

# **HORMIGÓN PRETENSADO**

**EJERCICIO DE APLICACIÓN**

**DISEÑO DE UNA VIGA DE HORMIGÓN PRETENSADO  
DE ACUERDO AL REGLAMENO CIRSOC 201-2005**

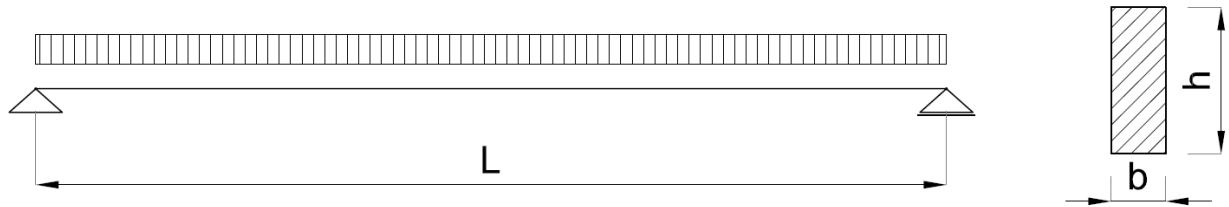
Ing. Carlos Daniel Frau

FACULTAD DE INGENIERÍA  
UNCuyo - Año 2022

---

## VIGA SIMPLEMENTE APOYADA EN HORMIGÓN PRETENSADO CON TENDONES ADHERENTES (pre-tesado)

Se presenta el diseño de una viga simplemente apoyada con  $L=10.00$  m pretensada mediante tendones adherentes. La misma no se vincula a la losa que descarga en ella. Un predimensionado en conjunto con requerimientos arquitectónicos llevó a adoptar las dimensiones de la viga.



$b/h= 30\text{cm} \times 80\text{ cm}$

### 1 - ANÁLISIS DE CARGAS

Las acciones gravitatorias que actúan sobre la viga son:

La carga muerta propia de la viga:  $D_v=0.3 \times 0.8 \times 2.4 \text{ t/m}^3 = 0.56 \text{ t/m} = 5.60 \text{ kN/m}$

La carga muerta sobre impuesta debida a la losa  $D_{si} = 1.44 \text{ t/m} = 14.40 \text{ kN/m}$

La carga viva sobre la losa que apoya en la viga  $L=1.00 \text{ t/m} = 10.00 \text{ kN/m}$

### 2 - MATERIALES

**2.1. Hormigones:** La calidad mínima de hormigón para estructuras pretensadas es H-25. Para el presente ejercicio se adopta: Hormigón clase H-30:  $f'_c=30$  MPa;  $E_c=25700$  MPa

**2.2. Aceros:** Armadura No Tesa: Acero ADN-420

Armadura de Pretensado. Se adopta:

- Cordones ACINDAR de 7 alambres C1900 - Grado 270.
- Diámetro Nominal = 9.50 mm (3/8")
- Sección Neta  $A_p= 54.8 \text{ mm}^2$
- Carga de Rotura = 102 kN
- Carga de Fluencia Convencional = 92 kN

Así resulta:

- Tensión de Rotura:  $f_{pu} = 102 \text{ kN} / 54.8 \text{ mm}^2 = 1861 \text{ MPa}$
- Tensión de Fluencia:  $f_{py} = 92 \text{ kN} / 54.8 \text{ mm}^2 = 1679 \text{ MPa}$

### 3 - SOLICITACIONES

Se determinan las solicitaciones de momento flector y corte en las secciones de apoyo,  $0.5h$ ,  $L/4$  y  $L/2$ . A los efectos de las distintas verificaciones se determinan las solicitaciones de los efectos debido a la carga muerta correspondiente a la viga ( $D_v$ ), a la carga muerta sobreimpuesta ( $D_{si}$ ) y a la carga viga ( $L$ ).

SECCIÓN	$X_s$ [m]	ESFUERZO DE CORTE [kN]			MOMENTO FLECTOR [kN.m]		
		$V(D_v)$	$V(D_{si})$	$V(L)$	$M(D_v)$	$M(D_{si})$	$M(L)$
APOYO	0,00	28,0	72,0	50,0	0,0	0,0	0,0
0,5 hv	0,40	25,8	66,2	46,0	10,8	27,6	19,2
L/4	2,50	14,0	36,0	25,0	52,5	135,0	93,8
L/2	5,00	0,0	0,0	0,0	70,0	180,0	125,0

#### 4 - PREDIMENSIONADO DE LA ARMADURA DE PRETENSADO

A los efectos de predimensionar la armadura de pretensado que nos permita obtener los valores de la fuerza de precompresión que en definitiva serán los que utilizaremos en la verificación en estado de servicio se propone la siguiente ecuación empírica. No obstante en la bibliografía aparecen otros procedimientos más elaborados para estimar la carga de precompresión.

