ in.}^2$

$$\text{Ec. (10.33): } E_c = 57\sqrt{1000 \times 4} = 3605 \text{ ksi}$$

$$\text{Ec. (10.30): } F_{ym} = 50 + 0.6 \times 4 \times \frac{90.87}{9.13} = 73.9 \text{ ksi}$$

$$\text{Ec. (10.31): } E_m = 29,000 + 0.2 \times 3605 \times \frac{90.87}{9.13} = 36,176 \text{ ksi}$$

$$\text{Ec. (10.32): } h_2 = 10 \text{ in.}; 0.3h_2 = 3 \text{ in.} > 2.02; \text{ use } r_s = 3 \text{ in.}$$

$$\frac{KL}{r_s} = \frac{0.85 \times 15 \times 12}{3} = 51$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E_m}{F_{ym}}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 \times 36,176}{73.9}} = 98.31$$

$$\frac{KL/r_s}{C_c} = 0.519$$

AISCS Tabla: $C_a = 0.469$

Esfuerzo permisible: $F_a = C_a F_{ym} = 0.469 \times 73.9 = 34.66 \text{ ksi}$

Carga permisible: $P = A_s F_a = 9.13 \times 34.66 = 316 \text{ kips}$

La capacidad es $P = 316 \text{ kips}$.

10.6 EJEMPLOS DE DISEÑO DE VIGAS COMPUESTAS

Ejemplo 10.6

Diseñe una viga compuesta simplemente apoyada, de acuerdo con la sección 1.11 del AISC. Datos:

Separación de vigas: 10'-0"

Claro: 40'-0"

Espesor de losa: $t_s = 5$ in

$f'_c = 3$ ksi $n = 9$

$F_y = 36$ ksi

Conectores con cabeza de $\frac{3}{4}$ in de ϕ

Carga muerta superpuesta (particiones, protección contra el fuego): 10 psf

Carga viva: 50 psf (carga de oficina)

Construcción sin apuntalamiento

Deflexión máxima por carga viva: $\frac{\text{claro}}{360}$

Relación de peralte/claro total $> \frac{1}{24}$

Costo de los conectores: \$1/conector

Costo de acero: \$0.50/lb

La cimbra proporciona arriostamiento lateral durante la construcción.

Solución

Carga muerta:

$$\text{Concreto: } \frac{5}{12} \times 150 \text{ pcf} = 62.5 \text{ psf}$$

$$\begin{aligned} \text{Carga superpuesta} &= 10 \text{ psf} \\ &72.5 \text{ psf} \end{aligned}$$

Carga viva:

Reducción de carga viva, ANSI A58.1-82:

$$L = L_0 \left(0.25 + \frac{15}{\sqrt{A_I}} \right)$$

$$L_0 = 50 \text{ psf}$$

$A_I =$ área de influencia = $2A_T$ para vigas

$$A_I = \text{área tributaria} = 40 \times 10 = 400 \text{ ft}^2$$

$$L_n = 50 \left(0.25 + \frac{15}{\sqrt{2 \times 400}} \right) = 39 \text{ psf}$$

Ejemplos de diseño de vigas compuestas

Carga de diseño:

$$\begin{aligned} w &= 10 \text{ ft} \times \frac{72.5 + 39}{1000} + 0.075 \text{ (peso estimado de la viga)} \\ &= 1.19 \text{ klf} \end{aligned}$$

Carga de construcción:

Concreto + cimbra + obreros + viga de acero

$$\frac{10(62.5 + 20)}{1000} + 0.075 = 0.900 \text{ klf}$$

20 psf: peso estimado de la cimbra y los obreros

Momento de diseño:

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{1.19 \times 40^2 \times 12}{8} = 2856 \text{ kip-in.}$$

Diseño de la viga requerida sin considerar acción compuesta:

$$S_{\text{req}} = \frac{M}{0.66F_y} = \frac{2856}{0.66 \times 36} = 120 \text{ in}^3$$

se necesita W 21 \times 62, $S_x = 127 \text{ in}^3$

Por diseño compuesto, pruebe con W 21 \times 50.

$$\frac{\text{peralte}}{\text{claro}} = \frac{21 + 5}{480} = \frac{1}{18.5} > \frac{1}{24} \quad \text{Correcto}$$

