

Capítulo 19

Concreto presforzado

19.1 INTRODUCCIÓN

El presfuerzo puede definirse como la imposición a una estructura de esfuerzos internos que son de carácter opuesto a los causados por las cargas de servicio o de trabajo. Un método bastante común para describir el presfuerzo se muestra en la Figura 19.1, donde las manos de una persona sujetan una hilera de libros. La “viga” resultante puede tomar una carga hacia abajo, siempre que el esfuerzo de compresión en el fondo de la “viga” debido a la presión sea mayor que el esfuerzo de tensión en ese lugar debido al momento producido por el peso de los libros y de las cargas superpuestas. Dicha viga así no tiene resistencia a la tensión y por ello ninguna resistencia al momento mientras no esté comprimida o presforzada. Ahora bien, lógicamente puede usted expandir su imaginación a una viga que consista en una hilera de bloques de concreto sujetos por presión y luego una viga de concreto simple con resistencia insignificante a la tensión, similarmente presforzada.

La teoría del presfuerzo es bastante simple y se ha usado durante muchos años en varios tipos de estructuras. Por ejemplo, los barriles de madera se construyen con cinchos metálicos, que comprimen las dovelas entre sí formando un recipiente hermético con resistencia a las presiones de los líquidos contenidos. El presfuerzo se usa principalmente en las vigas de concreto para contrarrestar los esfuerzos de tensión causados por el peso propio del miembro y las cargas sobrepuestas. Si esas cargas causan un momento positivo en una viga, es posible presforzarla para introducir un momento negativo que contrarreste en parte o totalmente el momento positivo. Una viga ordinaria debe tener la suficiente resistencia para soportarse tanto a sí misma como a otras cargas, pero es posible producir una carga negativa con el presfuerzo que elimine el efecto del peso de la viga, generando así una “viga sin peso propio”.

Del análisis anterior, es fácil ver por qué el presfuerzo se ha adueñado de la imaginación de tantos ingenieros y por qué tiene todo tipo de posibilidades tanto ahora como en el futuro.

En los capítulos anteriores de este libro, sólo una porción de las secciones transversales de los miembros a flexión podía considerarse eficaz para resistir cargas, porque una gran parte de esas secciones trabajaban a tensión con el consiguiente agrietamiento. Sin embargo, si los miembros de concreto a flexión pueden presforzarse de manera que sus secciones transversales en su totalidad se mantengan a compresión, entonces las propiedades de las secciones enteras estarán disponibles para resistir las fuerzas aplicadas.

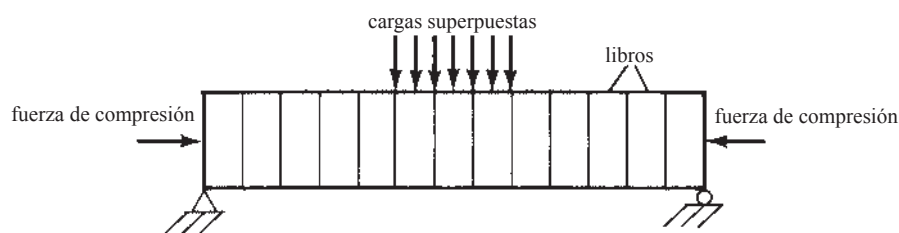


Figura 19.1 Presfuerzo.

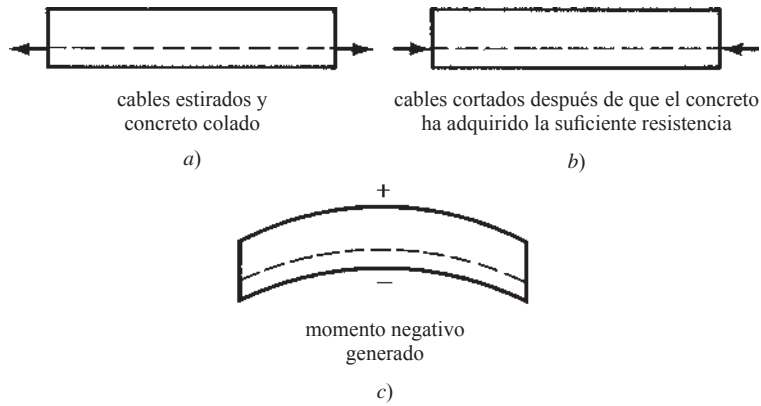


Figura 19.2 Secuencia que muestra el efecto de la fuerza de presfuerzo en diferentes etapas.

Para ilustrar en forma más detallada el presfuerzo, nos referiremos a la Figura 19.2. Se supone que se han tomado los siguientes pasos con respecto a esta viga:

1. Los cables de acero (representados por las líneas punteadas) se colocaron en la parte inferior de la cimbra de la viga.
2. Los cables se tensionaron a un esfuerzo muy alto.
3. El concreto se coló en la cimbra y se permitió que alcanzara la suficiente resistencia para poder cortar los cables del presfuerzo.
4. Se cortaron los cables.



Canales de concreto presforzado, John A. Denies Son Company, Almacén # 4, Memphis, Tennessee. (Cortesía de BASF Corporation.)

Los cables cortados tienden a retomar su longitud original, comprimiendo así la parte inferior de la viga y generando un momento negativo de flexión. El momento positivo causado por el peso de la viga y cualquier carga de gravedad superpuesta se opone directamente al momento negativo. Otra manera de explicar esto es decir que se ha producido en el fondo de la viga un esfuerzo de compresión opuesto al esfuerzo de tensión causado ahí por las cargas de trabajo.

19.2 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL CONCRETO PRESFORZADO

Ventajas

Como se indicó en la Sección 19.1, con el presfuerzo es posible utilizar las secciones transversales enteras de los miembros para resistir las cargas. Así, pueden usarse miembros más pequeños para soportar las mismas cargas o miembros del mismo tamaño para claros más grandes. Esto representa una ventaja particularmente importante, porque el peso de los miembros es una parte considerable de las cargas totales de diseño en las estructuras de concreto.

Los miembros presforzados no se agrietan bajo cargas de trabajo, y por ello tienen mejor aspecto y son más impermeables, lo que implica una mejor protección contra la corrosión del acero. Además, los miembros presforzados sin grietas requieren menos mantenimiento y duran más que los miembros agrietados de concreto reforzado. Por tanto, para un gran número de estructuras, el concreto presforzado es la solución más económica respecto al costo inicial, y cuando se toma en cuenta el menor mantenimiento requerido, el concreto presforzado proporciona el costo global más bajo en muchos casos adicionales. Los momentos negativos causados por el presfuerzo producen combadura en los miembros; en consecuencia, las deflexiones totales resultan menores. Otras ventajas del concreto presforzado son las siguientes: una reducción de los esfuerzos de tensión diagonal, secciones más rígidas bajo cargas de trabajo, y mayor resistencia a la fatiga y al impacto, en comparación con las estructuras comunes de concreto reforzado.

Desventajas

El concreto presforzado requiere el uso de concretos y aceros de alta resistencia, así como de cimbra más complicada, con un mayor costo de mano de obra. Otras desventajas son:

1. Se requiere un control de calidad más estricto en la fabricación
2. Pérdidas en las fuerzas de presfuerzo inicial. Cuando se aplican las fuerzas de compresión al concreto debido al presfuerzo, se presenta un cierto acortamiento que relaja parcialmente los cables. El resultado es cierta reducción en la tensión en los cables con una pérdida resultante en las fuerzas de presfuerzo. La contracción y el flujo plástico del concreto se suman a este efecto.
3. En el diseño deben revisarse condiciones adicionales de esfuerzo, tales como los esfuerzos que se presentan cuando se aplican por primera vez las fuerzas iniciales de presfuerzo y luego después de que han ocurrido las pérdidas del presfuerzo, así como los esfuerzos que se presentan por las diferentes condiciones de carga.
4. El costo de los dispositivos de anclaje terminales y de las placas de extremo de viga que se requieren.

19.3 PRETENSADO Y POSTENSADO

Los dos métodos generales de presforzar son el pretensado y el postensado. El *pretensado* se ilustró en la Sección 19.1, donde los tendones de presfuerzo se tensaron antes de colar el concreto. Después de que el concreto endureció suficientemente, se cortaron los tendones y la fuerza de presfuerzo se transmitió al

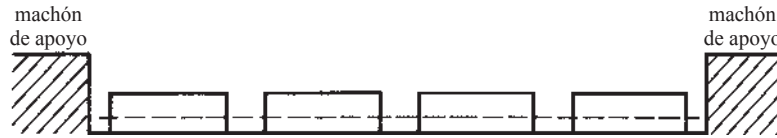


Figura 19.3 Cama de presfuerzo.

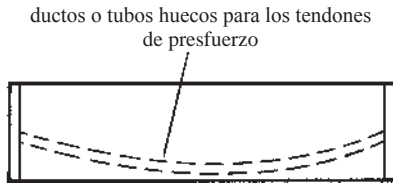


Figura 19.4 Viga postensada.

concreto por adherencia. Este método es particularmente apropiado para la producción en masa, porque las camas de colado pueden construirse de varios cientos de pies de longitud. Los tendones pueden tenderse sobre toda la longitud de la cama y usarse para colar varias vigas en línea al mismo tiempo, como se muestra en la Figura 19.3.

En la construcción *postensada* (véase la Figura 19.4), los tendones se tensan después de colar el concreto y de que éste haya adquirido la resistencia deseada. Se colocan en la cimbra tubos, conductos o manguitos de plástico o de metal con los tendones sin presforzar dentro de ellos (o que se insertan después) y se cuele el concreto.

Una vez que el concreto ha endurecido suficientemente, los tendones se estiran y se unen mecánicamente a dispositivos de anclaje en los extremos para mantener a los tendones en su condición estirada. Así, en el postensado, las fuerzas de presfuerzo se transfieren al concreto no por adherencia, sino por apoyo extremo.

En el postensado es posible tener tendones adheridos o no adheridos. Si son adheridos, los ductos suelen ser de aluminio, acero o algún otro forro de metal. Además, es posible usar tubos o varillas de acero o núcleos de caucho que se cuelan junto con el concreto y se retiran unas horas después de haber colado el concreto. Luego de que se ha tensado el acero, se inyecta lechada de cemento en el ducto para suministrar adherencia. La lechada es también útil para proteger el acero de la corrosión. Si los tendones no van a estar adheridos, deben engrasarse para facilitar su tensado y para protegerlos de la corrosión.¹

19.4 MATERIALES USADOS PARA EL CONCRETO PRESFORZADO

Los materiales comúnmente usados para el concreto presforzado son el concreto y los aceros de alta resistencia. Normalmente, el concreto que se usa es de mayor resistencia que el usado en los miembros comunes de concreto reforzado, por varias razones, incluidas las siguientes:

1. El módulo de elasticidad de tales concretos es mayor, por lo que las deformaciones unitarias elásticas en el concreto resultan menores cuando se cortan los tendones. En consecuencia, las relajaciones o pérdidas en los esfuerzos de los tendones son menores.
2. En el concreto presforzado, el miembro completo se mantiene en compresión, por lo que todo el concreto resiste eficazmente las fuerzas. Es por tanto razonable gastar en un concreto más caro pero más resistente si todo él se utiliza. (En las vigas de concreto reforzado común, más de la mitad de las secciones transversales están en tensión y por ello se supone que sufren agrietamiento. En consecuencia, si se usara en ellos concreto de resistencia superior, más de la mitad se estaría desperdiciando.)

¹Nawy, E.G., 2005, *Prestressed Concrete*, 5a. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall), págs. 62-69.



Puente construido con segmentos de concreto presforzado sobre el Río Trent, cerca de Scunthorpe, Lincolnshire, Inglaterra. (Cortesía de Cement and Concrete Association.)

3. La mayoría de la obra de presfuerzo en Estados Unidos es del tipo precolado y pretensado; se realiza en talleres de presfuerzo donde el trabajo puede controlarse cuidadosamente y donde puede obtenerse un concreto confiable de alta resistencia.
4. En la obra pretensada, los concretos de alta resistencia permiten el uso de mayores esfuerzos de adherencia entre los cables y el concreto.

Los aceros de alta resistencia son necesarios para producir y mantener fuerzas de presfuerzo satisfactorias en los miembros. Las deformaciones unitarias que se presentan en estos aceros durante el presfuerzo son mucho mayores que las que pueden obtenerse con acero de refuerzo ordinario. En consecuencia, cuando el concreto se acorta elásticamente por compresión, por contracción y por flujo plástico, las pérdidas en la deformación unitaria del acero (y por ello en los esfuerzos) representan un porcentaje menor del esfuerzo total. Otra razón para el uso de aceros de alta resistencia es que puede desarrollarse una fuerza de presfuerzo grande en un área pequeña.

Los primeros trabajos con concreto presforzado, donde se usaban varillas ordinarias de refuerzo para inducir las fuerzas de presfuerzo en el concreto, no tuvieron éxito porque los bajos esfuerzos que podían aplicarse a esas varillas se perdían completamente debido al flujo plástico y a la contracción del concreto. Si se aplica un presfuerzo de $20\,000\text{ lb/plg}^2$ en tales varillas, las deformaciones unitarias serán de $20\,000/(29 \times 10^6) = 0.00069$. Este valor es menor que la fluencia plástica y la contracción a largo plazo que se presentan normalmente en el concreto, es decir, aproximadamente 0.0008, lo cual cancelaría completamente el esfuerzo en el acero. Si un acero de alta resistencia se presfuerza aproximadamente a $150\,000\text{ lb/plg}^2$ y tiene ese mismo flujo plástico y esa misma contracción, la reducción del esfuerzo será del orden de $(0.0008)(29 \times 10^6) = 23\,200\text{ lb/plg}^2$, dejando $150\,000 - 23\,200 = 126\,800\text{ lb/plg}^2$ en el acero (una pérdida de sólo 15.47% en el esfuerzo del acero).²

Se usan tres formas de acero de presfuerzo: los alambres simples, los torones de alambre y las varillas. Cuanto mayor es el diámetro de los alambres, menor resulta su resistencia y adherencia al concreto. Como consecuencia, los alambres se fabrican con diámetros de 0.192 plg hasta un máximo de 0.276 plg (aproximadamente $\frac{9}{32}$ plg). En el trabajo de postensado, un gran número de alambres se agrupan en paralelo para formar tendones. En la mayoría de los trabajos de pretensado, se usan torones que se forman torciendo entre sí varios alambres. Ellos son del tipo de siete alambres, en donde un alambre central queda firmemente rodeado por los otros seis alambres torcidos en espiral a su alrededor. Los torones se fabrican con diámetros de $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$ plg. Algunas veces se usan varillas de aleaciones de acero de gran tamaño y alta resistencia, tratadas térmicamente, para las secciones postensadas. Éstas se encuentran disponibles en diámetros que van de $\frac{3}{4}$ a $1\frac{3}{8}$ plg.

Los aceros de alta resistencia para presfuerzo no tienen puntos de fluencia bien definidos (véase la Figura 19.10) como los tienen los aceros al carbono para refuerzo estructural. Sin embargo, la práctica de

²Winter, G. y Nilson, A.H., 1991, *Design of Concrete Structures*, 11a. ed. (Nueva York: McGraw Hill), págs. 759-760.