$$A_{p_{nec}} \cong 1.4 \frac{M_u}{0.9 * d_p} \frac{1}{f_{py}}$$

Donde  $M_u$  es el momento último mayorado máximo (en este caso en L/2) fruto de las combinaciones,  $d_p$  es la distancia de la fibra más comprimida al baricentro de la armadura de pretensado y  $f_{py}$  la tensión de fluencia del acero de pretensado.

$$M_u = 1.2 * (70 + 180) + 1.6 * 125 = 500 \text{ kN m}$$

$$A_{p_{nec}} \cong 1.4 \frac{500 \text{ kNm}}{0.9 * 700 \text{ mm}} \frac{1}{1679 \text{ MPa}} 10^6 = 661 \text{ mm}^2$$

El número de tendones a colocar será:

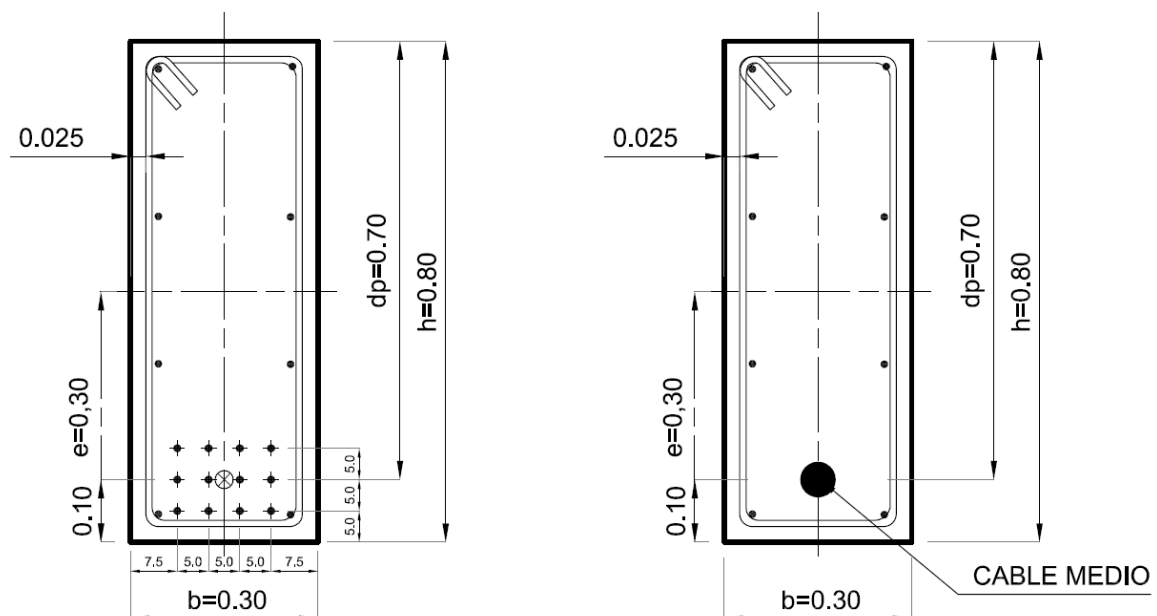
$$N^\circ = A_{p_{nec}} / \text{Area un tendón} = 661 / 54.8 = 12.06 . \text{ Adoptamos 12 tendones}$$

El área efectiva de acero de pretensado será:

$$A_{ps} = 12 * 54.8 = 658 \text{ mm}^2$$

##### 4.1. Distribución de tendones y cable medio

En la práctica los tendones adherentes se distribuyen según una cuadrícula de 50x50 ó 60x60 mm. En la figura siguiente se muestra la distribución que se propone para los tendones y la ubicación del cable medio que representa al conjunto.



##### 4.2. Excentricidad del cable [e]

La distancia que media entre la posición del cable medio y el baricentro de la viga se denomina "excentricidad del esfuerzo de pretensado". Si el trazado del cable no es recto o bien la viga tiene sección variable esta excentricidad varía de sección a sección. Para nuestro ejemplo resulta que el trazado es recto y la viga de sección constante por lo que "e" toma un valor único a lo largo de toda la viga.

Excentricidad

$$e = h/2 - 100 \text{ mm} = 300 \text{ mm}$$

## 5 - ESFUERZO DE PRETENSADO

### 5.1. Tensiones Admisibles para el Acero de Pretensado (Art. 18.5)

Para la fuerza en el gato (antes de la transferencia):

$$f_p \leq 0.94 f_{py} = 0.94 * 1679 \text{ MPa} = 1578 \text{ MPa}$$

$$f_p \leq 0.80 f_{pu} = 0.80 * 1861 \text{ MPa} = 1489 \text{ MPa}$$

Valor a utilizar:  $f_p = 1489 \text{ MPa}$  (el menor)