Datos:

$$A_s = 14.7 \text{ in}^2 \quad I_s = 984 \text{ in}^4$$

$$d = 20.83 \text{ in.}$$

$$b_f = 6.53 \text{ in.}$$

$$t_f = 0.535 \text{ in.}$$

$$b_e = \min \left(\frac{L}{4}, s, 16t_s + b_f \right) = \min (120 \text{ in.}, 120 \text{ in.}, 86.53 \text{ in.})$$

$$b_e = 86.53 \text{ in.}$$

$$A_s d = 14.7 \times 20.83 = 306 \text{ in}^3$$

$$\frac{I_s^2 b_e}{n} = 5^2 \times \frac{86.53}{9} = 240 \text{ in}^3 < 306$$

El eje neutro se encuentra en el acero.

$$y = \frac{0.5A_s d + (t_s b_e / n)(d + 0.5t_s)}{A_s + t_s b_e / n} = 20.31 \text{ in.} < 20.83 \text{ in.} \quad \text{Correcto}$$

$$I_t = I_s + A_s \left(y - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{b_e t_s^3}{12n} + \frac{b_e t_s}{n} \left(d + \frac{t_s}{2} - y \right)^2 = 2962 \text{ in}^4$$

Esfuerzos en el patín inferior de acero:

$$f_s = \frac{My}{I_t} = \frac{2856 \times 20.31}{2962} = 19.58 \text{ ksi} < 0.66 F_y = 23.75 \text{ ksi}$$

Esfuerzos en la fibra superior de la losa:

$$f_c = \frac{M(d + t_s - y)}{I_n} = \frac{2856(20.83 + 5 - 20.31)}{2962 \times 9} = 0.592 \text{ ksi}$$

Revisión de la condición de construcción:

$$S_s = 94.5 \text{ in.}^3$$

$$S_t = \frac{I_t}{y} = \frac{2962}{20.31} = 145.8 \text{ in.}^3$$

$$w_D = 0.900 \text{ kip/ft}$$

$$w_L = 10 \times \frac{39}{1000} = 0.39 \text{ kip/ft}$$

$$\frac{M_L}{M_D} = \frac{w_L}{w_D} = \frac{0.39}{0.900} = 0.433$$

Ecuación (10.17) [Ecuación((1.11-2) del AISC):

$$\left(1.35 + 0.35 \frac{M_L}{M_D}\right) S_s = (1.35 + 0.35 \times 0.433) \times 94.5 = 141.9 \text{ in.}^3$$

$$S_t = 145.8 \text{ in.}^3 \cong 141.9 \text{ in.}^3 \quad (\text{dentro del } 2.7\%, \text{ correcto})$$

Deflexión por carga viva:

$$w_L = 0.39 \text{ kip/ft}$$

$$\Delta = \frac{5w_L L^4}{384EI_t} = \frac{5 \times (0.39/12)(40 \times 12)^4}{384 \times 29,000 \times 2962} = 0.262 \text{ in.}$$

$$\frac{\text{claro}}{360} = \frac{480}{360} = 1.33 \text{ in.} > 0.262$$

La deflexión es adecuada.

Utilice una W 21 × 50.

Cantidad necesaria de conectores: n

$\frac{3}{4}$ -in ϕ conectores

AISC, Tabla 1.11.4: $q_a = 11.5 \text{ kips}$

Capacidad última: $q_n = 2 \times 11.5 = 23.0 \text{ kips}$

$0.85f'_c b_e t_s = 0.85 \times 3 \times 86.53 \times 5 = 1103 \text{ kips}$

$A_s F_y = 14.7 \times 36 = 529.2 \text{ kips}$

$$n = \frac{529.2}{23} = 23; \text{ utilizar } 24 \text{ en cada mitad del claro}$$

Separación de los conectores, s : utilice dos conectores por sitio en el patín

$$s = \frac{20 \times 12}{24} = 10 \text{ in.}$$

Separación mínima permisible: $6 \times 0.75 = 4.5 \text{ in.} < 10 \text{ in.}$ Correcto