Trabes presforzadas precoladas de puente de carretera en una planta de producción en la Florida central. (© Ron Buskirk/Alamy Limited.)

considerar puntos de fluencia está tan difundida, que a los aceros de alta resistencia se les asigna de todas maneras un punto de fluencia arbitrario. Se supone que el esfuerzo de fluencia de alambres y tendones es igual al esfuerzo que ocasiona una elongación total de 1% en el acero. En las varillas de alta resistencia se supone que el esfuerzo de fluencia ocurre cuando se alcanza una deformación unitaria permanente de 0.2%.

19.5 CÁLCULOS DE ESFUERZOS

Para considerar los esfuerzos en una viga rectangular presforzada, nos referiremos a la Figura 19.5. En este ejemplo, los tendones de presfuerzo se suponen rectos, aunque se verá después que para muchas vigas una configuración curva de éstos es más eficiente. Se supone que los tendones están localizados excéntricamente a una distancia e por debajo del eje centroidal de la viga. Como consecuencia, la viga queda sometida a una combinación de una compresión directa y de un momento debido a la excentricidad del presfuerzo. Además, existirá un momento debido a la carga externa que incluye el peso propio de la viga. El esfuerzo resultante en cualquier punto de la viga causado por estos tres factores puede escribirse como sigue, en donde P es la fuerza de presfuerzo:

$$f = -\frac{P}{A} \pm \frac{Pec}{I} \pm \frac{Mc}{I}$$

En esta expresión, P es la fuerza de presforzado, e es la excentricidad de la fuerza de presfuerzo con respecto al centroide de la sección transversal, c es la distancia del eje centroidal a la fibra extrema (arriba o abajo, dependiendo de donde se determinen los esfuerzos), M es el momento aplicado debido a cargas no factorizadas en la etapa de cálculo de los esfuerzos, A es el área de la sección transversal del concreto sin agrietar, e I es el momento de inercia de la sección transversal total de concreto. En la Figura 19.5, se muestra un diagrama de esfuerzo para cada uno de estos tres elementos y los tres se combinan para dar el diagrama de esfuerzos finales.

Es práctica común basar el cálculo de los esfuerzos en el intervalo elástico en las propiedades de la sección total del concreto. La sección total consiste en las dimensiones externas del concreto, sin considerar el área transformada de los tendones de acero y sin restar las áreas de los ductos del postensado. Se

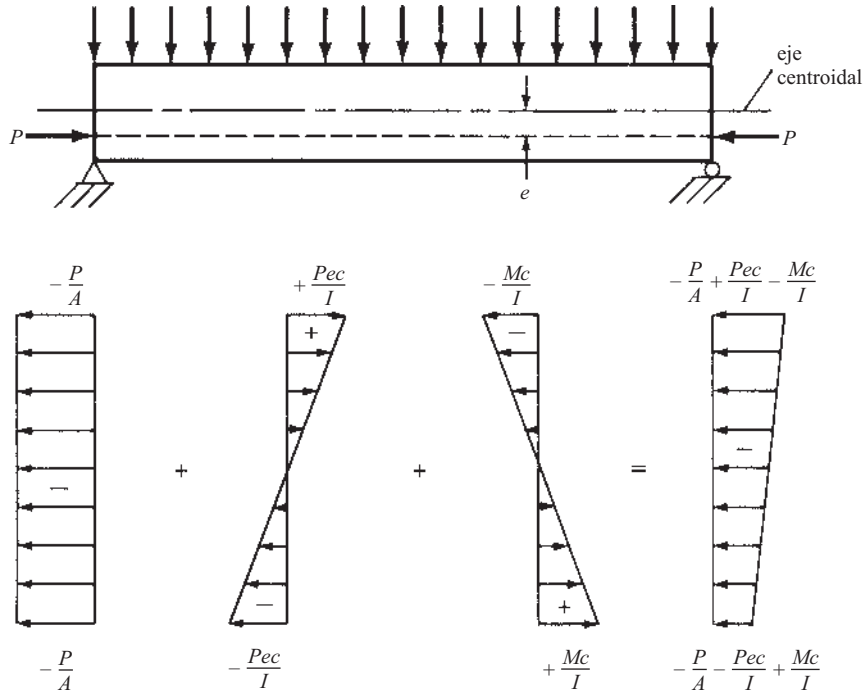


Figura 19.5 Distribución de esfuerzos en el concreto provenientes de la fuerza de presforzado excéntrica y de las cargas sobrepuestas.

estima que el método da resultados satisfactorios porque los cambios en los esfuerzos obtenidos, al usar las propiedades netas o las transformadas de la sección, no son significativos.

El Ejemplo 19.1 ilustra los cálculos necesarios para determinar los esfuerzos en varios puntos de una viga rectangular simplemente apoyada y presforzada. Se observará que como no hay momentos en los extremos de una viga simple debido a las cargas externas o al peso propio, la parte Mc/I de la ecuación del esfuerzo es igual a cero y la ecuación se reduce entonces a

$$f = -\frac{P}{A} \pm \frac{Pec}{I}$$

EJEMPLO 19.1

Calcular los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores en el centro del claro y en los extremos de la viga mostrada en la Figura 19.6.

Solución

Propiedades de la sección

$$I = \left(\frac{1}{12}\right)(12 \text{ plg})(24 \text{ plg})^3 = 13\,824 \text{ plg}^4$$

$$A = (12 \text{ plg})(24 \text{ plg}) = 288 \text{ plg}^2$$

$$M = \frac{(3 \text{ pie-klb})(20 \text{ pie})^2}{8} = 150 \text{ pie-klb}$$

Esfuerzos en el centro del claro de la viga

$$\begin{aligned} f_{\text{sup.}} &= -\frac{P}{A} + \frac{Pec}{I} - \frac{Mc}{I} = -\frac{250 \text{ klb}}{288 \text{ plg}^2} + \frac{(250 \text{ klb})(9 \text{ plg})(12 \text{ plg})}{13\,824 \text{ plg}^4} - \frac{(12 \text{ plg-pie})(150 \text{ pie-klb})(12 \text{ plg})}{13\,824 \text{ plg}^4} \\ &= -0.868 \text{ klb/plg}^2 + 1.953 \text{ klb/plg}^2 - 1.562 \text{ klb/plg}^2 = -0.477 \text{ klb/plg}^2 \end{aligned}$$

$$f_{\text{inf.}} = -\frac{P}{A} - \frac{Pec}{I} + \frac{Mc}{I} = -0.868 \text{ klb/plg}^2 - 1.953 \text{ klb/plg}^2 + 1.562 \text{ klb/plg}^2 = -1.259 \text{ klb/plg}^2$$

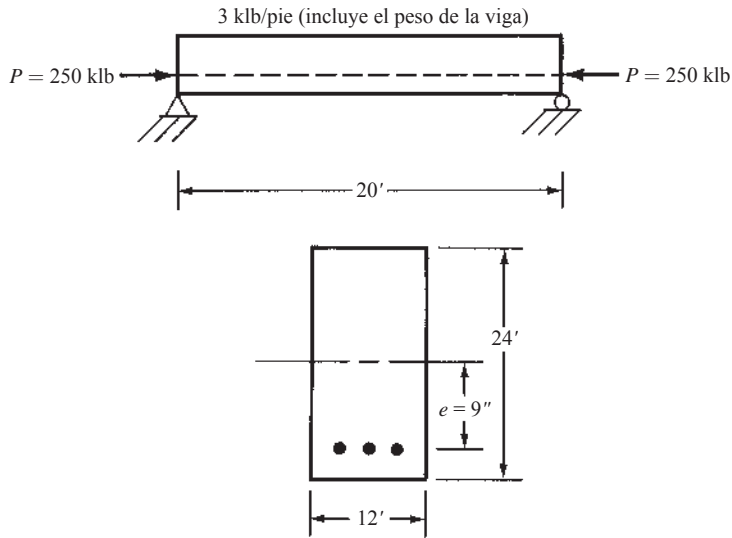


Figura 19.6 Información para el Ejemplo 19.1.

Esfuerzos en los extremos de la viga

$$f_{\text{sup.}} = -\frac{P}{A} + \frac{Pec}{I} = -0.868 \text{ klb/plg}^2 + 1.953 \text{ klb/plg}^2 = +1.085 \text{ klb/plg}^2$$

$$f_{\text{inf.}} = -\frac{P}{A} - \frac{Pec}{I} = -0.868 \text{ klb/plg}^2 - 1.953 \text{ klb/plg}^2 = -2.821 \text{ klb/plg}^2$$

En el Ejemplo 19.1 se mostró que cuando los tendones de presfuerzo son rectos, el esfuerzo de tensión en la parte superior de los extremos de la viga será bastante grande. Sin embargo, si los tendones se curvan, como se muestra en la Figura 19.7, es posible reducir o aun eliminar los esfuerzos de tensión. En las partes intermedias del claro, el centroide de los tendones puede quedar abajo del punto inferior del núcleo (véase el Ejemplo 19.2 para la determinación del punto del núcleo para esta sección), pero si en los extremos de la viga, donde no existe esfuerzo por momento de carga muerta, el centroide queda bajo el núcleo, se darán esfuerzos de tensión en la parte superior de la sección. Si los tendones se curvan de modo que los extremos queden en o arriba de este eje, no se dará tensión en la parte superior de la viga.

En el postensado, los ductos se colocan en la cimbra con la configuración curva deseada. Los tendones en los miembros pretensados se colocan en los puntos inferiores del núcleo o arriba de ellos, y luego se empujan hacia abajo a la profundidad deseada, en la línea central o en otros puntos. En la Figura 19.7 los tendones se muestran curvados a los tercios del claro. Dos alternativas a los tendones curvados que se han usado consisten en utilizar los tendones rectos situados abajo del punto inferior del núcleo, pero encerrados en tubos en sus extremos o en engrasar sus extremos. Ambos métodos se usan para evitar el desarrollo de momentos negativos en los extremos de la viga.

En la Sección 24.5.2.1 del Código ACI los miembros presforzados con adherencia y sin adherencia se designan como miembros de Clase U, T o C. Estas clasificaciones se basan en los esfuerzos de tensión calcu-

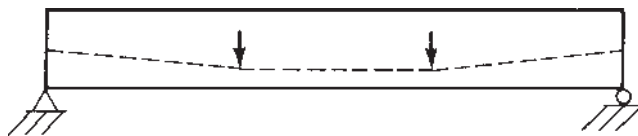


Figura 19.7 Tendones encorvados.

lados en miembros sujetos a cargas de servicio. Los miembros de Clase U son aquellos que se supone que no están agrietados y que tienen esfuerzos máximos de tensión $f_t \leq 7.5 \bar{f}'_c$. Los miembros de Clase C son aquellos que se suponen agrietados y tienen $f_t > 12 \bar{f}'_c$. Se supone que los miembros de Clase T son una transición entre miembros agrietados y no agrietados y que tienen esfuerzos máximos de tensión $7.5 \bar{f}'_c \leq f_t \leq 12 \bar{f}'_c$. Las losas presforzadas en dos direcciones deben designarse como secciones de Clase U con $f_t \leq 6 \bar{f}'_c$.

La Sección 24.5.2.2 del Código ACI establece que para los miembros de Clase U y T los esfuerzos de flexión pueden calcularse usando las propiedades de la sección sin agrietar. Sin embargo, para las secciones de Clase C, es necesario usar las propiedades de la sección agrietada transformada.

El Ejemplo 19.2 muestra los cálculos necesarios para localizar el punto del núcleo en la viga del Ejemplo 19.1. Además, se calculan los esfuerzos en la parte superior e inferior de los extremos de la viga. Debe observarse que, de acuerdo con esos cálculos, el punto del núcleo está 4 plg debajo de la mitad del peralte de la viga, y por tanto los tendones de presfuerzo deberían localizarse en el punto del núcleo en los extremos de la viga y bajar a la profundidad requerida en la región intermedia. Sin embargo, en realidad los tendones en los extremos de la viga no tienen que quedar tan altos como los puntos del núcleo, porque el Código ACI (Tabla 24.5.3.2) permite algo de tensión en la parte superior de la viga cuando los tendones se cortan. Este valor es $3 \bar{f}'_{ci}$, donde f'_{ci} es la resistencia del concreto en el momento en que se cortan los tendones, determinada en cilindros de concreto de prueba. El subíndice i denota “inicial”, que significa la liberación inicial del tendón de presfuerzo, antes de que el concreto adquiriera su resistencia total a los 28 días. Este valor permitido es aproximadamente igual al 40% de la resistencia al agrietamiento o módulo de ruptura del concreto ($7.5 \bar{f}'_{ci}$) en ese momento. Para el esfuerzo inferior en el fondo de la viga, que es de compresión, se permite que el valor sea tan alto como $0.60 f'_c$.

En realidad, el código permite valores hasta de $6 \bar{f}'_{ci}$ para los esfuerzos de tensión en los extremos de las vigas simples. Estos valores permisibles de tensión son aplicables a los esfuerzos que ocurren inmediatamente después de la transferencia de las fuerzas del presfuerzo y después de que ocurren las pérdidas por acortamiento elástico del concreto y por relajación de los tendones y apoyos del anclaje. Además, se supone que las pérdidas por flujo plástico y contracción, que dependen del tiempo, no han ocurrido aún. En la Sección 19.7 de este capítulo se analizan estas diversas pérdidas. Si los esfuerzos de tensión calculados son mayores que los valores permisibles, es necesario usar algún refuerzo de adherencia adicional (presforzado o no presforzado) para resistir la fuerza *total* de la tensión en el concreto, calculada con base en la sección no agrietada.

La Sección 24.5.4.1 del Código ACI da los esfuerzos permisibles bajo cargas de servicio para miembros de Clase U y Clase T después de que han ocurrido todas las pérdidas por presfuerzo. Se permite un esfuerzo de compresión en una fibra extrema igual a $0.45 f'_c$ para presfuerzo más cargas permanentes. El esfuerzo permisible de compresión para presfuerzo más carga total es $0.60 f'_c$. De hecho, el Código ACI proporciona aquí un incremento de un tercio en el esfuerzo permisible de compresión cuando un porcentaje grande de las cargas de servicio son transitorias o de corta duración.

El esfuerzo permisible de tensión en los extremos de vigas simplemente apoyadas después de la transferencia del presfuerzo es de $6 \bar{f}'_{ci}$. La Sección 24.5.2.2 del Código ACI permite esfuerzos permisibles mayores que los presentados aquí bajo ciertas condiciones. El comentario en ACI R24.5.2.1 del código establece que la intención de los autores del código es permitir valores mayores de esfuerzo cuando se justifiquen por el desarrollo de productos, materiales y técnicas de presforzado nuevos y mejores. La aprobación de estos incrementos debe ser de acuerdo con los procedimientos de la Sección 1.10 del Código ACI.

Sólo deben permitirse esfuerzos de compresión en las secciones presforzadas que vayan a usarse en condiciones de corrosión severa. Si ocurren grietas de tensión, el resultado puede ser una mayor corrosión en los cables.