Inmediatamente luego de la transferencia (es decir luego de las pérdidas instantáneas):

$$f_p \leq 0.82 f_{py} = 0.82 * 1679 \text{ MPa} = 1377 \text{ MPa}$$

$$f_p \leq 0.74 f_{pu} = 0.74 * 1861 \text{ MPa} = 1377 \text{ MPa}$$

Valor a utilizar:  $f_p = 1377 \text{ MPa}$  (el menor)

### 5.2. Pérdidas de Tensión

Para la determinación de la tensión efectiva del pretensado deben considerarse las causas que provocan pérdidas de tensión. Estas pérdidas para el caso de Pre-Tesado, es decir tendones adherentes son:

Pérdidas Instantáneas:

- Calce de los anclajes del acero al momento de la transferencia
- Acortamiento elástico del hormigón

Pérdidas diferidas:

- Relajación del acero de pretensado
- Contracción del hormigón
- Fluencia lenta del hormigón

Para el caso de Pos-Tesado el acortamiento elástico del hormigón no produce pérdida de tensión en el acero pero deben adicionarse las pérdidas por fricción entre el acero de pretensado y las vainas que lo alojan, especialmente cuando los cables tienen trayectoria curva.

En el presente ejemplo no vamos a realizar la determinación precisa y adoptaremos valores medios:

Pérdidas Instantáneas:  $\alpha_o = 7\%$

Pérdidas diferidas:  $\alpha_d = 14\%$

Pérdidas totales a tiempo infinito:  $\alpha_\infty = 7 + 14 = 21\%$

### 5.3. Esfuerzos efectivos de pretensado

En virtud de la sección efectiva de acero, las pérdidas de tensión y las tensiones límites a que podemos tensar la armadura resultan los siguientes esfuerzos efectivos

Esfuerzo en el gato (antes de la transferencia):

$$P_s = A_{ps} * f_{p_{GATO}} = 658 \text{ mm}^2 * 1489 \text{ MPa} / 1000 = 979,8 \text{ kN}$$

Inmediatamente después de la transferencia .Luego de las pérdidas instantáneas:

$$P_o = P_s (1 - \alpha_o) = 979,8 \text{ kN} * (1 - 0,07) = 910,6 \text{ kN}$$

Se debe controlar que la tensión en el acero luego de la transferencia no exceda el valor de

$$P_o = A_{ps} * f_{p_o} = 658 \text{ mm}^2 * 1377 \text{ MPa} / 1000 = 905,5 \text{ kN}$$

(Valor adoptado, por lo que se deberá corregir el valor de  $P_s$ )

Luego de las pérdidas diferidas:

$$P_\infty = P_o (1 - \alpha_d) = 905,5 \text{ kN} * (1 - 0,14) = 778,7 \text{ kN}$$

En resumen tenemos:

$$P_s = 979,8 \cdot (905,5/910,6) = 973,7 \text{ kN}$$

$$P_o = 905,5 \text{ kN}$$

$$P_\infty = 778,7 \text{ kN}$$

$$\Delta P = P_\infty - P_o = 778,7 - 905,5 = -126,8 \text{ kN}$$

## 6 – PARÁMETROS DE LA SECCIÓN

Se propone trabajar con hormigón clase “U” o “T”, es decir hormigón sin fisurar o en transición a fisuración; de esta manera el reglamento en su tabla 18.3.3. indica que para estos casos se puede trabajar con las propiedades de la sección bruta para la verificaciones en estado límite de servicio.

Para quedar encuadrados en la clase “U” o “T” las tensiones máximas de tracción en la zona precomprimida bajo cargas de servicio no deben superar los siguientes valores:

- $ft \leq 0,7\sqrt{f'_c}$  para clase “U”;  $ft \leq 0,7\sqrt{30} = 3,83 \text{ MPa}$
- $0,7\sqrt{f'_c} \leq ft \leq \sqrt{f'_c}$  para clase “T”;  $3,83 \text{ MPa} \leq ft \leq 5,48 \text{ MPa}$

El área, momento de inercia y módulo resistente elástico serán:

$$\text{Con } bw = 300 \text{ mm; } h = 800 \text{ mm}$$

$$A_c = bw \cdot h = 240 \times 10^3 \text{ mm}^2. \quad I = bw \cdot h^3 / 12 = 1,28 \times 10^{10} \text{ mm}^4 \quad S = I \cdot 2 / h = 3,20 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

## 7 – TENSIONES ADMISIBLES EN EL HORMIGÓN

De acuerdo a los art. 18.4.1. y 18.4.2. del reglamento para hormigón H-30 se determinan las siguientes tensiones admisibles para condición de servicio

Inmediatamente luego de la transferencia (producidas las pérdidas instantáneas)

- Compresión:  $f_c \leq 0,6f'_c = 18 \text{ MPa}$

Luego de todas las pérdidas

- Compresión:  $f_c \leq 0,45f'_c = 13,5 \text{ MPa}$  Para Cargas de Larga Duración [D]  
 $f_c \leq 0,6f'_c = 18 \text{ MPa}$  Para la Carga Total [D+L]

Tracción

$$ft \leq 1/4 \sqrt{f'_c} = 1,37 \text{ MPa} \quad \text{Excepto en zonas de apoyos}$$

$$ft \leq 1/2 \sqrt{f'_c} = 2,74 \text{ MPa} \quad \text{En zonas de apoyo}$$

No superar estas tensiones de tracción implica que no se requiere armadura pasiva (no tesa) por flexión. Si se superan las tensiones de tracción indicadas anteriormente pero no exceden los valores abajo indicados se debe disponer armadura pasiva.