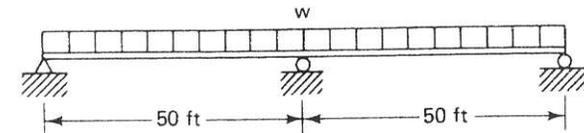
Separación máxima permisible: $8 \times 5 = 40 \text{ in.} > 10 \text{ in.}$ Correcto

Costo:

$$\begin{array}{rcl} \text{Viga: } & 40 \times 50 \times 0.5 & = \$1000 \\ \text{Conectores: } & 48 \times 1 & = \underline{48} \\ & & \$1048 \end{array}$$

Ejemplo 10.7

Diseñe una viga compuesta de dos claros utilizando la sección 1.11 del AISC y el método de diseño por factor de carga y resistencia. Abajo se proporcionan los datos de diseño. Se supone que la carga viva siempre actuará en forma simultánea en ambos claros.



Espesor de losa: 6 in

$f'_c = 3 \text{ ksi}$ $n = 9$

$F_y = 50 \text{ ksi}$

Separación de vigas: 10'-0"

Carga muerta superpuesta: 15 psf

Carga viva: 100 psf

Carga de construcción: 25 psf

Construcción sin apuntalar

Conectores de cortante de $\frac{3}{4}$ in de ϕ

Solución

A. *Sección 1.11 del AISC*: El comportamiento de sección compuesta se restringe a la región de momento positivo donde la losa está en compresión. En la región de momento negativo la losa se encuentra en tensión y solamente la viga de acero resiste la flexión. En la región de momento positivo la rigidez de flexión es EI_t y en la región de momento negativo es EI_s . Por este motivo la viga es un miembro de rigidez variable y esto se debe considerar en el análisis estructural.

En la figura 10.10(b) se muestra el diagrama de momento de la viga no uniforme. El momento central redundante M_c se determina haciendo $\theta_1 = \theta_2$ [véanse las Figs. 10.10(c) a (f)].

Según el teorema de las áreas de momentos:

$$\theta = \frac{1}{L} \left[\int_0^{aL} x \left(\frac{M_x}{EI_t} \right) dx + \int_{aL}^L x \left(\frac{M_x}{EI_s} \right) dx \right]$$

Para la carga distribuida:

$$M_x = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2} \quad [\text{Fig. 10.10(c) y (d)}]$$