EJEMPLO 19.2

Determinar la posición del punto inferior del núcleo en los extremos de la viga del Ejemplo 19.1. Calcular los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores en los extremos de la viga, suponiendo que los tendones se colocan en el punto del núcleo.

Solución **Localización del punto del núcleo**

$$\begin{aligned}
 f_{\text{sup.}} &= -\frac{P}{A} + \frac{Pec}{I} = 0 \\
 -\frac{250 \text{ klb}}{288 \text{ plg}^2} + \frac{(250 \text{ klb})(e)(12 \text{ plg})}{13\,824 \text{ plg}^4} &= 0 \\
 -0.868 \text{ klb/plg}^2 + 0.217e &= 0 \\
 e &= 4''
 \end{aligned}$$

Cálculo de los esfuerzos

$$\begin{aligned}
 f_{\text{sup.}} &= -\frac{P}{A} - \frac{Pec}{I} = -\frac{250 \text{ klb}}{288 \text{ plg}^2} + \frac{(250 \text{ klb})(4 \text{ plg})(12 \text{ plg})}{13\,824 \text{ plg}^4} \\
 &= -0.868 \text{ klb/plg}^2 + 0.868 \text{ klb/plg}^2 = 0 \\
 f_{\text{inf.}} &= -\frac{P}{A} - \frac{Pec}{I} = -0.868 \text{ klb/plg}^2 - 0.868 \text{ klb/plg}^2 = -1.736 \text{ klb/plg}^2
 \end{aligned}$$

19.6 FORMAS DE LAS SECCIONES PRESFORZADAS

Para simplificar la presentación de la teoría del presfuerzo, se usarán secciones rectangulares en la mayoría de los ejemplos de este capítulo. Desde el punto de vista de la cimbra solamente, las secciones rectangulares son las más económicas, pero las formas más complicadas, como las I y las T, requieren menos cantidades de concreto y acero de presfuerzo para soportar las mismas cargas, por lo que con frecuencia tienen los costos totales menores.

Si un miembro va a fabricarse sólo una vez, se usará probablemente una sección transversal que requiera una cimbra sencilla (con frecuencia rectangular). Por ejemplo, una cimbra sencilla es esencial para la mayoría de los trabajos colados en obra. Sin embargo, si las formas van a usarse numerosas veces para fabricar muchos miembros idénticos, se usarán secciones transversales más complicadas como las I, T, canales o en caja. En tales secciones, el costo de la cimbra como porcentaje del costo total de cada miembro se reducirá mucho. En la Figura 19.8 se muestran varios tipos de secciones presforzadas usadas comúnmente. La misma teoría general de la determinación de los esfuerzos y las resistencias a flexión es aplicable a las formas de este tipo, tal como las rectangulares.

La utilidad de una cierta sección depende de la simplicidad y reutilización de la cimbra, del aspecto de las secciones, del grado de dificultad del colado del concreto y de las propiedades teóricas de la sección transversal. Cuanto mayor sea la cantidad de concreto localizado cerca de las fibras extremas de una viga, mayor será el brazo de palanca entre las fuerzas C y T, así como el momento resistente. Por supuesto, existen algunas limitaciones sobre los anchos y espesores de los patines. Además, las almas deben ser suficientemente grandes para resistir la fuerza cortante y permitir el colado apropiado del concreto y, al mismo tiempo, ser suficientemente gruesas para evitar el pandeo.

Una T *simple* presforzada como la que se ve en la Figura 19.8a), con frecuencia resulta muy económica porque una gran proporción del concreto está situado en el patín de compresión, donde es muy eficaz para resistir las fuerzas compresivas. La doble T mostrada en la Figura 19.8b) se usa en escuelas, edificios de oficinas, tiendas, etc., y es probablemente la sección presforzada más utilizada actualmente en Estados Unidos. El ancho total de patín proporcionado por una doble T varía entre 5 pies y 8 pies y son comunes los claros con ellas de 30 pies a 50 pies. Puede verse que un sistema de piso o techo puede construirse fácil y rápidamente colocando lado a lado una serie de dobles T precoladas, TTTT. Estas secciones proporcionan tanto las vigas como las losas del sistema de techo o de piso. Las T simples se usan normalmente para cargas más pesadas y claros de entre 100 pies o 120 pies. Las doble T para tales claros serían de mucho peso y difíciles de manejar. La T simple no se usa tanto actualmente como lo fue en el pasado reciente debido a dificultades de estabilidad tanto en el flete como en el montaje.

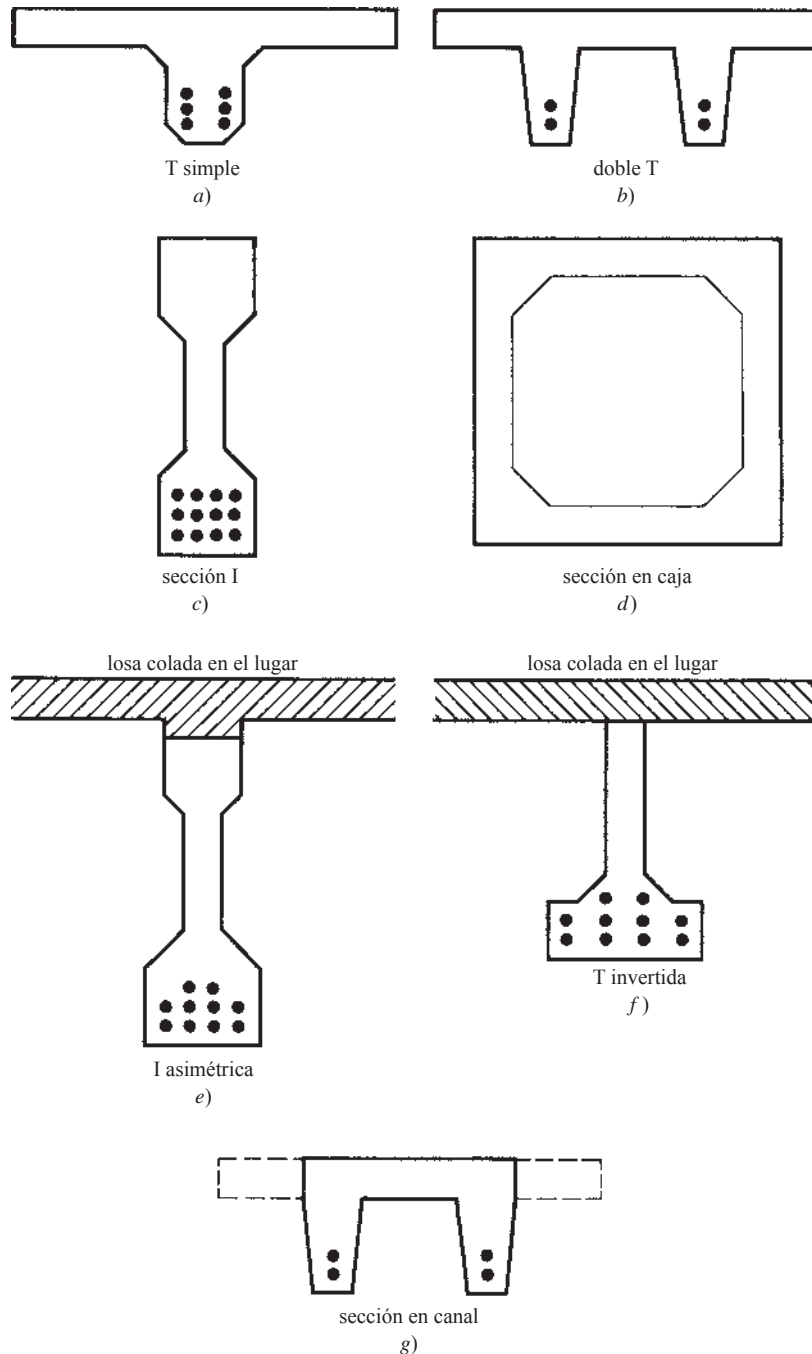


Figura 19.8 Secciones prefabricadas comúnmente aplicadas.

Las secciones I y en caja mostradas en las partes c) y d) de la Figura 19.8 tienen una mayor proporción del concreto en sus patines, por lo que tienen mayores momentos de inercia (en comparación con secciones rectangulares con iguales cantidades de concreto y tendones de presfuerzo). Sin embargo, la cimbra es complicada y el colado del concreto resulta difícil. Las traveses en caja se usan con frecuencia



Trabes pretensadas para puente durante el montaje.
(David Sailors/© Corbis.)



Segmentos postensados y precolados de concreto para el viaducto East Moors, en Lanbury Way, Cardiff, Gales del Sur. (Colección CC&A, cortesía de The Concrete Society.)

para claros de puentes. Las I asimétricas [Figura 19.8e)], con grandes patines inferiores para alojar los tendones y pequeños patines superiores, pueden ser económicas en ciertas secciones compuestas donde se usan junto con una losa colada en el lugar, para proporcionar el patín de compresión. En la Figura 19.8f) se muestra una situación similar, donde una T invertida se usa junto con una losa colada en el sitio.

Se usan muchas variantes de esas secciones, tales como la sección en canal mostrada en la Figura 19.8g). Esta sección puede hacerse eliminando los patines de una sección doble T, como se muestra, y los miembros resultantes pueden entonces usarse para asientos en estadios o para usos similares.

19.7 PÉRDIDAS DE PRESFUERZO

Los esfuerzos de flexión calculados para las vigas de los Ejemplos 19.1 y 19.2 se basaron en los esfuerzos iniciales de los tendones de presfuerzo. Sin embargo, estos esfuerzos se reducen con el paso del tiempo (en un periodo de aproximadamente 5 años) debido a varios factores. Estos factores, que se analizan en los siguientes párrafos, son:

1. Acortamiento elástico del concreto
2. Contracción y flujo plástico del concreto
3. Relajación o escurrimiento de los tendones
4. Deslizamiento en los sistemas de anclaje en el postensado
5. Fricción a lo largo de los ductos usados en el postensado

Aunque es posible calcular las pérdidas de presfuerzo individualmente para cada uno de los factores indicados arriba, es usualmente más práctico e igualmente satisfactorio usar una sola estimación global para todos los factores juntos. Se tienen demasiados factores interrelacionados que afectan las estimaciones para pretender lograr un valor exacto.

Tales estimaciones globales de pérdida total de presfuerzo son aplicables sólo a miembros presforzados promedio hechos con concreto, procedimientos de construcción y control de calidad normales. Si las condiciones son muy diferentes de éstas y/o el proyecto es sumamente importante, conviene considerar hacer estimaciones detalladas de las pérdidas como las que se presentan en los siguientes párrafos.

La resistencia última de un miembro presforzado está casi completamente controlada por la resistencia a la tensión y el área de la sección transversal de los cables. En consecuencia, las pérdidas de presfuerzo tendrán muy poco efecto en la resistencia última por flexión. Sin embargo, las pérdidas de presfuerzo ocasionarán que se presente un mayor agrietamiento bajo cargas de trabajo, lo que conduce a mayores deflexiones. Además, la resistencia del miembro a cortante y fatiga se reducirá en alguna medida.

Acortamiento elástico del concreto

Cuando se cortan los tendones de un miembro pretensado, la fuerza de presfuerzo se transfiere al concreto, por lo que éste queda trabajando a compresión y se acorta, lo que permite alguna relajación o acortamiento de los tendones. El esfuerzo en el concreto adyacente a los tendones puede calcularse tal como se describió en los ejemplos anteriores. La deformación unitaria $\hat{\epsilon}_c$ en el concreto, igual a f_c/E_c , se supone igual a la deformación unitaria ϵ_s del acero, gracias a la adherencia. Así, la pérdida de presfuerzo puede considerarse igual a $\epsilon_s E_s$. Un valor promedio de la pérdida de presfuerzo en los miembros pretensados debido al acortamiento elástico, es aproximadamente 3% del valor inicial del presfuerzo.

En los párrafos que siguen se muestra la obtención de la pérdida de presfuerzo debido al acortamiento elástico del concreto.

Puede verse que la deformación unitaria por compresión en el concreto debida al presfuerzo, debe ser igual a la disminución de la deformación unitaria del acero, es decir,

$$\epsilon_c = \Delta\epsilon_s$$

Estos valores pueden escribirse en términos de esfuerzos como sigue:

$$\frac{f_c}{E_c} = \frac{\Delta f_s}{E_s}$$

podemos escribir entonces

$$\Delta f_s = \frac{E_s f_c}{E_c} = n f_c$$

donde f_c es el esfuerzo en el concreto al nivel del centroide del tendón después de la transferencia de esfuerzos por los cables.

Si expresamos con Δf_s el esfuerzo inicial f_{si} en el tendón menos el esfuerzo en el mismo después de la transferencia, podemos escribir

$$f_{si} - f_s = n f_c$$

Si P_0 es el esfuerzo total inicial en el cable y P_f es el esfuerzo después de la transferencia, obtenemos

$$P_0 - P_f = n \frac{P_f}{A_c} A_{ps}$$

$$P_0 = n \frac{P_f}{A_c} A_{ps} + P_f$$

$$P_0 = P_f \left(\frac{n A_{ps}}{A_c} + 1 \right) = \frac{P_f}{A_c} (n A_{ps} + A_c)$$

Entonces

$$f_c = \frac{P_0}{A_c + A_{ps}} = \text{aproximadamente } \frac{P_0}{A_g}$$

y finalmente

$$\Delta f_s = n f_c = \frac{n P_0}{A_g}$$

valor que puede calcularse fácilmente.

En miembros postensados, la situación es un poco más complicada porque es bastante común esforzar unos cuantos tendones a la vez y conectarlos a las placas de extremo. Como resultado, las pérdidas varían, ocurriendo las mayores en los primeros tendones que se esfuerzan y las menores en los que se esfuerzan al final. Por esta razón, puede calcularse una pérdida promedio en los diferentes tendones. Las pérdidas debido al acortamiento elástico son en promedio aproximadamente 0.5% en los miembros postensados. Suele ser posible calcular las pérdidas esperadas en cada conjunto de tendones y sobreesforzarlos en esa cantidad, de manera que las pérdidas netas sean cercanas a cero.

Contracción y fluencia plástica del concreto

Las pérdidas de presfuerzo debido a la contracción y flujo plástico en el concreto son muy variables. Por una parte, la contracción que ocurre en el concreto varía entre casi 0 y 0.0005 plg/plg (dependiendo de la humedad y de la edad del concreto al ser cargado), con un valor promedio de aproximadamente 0.0003 plg/plg, que se usa comúnmente.

Puede decirse que la pérdida de presfuerzo por contracción es igual a $\epsilon_{sh} E_s$, donde ϵ_{sh} es la deformación unitaria por contracción del concreto. Puede encontrarse un valor recomendado de ϵ_{sh} en Zia y otros, que debe determinarse multiplicando la deformación unitaria básica por contracción por un factor

correctivo basado en la razón del volumen (V) a la superficie (S) multiplicada por un factor de corrección por humedad relativa (H).³

$$\epsilon_{sh} = (0.00055) \left(1 - 0.06 \frac{V}{S} \right) (1.5 - 0.15H)$$

Si el miembro es postensado, en Zia y otros se da un multiplicador adicional que toma en cuenta el tiempo entre el final del curado húmedo y la aplicación de la fuerza de presfuerzo.