- Tracción:  $ft \leq 3,83 \text{ MPa}$  Para clase “U”  
 $ft \leq 5,48 \text{ MPa}$  Para clase “T”

## 8 – ESTADO LÍMITE DE SERVICIO. Verificación a flexión

Se realiza con las solicitaciones de servicio, es decir sin mayorar por los factores de cargas. Dado que se está diseñando con hormigón clase “U” o “T” se utilizan las propiedades de la sección bruta y las ecuaciones de la resistencia de materiales para flexocompresión. Dado el comportamiento elástico y la conservación de las secciones planas para la verificación es suficiente controlar las tensiones en las fibras extremas superior e inferior, así:

$$f_{sup/inf} = \frac{P}{Ac} \pm \frac{P \cdot e}{S}$$

A los fines de este ejercicio verificaremos dos secciones críticas: L/2 y la sección de Apoyo.

Signos: Compresión (+), Tracción (-).

A los efectos de la contrastación de las tensiones de trabajo con las tensiones admisibles se ha adoptado el criterio de considerar "mayor" y "menor" en el sentido algebraico, es decir ( $5 < 8$ ) y ( $-3 < -1$ ), por lo que para tensiones de tracción con signo negativo se debe verificar que las tensiones de trabajo sean mayores que las admisibles.

Las situaciones que deben verificar para garantizar la seguridad de la viga son:

- a) Inmediatamente luego de las pérdidas: precompresión + Dviga
- b) Luego de todas las pérdidas para las cargas de larga duración: Precomp+Dviga+Dsi
- c) Luego de todas las pérdidas para la carga total: Precomp+Dviga+Dsi+L

### 8.1. Sección L/2

Los datos necesarios para la verificación son:

Solicitaciones:

SECCIÓN	Xs [m]	MOMENTO FLECTOR [kN.m]		
		M(Dv)	M(Dsi)	M(L)
L/2	5,00	70,0	180,0	125,0

Esfuerzos de pretensado y excentricidad

Po=905,5 kN; P∞=778,7 kN; ΔP= - 126,8 kN e=300 mm

Parámetros de la sección

Ac= 240x10<sup>3</sup> mm<sup>2</sup>. I=1,28x10<sup>10</sup> mm<sup>4</sup> S=3,20x10<sup>7</sup> mm<sup>3</sup>

Tabla de Tensiones provocadas por cada uno de los efectos

- Pretensado Inicial
- Cargas externas
- Pérdidas diferidas

	Efectos	Pretensado Inicial			Peso Viga	D Sob Imp	Sobrec.	Pérdidas Diferidas		
		Po	Po*e	Po+Po*ec	M(Dv)	M(Dsi)	M(L)	Δpo	ΔPo*e	Δpo+ΔPo*e
	Esfuer. [kN, m]	905,5	271,65		70	180	125	-126,8	-38,04	
Tensiones [Mpa]		Po/Ac	+Po*e/S	Suma				Δpo/Ac	+ΔPo*e/S	Suma
	Fibra Superior	3,77	-8,49	-4,72	2,19	5,63	3,91	-0,53	1,19	0,66
	Fibra Inferior	3,77	8,49	12,26	-2,19	-5,63	-3,91	-0,53	-1,19	-1,72

Verificación de las tensiones

a) Inmediatamente luego de la transferencia: Precompresión + Peso de la Viga

- $f_{sup} = -4,72 + 2,19 = -2,53 \text{ MPa} < -1,37 (1/4 \sqrt{f'_c}) \text{ pero } > -5,48 (\sqrt{f'_c})$
- $f_{inf} = +12,26 - 2,19 = +10,07 \text{ MPa} < 18(0,6 \sqrt{f'_c})$

En la fibra superior la tensión de tracción supera el límite permitido para no colocar armadura, por lo que habrá que disponer armadura no tesa. No obstante la tensión no supera el límite para el hormigón clase "T" por lo que se mantienen las hipótesis de cálculo (sección bruta).

b) Luego de todas pérdidas para la carga de larga duración: Precomp.+ Carga Muerta Total

- $f_{sup} = -4,72 + 2,19 + 5,63 + 0,66 = +3,76 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa}$

- $f_{inf} = +12,26 - 2,19 - 5,63 - 1,72 = +2,72 \text{ MPa} > -5,48 \text{ MPa}$