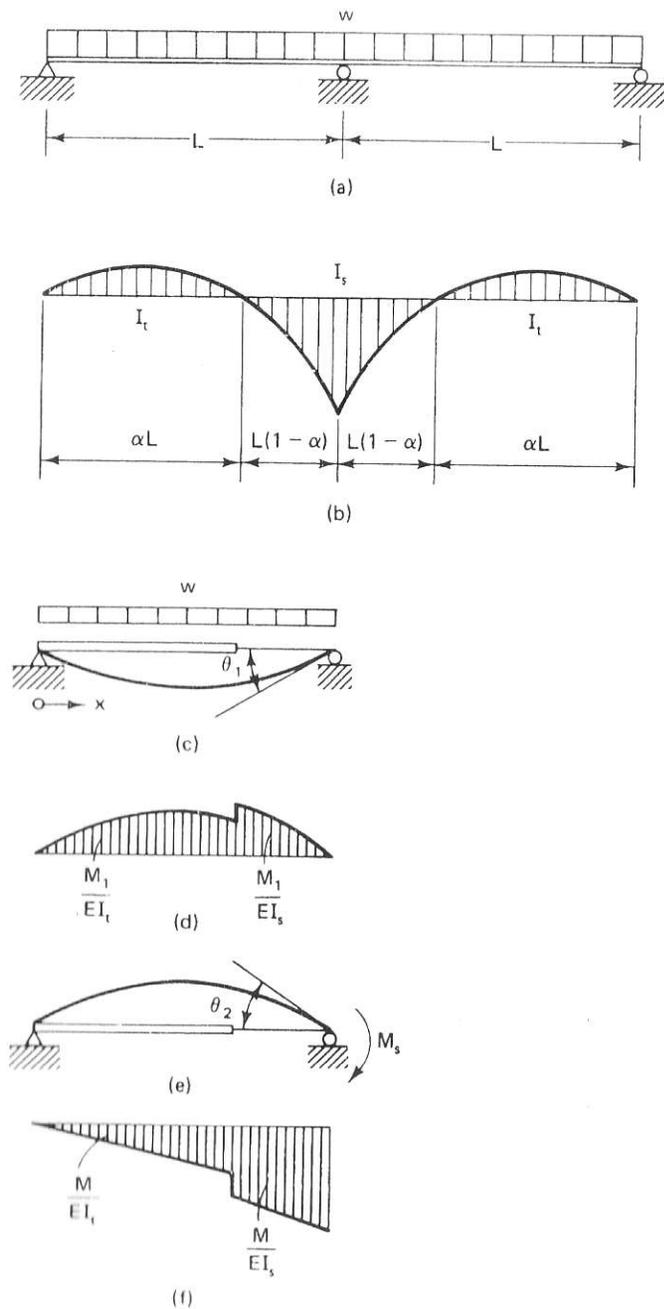


Figura 10.10 Análisis elástico de una viga no uniforme.

Para los momentos de extremo:

$$M_s = \frac{M_s x}{L} \quad [\text{Fig. 10.10(e) y (f)}]$$

Después de realizar la integración y arreglar los términos, tenemos:

$$\theta_1 = \frac{wL^3}{24EI_t} \left[4\alpha^3 - 3\alpha^4 + \frac{I_t}{I_s} (1 - 4\alpha^3 + 3\alpha^4) \right]$$

$$\theta_2 = \frac{M_s L}{3EI_t} \left[\alpha^3 + \frac{I_t}{I_s} (1 - \alpha^3) \right]$$

Cuando $I_t = I_s = I$, $\theta_1 = wL^3/24EI$ y $\theta_2 = M_s L/3EI$, lo que confirma la derivación. Haciendo $\theta_1 = \theta_2$ y resolviendo para el momento desconocido M_s , se obtiene:

$$M_s = \frac{wL^2}{8} \left[\frac{4\alpha^3 - 3\alpha^4 + (I_t/I_s)(1 - 4\alpha^3 + 3\alpha^4)}{\alpha^3 + (I_t/I_s)(1 - \alpha^3)} \right] \quad (10.34)$$

La ubicación del punto de momento cero se determina haciendo:

$$M_x = 0 = \left(\frac{wL}{2} \right) \alpha L - \frac{w}{2} (\alpha L)^2 - M_s \alpha$$

de donde:

$$\alpha = 1 - \frac{2M_s}{wL^2} \quad (10.35)$$

El menor valor de α se presenta cuando $I_s = I_t = I$ cuando $M_s = wL^2/8$, de modo que $\alpha > 0.75$.

La mejor forma de resolver para M_s es por iteración en una calculadora programable o en una microcomputadora, utilizando el diagrama de flujo 10.1.

Regresando ahora al ejemplo 10.7:

Carga muerta:

$$\text{Losa: } \frac{6}{12} \times 150 = 75 \text{ psf}$$

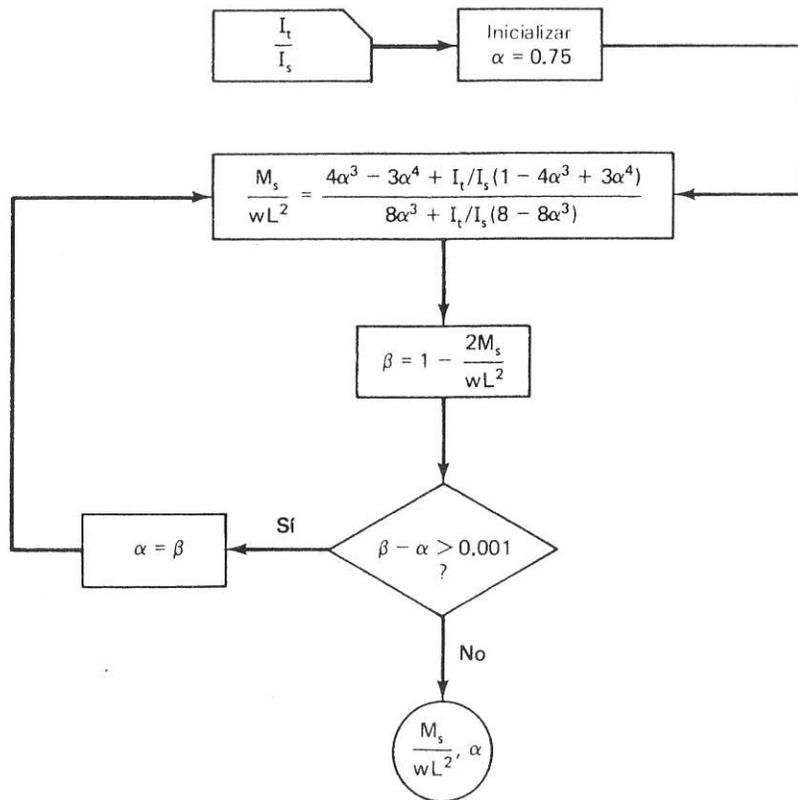
$$\text{Carga superpuesta} = 15 \text{ psf}$$