La cantidad de flujo plástico en el concreto depende de varios factores, que se analizaron antes en este texto, y puede variar entre una a cinco veces el acortamiento elástico instantáneo. Las fuerzas de presfuerzo usualmente se aplicaron a los miembros pretensados en la edad del concreto mucho antes que a los miembros postensados. Los miembros pretensados se cuelan generalmente en una cama en un patio de presfuerzo, donde la rapidez de la producción de los miembros es una cuestión económica importante. El propietario busca tensionar el acero, colar el concreto y retirar los miembros de la cama de colado, tan pronto como el concreto alcance suficiente resistencia, de modo de poder seguir trabajando con la siguiente camada. En consecuencia, la contracción y el flujo plástico son mayores, así como las pérdidas resultantes. Las pérdidas promedio para miembros pretensados son de aproximadamente 6%, y para miembros postensados, de aproximadamente 5%.

Las pérdidas en los esfuerzos de los cables debido a la deformación unitaria por flujo plástico pueden determinarse multiplicando un coeficiente determinado experimentalmente C_t de flujo plástico, por nf_c .

$$\Delta f_s = C_t n f_c$$

En Zia y otros, se recomienda un valor de $C_t = 2.0$ para secciones pretensadas, y de 1.6 para secciones postensadas. Estos valores deben reducirse hasta 20% si se usa concreto ligero. El valor f_c se define como el esfuerzo en el concreto adyacente al centroide de los tendones debido al presfuerzo inicial ($-P/A$), y debido a las cargas muertas permanentes que se aplican al miembro después del pretensado ($-Pec/I$), donde e se mide del centroide de la sección al centroide de los tendones.

Relajación o flujo plástico en los tendones

El flujo plástico o relajación de los tendones de acero es muy pequeño cuando los esfuerzos son bajos, pero el porcentaje de relajación aumenta cuando los esfuerzos son mayores. En general, las pérdidas estimadas varían entre 2% y 3% de los esfuerzos iniciales. La magnitud de estas pérdidas en realidad varía bastante para diferentes aceros y debe determinarse en función de los datos proporcionados por el fabricante del metal. Existe una fórmula con la que esta pérdida puede calcularse.

Deslizamiento en los sistemas de anclaje del postensado

Cuando se sueltan los restiradores y las fuerzas de presfuerzo se transfieren al extremo del sistema de anclaje, ocurre un pequeño deslizamiento de los tendones. La magnitud del deslizamiento depende del sistema usado y varía entre 0.10 y 0.20 plg. Tales deformaciones son muy importantes si los miembros y los tendones son cortos, pero si fueran largos, el porcentaje es de menor importancia.

³Zia, P., Preston, H.K., Scott, N.L. y Workman, E.B., 1979, "Estimating Prestress Losses", *Concrete International: Design & Construction*, vol. 1, no. 6 (Detroit, MI: American Concrete Institute), págs. 32-38.

Fricción a lo largo de los ductos usados en el postensado

Existen pérdidas en el postensado debido a la fricción entre los tendones y los ductos que los contienen. En otras palabras, el esfuerzo en los tendones disminuye gradualmente conforme aumenta la distancia desde el punto de tensado, debido a la fricción entre los tendones y el material circundante. Estas pérdidas se deben a los llamados efectos de longitud y curvatura.

El *efecto de longitud* es la fricción que se tendría si el tendón fuese recto en vez de curvo. En realidad, es imposible que haya un ducto totalmente recto en la construcción postensada; en consecuencia, se da una fricción llamada efecto de longitud y también *efecto por balanceo*. La magnitud de esta fricción depende del esfuerzo en el tendón, de su longitud, de la mano de obra para el miembro específico en cuestión y del coeficiente de fricción entre los materiales.

El *efecto de curvatura* es la cantidad de fricción que ocurre además del efecto por balanceo que no ha sido planificado. La pérdida resultante se debe al efecto de fricción entre los materiales causado por la presión de los tendones sobre el concreto, la cual depende del esfuerzo y del cambio del ángulo en los tendones curvos.

Es posible reducir considerablemente las pérdidas por fricción en el presfuerzo por medio de varios métodos. Éstos incluyen el uso del restirador (o gato) en ambos extremos, el sobreesfuerzo inicial de los tendones y la lubricación de los cables no adheridos.

La Sección 20.3.2.6.2 del Código ACI requiere que las pérdidas por fricción en miembros postensados se calculen con coeficientes de longitud y curvatura obtenidos experimentalmente y verificados durante la operación de presforzado. El ACI 318-08 y las ediciones anteriores suministraban ecuaciones para calcular las pérdidas por fricción. Actualmente, el ACI 318-14 cita al Manual de post-tensionado⁴ para estimar estas pérdidas.

19.8 RESISTENCIA ÚLTIMA DE SECCIONES PRESFORZADAS

Se da ahora considerable énfasis a la resistencia última de las secciones presforzadas; el objetivo es obtener un factor satisfactorio de seguridad contra el colapso. Podría preguntarse por qué es necesario en el trabajo de presfuerzo considerar *tanto* la condición bajo esfuerzos de trabajo como la condición de la resistencia última. La respuesta radica en los tremendos cambios que ocurren en el comportamiento de un miembro presforzado después de que se forman grietas de tensión. Antes de que empiecen a formarse las grietas, la sección transversal entera de un miembro presforzado puede resistir las fuerzas, pero después de que se empiezan a desarrollar las grietas, la parte agrietada ya no puede resistir las fuerzas de tensión. Usualmente, se supone que el agrietamiento ocurre cuando los esfuerzos de tensión calculados son iguales al módulo de ruptura del concreto (aproximadamente $7.5 \bar{f}'_c$).

Otra pregunta que usted podría formularse es: ¿qué efecto tienen las fuerzas de presfuerzo en la resistencia última de una sección? La respuesta es muy sencilla. Un análisis por resistencia última se basa en la hipótesis de que los tendones de presfuerzo están esforzados más allá de su punto de fluencia. Si los tendones han cedido, el lado de tensión de la sección estará agrietado y el momento resistente último teórico es el mismo que para una viga no presforzada construida con el mismo concreto y el mismo refuerzo.

El cálculo teórico de las capacidades últimas de las secciones presforzadas no es un asunto rutinario, como en el caso de los miembros ordinarios de concreto reforzado. Los aceros de alta resistencia con que se fabrican los tendones del presfuerzo, no tienen puntos de fluencia bien definidos. A pesar de esto, el método de resistencia para determinar las capacidades últimas por momento de secciones concuerda bastante bien con las pruebas de carga, siempre que el porcentaje de acero sea lo suficientemente pequeño como para que se tenga una falla de tensión y siempre que se trate de tendones adheridos.

En las expresiones usadas aquí, f_{ps} es el esfuerzo promedio en el acero de presfuerzo bajo la carga de diseño. Este esfuerzo se usa en los cálculos porque los aceros en cuestión usados comúnmente en las vigas presforzadas, no tienen puntos bien definidos de fluencia (es decir, las secciones planas que son comunes en las curvas de esfuerzo-deformación unitaria de los aceros estructurales ordinarios). A menos

⁴Post-Tensioning Manual, sexta edición, Post-Tensioning Institute, Farmington Hills, MI, 2006, 354 pp.

que los puntos de fluencia de estos aceros se determinen por medio de estudios detallados, normalmente sus valores son especificados. Por ejemplo, la Sección 20.3.2.3.1 del Código ACI establece que puede usarse la siguiente expresión aproximada para calcular f_{ps} . En esta expresión, f_{pu} es la resistencia última del acero de presfuerzo, ρ_p es el porcentaje de refuerzo presforzado A_{ps}/bd_p , y f_{se} es el esfuerzo efectivo en el acero de presfuerzo después de ocurridas las pérdidas. Si se dispone de valores más precisos para el esfuerzo, pueden usarse éstos en vez de los valores especificados. Los valores resultantes en ningún caso pueden tomarse mayores que la resistencia especificada de fluencia f_{py} o bien $f_{se} + 60\,000$. Para miembros adheridos

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \frac{f_y}{f'_c} (\rho - \rho') \right] \right) \quad \text{si } f_{se} \leq 0.5f_{pu} \quad (\text{Ecuación 20.3.2.3.1 del ACI})$$

donde γ_p es un factor para el tipo de tendón de presfuerzo cuyos valores se especifican en la Tabla 20.3.2.3.1 del ACI ($\gamma_p = 0.55$ para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.80, 0.40 para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.85, y 0.28 para f_{py}/f_{pu} no menor que 0.90), d_p = distancia de la fibra extrema de compresión al centroide del refuerzo presforzado.

Si se considera cualquier refuerzo a compresión al calcular f_{ps} , los términos entre corchetes no deben tomarse menores que 0.17 (véase el Comentario R20.3.2.3.1b). Si se toma en cuenta el refuerzo a compresión y si el término entre corchetes es pequeño, la profundidad hasta el eje neutro será pequeña, por lo que el refuerzo a compresión no alcanzará su esfuerzo de fluencia. Para esta situación, los resultados obtenidos con la Ecuación 20.3.2.3.1 del ACI no son conservadores, lo que explica por qué el ACI estipula el límite de 0.17.

Si el refuerzo a compresión se desprecia al usar la ecuación, ω' será igual a cero y el término entre corchetes puede ser menor que 0.17. Si d' es grande, la deformación unitaria en el acero a compresión puede ser considerablemente menor que la deformación unitaria de fluencia y, en consecuencia, el acero de compresión no influiría en f_{ps} tan favorablemente como lo implica la ecuación. Como consecuencia, el refuerzo de compresión debe despreciarse en la Ecuación 20.3.2.3.1 del ACI para vigas en las cuales $d' \leq 0.15 d_p$.

Para miembros no adheridos con relación de claro a peralte ≤ 35 ,

$$f_{ps} = f_{se} + 10\,000 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \quad \text{pero no mayor que } f_{py} \text{ ni que } (f_{se} + 60\,000) \quad (\text{Tabla 20.3.2.4.1 del ACI})$$

Para miembros no adheridos con relación de claro a peralte > 35 ,

$$f_{ps} = f_{se} + 10\,000 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \quad (\text{Tabla 20.3.2.4.1 del ACI})$$

Sin embargo, f_{ps} no debe exceder a f_{py} ni a $f_{se} + 30\,000$.

Igual que en los miembros de concreto reforzado, la cantidad de acero en las secciones presforzadas se limita para garantizar fallas a tensión. Esta limitación rara vez presenta problemas, excepto en miembros con cantidades muy pequeñas de presfuerzo o en miembros que no sólo tienen torones de presfuerzo, sino también algunas varillas de refuerzo ordinario.

El Ejemplo 19.3 ilustra los cálculos necesarios para determinar la capacidad última permisible de una viga rectangular presforzada. Al final del ejemplo se hacen algunos importantes comentarios generales sobre la solución y sobre los cálculos relativos al momento último.

EJEMPLO 19.3

Determinar la capacidad permisible por momento último ϕM_n de la viga presforzada adherida de la Figura 19.9 si $f_{py} = 240\,000 \text{ lb/plg}^2$, f_{pu} es $275\,000 \text{ lb/plg}^2$ y f'_c es $5\,000 \text{ lb/plg}^2$.

Solución Valor aproximado de f_{ps} según el código ACI

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p} = \frac{1.40 \text{ plg}^2}{(12 \text{ plg})(21.5 \text{ plg})} = 0.00543$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = \frac{240\,000 \text{ lb/plg}^2}{275\,000 \text{ lb/plg}^2} = 0.873$$

$\therefore \gamma_p = 0.40$, como se indicó antes en esta sección inmediatamente después de la presentación de la Ecuación 20.3.2.3.1 del ACI.

Se tiene que f_{ps} = esfuerzo estimado en el refuerzo presforzado bajo resistencia nominal. Observe que $\beta_1 = 0.80$ para concreto de $5\,000 \text{ lb/plg}^2$, y d , la distancia de la fibra extrema a compresión de la viga al centroide de cualquier refuerzo de tensión no presforzado, es igual a cero, ya que no hay tal refuerzo en esta viga.

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \frac{f_y}{f'_c} (\rho - \rho') \right] \right\} \quad (\text{Ecuación 20.3.2.3.1 del ACI})$$

$$= 275 \text{ klb/plg}^2 \left\{ 1 - \frac{0.40}{0.80} \left[0.00543 \left(\frac{275 \text{ klb/plg}^2}{5 \text{ klb/plg}^2} \right) + 0 \right] \right\} = 233.9 \text{ klb/plg}^2$$

Capacidad por momento

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0.85 f'_c b} = \frac{(1.40 \text{ plg}^2)(233.9 \text{ klb/plg}^2)}{(0.85)(5 \text{ klb/plg}^2)(12 \text{ plg})} = \underline{6.42 \text{ plg}}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{6.42 \text{ plg}}{0.80} = 8.03 \text{ plg}$$

$$\epsilon_t = \frac{d_p - c}{c} 0.003 = \frac{21.5 \text{ plg} - 8.03 \text{ plg}}{8.03 \text{ plg}} (0.003)$$

$$= 0.0050$$

\therefore la tensión del miembro
está controlada y $\phi = 0.9$

$$\phi M_n = \phi A_{ps} f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} \right) = (0.9)(1.40 \text{ plg}^2)(233.9 \text{ klb/plg}^2) \left(21.5 \text{ plg} - \frac{6.42 \text{ plg}}{2} \right)$$

$$= 5\,390 \text{ plg-klb} = \underline{\underline{449.2 \text{ pie-klb}}}$$

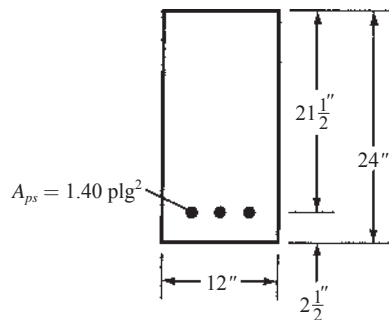


Figura 19.9 Sección transversal de la viga del Ejemplo 19.3.

Análisis

El valor aproximado de f_{ps} obtenido con la fórmula ACI es muy adecuado para todo fin práctico. De hecho, puede obtenerse un valor ligeramente más exacto de f_{ps} y de la capacidad por momento de la sección, calculando la deformación unitaria en los tendones de presfuerzo, debida al presfuerzo, y sumándola a la deformación unitaria debida al momento último. Esta última deformación unitaria se puede determinar en función de los valores de a y del diagrama de deformación unitaria, como se hizo en los primeros capítulos para verificar si las fallas de tensión rigen en las vigas de concreto reforzado. Con la deformación unitaria total puede obtenerse un esfuerzo más exacto en el cable, haciendo referencia a la curva de esfuerzo-deformación unitaria del acero de presfuerzo utilizado. Tal curva se muestra en la Figura 19.10.