Tanto la fibra superior como la inferior no superan las tensiones límites

c) Luego de todas pérdidas para la carga total: Precomp.+ Carga Muerta Total + Carga Viva

- $f_{sup} = -4,72 + 2,19 + 5,63 + 0,66 + 3,91 = +7,67 \text{ MPa} < 18,0 \text{ MPa}$

- $f_{inf} = +12,26 - 2,19 - 5,63 - 1,72 - 3,91 = -1,19 \text{ MPa} > -5,48 \text{ MPa}$

Tanto la fibra superior como la inferior no superan las tensiones límites

## 8.2. Sección de apoyo

En esta sección las solicitaciones de momento flector son nulas tanto para las cargas D como para las cargas L, por lo tanto sólo actúa el pretensado.

Solicitaciones:  $M_D = M_L = 0$

Dado que la sección de la viga es constante en toda la longitud y el trazado del cable es recto, los esfuerzos y las tensiones debidas exclusivamente al pretensado son las mismas que en  $L/2$ .

### Esfuerzos de pretensado y excentricidad

$$P_0 = 905,5 \text{ kN}; \quad P_\infty = 778,7 \text{ kN}; \quad \Delta P = -126,8 \text{ kN} \quad e = 300 \text{ mm}$$

### Parámetros de la sección

$$A_c = 240 \times 10^3 \text{ mm}^2. \quad I = 1,28 \times 10^{10} \text{ mm}^4 \quad S = 3,20 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

### Verificación de las tensiones

Inmediatamente luego de la transferencia: Sólo Precompresión

- $f_{sup} = -4,72 \text{ MPa} < -2,74 \left( \frac{1}{2} \sqrt{f'_c} \right) \text{ pero } > -5,48 \left( \sqrt{f'_c} \right) \text{ [*]}$
- $f_{inf} = +12,26 \text{ MPa} < 18 \left( 0,6 \sqrt{f'_c} \right)$

[\*] En la fibra superior se excede la tensión admisible de tracción pero no se supera el límite impuesto para hormigón pretensado Clase "T", por lo tanto no es necesario rediseñar la viga. Dos posibles soluciones al exceso de tracción en la fibra superior sobre apoyos son:

- Colocar armadura no tesa para tomar las tracciones.
- Envainar algunos tendones en la zona de apoyo para reducir el esfuerzo efectivo de compresión.

La segunda opción se realiza colocando una envoltura a algunos tendones de manera de evitar su adherencia al hormigón y así no aportar fuerza de compresión. Así, si envainamos 7 de los 12 tendones en la zona de apoyos, la fuerza de compresión se reduciría en  $7/12 = 0,58$  y la tensión de tracción alcanzaría el valor de  $-4,72 \times 0,58 = -2,75$  lo que resulta admisible y evita la colocación de armadura no tesa.

## 8.3. Armadura no tesa para tomar tensiones de tracción

Cuando en alguna sección se superan las tensiones admisibles de tracción para el hormigón, esto es  $\left( \frac{1}{2} \sqrt{f'_c} \right)$  para la zona de apoyos y  $\left( \frac{1}{4} \sqrt{f'_c} \right)$  para el resto de la viga, se debe disponer armadura no tesa para tomar esas tracciones.

En la fibra superior luego de la transferencia aparecen en  $L/2$  y sobre apoyo tensiones de tracción que superan los límites admisibles.

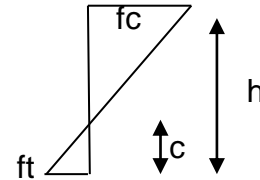
- Apoyo:  $f_{sup} = -4,72 \text{ MPa} < -2,74 \left( \frac{1}{2} \sqrt{f'_c} \right)$
- $L/2$ :  $f_{sup} = -2,53 \text{ MPa} < -1,37 \left( \frac{1}{4} \sqrt{f'_c} \right)$

Para determinar la armadura de tracción necesaria se traza el diagrama de tensiones y se integra el mismo de manera de hallar la fuerza de tracción total "T".

Por relación de triángulos resulta

$$\frac{c}{h} = \frac{f_t}{(f_t + f_c)} \quad c = h \frac{f_t}{(f_t + f_c)} = 800 \frac{4,72}{(4,72 + 12,26)} = 222 \text{ mm}$$

$$T = \frac{f_t}{2} c \cdot b_w = \frac{4,72}{2} 222 \cdot 300 / 1000 = 157 \text{ kNm}$$



De acuerdo a los comentarios del CIRSOC 201, C-18.4.1.b y c, la tensión del acero a utilizar para determinar la armadura es:

$f_s = 0,6 f_y \leq 200 \text{ MPa}$ . Para nuestro caso resulta:  $f_s = 0,6 \times 420 = 252 > 200 \text{ MPa}$   
 $f_s = 200 \text{ MPa}$

$$A_s = \frac{T}{f_s} = \frac{157}{200} \cdot 10 = 7,85 \text{ cm}^2; \text{ Adoptamos 4 barras } d_s = 16 \text{ mm} \rightarrow 8,04 \text{ cm}^2$$

### 9 – ESTADO LÍMITE ÚLTIMO. Verificación a flexión por resistencia

Para determinar la resistencia a flexión de una viga de hormigón pretensado se pueden utilizar los mismos métodos que para el hormigón armado convencional. Cuando se alcanza la resistencia a flexión, el acero de pretensado está sometido a una tensión  $f_{ps}$  que es mayor que la tensión efectiva de trabajo  $f_{pe}$ , pero que a su vez es menor que la tensión última  $f_{pu}$ . El valor de  $f_{ps}$  debe ser obtenido por compatibilidad de deformaciones. En ciertas condiciones se admite determinar  $f_{ps}$  mediante una ecuación “simplificada”.

#### 9.1. Tensión en el acero de pretensado

Cuando el valor de la tensión efectiva del acero de pretensado luego de todas las pérdidas “ $f_{se}$ ” es mayor o igual que  $0,5 f_{pu}$ , se admite determinar  $f_{ps}$  mediante una ecuación “simplificada”.

Para nuestro ejemplo se cumple la condición anterior.:

$$f_{se} = P_{\infty} / A_{ps} = 778,7 \text{ kN} / 658 \text{ mm}^2 \cdot 1000 = 1180 \text{ MPa} > 0,5 f_{pu} = 0,5 \cdot 1861 = 930 \text{ MPa}$$

La ecuación para  $f_{ps}$  es

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right)$$

Donde:

$$f_{pu} / f_{py} = 1679 / 1861 = 0,90 \rightarrow \gamma_p = 0,28 \text{ dado en la simbología del cap 18 CIRSOC 201.}$$

$$f_{pu} / f_c = 1861 / 30 = 62,0$$

$\beta_1 = 0,85$ , relación entre  $a$  y  $c$  en el bloque rectangular de tensiones del  $H^0$

Las cuantías de acero teso y no teso se definen como

$$\rho_p = A_{ps} / (b \cdot d_p) = 658 / (300 \cdot 700) = 0,0031, \text{ cuantía del acero de pretensado}$$

$\omega = \omega' = 0$ , las cuantías de acero no teso adoptadas en forma conservadoras iguales a cero.

Donde:

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f_c} \quad \omega' = \frac{\rho' f_y}{f_c} \quad \rho = \frac{A_s}{bd} \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd} \quad \rho_p = \frac{A_{sp}}{bd_p}$$

$$\text{Reemplazando } f_{ps} = 1861 \left( 1 - \frac{0,28}{0,85} \left[ 0,0031 \frac{1861}{30} + \frac{0,75}{0,70} (0 - 0) \right] \right) = 1861 \cdot 0,93 = 1743 \text{ MPa}$$

$$\text{La fuerza de tracción: } T = f_{ps} \cdot A_p = 658 \text{ mm}^2 \cdot 1743 \text{ MPa} = 1.147 \text{ MN} = 1147 \text{ kN};$$

$$\text{La altura del bloque de compresión: } a = T / (0,85 \cdot f_c \cdot b) = 1147 / (0,85 \cdot 30 \cdot 0,3) = 0,15 \text{ m}$$

$$\text{El momento Nominal: } M_n = T (d_p - a/2) = 1147 \text{ kN} \cdot (0,70 - 0,15/2) = 717 \text{ kN m}$$

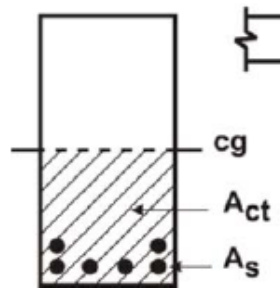
$$\text{El momento Diseño: } M_d = \phi M_n = 0,9 \cdot 717 = 645 \text{ kN m}$$

$$\text{El momento último: } M_u = 1,2 M_D + 1,6 M_L = 1,2 \cdot (70 + 180) + 1,6 \cdot 125 = 500 \text{ kN m} < M_d \text{ ok}$$



## 9.2. Cuantías mínimas de flexión

El reglamento exige una cuantía mínima de armadura adherente (tesa o no-tesa) (Art. 18.9) en la zona traccionada precomprimida de  $A_{s_{min}} = 0.004 A_{ct}$  donde  $A_{ct}$  es el área de la zona de hormigón traccionada.



Para nuestro caso resulta

$$A_{ct} = 300 \cdot 720 = 21600 \text{ mm}^2$$

$A_{s_{min}} = 21600 \cdot 0.004 = 86,4 \text{ mm}^2 < 658 \text{ mm}^2$  que la armadura adherida colocada por lo que no resulta necesaria armadura no tesa. No obstante por razones constructivas disponemos en la parte inferior de la viga 2 barras de  $d_s = 16 \text{ mm}$ .