$$w_D = \frac{10 \times (75 + 15) + 100}{1000}$$

$$= 1.30 \text{ kip/ft}$$

$$100 \text{ plf} = \text{peso supuesto de la viga}$$

Diagrama de flujo 10.1

Resolviendo para M_s/wL^2 y α 

Carga viva:

$$w_L = 10 \times \frac{100}{1000} = 1.00 \text{ kip/ft}$$

Carga de construcción:

$$w_c = 10(75 + 25) = 1.00 \text{ kip/ft}$$

Sección de tanteo:

$$(M_s)_{\text{máx}} = \frac{wL^2}{8} = \frac{2 \times 50^2 \times 12}{8} = 7500 \text{ kip-in.}$$

$$S_{\text{req}} = \frac{M_s}{0.66F_y} = \frac{7500}{0.66 \times 50} = 227 \text{ in}^3$$

Se necesitaría una W 27 × 94, $S_x = 243 \text{ in}^3$. Puesto que el momento real será menor, pruebe una W 24 × 68.

Ancho efectivo [ecuación (10.22)]

$$b_f = 8.965 \text{ in.}$$

$$b_e = \min\left(\frac{50 \times 12}{4}, 120, 16 \times 6 + 8.965\right) = 105 \text{ in.}$$

Propiedades de la sección: suponga que el eje neutro elástico se encuentra en la viga de acero.

Para W 24 × 68:

$$A_s = 20.1 \text{ in}^2; d = 23.73 \text{ in.}$$

De la ecuación (10.1), para $t_s = 6 \text{ in}; n = 9$:

$$y = \frac{0.5A_s d + (t_s b_e / n)(d + 0.5t_s)}{A_s + t_s b_e / n} = 23.41 < 23.73 \text{ in.} \quad \text{Correcto}$$

De la ecuación (10.2), para $I_s = 1830 \text{ in}^4$:

$$I_t = I_s + A_s \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + \frac{b_e t_s^3}{12n} + \frac{b_e t_s}{n} \left(d + \frac{t_s}{2} - y\right)^2 = 5491 \text{ in}^4$$

$$\frac{I_t}{I_s} = \frac{5491}{1830} = 3.00$$

De los cálculos que siguen al diagrama de flujo 10.1:

$$M_s = 0.0857wL^2 \quad \text{y} \quad \alpha = 0.829$$

El momento positivo máximo es:

$$M_{\text{pos.}} = \frac{w(0.829L)^2}{8} = 0.0859 wL^2$$

Siguiendo la sección 1.5.1.4 del AISC, se puede reducir el momento negativo en un 10 por ciento si el momento positivo se incrementa en forma apropiada. De aquí que los momentos de diseño son:

Momento negativo:

$$M_s = 0.0857 \times 0.9 \times 2 \times 50^2 \times 12 = 4628 \text{ in kip}$$

$$f_b = \frac{M_s}{S_x} = \frac{4628}{154} = 30.05 \text{ ksi} < 0.66F_y = 33 \text{ ksi} \quad \text{Correcto}$$