El análisis descrito aquí es satisfactorio para vigas pretensadas o para vigas postensadas adheridas, pero no es tan bueno para miembros postensados sin adherencia. En estos miembros, el acero puede deslizarse con respecto al concreto, en consecuencia, el esfuerzo en el acero es casi constante a lo largo del miembro. Los cálculos de M_u para tales miembros son menos exactos que para los miembros adheridos. A menos que se agreguen algunas varillas de refuerzo ordinario a tales elementos, pueden formarse grandes grietas que no son nada útiles y que pueden conducir a la corrosión de los tendones de presfuerzo. Si una viga presforzada está bien diseñada con cargas de servicio y luego se revisa por métodos de resistencia y se encuentra que no tiene suficiente capacidad para resistir las cargas factorizadas ($M_u = 1.2M_D + 1.6M_L$), puede agregársele un esfuerzo no presforzado para aumentar el factor de seguridad. El incremento en T debido a estas varillas se supone igual a $A_s f_y$ (Sección 22.3.2.1 del Código ACI). La Sección 9.6.2.1 del Código ACI establece, además, que la cantidad total de refuerzo presforzado y no presforzado debe ser suficiente para desarrollar un momento último, igual a por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento de la sección. Este momento de agrietamiento se calcula con el módulo de ruptura del concreto, excepto para miembros a flexión con esfuerzos cortantes y de flexión, iguales cuando menos al doble de los requeridos para soportar las cargas factorizadas y para losas postensadas sin adherencia en dos direcciones. Este acero adicional sirve también para reducir las grietas. (El requisito 1.2 se puede pasar por alto en losas postensadas en dos direcciones no adheridas y en miembros a flexión con resistencia a cortante y flexión por lo menos igual al doble de la requerida por las Secciones 7.6.2.2 y 9.6.2.2 del Código ACI.)

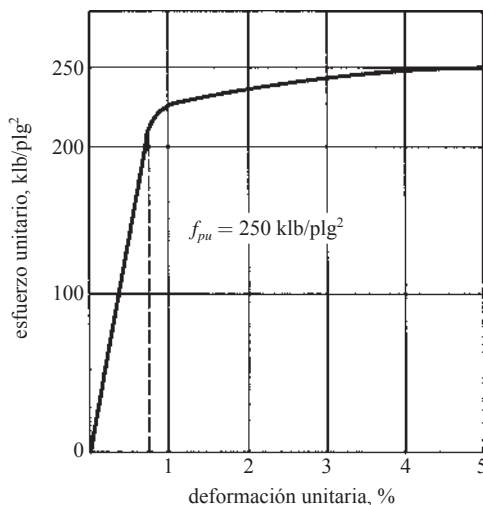


Figura 19.10 Curva típica esfuerzo-deformación unitaria para alambre de acero de alta resistencia.

19.9 DEFLEXIONES

Las deflexiones de las vigas de concreto presforzado deben calcularse muy cuidadosamente. Algunos miembros que son completamente satisfactorios en todo lo demás, no lo son en lo que atañe a la magnitud de sus deflexiones.

En los capítulos anteriores, un método que se usó para limitar las deflexiones consistía en especificar los peraltes mínimos para varios tipos de miembros (véase la Tabla 4.1 del Capítulo 4). Sin embargo, estos peraltes mínimos son aplicables sólo a secciones no presforzadas. Los cálculos de deflexiones en la práctica se hacen como para miembros con otros materiales, como acero estructural, concreto reforzado, etc. Sin embargo, se tiene el mismo problema que existe con los miembros de concreto reforzado, es decir, la dificultad de determinar el módulo de elasticidad que debe usarse en los cálculos. El módulo varía con la edad, con los diferentes niveles de presfuerzo y con otros factores. Se usa el momento de inercia total para el cálculo de deflexiones para las losas y las vigas de Clase U. Para losas y vigas presforzadas de Clase T y Clase C, los cálculos de las deflexiones se basan en el momento efectivo de inercia I_e dado en la Sección 6.6 de este libro. Al aplicar la ecuación para I_e , el término f_r en el cálculo de M_{cr} se modifica añadiendo el presfuerzo efectivo al módulo de ruptura. La ecuación modificada es $M_{cr} = (f_r + f_{pe}) = I_g / y_t$.

La deflexión debida a la fuerza en un conjunto de tendones rectos es la que primero se considera en esta sección, con referencia a la Figura 19.11a). Las fuerzas de presfuerzo causan un momento negativo igual a Pe y por ello una deflexión hacia arriba o una combadura de la viga. La deflexión en el eje central puede calcularse tomando momentos en el punto considerado, cuando la viga conjugada se carga según el diagrama M/EI . En el eje central la deflexión es

$$- \left(\frac{Pe\ell}{2EI} \right) \left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{4} \right) = - \frac{Pe\ell^2}{8EI} \uparrow$$

Si los cables no son rectos, la deflexión será diferente, debido a los diferentes diagramas de momentos negativos producidos por la fuerza en los cables. Si los cables se doblan o curvan hacia abajo, como se muestra en las partes *b*) y *c*) de la Figura 19.11, puede aplicarse de nuevo la viga conjugada para calcular las deflexiones. Los valores resultantes se muestran en la figura.



Construcción por segmentos de un puente de concreto presforzado.
(© YAO MENG PENG/Stockphoto.)

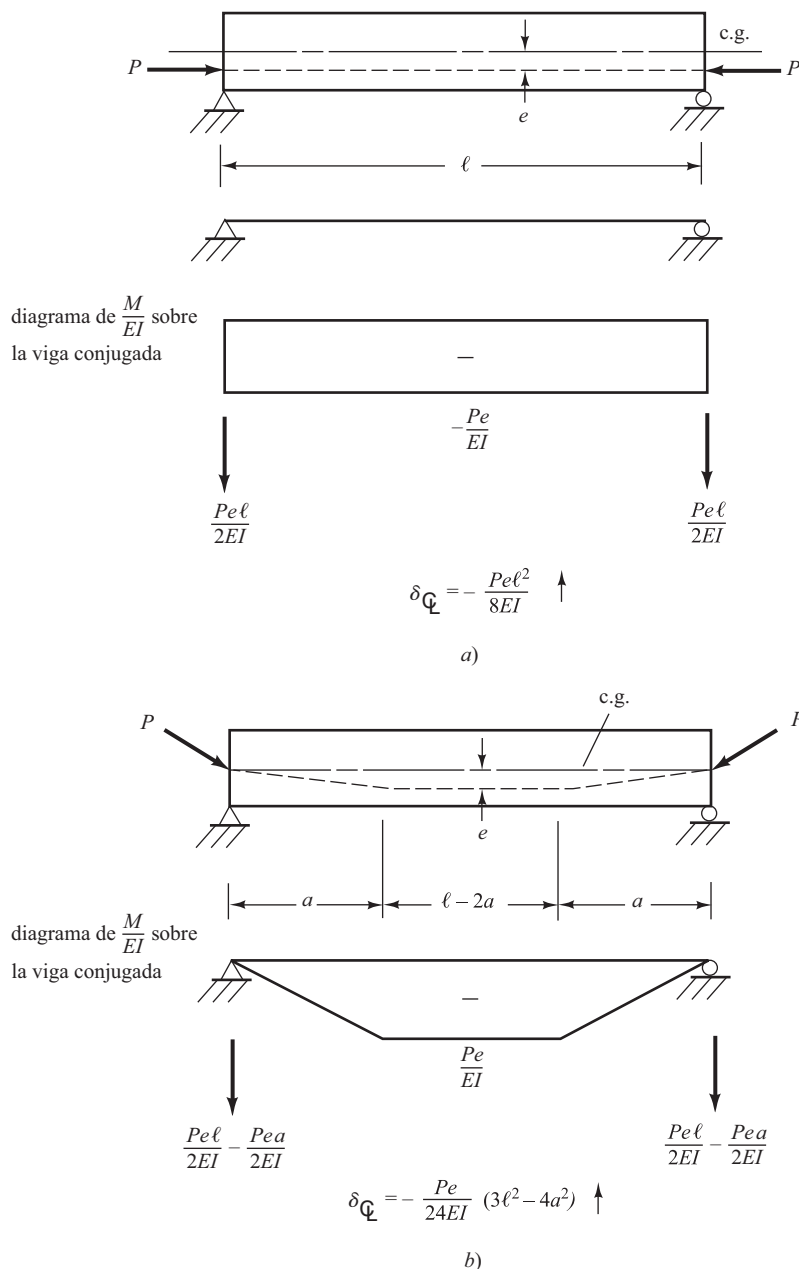


Figura 19.11 Deflexiones en vigas presforzadas. (Continúa.)

Las deflexiones debidas a los esfuerzos en los tendones cambian con el tiempo. Antes que nada, las pérdidas de esfuerzo en los tendones presforzados reducen los momentos negativos que producen y, por ende, las deflexiones hacia arriba. Los esfuerzos de compresión a largo plazo en el fondo de la viga, debidos a los momentos negativos del presfuerzo, causan fluencia plástica y por tanto un incremento en las deflexiones hacia arriba.

Además de las deflexiones causadas por los esfuerzos en los tendones, existen deflexiones debidas al peso propio de la viga y debidas a las cargas muertas y vivas adicionales que se aplican subsecuentemente

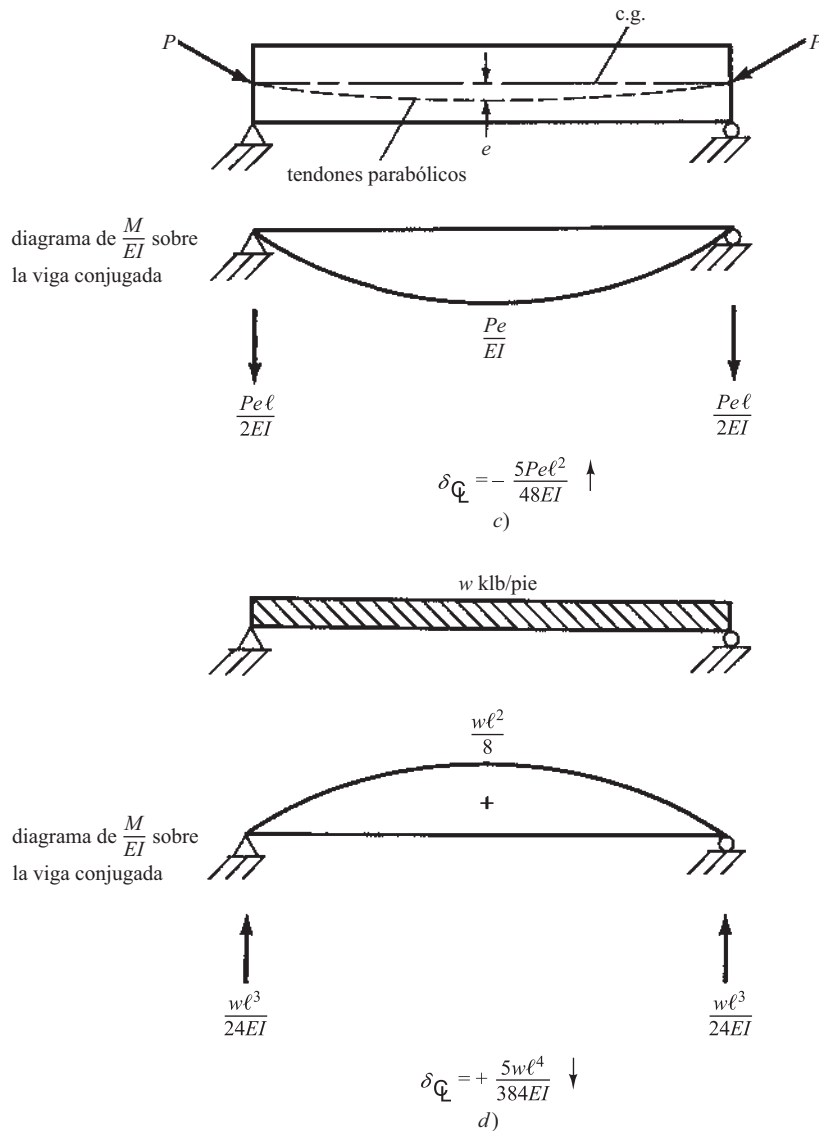


Figura 19.11 (Continuación.)

a la viga. Estas deflexiones se pueden calcular y superponerse a las causadas por los tendones. La Figura 19.11d) muestra la deflexión en el centro del claro de una viga simple con carga uniforme, obtenida al tomar momentos en el centro del claro cuando la viga conjugada está cargada según el diagrama de momentos M/EI .

El Ejemplo 19.4 muestra los cálculos de las deflexiones inicial y a largo plazo en una viga rectangular pretensada.

EJEMPLO 19.4

La viga rectangular pretensada mostrada en la Figura 19.12 tiene cables rectos con esfuerzos iniciales de 175 klb/plg² y esfuerzos finales después de las pérdidas de 140 klb/plg². Determinar la deflexión de la viga en el centro del claro, inmediatamente después de que se cortan los cables. Se tiene que $Ec = 4 \times 10^6$ lb/plg². Suponga concreto no agrietado.

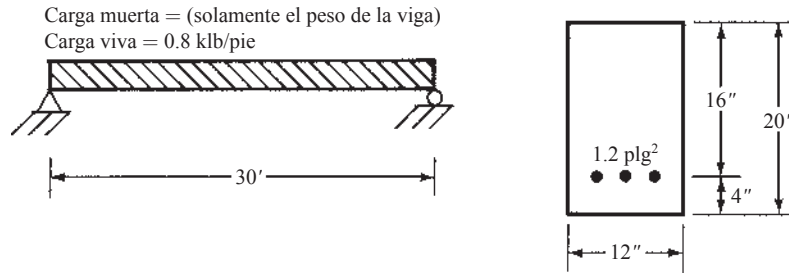


Figura 19.12 Información del Ejemplo 19.4.

Solución

$$I_g = \left(\frac{1}{12}\right)(12 \text{ plg})(20 \text{ plg})^3 = 8000 \text{ plg}^4$$

$$e = 6''$$

$$\text{Peso de la viga} = \frac{(12 \text{ plg})(20 \text{ plg})}{144 \text{ plg}^2/\text{pie}^2}(150 \text{ lb/pie}) = 250 \text{ lb/pie}$$

Deflexión inmediatamente después de que se cortan los cables

$$\delta \text{ debida al cable} = -\frac{Pe\ell^2}{8EI} = -\frac{(1.2 \text{ plg}^2 \times 175\,000 \text{ lb/plg}^2)(6 \text{ plg})(12 \text{ plg/pie} \times 30 \text{ pie})^2}{(8)(4 \times 10^6 \text{ lb/plg}^2)(8000 \text{ plg}^4)} = -0.638 \text{ plg} \uparrow$$

$$\delta \text{ debida al peso de la viga} = +\frac{5w\ell^4}{384EI} = \frac{(5)\left(\frac{250 \text{ lb/pie}}{12 \text{ plg/pie}}\right)(12 \text{ plg/pie} \times 30 \text{ pie})^4}{(384)(4 \times 10^6 \text{ lb/plg}^2)(8000 \text{ plg}^4)} = +0.142 \text{ plg} \downarrow$$

$$\text{Deflexión total} = -0.496 \text{ plg} \uparrow$$

Comentarios adicionales sobre la deflexión

Las deflexiones a largo plazo pueden calcularse como se describió en el Capítulo 6. Sin considerar las cargas externas, puede verse en el ejemplo anterior que la viga tiene una combadura inicial de 0.496 plg; con el paso del tiempo, tal combadura se incrementa debido al flujo plástico del concreto. Esa combadura es a veces de utilidad para contrarrestar las deflexiones causadas por las cargas superpuestas. Sin embargo, en algunos miembros la combadura puede ser muy grande, particularmente en grandes claros y también donde se usan agregados de peso ligero. Si dicho encorvamiento es muy grande, los resultados pueden ser muy perjudiciales para la estructura (torcimiento de los pisos, daños en los techos, agrietamiento y torcimiento de los muros, etcétera).