## II PARTE DISEÑO A CORTE

### 9 - ESFUERZOS DE CORTE

Se Transcriben la planilla de solicitaciones de la sección 2)

SECCIÓN	Xs [m]	ESFUERZO DE CORTE [kN]			MOMENTO FLECTOR [kN.m]		
		V(Dv)	V(Dsi)	V(L)	M(Dv)	M(Dsi)	M(L)
APOYO	0,00	28,0	72,0	50,0	0,0	0,0	0,0
0,5 hv	0,40	25,8	66,2	46,0	10,8	27,6	19,2
L/4	2,50	14,0	36,0	25,0	52,5	135,0	93,8
L/2	5,00	0,0	0,0	0,0	70,0	180,0	125,0

Distancia de la fibra más comprimida a la armadura no debe tomarse inferior a  $0.8h=0.64m$ , así:

- No tesa: →  $d= 0.75 m$
- Tesa : →  $dp= 0.70 m$

### 10 - RESISTENCIA NOMINAL A CORTE PROPORCIONADA POR EL HORMIGÓN [Vc]

El reglamento (Art. 11.4) establece dos mecanismos de fisuración que dan lugar a sendas resistencia a corte:

- $V_{ci}$ : resistencia nominal a corte proporcionada por el hormigón cuando se produce fisuración diagonal como resultado de la combinación de corte y momento.
- $V_{cw}$ : resistencia nominal a corte proporcionada por el hormigón cuando se produce fisuración diagonal como resultado de las tensiones principales de tracción en el alma.

Así, el procedimiento para encontrar la resistencia nominal proporcionada por el hormigón en una sección determinada consiste en determinar ambas resistencias;  $V_c$  será la menor de ellas.

#### 10.1. Resistencia nominal para fisura por corte y flexión [ $V_{ci}$ ]

En este caso la resistencia  $V_{ci}$  viene dada por:

$$V_{ci} = \frac{\sqrt{f'_c}}{20} b_w d_p + V_d + V_i \frac{M_{cre}}{M_{m\acute{a}x}} \geq \frac{1}{7} \sqrt{f'_c} b_w d$$

con  $M_{cre}$  el momento que inicia la fisuración porque en la fibra extrema se vence la tensión de compresión que da el pretensado más la resistencia a tracción del hormigón. El  $f_d$  se resta pues ya ha sido considerado en la ecuación anterior como  $V_d$ .

$$M_{cre} = \frac{I}{y_t} \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{2} + f_{pe} - f_d \right)$$

#### 10.2. Resistencia nominal para fisuración diagonal [ $V_{cw}$ ] (Art. 11.4.3.1.)

En este caso la resistencia  $V_{cw}$  viene dada por:

$$V_{cw} = 0.3 \left( \sqrt{f'_c} + f_{pc} \right) b_w d + V_p$$

### 11 - ZONA DE APOYO

Para la zona de apoyo el reglamento permite verificar una sección ubicada a una abscisa igual a 0.5 de la altura de la viga, para nuestro caso para  $x=0.40m$

**11.1. Resistencia nominal para fisura por corte y flexión [Vci]**

Los parámetros que intervienen en la ecuación de  $V_{ci}$  se detallan a continuación:

$b_w = 300$  mm Ancho del alma de la viga

$d = 750$  mm Distancia de la fibra más comprimida a la armadura no tesa

$d_p = 700$  mm Distancia de la fibra más comprimida a la armadura tesa

$f'_c = 30$  MPa;  $\sqrt{f'_c} = 5.48$  MPa

$V_d$ : Esfuerzo de corte en la sección debido a la carga permanente no sobrepuesta, es decir debida al peso propio de la viga en  $N$ .  $V_d = 25800$  N

$V_i$ : Esfuerzo de corte mayorado simultáneo con  $M_{m\acute{a}x}$  en  $N$ ,  $V_i = 1.2 V_{dsi} + 1.6 V_L$

$V_i = 1.2 * 66.2 + 1.6 * 46.0 = 153090$  N

$M_{m\acute{a}x}$ : Momento Flector mayorado sin incluir el peso propio de la viga en  $N.m$ ,

$M_{m\acute{a}x} = 1.2 M_{dsi} + 1.6 M_L = 1.2 * 27600 + 1.6 * 19200 = 63898$  N m

$I = 1.28 * 10^{10}$  mm<sup>4</sup> Momento de inercia de la sección bruta en mm<sup>4</sup>.

$y_t = 400$  mm Distancia del baricentro de la sección bruta a la fibra extrema traccionada.

$f_{pe}$ : Tensión de compresión debida exclusivamente al pretensado, luego de todas las pérdidas; calculado en la fibra extrema que se tracciona por la acción de las cargas exteriores.