Momento positivo:

$$M_{\text{pos.}} = 0.0859wL^2 + 0.1 \times 0.5 \times 0.0857wL^2 = 5411 \text{ in kip}$$

$$f_{bs} = \frac{M_y}{I_x} = \frac{5411 \times 23.41}{5491} = 23.07 \text{ ksi} < 33 \text{ ksi} \quad \text{Correcto}$$

$$f_{bc} = \frac{M(d + t_s - y)}{I_x n} = \frac{5411(23.73 + 6 - 23.41)}{5491 \times 9} = 0.69 \text{ ksi} \quad \text{Correcto}$$

Como ejercicio se deja al estudiante demostrar que no será satisfactoria una W24 \times 62. Revisión de los esfuerzos de construcción: ecuación 10.17:

$$\left(1.35 + 0.35 \frac{M_L}{M_D}\right) S_x = 262 \text{ in}^3 > S_r = \frac{I_x}{y} = 234 \text{ in}^3 \quad \text{Correcto}$$

Utilícese W24 \times 68

Diseño de los conectores de cortante: Sólo se requieren conectores de cortante en la región de momento positivo de longitud $\alpha L = 0.829 \times 50 \times 12 = 497$ in.

$$A_s F_y = 20.1 \times 50 = 1005 \text{ kips}$$

$$0.85 f'_c b_e t_s = 1606 \text{ kips}$$

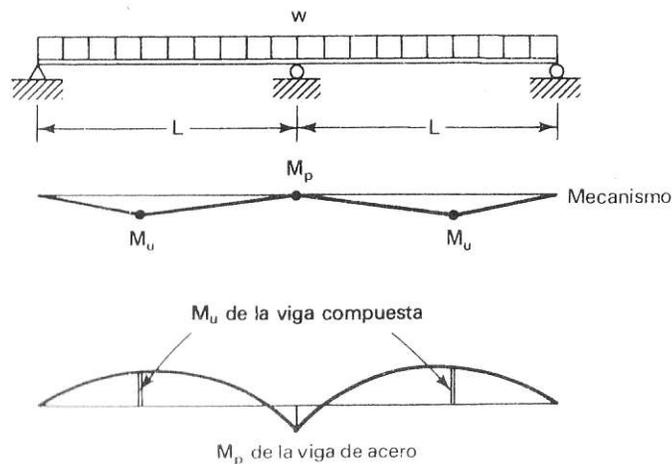
q_u para conectores de $\frac{3}{4}$ in de ϕ :

$$\text{Número de conectores de cortante: } n = \frac{1005}{23} = 44$$

$$\text{Cantidad total de conectores de cortante: } 2 \times 2 \times 44 = 176$$

B. **Diseño por el DFCR:** Se puede utilizar este método de diseño plástico. El mecanismo plástico se muestra abajo. El momento en el interior de la viga es:

$$M_x = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2} - \frac{M_p x}{L} \quad (10.36)$$



El momento es máximo cuando:

$$\frac{dM_x}{dx} = 0 = \frac{wL}{2} - wx - \frac{M_p}{L}$$

de donde:

$$x = \frac{L}{2} - \frac{M_p}{wL} \quad (10.37)$$

Tomando en consideración el hecho de que $M_x = M_u$, momento plástico de la sección compuesta, la sustitución de x de la ecuación (10.37) en la ecuación (10.36) conduce a:

$$M_u = \frac{w}{2} \left(\frac{L}{2} - \frac{M_p}{wL} \right)^2 \quad (10.38)$$

Cargas:

$$w_D = 1.0 \text{ kip/ft}$$

$$w_L = 1.0 \text{ kip/ft}$$

Carga de diseño:

$$w = 1.2 \times 1.0 + 1.6 \times 1.0 = 2.8 \text{ kips/ft (con factores de carga)}$$

Pruebe con una W 21 \times 44.