Para ilustrar un problema que pudiera presentarse, supongamos que el techo de una escuela se construye colocando T dobles de 50 pies y de agregado ligero, lado a lado sobre un salón de clase. Las combaduras resultantes pueden ser muy grandes y, lo que es peor, pueden no ser iguales en secciones diferentes. Resulta entonces necesario forzar las diferentes secciones a que tengan las mismas deflexiones y unirlos de alguna manera para tener una superficie lisa en el techo. Una vez que la superficie está pareja, los miembros pueden conectarse soldando entre ellos inserciones metálicas, tales como ángulos colados en los bordes de las diferentes secciones con este fin.

Los miembros de concreto reforzado, así como los miembros presforzados con extremos en voladizo, tienen a menudo grandes deflexiones. Las deflexiones totales en los extremos libres de estos miembros

bros se deben a la suma de las deflexiones normales más el efecto de las rotaciones de los apoyos. Este último efecto con frecuencia puede ser el mayor de los dos y, en consecuencia, la suma de las dos deflexiones puede ser tan grande que afecte desventajosamente la apariencia de la estructura. Por esta razón, muchos proyectistas evitan los miembros en voladizo en la construcción presforzada.

19.10 FUERZA CORTANTE EN SECCIONES PRESFORZADAS

El refuerzo del alma de las secciones presforzadas se trata de manera similar a la de las vigas convencionales de concreto reforzado. En las expresiones que siguen, b_w es el ancho del alma o el diámetro de una sección circular, y d_p es la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo de tensión. Si la reacción introduce compresión en la región extrema de un miembro presforzado, las secciones de la viga situadas a distancias menores que $h/2$ de la cara del apoyo pueden diseñarse para la fuerza cortante calculada en $h/2$, donde h es el espesor total del miembro.

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b_w d_p}$$

La Sección 22.5.8.2 del Código ACI proporciona dos métodos para estimar la resistencia a cortante que el concreto de una sección presforzada puede resistir. Existe un método aproximado que sólo puede usarse cuando la fuerza efectiva del presfuerzo es igual a por lo menos el 40% de la resistencia a tensión del refuerzo por flexión f_{pu} , además de otro método más detallado que puede usarse independientemente de la magnitud de la fuerza efectiva de presfuerzo. Estos métodos se analizan en los siguientes párrafos.

Método aproximado

Con este procedimiento, la capacidad nominal por cortante de una sección presforzada puede tomarse como

$$V_c = \left(0.6\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{700V_u d_p}{M_u} \right) b_w d \quad (\text{Tabla 22.5.8.2a del ACI})$$

La Sección 22.5.8.2 del Código ACI establece que independientemente del valor dado por esta ecuación, V_c no tiene que tomarse tan bajo como $2\lambda \sqrt{f'_c} b_w d$, ni tan grande como $5\lambda \sqrt{f'_c} b_w d$. En esta expresión, V_u es la fuerza cortante máxima de diseño en la sección bajo consideración, M_u es el momento de diseño en la misma sección que ocurre simultáneamente con V_u , y d es la distancia de la fibra extrema de compresión al centroide de los tendones presforzados. El valor de $V_u d_p / M_u$ se limita a un valor máximo de 1.0.

Análisis más detallado

Si se desea un análisis más detallado (el cual se tendrá que usar si la fuerza de presfuerzo efectivo es menor que 40% de la resistencia a tensión del refuerzo por flexión), la fuerza cortante nominal tomada por el concreto se considera igual al menor de los valores V_{ci} o V_{cw} que se definen a continuación. El término V_{ci} representa la resistencia nominal al cortante del concreto cuando el agrietamiento diagonal es debido a la combinación de cortante y momento. El término V_{cw} representa la resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto cuando el agrietamiento diagonal es debido al esfuerzo excesivo principal de tensión en el concreto. En las dos expresiones que siguen, d es la distancia de la fibra extrema a compresión al centroide de los tendones de presfuerzo, o bien igual a $0.8h$, rigiendo el valor mayor (Sección 22.5.8.3.1 del Código ACI).

La capacidad V_{ci} de cortante estimada puede calcularse con la siguiente expresión que da la Sección 22.5.8.3.1 del Código ACI:

$$V_{ci} = 0.6\lambda\sqrt{f'_c}b_wd_p + V_d + \frac{V_iM_{cr}}{M_{m\acute{a}x}} \quad \text{pero no tiene que tomarse menor que } 1.7\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$$

(Ecuación 22.5.8.3.1a del ACI)

En esta expresión, V_d es la fuerza cortante en la sección considerada debido a la carga muerta de servicio, $M_{m\acute{a}x}$ es el momento flexionante máximo factorizado en la sección debido a las cargas de diseño aplicadas externamente, V_i es la fuerza cortante que ocurre simultáneamente con $M_{m\acute{a}x}$, y M_{cre} es el momento de agrietamiento que se debe determinar como sigue:

$$M_{cr} = \left(\frac{I}{y_t}\right)(6\lambda\sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d) \quad \text{(Ecuación 22.5.8.3.1c del ACI)}$$

donde

I = momento de inercia de la sección que resiste las cargas aplicadas externamente

y_t = distancia del eje centroidal de la sección total (despreciando el refuerzo) a la fibra extrema en tensión

f_{pe} = esfuerzo de compresión en el concreto debido al presfuerzo después de ocurridas las pérdidas, en la fibra extrema de la sección donde las cargas aplicadas causan tensión

f_d = esfuerzo debido a la carga muerta no factorizada, en la fibra extrema donde las cargas aplicadas causan tensión

Según una teoría algo simplificada de la tensión principal, la capacidad a cortante de una viga es igual al valor dado por la siguiente expresión, pero no tiene que ser menor que $1.7\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$.

$$V_{cw} = (3.5\lambda\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc})b_wd_p + V_p \quad \text{(Ecuación 22.5.8.3.2 del ACI)}$$

En esta expresión, f_{pc} es el esfuerzo de compresión calculado (en libras por pulgada cuadrada) del concreto en el centroide de la sección que resiste las cargas aplicadas que causa el presfuerzo efectivo después de ocurridas todas las pérdidas. (Si el centroide está situado en el patín, f_{pc} debe calcularse en la unión del alma con el patín.) V_p es la componente vertical del presfuerzo efectivo en la sección considerada. Alternativamente, la Sección 22.5.8.3.3 del Código ACI establece que V_{cw} puede tomarse como la fuerza cortante que corresponde a un múltiplo de la carga muerta más la carga viva, el cual conduce a un esfuerzo principal de tensión calculado, igual a $4\lambda\sqrt{f'_c}$ en el centroide del miembro o en la unión del patín con el alma si el centroide se sitúa en ésta.

Es pertinente aquí un comentario adicional sobre el cálculo de f_{pc} en miembros pretensados, puesto que es afectado por la longitud de transferencia. La Sección 22.5.9.1 del Código ACI establece que la longitud de transferencia puede tomarse igual a 50 diámetros en tendones de torones, e igual a 100 diámetros en tendones de alambre. Puede suponerse que la fuerza de presfuerzo varía linealmente de 0 en el extremo del tendón, a un máximo en la distancia de transferencia indicada anteriormente. Si el valor de $h/2$ es menor que la longitud de transferencia, es necesario considerar el presfuerzo reducido al calcular V_{cw} (Sección 22.5.9.3 del Código ACI).

19.11 DISEÑO DEL REFUERZO POR CORTANTE

Si el valor calculado de V_u excede el valor ϕV_c , el área de los estribos verticales (el código no permite estribos inclinados o varillas dobladas en miembros presforzados) no debe ser menor que A_v , determinada con la siguiente expresión de la Sección 22.5.10.5.3 del Código ACI:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad \text{(Ecuación 22.5.10.5.3 del ACI)}$$



Puente Runnymede de concreto presforzado sobre el Río Támesis, cerca de Egham, Surey, Inglaterra. (Colección CC&A, cortesía de The Concrete Society.)

Igual que en el diseño convencional de concreto reforzado, se requiere un área mínima de refuerzo por cortante en todos los puntos en que V_u es mayor que $\frac{1}{2}\phi V_c$. Esta área mínima se determina con la expresión que sigue si el presfuerzo efectivo es menor que 40% de la resistencia a tensión del refuerzo por flexión (Sección 9.6.3.3 del Código ACI):

$$A_{v \text{ mín}} = 0.75 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \text{ pero no debe ser menor que } \frac{50 b_w s}{f_{yt}} \quad (\text{Tabla 9.6.3.3 del ACI})$$

donde b_w y s están en pulgadas.

Si el presfuerzo efectivo es igual a, o mayor que 40% de la resistencia a tensión del refuerzo por flexión, la siguiente expresión, en la que A_{ps} es el área del refuerzo presforzado en la zona de tensión, deberá usarse para calcular A_v :

$$A_{v,m} = \left(\frac{A_{ps}}{80} \right) \left(\frac{f_{pu}}{f_{yt}} \right) \left(\frac{s}{d} \right) \sqrt{\left(\frac{d}{b_w} \right)} \quad (\text{Tabla 9.6.3.3e del ACI})$$

La Sección 9.7.6.2.2 del Código ACI establece que en ningún caso la separación máxima podrá exceder de $0.75h$ o 24 plg. Los Ejemplos 19.5 y 19.6 ilustran los cálculos necesarios para determinar la resistencia al cortante y para seleccionar los estribos de una viga presforzada.

EJEMPLO 19.5

Calcular la resistencia por cortante de la sección mostrada en la Figura 19.13 a 4 pies de los apoyos, usando tanto el método aproximado como el método más detallado permitido por el Código ACI. Suponga que el área del acero de presfuerzo es de 1.0 plg², que la fuerza efectiva de presfuerzo es de 250 klb, y que $f'_c = 4\,000$ lb/plg², peso normal.

Solución**Método aproximado**

$$\text{Peso de la barra} = (12 \text{ plg}) (24 \text{ plg}) / 144 \text{ plg}^2\text{-pie}^2 (150 \text{ lb/pie}^3) = 300 \text{ lb-pie}$$

$$w_u = (1.2)(0.9 \text{ klb/pie} + 0.3 \text{ klb/pie}) + (1.6)(2.1 \text{ klb/pie}) = 4.8 \text{ klb/pie}$$

$$V_u = (10 \text{ pie})(4.8 \text{ klb/pie}) - (4)(4.8 \text{ klb/pie}) = 28.8 \text{ klb}$$

$$M_u = (10 \text{ pie})(4.8 \text{ klb/pie})(4) - (4)(4.8 \text{ klb/pie})(2 \text{ pie}) = 153.6 \text{ pie-klb}$$

$$\frac{V_u d}{M_u} = \frac{(28.8 \text{ klb})(24 \text{ plg} - 3 \text{ plg} - 3 \text{ plg})}{(12)(153.6 \text{ klb/pie})} = 0.281 < 1.0$$

$$V_c = \left(0.6\lambda\sqrt{f'_c} + 700 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

(Tabla 22.5.8.2a
del ACI)

$$= [(0.6)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2) + (700)(0.281)](12 \text{ plg})(18 \text{ plg}) = 50\,684 \text{ lb}$$

$$V_c \text{ mínimo} = (2)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2)(12 \text{ plg})(18 \text{ plg}) = 27\,322 \text{ lb} < 50\,684 \text{ lb}$$

$$V_c \text{ máximo} = (5)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2)(12 \text{ plg})(18 \text{ plg}) = 68\,305 \text{ lb} > 50\,684 \text{ lb}$$

$$V_c = 50\,684 \text{ lb}$$

Método más detallado

$$I = \left(\frac{1}{12} \right) (12 \text{ plg})(24 \text{ plg})^3 = 13\,824 \text{ plg}^4$$

$$y_t = 12''$$

f_{pe} = esfuerzo de compresión en el concreto debido al presfuerzo después de todas las pérdidas

$$= \frac{P}{A} + \frac{Pec}{I}$$

$$f_{pe} = \frac{250\,000 \text{ lb}}{(12 \text{ plg})(24 \text{ plg})} + \frac{(250\,000 \text{ lb})(6 \text{ plg})(12 \text{ plg})}{13\,824 \text{ plg}^4} = 2\,170 \text{ lb/plg}^2$$

$$M_d = \text{momento por carga muerta en el punto } a' = (10 \text{ pie})(1.2 \text{ pie-klb})(4 \text{ pie}) - (4 \text{ pie})(1.2 \text{ plg}^4)(2 \text{ pie}) = 38.4 \text{ pie-klb}$$

$$f_d = M_d Y_t / I = \text{esfuerzo debido al momento por carga muerta} = \frac{(12 \text{ plg/pie})(38\,400 \text{ lb/pie})(12 \text{ pie})}{13\,824 \text{ plg}^4} = 400 \text{ lb/plg}^2$$

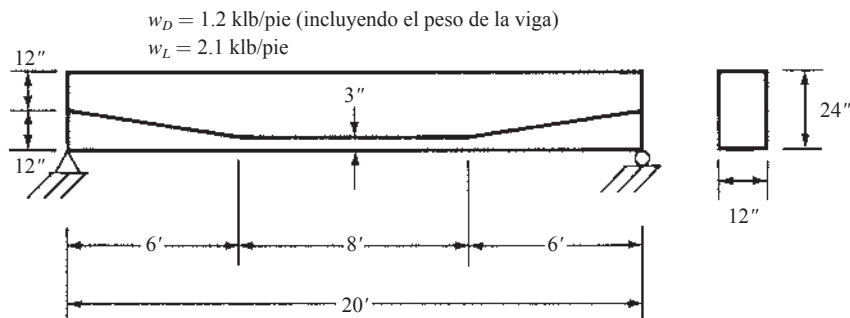


Figura 19.13 Información del Ejemplo 19.5.