$f_{pe} = 12.220 - 1.734 = 10.480$  MPa.

$f_d$ : Tensión de tracción debida a el peso propio de la viga ( $D_v$ ),

$f_d = M_{Dv} / S = 10.8 \text{ kNm} / 32 * 10^6 \text{ mm}^3 * 10^6 = 0.338$  MPa

Reemplazando tenemos el momento de fisuración será:

$$M_{cre} = \frac{1.28 * 10^{10}}{400} \left( \frac{5.48}{2} + 10.48 - 0.338 \right) = 412224000 \text{ N.mm}$$

$M_{cre} = 412224000$  N mm =  $412224$  N m =  $412,224$  kN m =  $41,22$  t m

Ahora el  $V_{ci}$  será

$$V_{ci} = \frac{5.48}{20} 300 * 700 + 25800 + 153090 \frac{412224}{63898} = 1070967 \text{ N}$$

$V_{ci} = 1070967$  N =  $1070,967$  kN =  $107,1$  t  $\geq 1/7 * 5,48 * 300 * 750 = 176142$  N =  $176,142$  kN =  $17,61$  t

$V_{ci} = 1070,967$  kN

**11.2. Resistencia nominal para fisuración diagonal [Vcw]**

Los parámetros que intervienen en la ecuación de  $V_{ci}$  se detallan a continuación:

$f'_c = 30$  MPa;  $\sqrt{f'_c} = 5.48$  MPa

$f_{pc}$ : Tensión de compresión debida exclusivamente al pretensado, luego de todas las pérdidas; calculado en el baricentro de la sección.

$$f_{pc} = \frac{P_{\infty}}{A} = \frac{769.7 \text{ kN}}{300 * 800} 1000 = 3.201 \text{ MPa}$$

Vp: Componente vertical del esfuerzo de pretensado. Se determina como el valor de la fuerza de pretensado por el seno del ángulo que forma la horizontal con la tangente al cable de pretensado en la sección que se analiza. En nuestro caso estamos usando tendones adherentes rectos por lo que el ángulo es cero.  $V_p=0$

Ahora  $V_w$  será:  $V_{cw} = 0.3(5.48 + 3.201)300 * 750 = 585968 \text{ N}$

$V_{cw}=585968 \text{ N} = 585,968 \text{ kN} = 58,60 \text{ t}$ .  $V_{cw}=585,968 \text{ kN}$

### 11.3. Resistencia nominal y resistencia requerida

La resistencia requerida resulta de aplicar las combinaciones de carga.

$V_u = 1.2 \text{ VD} + 1.6 \text{ VL} = 1.2 (25.8 + 66.2) + 1.6 (46.0) = 184 \text{ kN}$

La resistencia del hormigón será la menor entre  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$ , con

$V_{ci} = 1070,967 \text{ kN}$  y  $V_{cw} = 585,968 \text{ kN}$

$V_c = 585,97 \text{ kN}$

$V_d = \phi V_c = 0.75 * 585,97 = 498,08 \text{ kN} > V_u$  por lo que no se necesita armadura de corte.

### 11.4. Armaduras mínimas de corte

#### 1º Condición

Si  $(\phi V_c / 2 < V_u)$  se debe colocar una armadura mínima de estribos de

$$A_{v_{\min}} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0.33 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

con

$f_{yt}$ : tensión de fluencia del acero de estribos

s: separación entre estribos que no debe exceder 3/4 de la altura de la viga ni 400 mm

Como  $(\phi V_c / 2 = 498 / 2 = 249 \text{ kN}) > (V_u = 184)$  no se debe colocar esta armadura mínima

#### 2º Condición

Cuando  $P_o > 0.4 P_u$  se debe colocarse armadura transversal mínima

Para nuestro ejemplo resulta que:

$P_o = 906,1 \text{ kN}$

$0,4 * P_u = 0,4 * A_p * f_{pu} = 0,40 * 658 \text{ mm}^2 * 1861 \text{ MPa} / 1000 = 489 \text{ kN}$

$P_o = 906,1 > P_u = 489$

Debe colocarse armadura mínima dada por la menor de las siguientes ecuaciones:

$$A_{v_{\min}} = \frac{A_{ps} f_{pu} s}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} = \frac{658}{80} * \frac{1861}{420} * \frac{200}{750} * \sqrt{\frac{750}{300}} = 15.3 \text{ mm}^2$$

Para  $s = 200 \text{ mm}$ , resultan dos ramas de  $10 \text{ mm} @ 20 \text{ cm} = 1.57 \text{ cm}^2$

$$A_{v_{\min}} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} = \frac{5.48}{16} * \frac{300 * 200}{420} = 48.91 \text{ mm}^2 \geq 0.33 \frac{b_w s}{f_{yt}} = 0.33 * \frac{300 * 200}{420} = 48.93 \text{ mm}^2$$

Se adopta lo dado por la primera ecuación por ser la menor.