Momento plástico de la sección de acero:

$$M_p = Z_x F_y = 95.4 \times 50 = 4770 \text{ kip-in.}$$

Momento plástico de la sección compuesta:

$$A_s F_y = 13 \times 50 = 650 \text{ kips}$$

$$b_e = \text{separación} = 10 \text{ ft} = 120 \text{ in.}$$

$$0.85 f'_c b_e t_s = 0.85 \times 3 \times 120 \times 6 = 1836 \text{ kips}$$

Puesto que $A_s F_y < 0.85 f'_c b_e t_s$, el eje neutro plástico se encuentra en la losa. De las ecuaciones (10.7) y (10.8):

$$a = \frac{F_y A_s}{0.85 f'_c b_e} = \frac{50 \times 13}{0.85 \times 3 \times 120} = 2.12 \text{ in} < 6 \text{ in} = t_s \quad \text{Correcto}$$

$$M_u = \frac{F_y A_s d}{2} + 0.85 f'_c b_e a \left(t_s - \frac{a}{2} \right) = 9924 \text{ kip-in.}$$

Condiciones del diseño:

$$\phi M_u \geq M_u \text{ calculado con las cargas factorizadas [Eq. (10.38)]}$$

$$\phi = 0.85, \text{ factor de resistencia de las vigas compuestas}$$

$$0.85 M_u = 0.85 \times 9924 = 8436 \text{ kip-in.}$$

Momento de diseño [Ecuación (10.38)]:

$$M_u = \frac{w}{2} \left(\frac{L}{2} - \frac{M_p}{wL} \right)^2 = \frac{2.8}{2} \left(\frac{50}{2} - \frac{4770/12}{2.8 \times 50} \right)^2 \times 12 = 8250 \text{ kip-in.} < 8436 \quad \text{Correcto}$$

Utilice una W 21 × 44.

Cantidad de conectores de cortante para la mitad de la región de momento positivo:

$$n = \frac{A_v F_v}{q_u} = \frac{650}{23} = 28.3 \quad \text{utilicense 30}$$

Número total de conectores:

$$4 \times 30 = 120$$

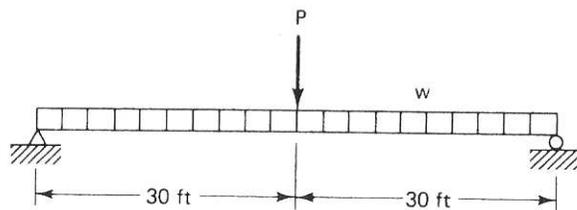
Resumen:

Método de diseño	Miembro	Cantidad de conectores
AISC, Sec. 1.11	W 24 × 68	176
DFCR	W 21 × 44	120

Los ejemplos anteriores ilustran el hecho de que el DFCR, en el que se utilizan el comportamiento verdadero de resistencia última de una viga compuesta (esto es, aprovechando el gran factor de forma plástico de la sección transversal y de la posible redistribución de momento), proporciona un diseño más económico que el método de AISC, que se basa en una hipótesis pseudo-elástica. Se deja como ejercicio al estudiante determinar la deflexión elástica de la viga bajo las cargas vivas sin factorizar. Es aceptable realizar el análisis de las deflexiones suponiendo que toda la viga tiene el momento de inercia transformado I_t .

PROBLEMAS

10.1 Diseñe una viga compuesta utilizando la sección 11.1 del AISC.



Dados:

$P = 100$ kips (50 kips de carga muerta, 50 kips de carga viva)

Separación de vigas = 10 ft

Espesor de losa = 6 in.

$f'_c = 3$ ksi, $n = 9$, concreto de peso normal

Carga viva = 100 psf

Carga muerta = losa de concreto + peso de la viga

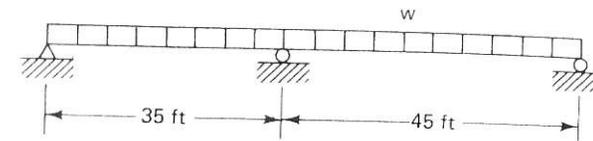
$F_y = 36$ ksi o 50 ksi

Conectores de $\frac{7}{8}$ in de diámetro

Construcción sin apuntalamiento

Problemas

10.2 Diseñe una viga compuesta aplicando el DFCR.



Dados:

$F_y = 36$ ksi

$f'_c = 3$ ksi, concreto de peso normal

$w_D = 0.86$ kip/ft

Claro izquierdo = 0.41 kip/ft
Claro derecho = 0.38 kip/ft } reducidas de 50 psf, cargas sin factorizar

Separación de las vigas = 10 ft

Espesor de losa: 4.5 in.

Conectores de $\frac{7}{8}$ in de diámetro