$$\begin{aligned}
 M_{cr} &= \text{momento de agrietamiento} = \left(\frac{I}{y_t}\right)(6\lambda\sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d) && \text{(Ecuación 22.5.8.3.1c ACI)} \\
 &= \left(\frac{13\,824 \text{ plg}^4}{12 \text{ plg}}\right)(6)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2 + 2\,170 \text{ lb/plg}^2 - 400 \text{ lb/plg}^2) = 2\,476\,193 \text{ plg-lb} \\
 &= 206\,349 \text{ pie-lb}
 \end{aligned}$$

$$w_u \text{ sin contar el peso de la viga} = (1.2)(1.2 \text{ klb/pie} - 0.3 \text{ klb/pie}) + (1.6)(2.1 \text{ klb/pie}) = 4.44 \text{ klb/pie}$$

$$M_{\text{máx}} = (10 \text{ pie})(4.44 \text{ klb/pie})(4 \text{ pie}) - (4 \text{ pie})(4.44 \text{ klb/pie})(2) = 142.08 \text{ pie-klb} = 142\,080 \text{ pie-lb}$$

$$V_i \text{ debida a } w_u \text{ simultánea con } M_{\text{máx}} = (10 \text{ pie})(4.44 \text{ klb/pie}) - (4 \text{ pie})(4.44 \text{ klb/pie})$$

$$= 26.64 \text{ klb} = 26\,640 \text{ lb}$$

$$V_d = \text{fuerza cortante por carga muerta} = (10 \text{ pie})(1.2 \text{ klb/pie}) - (4 \text{ pie})(1.2 \text{ klb/pie}) = 7.2 \text{ klb} = 7\,200 \text{ lb}$$

$$d = 24 \text{ plg} - 3 \text{ plg} - 3 \text{ plg} = 18'' \text{ o } (0.8)(24) = \underline{\underline{19.2 \text{ plg}}}$$

$$V_{ci} = 0.6\lambda\sqrt{f'_c}b_wd_p + V_d + \frac{V_iM_{cr}}{M_{\text{máx}}} \quad \text{(Ecuación 22.5.8.3.1a ACI)}$$

$$= (0.6)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2)(12 \text{ plg})(19.2 \text{ plg}) + 7\,200 \text{ lb} + \frac{(26\,640 \text{ lb})(206\,349 \text{ lb-pie})}{142\,080 \text{ lb-pie}} = 54\,634 \text{ lb} \leftarrow$$

$$\text{pero no necesita ser menor que } (1.7)(1.0)(\sqrt{4\,000})(12)(19.2) = 24\,772 \text{ lb}$$

Cálculo de V_{cw}

$$f_{pc} = \text{esfuerzo de compresión calculado en lb/plg}^2 \text{ en el centroide del concreto debido al presfuerzo efectivo}$$

$$= \frac{250\,000 \text{ lb}}{(12 \text{ plg})(24 \text{ plg})} = 868 \text{ lb/plg}^2$$

$$V_p = \text{componente vertical del presfuerzo efectivo en la sección} = \frac{9 \text{ plg}}{\sqrt{9 \text{ plg}^2 + 72 \text{ plg}^2}} (250\,000 \text{ plg})$$

$$= \left(\frac{9 \text{ plg}}{72.56 \text{ plg}}\right)(250\,000 \text{ lb}) = 31\,009 \text{ lb}$$

$$V_{cw} = (3.5\lambda\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc})b_wd + V_p \quad \text{(Ecuación 22.5.8.3.2 ACI)}$$

$$= (3.5)(1.0)(\sqrt{4\,000} \text{ lb/plg}^2 + 0.3 \times 868 \text{ lb/plg}^2)(12 \text{ plg})(19.2 \text{ plg}) + 31\,009 \text{ lb} = 142\,006 \text{ lb}$$

Uso del menor valor de V_{ci} o V_{cw}

$$V_c = 54\,634 \text{ lb}$$

EJEMPLO 19.6

Determinar la separación requerida entre estribos #3 □ para la viga del Ejemplo 19.5 a 4 pies del apoyo extremo si f_{pu} es 250 klb/plg² para el acero de presfuerzo y f_{yt} para los estribos es 40 klb/plg². Usar el valor de V_c obtenido por el método aproximado, 54 634 lb.

Solución

$$w_u = (1.2)(1.2 \text{ klb/pie}) + (1.6)(2.1 \text{ klb/pie}) = 4.8 \text{ klb/pie}$$

$$V_u = (10 \text{ pie})(4.8 \text{ klb/pie}) - (4 \text{ pie})(4.8 \text{ klb/pie}) = 28.8 \text{ klb}$$

$$\phi V_c = (0.75)(54\,634 \text{ lb}) = 40\,976 \text{ lb}$$

$$> V_u = 28\,800 \text{ lb}$$

$$V_u > \frac{\phi V_c}{2} = 20\,488 \text{ lb} < \phi V_c$$

Se requiere una cantidad mínima de refuerzo.

Como el presfuerzo efectivo es mayor que 40% de la resistencia a tensión del refuerzo.

$$A_v = \left(\frac{A_{ps}}{80}\right) \left(\frac{f_{pu}}{f_{yt}}\right) \left(\frac{s}{d}\right) \sqrt{\left(\frac{d}{b_w}\right)} \quad (\text{Tabla 9.6.3.3e del ACI})$$

$$(2)(0.11) = \left(\frac{1.0 \text{ plg}^2}{80}\right) \left(\frac{250\,000 \text{ lb/plg}^2}{40\,000 \text{ lb/plg}^2}\right) \left(\frac{s}{18 \text{ plg}}\right) \sqrt{\frac{18 \text{ plg}}{12 \text{ plg}}}$$

$$s = 41.38 \text{ plg, pero } s \text{ máxima} = \left(\frac{3}{4}\right)(24 \text{ plg}) = 18 \text{ plg} \quad \underline{\underline{\text{Usar } 18 \text{ plg}}}$$

19.12 TEMAS ADICIONALES

En este capítulo se ha presentado un breve análisis del concreto presforzado. Hay un buen número de temas importantes que se han omitido en dicho capítulo introductorio. Varios de ellos se mencionarán brevemente en los siguientes párrafos.

Esfuerzos en los bloques extremos

La parte de un miembro presforzado alrededor de los anclajes en los extremos de los tendones de acero se llama *bloque de extremo*. En esta región, las fuerzas de presfuerzo se transfieren de áreas muy concentradas a la sección transversal total de la viga. Se ha encontrado que la longitud de transferencia para miembros postensados es menor que el peralte de la viga y probablemente es en realidad mucho menor.

En los miembros postensados se da una compresión directa de apoyo en el anclaje extremo; por ello comúnmente se usan bloques sólidos en los extremos para repartir las fuerzas concentradas de presfuerzo. Para evitar el estallido del bloque, se coloca una malla de alambre o un emparrillado de varillas de refuerzo verticales y horizontales cerca de la cara extrema de la viga. Además, en todo el bloque se colocan varillas de refuerzo horizontales y verticales.

En los miembros pretensados, donde el presfuerzo se transfiere al concreto por adherencia en una distancia aproximadamente igual al peralte de la viga, probablemente no es necesario un bloque sólido en el extremo, pero sí lo es un conjunto de estribos apropiadamente separados. Existe una gran cantidad

de información sobre el tema de los esfuerzos en los bloques de extremo en miembros pretensados y postensados.⁵

Construcción compuesta

Las secciones presforzadas precoladas suelen usarse en edificios y puentes en combinación con concreto colado en el lugar. Si tales miembros se diseñan apropiadamente por transmisión de cortante, de manera tal que las dos partes trabajen como una unidad, se les denomina *secciones compuestas*. Con anterioridad se mostraron ejemplos de tales miembros en la partes *e*) y *f*) de la Figura 19.8. En la construcción compuesta, las partes que son difíciles de formar y que contienen la mayor parte del refuerzo son precoladas, mientras que las losas y tal vez la parte superior de las vigas, que son relativamente sencillas de formar, se cuelean en el lugar.

Las secciones precoladas se diseñan normalmente para soportar sus pesos propios, más el concreto fresco de las losas coladas en el lugar y cualquier otra carga aplicada durante la construcción. Las cargas muertas y vivas aplicadas después de que la losa fragua son soportadas por la sección compuesta. La combinación de la dos partes da una sección compuesta que tiene un gran momento de inercia y por ello un gran momento resistente. Usualmente, es bastante económico usar *a*) una viga presforzada precolada hecha con un concreto de alta resistencia y *b*) una losa hecha con un concreto de grado ordinario. Si se sigue esta práctica, es necesario tomar en cuenta los diferentes módulos de elasticidad de los dos materiales al calcular las propiedades de la sección compuesta (se convierte así en un problema de área transformada).

Miembros continuos

Las secciones presforzadas continuas pueden colarse totalmente en el lugar con sus tendones tendidos en forma continua de un extremo a otro. Debe quedar claro que en tales miembros, cuando las cargas de servicio tienden a generar momentos positivos, los tendones deben generar momentos negativos y viceversa. Esto implica que los tendones deben quedar bajo el centro de gravedad del miembro en las regiones que normalmente son de momento positivo y arriba del centro de gravedad en las regiones que normalmente son de momento negativo. Para producir las distribuciones deseadas de esfuerzos, es posible usar tendones curvos y miembros de sección transversal constante o tendones rectos con miembros de sección transversal variable. En la Figura 19.14 se muestran varias vigas continuas de estos tipos.

Otro tipo de sección continua en Estados Unidos, que se ha usado con mucho éxito, particularmente en la construcción de puentes, consta de miembros presforzados precolados que se hacen continuos mediante concreto colado en el lugar y acero de refuerzo ordinario. La Figura 19.14d) muestra un caso así. En este tipo de construcción, la sección precolada resiste una porción de la carga muerta, mientras que el miembro continuo resiste la carga viva y la carga muerta, que se aplican después de que fragua el concreto colado en el lugar.

Presfuerzo parcial

Durante los primeros tiempos del concreto presforzado, el objetivo del proyectista consistía en proporcionar los miembros de manera que nunca estuvieran sometidos a tensión bajo cargas de servicio. Se dice que tales miembros están *totalmente presforzados*. Las subsecuentes investigaciones de miembros totalmente presforzados han mostrado que con frecuencia tienen una cantidad apreciable de resistencia adicional. En consecuencia, muchos proyectistas creen ahora que pueden permitirse ciertas cantidades

⁵Nawy, *Prestressed Concrete*, pág. 173.

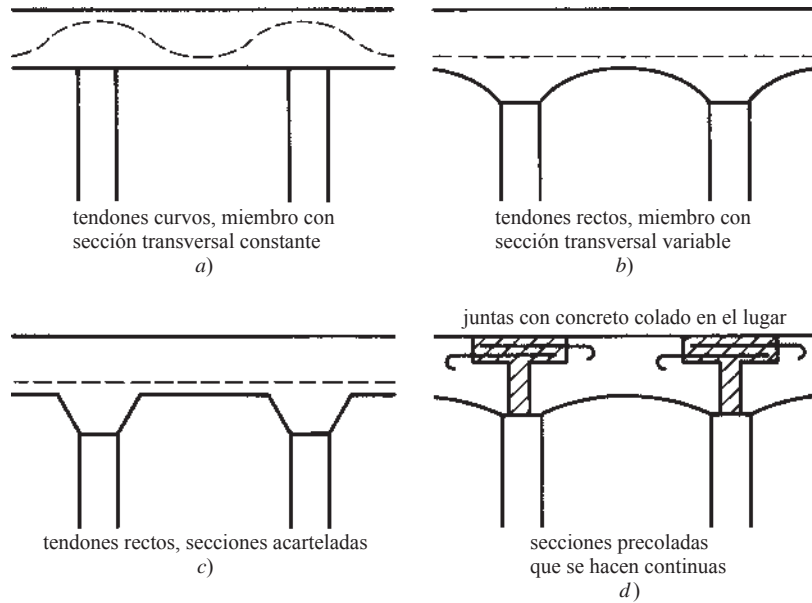


Figura 19.14 Vigas continuas.

de esfuerzos de tensión bajo cargas de servicio. A los miembros en que se permiten algunos esfuerzos de tensión se les llama miembros *parcialmente presforzados*.

Una ventaja importante de una viga parcialmente presforzada es su menor combadura. Esto es particularmente importante cuando la carga de la viga o la carga muerta son bastante pequeñas, en comparación con la carga total de diseño.

Para proporcionar más seguridad en las vigas presforzadas parcialmente, es una práctica común añadir algo de refuerzo común. Este refuerzo incrementa la resistencia última por flexión de los miembros y ayuda a tomar los esfuerzos de tensión en las vigas.⁶

19.13 EJEMPLOS CON COMPUTADORA

EJEMPLO 19.7

Use la hoja de cálculo Excel proporcionada en el Capítulo 19 para resolver el Ejemplo 19.2.

Solución

Abra la hoja de cálculo del Capítulo 19 y abra la hoja de trabajo “Stress Calculations” [cálculos de esfuerzos]. Ingrese los valores solamente en las celdas sombreadas en amarillo (solamente en las hojas de cálculo Excel, no en el ejemplo impreso). Los resultados se muestran enseguida. Esta hoja de cálculo hace un número mucho mayor de cálculos. Los que deben compararse con el Ejemplo 19.2 están encerrados en un círculo.

⁶Lin, T. Y. y Burns, N. H., 1981, *Design of Prestressed Concrete Structures*, 3a. ed. (Hoboken, NJ: John Wiley & Sons), págs. 325-344.

Esfuerzos en vigas de concreto presforzado

$P_i =$	294.118	klb
$R =$	0.85	
$e_{\text{mitad del claro}} =$	9	plg
$e_{\text{apoyo}} =$	9	plg
diámetro del tendón =	0.5	plg
$S_1 =$	1 152	plg ³
$S_2 =$	1 152	plg ³
$A =$	288	plg ²
$f_c^i =$	3 500	lb/plg ²
$f_c^j =$	5 000	lb/plg ²
$\gamma_c =$	145	lb/plg ³
$\ell =$	20	pie
$w_D =$	1 700	lb/pie lineal
$w_L =$	1 000	lb/pie lineal
% de w_L sustentado	50.00%	

$f_{ti} =$	177	lb/plg ²
$f_{ts} =$	849	lb/plg ²
$\beta_1 =$	0.8	

$e_{0.4l} =$	9	pulgadas
$e_{50 \text{ diám.}} =$	9.00	pulgadas
$w_o =$	300.00	lb/pie lineal
$M_o =$	180	plg-klb
$M_s =$	1 500	plg-klb
$M_T =$	1 800	plg-klb

Cálculo del esfuerzo al liberar

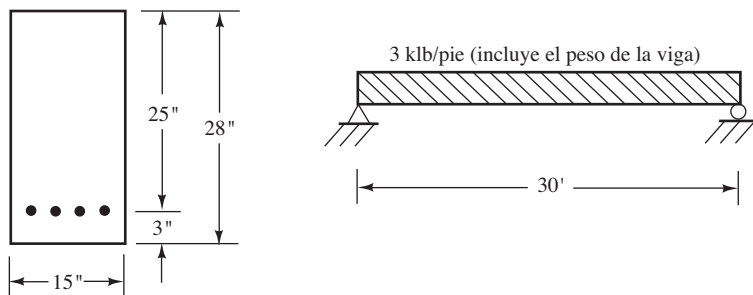
	esfuerzo				
	a la mitad del claro	para $x = 0.4$	para 50 diám.	en el apoyo	permisible
$f_1 = -P/A + P_e/S_1 - M_o/S_1$	-1 021	2 298	-156.25		
	1 120	1 127	1 277	1 277	177
$f_2 = -P/A - P_e/S_2 + M_o/S_2$	-1 021	-2 298	156		
	-3 163	-3 169	-3 319	-3 319	-2 100
Cargada (M_p)	$f_1 = -P/A + P_e/S_1 - M_p/S_1$				
	-868	1 953	-1 562.5		
	-477	-415	1 085	1 085	-3 000
Cargada (M_s)	$f_1 = -P/A + P_e/S_1 - M_s/S_1$				
	-868	1 953	-1 302.1		
	-217	-165	1 085	1 085	-2 250
	$f_2 = -P/A - P_e/S_2 + M_s/S_2$				
	-868	-1 953	1 563		
	-1 259	-1 321	-2 821	-2 821	849

$= f_{ti}$ a la mitad del claro
 $= f_{ti}$ extremos
 $= f_{ci}$
 $= f_{cs}$ (para M_p)
 $= f_{cs}$ (para M_s)

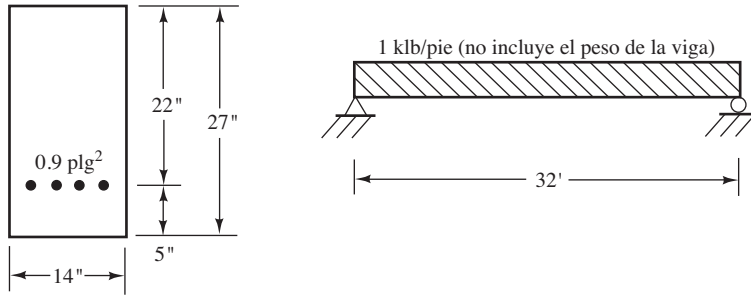
PROBLEMAS

Para todos los problemas, a menos que se diga otra cosa, suponga que el concreto es de peso normal.

Problema 19.1 La viga mostrada tiene un presfuerzo total efectivo de 240 klb. Calcule los esfuerzos en las fibras superior e inferior de la viga mostrada en los extremos y en el eje central. Suponga que los tendones son rectos. (Resp.: $f_{superior} = -1.291 \text{ klb/plg}^2$, $f_{inferior} = +0.148 \text{ klb/plg}^2$ en el eje central.)

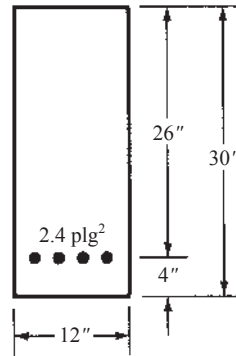


Problema 19.2 Calcule los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores de la viga mostrada, en sus extremos y en el centro del claro, inmediatamente después de que se corten los cables. Suponga cables rectos y pérdidas de 10%. Presfuerzo inicial de 170 klb/plg².



Problema 19.3 La viga mostrada tiene un claro simple de 30 pies; $f'_c = 5\,000\text{ lb/plg}^2$, $f_{pu} = 250\,000\text{ lb/plg}^2$, y el presfuerzo inicial es $160\,000\text{ lb/plg}^2$, $f_{py} = 0.85f_{pu}$, y 10% de pérdidas.

- a) Calcule los esfuerzos en el concreto en la parte superior e inferior de la viga a medio claro inmediatamente después de que se corten los tendones. (Resp.: $f_{superior} = +0.183\text{ klb/plg}^2$, $f_{inferior} = -1.041\text{ klb/plg}^2$.)
- b) Recalcule los esfuerzos en el centro del claro después de la supuesta pérdida de presfuerzo de 20% en los tendones. (Resp.: $f_{superior} = +0.076\text{ klb/plg}^2$, $f_{inferior} = -0.762\text{ klb/plg}^2$.)
- c) ¿Qué carga máxima viva de servicio puede soportar esta viga además de su propio peso si los esfuerzos permisibles son de $0.6 f'_c$ en compresión y $12 \bar{f}'_c$ en tensión? (Resp.: 1.605 klb/pie.)



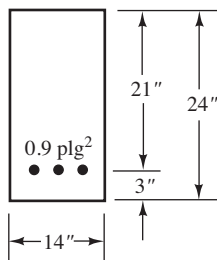
Problema 19.5 Calcule el momento de agrietamiento y la capacidad permisible última por momento en la viga del problema 19.3 si $f'_c = 5\,000\text{ lb/plg}^2$ y $f_{py} = 200\,000\text{ lb/plg}^2$. (Resp.: $M_{cr} = 144.74\text{ pie-klb}$, $\phi M_n = 300\text{ pie-klb}$.)

Problema 19.6 Calcule los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores de la viga del Problema 19.1 en el eje central, si al transportarla es levantada por el centro del claro. Suponga 100% de impacto. El concreto pesa 150 lb/pie^3 .

Problema 19.7 Determine los esfuerzos en los tercios de la viga del Problema 19.6 si ésta es levantada por esos puntos. (Resp.: $f_{superior} = +1.009\text{ klb/plg}^2$, $f_{inferior} = -2.151\text{ klb/plg}^2$.)

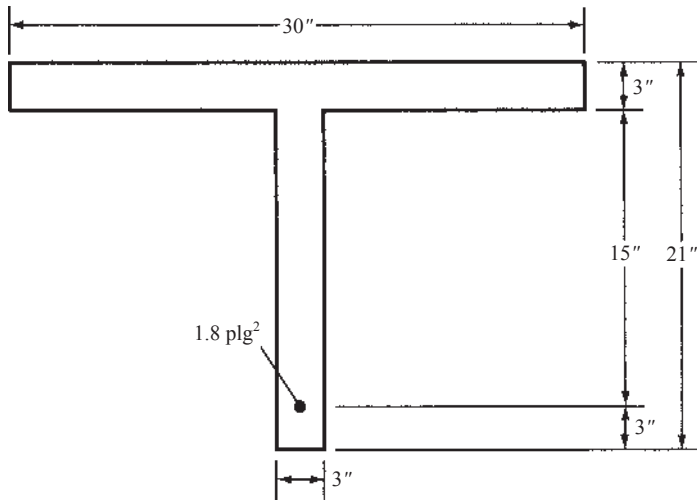
Problema 19.8 Calcule la capacidad por momento de diseño de una viga pretensada de $12\text{ plg} \times 20\text{ plg}$ presforzada con tendones de acero de 1.2 plg^2 esforzados a un esfuerzo inicial de 160 klb/plg^2 . El centro de gravedad de los tendones está 3 plg arriba del fondo de la viga; $f'_c = 5\,000\text{ lb/plg}^2$, $f_{py} = 200\,000\text{ lb/plg}^2$ y $f_{pu} = 250\,000\text{ lb/plg}^2$.

Problema 19.9 Calcule la capacidad por momento de diseño de la viga pretensada del Problema 19.2 si $f'_c = 5\,000\text{ lb/plg}^2$, $f_{py} = 200\,000\text{ lb/plg}^2$, y $f_{pu} = 225\text{ klb/plg}^2$. Suponga $\frac{f_{py}}{f_{pu}} > 0.85$. (Resp.: 293.1 pie-klb.)



Problema 19.4 Con los mismos esfuerzos permisibles del Problema 19.3, ¿qué carga uniforme total puede soportar la viga mostrada en un claro simple de 50 pies, además de su propio peso? Suponga 20% de pérdida de presfuerzo.

Problema 19.10 Calcule la capacidad por momento de diseño de la viga T adherida, mostrada en la ilustración acompañante si $f'_c = 5\,000 \text{ lb/plg}^2$, $f_{pu} = 250\,000 \text{ lb/plg}^2$, y el esfuerzo inicial en los cables es $160\,000 \text{ lb/plg}^2$. También $f_{py} = 200\,000 \text{ lb/plg}^2$.

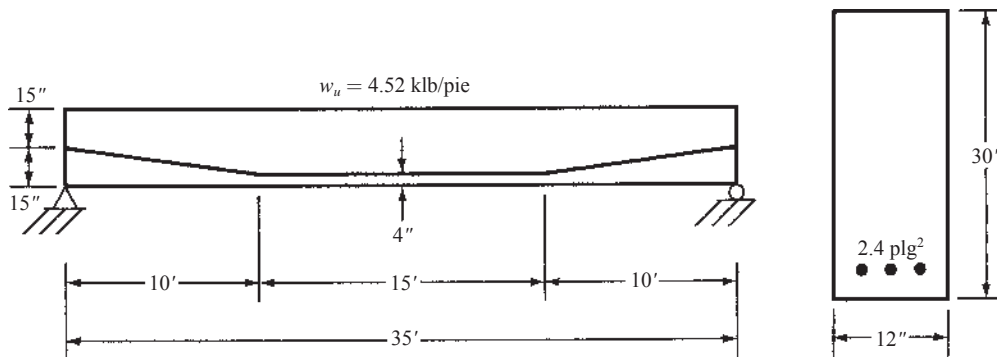


Problema 19.11 Calcule la deflexión en el eje central de la viga en el Problema 19.3 inmediatamente después de que se cortan los cables, suponiendo un esfuerzo en los cables = $160\,000 \text{ lb/plg}^2$. (Resp.: $-0.225 \text{ plg} \uparrow$.)

Problema 19.12 Calcule la deflexión en el eje central de la viga del Problema 19.1 inmediatamente después de que se cortan los

cables, suponiendo P inicial = 240 klb y P después de las pérdidas = 190 klb. Repita el cálculo después de las pérdidas si se localizan cargas vivas concentradas de 20 klb en los tercios del claro de la viga y $f'_c = 5\,000 \text{ lb/plg}^2$. Suponga que los cables son rectos y que no se tiene ninguna otra carga aparte del peso propio y las dos cargas de 20 klb. Use I_g en todos los cálculos.

Problema 19.13 Determine la resistencia por cortante de la viga mostrada a 3 pies del apoyo, usando el método aproximado permitido por el Código ACI. Determine en la misma sección la separación requerida entre estribos #3 \sqcup , si $f'_c = 5\,000 \text{ lb/plg}^2$, $f_{pu} = 250\,000 \text{ lb/plg}^2$, f_y para los estribos = $50\,000 \text{ lb/plg}^2$, y $f_{se} = 200\,000 \text{ lb/plg}^2$. (Resp.: $s = 21.73 \text{ plg}$.)

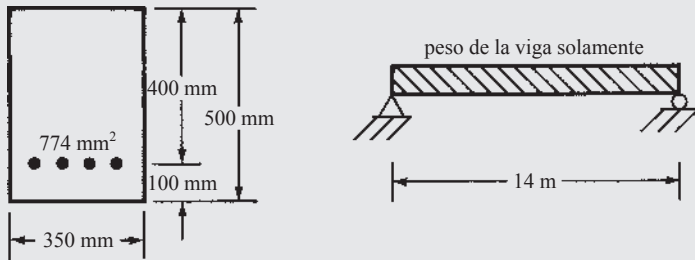


Problema 19.14 Repita el Problema 19.1 usando la hoja de cálculo del Capítulo 19.

Problema 19.15 Repita el Problema 19.3 usando la hoja de cálculo del Capítulo 19. (*Resp.*: la misma que para el Problema 19.3.)

Problemas con unidades del SI

Problema 19.16 Inmediatamente después de cortar los cables en la viga mostrada, éstos tienen un presfuerzo efectivo de 1.260 GPa. Determine los esfuerzos en las partes superior e inferior de la viga en los extremos y en el centro del claro. El concreto pesa 23.5 kN/m³. Los cables son rectos. $E = 27\,800\text{ MPa}$, y $f_{py} = 0.8f_{pu}$.

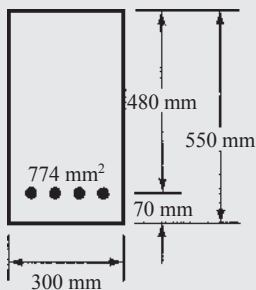


Problema 19.17 La viga mostrada tiene un claro simple de 12 m: $f'_c = 35\text{ MPa}$, $f_{pu} = 1.725\text{ GPa}$, y el presfuerzo inicial es 1.10 GPa.

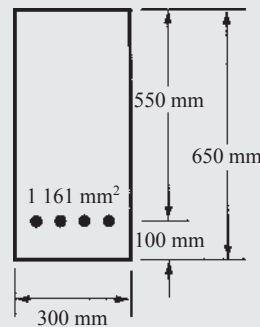
a) Calcule los esfuerzos en el concreto en las partes superior e inferior de la viga en el centro del claro, inmediatamente después de que se corten los tendones. (*Resp.*: $f_{top} = +1.766\text{ MPa}$, $f_{bot} = -12.086\text{ MPa}$.)

b) Recalcule los esfuerzos después de pérdidas supuestas en los tendones de 18%. (*Resp.*: $f_{top} = +0.618\text{ MPa}$, $f_{bot} = -9.08\text{ MPa}$.)

c) ¿Qué carga viva máxima uniforme de servicio puede soportar la viga además de su propio peso, si los esfuerzos permisibles son: $0.45 f'_c$ en compresión y $0.5 \bar{f}'_c$ en tensión? (*Resp.*: 10.095 kN/m.)



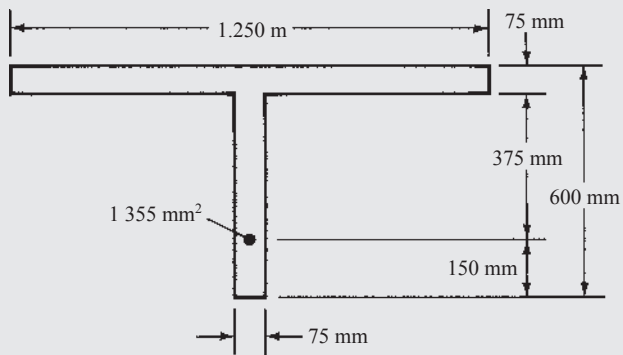
Problema 19.18 Con los mismos esfuerzos permisibles y los esfuerzos en los cables del Problema 19.17, ¿qué carga uniforme total, incluyendo el peso propio, puede soportar la viga mostrada en la figura en un claro simple de 15 m?



Problema 19.19 Calcule el momento de agrietamiento y la capacidad por momento de diseño en la viga adherida del Problema 19.17 si $f_{py} = 0.8f_{pu}$. (*Resp.*: 181.68 kN · m, 438.07 kN · m.)

Problema 19.20 Calcule los esfuerzos en las fibras superior e inferior de la viga del Problema 19.16 si se levanta en los tercios de su longitud. Suponga un impacto de 100%.

Problema 19.21 Calcule la capacidad por momento de diseño de la viga T adherida mostrada en la figura si $f'_c = 35$ MPa, $f_{pu} = 1.725$ GPa, $f_{py} = 0.8f_{pu}$ y el esfuerzo inicial en los cables es 1.100 GPa. (Resp.: 843.6 kN · m.)



Problema 19.22 Calcule la deflexión en el eje central de la viga del Problema 19.16, inmediatamente después de que se corten los cables. Use I_g .